



GÖTEBORGS UNIVERSITET

En fjärdedel plus två fjärdedelar är en lika med en hel

En innehållsanalys av felsvarsuppgifter inom bråk i matematikböcker

Caroline Åvall

Självständigt arbete L6XA1A

Handledare: Rimma Nyman

Examinator: Florenda Gallos Cronberg

Rapportnummer: VT18-2930-053-L6XA1A

Titel: En fjärdedel plus två fjärdedelar är lika med en hel – En innehållsanalys av felsvarsuppgifter inom bråk i matematikböcker. One fourth plus two fourth is equal to one whole – A content analysis of incorrect answers in fractions in mathematic textbooks.

Författare: Caroline Åvall

Typ av arbete: Examensarbete på avancerad nivå (15 hp)

Handledare: Rimma Nyman

Examinator: Florenda Gallos Cronberg

Rapportnummer: VT18-2930-053-L6XA1A

Nyckelord: Innehållsanalys, kvantitativ, matematikböcker, bråk, felsvar, felsvarsuppgifter, resonemang, förmåga.

Sammanfattning

Det här är en kvantitativ innehållsanalys av felsvarsuppgifter i svenska matematikböcker för mellanstadiet. Felsvarsuppgifter definieras som uppgifter vilka kräver reflektion av korrektheten i det som presenteras. Syftet med undersökningen är att kartlägga felsvarsuppgifter i matematikböckerna, analysera uppgifternas karaktär samt att undersöka om felsvarsuppgifterna syftar till att utveckla förmågan att föra och följa matematiska resonemang. Frågeställningarna som undersökningen avser besvara är vilken karaktär har felsvarsuppgifter inom bråk i matematikböcker för mellanstadiet och syftar felsvarsuppgifter inom bråk i matematikböcker för mellanstadiet till att utveckla förmågan att föra och följa matematiska resonemang. 39 matematikböcker analyserades från sju olika matematikboksserier. De 140 felsvarsuppgifter som hittades analyseras utifrån vilka koncept uppgifterna grundas i, vilka kognitiva krav samt responstyper som uppgifterna kräver. Analysmodellen för undersökningen är kodning och dimensionerna för kodningen skapades utifrån de felsvarsuppgifter som lokaliserats samt utifrån tidigare forskning. Resultatet visar att felsvarsuppgifterna inom bråk i matematikböckerna främst grundas på konceptet likvärdighet mellan bråk, kräver det kognitiva kravet memorering och responstypen endast svar. I diskussionen förs ett resonemang om hur felsvarsuppgifterna inom bråk kan kopplas till förmågan att följa och föra matematiska resonemang och slutsatsen visar att felsvarsuppgifter inom bråk i matematikböcker inte i så stor utsträckning syftar till att utveckla den förmågan. Därför kan lärare inte ta förgivet att arbete med felsvarsuppgifter inom bråk i matematikböckerna utvecklar elevernas förmåga att följa och föra matematiska resonemang.

Innehållsförteckning

1. Inledning.....	1
2. Syfte och frågeställning.....	1
3. Tidigare forskning och teoretisk anknytning	2
3.1 Matematikbäckers användning	2
3.2 Kvantitativa innehållsanalyser av bråk	3
3.3 Felsvar som en del av matematikundervisningen	4
3.4 Följa och föra matematiska resonemang	4
4. Metod	5
4.1 Urval och avgränsningar	5
4.2 Analysmetod.....	5
4.2.1 Kognitiva krav	6
4.2.2 Koncept	6
4.2.3 Responstyper	7
4.3 Kodningsscheman och kodningsmanual	8
4.4 Kodningen	9
4.5 Beskrivning av matematikboksserierna	9
5. Resultat.....	10
5.1 Generellt	10
5.2 Kognitiva krav	11
5.3 Koncept	12
5.4 Responstyp	14
6. Diskussion	16
6.1 Kartläggning av felsvarsuppgifterna	16
6.2 Kognitiva krav	17
6.3 Koncept	18
6.3 Responstyp	18
6.4 Att föra och följa resonemang	19
6.5 Metoddiskussion.....	19
7. Slutsats	20
8. Implikationer	21
9. Vidare forskning.....	21
Referenser.....	22
Artiklar	22
Böcker	22
Hemsidor	25
Bilaga 1	26

1. Inledning

Matematikböcker kan innehålla felsvarsuppgifter inom bråk som skapar möjligheter för elever att utveckla förmågan att följa och föra matematiska resonemang. I en tidigare uppsats har en sammanställning av tidigare forskning av fördelaktiga metoder att använda för att underlätta elevers bråkinläring gjorts. Den visar att det finns fyra metoder att använda i bråkundervisningen vilka är att konkretisera undervisningen, sammanlänka olika undervisningsdelar, koppla undervisningen till verkligheten samt använda felsvar i undervisningen (Albinsson & Åvall, 2017).

Jag hade tidigare inte lagt märke till uppgifter med felsvar och det området intresserade mig därför. Från en pilotstudie där jag granskade matematikboken Mattespanarna 5A fann jag att matematikböcker kan innehålla uppgifter som kräver reflektion av felsvar. Felsvarsuppgifterna i boken var olika till sin karaktär och jag blev därför intresserad av felsvarsuppgifter i matematikböcker och hur de är utformade.

Tidigare forskning av arbete med felsvar beskriver fördelarna med att använda felsvarsuppgifter i matematikundervisningen där en framträdande fördel är att eleverna får möjlighet att förklara och analysera resonemang (Makonye och Winnie Khanyile, 2015). Det kan kopplas till kursplanen i matematik där en av förmågorna är att följa och föra matematiska resonemang (Skolverket, 2017) och det skulle därför vara intressant att undersöka om felsvarsuppgifter inom bråk syftar till att utveckla den förmågan hos eleverna. Johansson (2005) skriver att lärare i Sverige ofta följer strukturen i matematikböcker och utgår ifrån böckernas uppgifter i lektionsplaneringen. Därför har jag valt att analysera de felsvarsuppgifter som finns i matematikböcker inom området bråk.

2. Syfte och frågeställning

Syftet med den här undersökningen är att kartlägga felsvarsuppgifter inom bråk i matematikböcker samt att undersöka uppgifternas karaktär för att fastställa om de syftar till att utveckla förmågan att föra och följa matematiska resonemang. Frågeställningarna för undersökningen är:

- Vilken karaktär har felsvarsuppgifter inom bråk i matematikböcker för mellanstadiet?
- Hur synliga är felsvarsuppgifterna inom bråk i matematikböckerna för mellanstadiet som kan leda till att utveckla förmågan att föra och följa matematiska resonemang?

3. Tidigare forskning och teoretisk anknytning

I följande avsnitt presenteras relevant forskning om matematikbäckers användning och området bråk följt av tidigare forskning om arbete med felsvar inom området bråk. Forskningen om matematikböcker och bråk är ett urval av fältet medan forskningen kring felsvar inom bråk är den forskning som presenteras i Albinsson och Åvalls (2017) litteraturstudie inom området. Slutligen presenteras delar av skolverkets (2013) kommentarmaterial till kunskapskraven i matematik.

3.1 Matematikbäckers användning

Tidigare forskning av matematikböcker visar att lärare i stor utsträckning baserar sin undervisning på matematikböcker och att böckernas innehåll både styr vilka uppgifter eleverna möter och påverkar således elevers möjligheter till lärande. Pepin och Haggarty (2001) konstaterar utifrån en jämförelse av matematikböcker och deras användning i England, Frankrike och Tyskland att matematikböcker har en viktig position i både klassrummen och i undervisningen i alla tre länder. De har använt ett analyschema för att analysera de bäst säljande matematikböckerna från varje land tillsammans med semi-strukturerade intervjuer med lärare och observationer i klassrum där böckerna används. Resultatet av undersökningen visar att matematikböckerna är olika i konstruktionen samt har olika positioner i de olika länderna. I England används böckerna frekvent av lärare som förklarar att det beror på tidsbrist eller att de inte är så insatta i området. Alla elever i Frankrike har samma bok men det är förväntat av läraren att anpassa studiegången och uppgifterna efter elevernas behov medan matematikboken i Tyskland endast användes för befästning av kunskaper samt läxor eftersom att lärare förväntades introducera och förklara matematiken för eleverna (Pepin & Haggarty, 2001).

Johansson (2005) rapporterar att matematikböcker har en unik status i många klassrum i Sverige eftersom de ofta avgör vad som lärs ut samt sätter ramarna för vad matematik är, både för elever och lärare. I sin litteraturstudie där tidigare forskning av analyser och studier av matematikböcker från olika delar av världen sammanställts har hon konstaterat att matematikböckerna i Sverige skiljer sig från andra länders matematikböcker. Det eftersom Sverige inte har en myndighet eller organisation som granskar läromedel vilket leder till att det är efterfrågan hos lärare som styr produktionen av matematikböcker. Vidare konstaterar hon att lärare i Sverige är extraordinärt beroende av matematikböcker i sin undervisning. Med hänvisning till Skolverkets statistik är undervisningen, både val av innehåll och lektionernas genomförande, från årskurs 4–5 och uppåt i stort sätt bara baserad på matematikböcker. Matematikböckerna kan ses som både ett viktigt verktyg i matematikundervisningen men också som ett hinder för utveckling. Böckerna underlättar det dagliga arbetet för lärare och uppfattas som en form av garanti att eleverna har de krävda grundkunskaperna och träningen som krävs för deras ålder. Samtidigt verkar det som att matematikböckerna reducerar både lärarens frihet och ansvar. Hon skriver även att matematikböckerna ofta är riktade till eleverna men att det är lärarens roll att mediera innehållet till dem.

I Törnroos (2005) undersökning av vilka överrensstämmelser det finns mellan elevernas möjligheter till lärande och deras kunskaper i matematik i årskurs sju i Finland granskades bland annat innehållet i nio matematikböcker och hur de används av lärare. Insamlingen av data gjordes genom en innehållsanalys med fokus på hur stora proportioner av varje bok som var dedikerade till varje område, en sammanställning av lärares svar på fem frågor i TIMSS 1999 frågeformulär för lärare samt en uppgiftsbaserad analys av matematikbäckernas innehåll för att se om de innehöll tillräckligt med information för att eleverna skulle kunna lösa uppgifterna korrekt. Det insamlade materialet jämfördes sedan med elevernas testresultat utifrån grupper. Resultatet av undersökningen visade att de områden som fick störst utrymme i matematikböckerna också var de områden där eleverna presterade bättre än det internationella

snittet på provet. Han konstaterade därför att det är en relativt hög korrelation mellan elevernas möjligheter att lära sig ett område i matematikböckerna och deras resultat inom området på testet.

3.2 Kvantitativa innehållsanalyser av bråk

I Charalambous, Charalambous, Hsu och Mesas (2010) undersökning är metoden och skapandet av kodningsschema utförligt beskrivet och syftar till att generera kunskap kring addition och subtraktion av bråk i matematikböcker från Cypern, Irland och Taiwan. För att utveckla ett ramverk arbetade de i tre steg och började med att göra en övergripande genomgång av tidigare forskning inom området för att identifiera gemensamma drag samt luckor i existerande ramverk. Sedan valdes kriterier för att karaktärisera matematikuppgifter vilka slutligen sorterades in i kategorier och subkategorier. Kategorier och subkategorier valdes ut och användes som dimensioner i två olika kodningsscheman, ett horisontellt och ett vertikalt. Dimensionerna bakgrundsinformation och övergripande struktur utgör den horisontella analysen medan den vertikala analysen består av dimensionerna konstruktion, potentiella kognitiva krav och responstyp. Till dimensionerna skapades kategorier vilka uppgifterna kodades in i. I dimensionen konstruktion finns kategorierna del-helhet, förhållande, uträkning, kvot, mätning och kombinationer av kategorier. Kategorierna för potentiella kognitiva krav är memorera, procedurer utan samband, procedurer med samband och matematiskt tänkande. Vidare utgör kategorierna endast svar, svar och matematisk mening, förklaring samt rättfärdigande underlag för kodningen av dimensionen responstyper. Under kodningsmomentet skedde dock en bearbetning av några underkategorier och tillhörande kriterium för att tillgodose olikheterna i matematikböckerna som analyserades.

Cady, Hodges och Collins (2015) har också undersökt bråkuppgifter i matematikböcker men deras forskning är gjord i USA. De använde ett chi-square test för att avgöra om det fanns skillnader vid presentation av bråk i tre matematikböckerna och hur de förhåller sig till nationella rekommendationer och tidigare forskning kring bråk. Fem huvudkategorier identifierades i tidigare forskning som representationer, kontexter, modeller, tolkningar och matematiska koncept, vilka även delades in i underkategorier. Huvudkategorierna användes som dimensioner i undersökningen och underkategorierna som kategorier vid kodningen. Dimensionen representationer består av kategorierna ord, symboler, bilder, verkligheten och konkret material. Kontexter består av tio olika kategorier av vilka sex stycken är kontexter så som matlagning och sport och de två övriga är ingen kontext (nakna) samt annat. I dimensionen modeller finns kategorierna längd, area och antal. Dimensionen tolkning innefattar kategorierna del/helhet, mätning/kvantitet, förhållande, kvot och uträkning. Slutligen innehåller dimensionen koncept kategorierna storleksordna, bråk som är större än en hel, likvärdighet mellan bråk, likvärdighet mellan decimaltal, procent och bråk, referenspunkt, stambråk, inverser och uträkning.

Hussain Alajmi (2012) har undersökt hur bråk presenteras i matematikböcker för grundskolan i USA, Japan och Kuwait. Analysen fokuserar på tre olika aspekter: textbäckernas fysiska karaktär, de olika delarnas strukturer samt uppgifternas natur. Utifrån de tre delarna skapade han ett ramverk och kodningsscheman i form av tabeller. Huvudkategorierna samt underkategorier behandlas separat i schemana vilket gör att de tydligt kan avläsas och jämföras. I kodningsschemana återfinns de analyserade länderna längs den vänstra sidan och kategorierna som analyseras avläses som rubriker i den översta raden, förutom i ett av dem då det är tvärtom. Informationen i tabellerna representeras i övrigt av siffror i form av procent och numer med direkt koppling till matematikböckerna.

3.3 Felsvar som en del av matematikundervisningen

Tidigare forskning kring användning av felsvar i matematikundervisningen visar att elevers reflektioner och arbete med felsvar kan bidra till en utökad matematisk förståelse. Makonye och Winnie Khanyile (2015) skriver att analys av felsvar gör att elever ifrågasätter och utforskar sin förståelse av bråk samt får insikt i begränsningar i deras egen kunskap. Deras undersökning där 15 elever i årskurs tio i Sydafrika i intervjuer ombedes förklara sina egna lösningar visade att elever genom att analysera sina lösningar utmanades att göra dem begripliga samtidigt som de behövde rättfärdiga sina svar. Detta bidrog till att eleverna hamnade i en kognitiv konflikt vid förklaring av lösningar som var inkorrekta. Där de nya insikterna inte stämde med deras tidigare förståelse kunde de forma ny förståelse av matematiska koncept. De menar därför att det är viktigt att uppmuntra elever att analysera och förklara felsvar för att de ska lära sig att tänka rationellt kring matematiken.

Vidare beskriver Kazemi och Stipeks (2001) att felaktiga lösningar kan väcka matematiska diskussioner kring rättfärdigande och verifikation, vilket gör att felsvar borde vara ett naturligt inslag i matematikundervisningen. Det är därför viktigt att felsvar inte ses som något negativt, utan att klassrumsklimat skapas som är tillåtande och där eleverna kan hjälpa varandra med att analysera lösningar, både korrekta och inkorrekta. Utifrån observationer i fyra klassrum i årskurs fyra och fem i USA konstaterar de att arbete med felsvar fördelaktigt kan göras i grupp då det hjälper eleverna att tillsammans konceptualisera problem, utforska motsägelser i svar samt att följa alternativa strategier.

Heemsoth och Heinze (2013) är eniga med både Makonye och Winnie Khanyile (2015) och Kazemi och Stipeks (2001) att uppgifter där elever reflekterar över felsvar gynnar deras matematiska förståelse, dock har de kommit fram till att det nödvändigtvis inte gynnar alla elever lika mycket. I deras undersökning fick 217 elever i årskurs sex i Tyskland i grupper analysera lösningar till olika problem. I experimentgruppen fick eleverna analysera uppgifter med korrekta och inkorrekta lösningar medan eleverna i kontrollgruppen endast analyserade uppgifter med korrekta lösningar. För och eftertester visade att de elever som hade goda förkunskaper gynnades mest av att analysera inkorrekta och korrekta lösningar medan de elever med sämre förkunskaper gynnades mest av att bara analysera korrekta lösningar. Resultatet kommenterar de genom att förklara att arbete med inkorrekta svar kräver en viss nivå av tidigare kunskap. När eleverna arbetar med uppgifter som är inkorrekt lösta får de vad Heemsoth och Heinzes kallar negativ kunskap, kunskap om vad som inte är rätt, vilket innebär att eleverna utvecklar mer allsidiga kognitiva modeller än vad de tidigare hade. Det är därför eleverna med goda förkunskaper kan tillägna sig den negativa kunskapen vilket elever med sämre kunskaper har svårare för.

3.4 Följa och föra matematiska resonemang

I Lgr11 (2017) finns förmågan att föra och följa matematiska resonemang och förmågan beskrivs i Kommentarmaterial till kunskapskraven i matematik del 2 (2013). Förmågan har två huvudaspekter vilka är en tolkande del och en skapande del. Den tolkande delen innebär att göra en relevant tolkning av det som presenterats samt att kunna följa och bedöma både andras och egna argument. Den skapande delen avser att driva en process framåt med en ny matematisk argumentation. Vidare skriver Skolverket att uppgifternas formulering och karaktär avgör vilka möjligheter eleverna har att visa olika delar av förmågan. Förklaringen klargörs med några exempeluppgifter. En av de uppgifterna är följande: "En av dina kamrater har gjort följande beräkning $1/2+1/2=2/4$. Det är fel. Förklara för din kamrat varför det är fel" (Skolverket, 2013). Den uppgiften beskrivs som en uppgift där ställningstagandet är givet, vilket gör att uppgiften har en enkel ingång. Uppgiften ger utrymme till en förklaring av ställningstagandet som bidrar till att eleverna får möjlighet att öva förmågan att föra och följa resonemang.

Skolverket (2013) föreslår fem bedömningsaspekter inom förmågan att föra och följa matematiska resonemang. Den första är hur väl eleverna kan framföra och resonera kring ställningstaganden genom att använda välgrundade argument. Den andra aspekten är hur väl eleverna kan förklara resonemang genom att argumenten presenteras sammanhängande enligt en logisk följd. Tredje aspekten är hur eleverna använder begrepp samt visar relationen mellan och använder beskrivningar av dem. Den fjärde är i vilken grad eleverna använder empiriska fakta som grund för avgörande av rimligheten i slutsatser eller resultat. Den femte och sista aspekten är hur eleverna kan tolka, följa samt bedöma sina egna eller någon annans argument.

4. Metod

Nedan följer en redovisning av den metod som används i undersökningen. Urval, avgränsningar, dimensioner, utformande av kodningsscheman och kodningsmanual, genomförandet av kodningen samt matematikboksserierna som granskats presenteras.

4.1 Urval och avgränsningar

Som första steg definierades begreppen felsvar och felsvarsuppgifter för att veta vilka uppgifter i matematikböckerna som skulle analyseras. Felsvar definieras i den här uppsatsen som en presentation av något som inte är korrekt och en felsvarsuppgift som en uppgift som kräver reflektion av korrektheten i det som presenteras. Efter att begreppen definierats valdes matematikböcker ut och utifrån definitionen granskades alla uppgifter med tal i bråkform i svenska matematikböcker för mellanstadiet publicerade efter 2011. Publikationstiden valdes eftersom att de böcker som är publicerade efter 2011 troligtvis har en större förankring i Lgr 11 än de som är publicerade innan. Att alla matematikböcker som är analyserade förhåller sig till samma läroplan gör sannolikt att de strävar efter att uppfylla samma mål och inkludera samma innehåll, vilket förmodligen inte hade varit fallet om matematikböcker utgivna i samband med andra läroplaner också analyserats.

För att avgränsa empirin ytterligare inkluderas endast de matematikböcker som är anpassade för mellanstadiet, alltså årskurserna 4, 5 och 6. Valet av avgränsning gjordes eftersom jag själv kommer bli matematiklärare på mellanstadiet och strävar efter att lära mig mer om hur matematikböckerna för de årskurserna är uppbyggda. Avgränsningen motsätts inte av tidigare forskning av felsvar i matematikundervisningen eftersom att de undersökningarna som tidigare är gjorda inom området är gjord i olika årskurser och jag drog därför slutsatsen att felsvar inte är något som bara borde användas i en del av skolsystemet. De matematikboksserierna som utgivits inom avgränsningarna är Eldorado, Favorit matematik, Koll på matematik, Matematikboken, Matte Direkt Borgen, Prima Formula och Uppdrag Matte Mattespanarna vilka finns närmare beskrivna under rubriken Beskrivning av matematikboksserierna. Felsvarsuppgifterna som påträffades i de sju matematikboksserierna sammanställdes i ett dokument och användes för att utforma kodningen.

4.2 Analysmetod

Efter att felsvarsuppgifterna sammanställts bestämdes dimensioner och kategorier för kodning. En kvantitativ metod används eftersom att undersökningen avser att kvantifiera och kategorisera felsvarsuppgifterna. Metoden lämpades också för undersökningen eftersom stora mängder empiri granskades och syftet var att jämföra olika data med varandra samt undersöka hur de förhåller sig till förmågan att följa och föra matematiska resonemang (Bryman, 2018). Valen av dimensioner samt utformningen kodningsschema är grundad i analysmodeller använda i tidigare kvantitativa innehållsanalyser som gjort på tal i bråkform. Tre undersökningar som innehåller kodningsaspekter som kändes relevant för den här undersökningen analyserades därför i samband med utformningen av analysmetoden. De tre

undersökningarna är gjorda av Charalambous et al. (2010), Cady et al. (2015) samt Hussain Alajmi (2012) och finns beskrivna i tidigare forskning. Dimensionerna till den aktuella kodningen preciserades till kognitiva krav, koncept och responstyp eftersom att de ansåg vara relevanta för undersökningen. Fler dimensioner än tre kunde inte inkluderas i undersökningen på grund av begränsad tid. Valet av dimensioner grundas i vad som anses relevant i uppgifternas karaktär för att generellt kunna beskriva felsvarsuppgifter samt där resultatet av kodningen går att analysera i förhållande till förmågan att föra och följa matematiska resonemang. Statistikverktyget som användes är beskrivande statistik i form av procent.

4.2.1 Kognitiva krav

Kognitiva krav syftar till vilka färdigheter som krävs av eleverna för att svara på uppgifterna. Dimensionen är hämtad från Charalambous et al. (2010) ramverk och kategorierna är använda utan några omarbetningar. Uppgifterna kategoriseras utifrån ramverket i uppgifter med låga kognitiva krav respektive uppgifter med höga kognitiva krav. Det finns två typer av uppgifter med låga kognitiva krav vilka är memorering och procedurer utan samband. Memorering innebär att eleverna inte kan använda algoritmer för att kunna svara. Medan procedurer utan samband kräver användning av tidigare inlärd procedurer utan koppling till vidare matematisk förståelse. Uppgifter med höga kognitiva krav innefattar också två typer. Den första typen är procedurer med samband vilket syftar till användning av algoritmer som används för att utveckla elevernas förståelse för matematiska koncept och idéer. Den andra typen är matematiskt tänkande där eleverna uppmanas till mångfacetterat tänkande och användning av olika koncept och idéer. De fyra olika typerna används som kategorier i dimensionen kognitiva krav. Exempel på uppgifter i de olika kategorierna följer nedan.

Memorering: "Sant eller falskt? Tre femtedelar skrivs $\frac{5}{3}$ " (Falck & Picetti, 2012a, s.106).

Procedurer utan samband: "Rätta meningen. $\frac{1}{2}$ av 27 är mindre än $\frac{1}{4}$ av 32" (Björklund & Dalsmyr, 2017, s.77).

Procedurer med samband: "Vilket påstående är rätt? Förklara hur du kan veta det. A: $\frac{2}{8}$ är ett större tal än $\frac{1}{4}$. B: $\frac{2}{8}$ är ett mindre tal än $\frac{1}{4}$. C: $\frac{2}{8}$ är lika mycket som $\frac{1}{4}$ " (Undvall, Melin, Johnson & Welén, 2013a, s.30).

Matematiskt tänkande: "Slottsherren säger till riddaren: Här har jag en skatt. Du får välja. Vill du ha en tredjedel av skatten eller en åttondel? Riddaren svarar: Jag väljer förstas en åttondel av skatten. Väljer riddaren rätt, tycker du? Förklara hur du tänker" (Falck & Picetti, 2012a, s.113).

4.2.2 Koncept

Dimensionen koncept innehåller information om vilken del inom området bråk som uppgifterna baseras på. Kategorierna för kodningen är hämtade från Cady et al. (2015) undersökning med lite omarbetning. Två av kategorierna, bråk som är större än en hel och stambråk, togs bort då jag inte förstod hur jag skulle koda uppgifterna utefter dem. De resterande kategorierna användes utan förändring. Den första kategorin är storleksordna och syftar till att bråk ordnas i förhållande till varandra. Den andra kategorin är likvärdighet mellan bråk vilket syftar till bråk som har samma värde även om de uttrycks på olika sätt och skiljer sig från den tredje kategorin likvärdighet mellan decimaltal, procent och bråk som innebär att samma värde uttrycks i decimalform, procent och bråk. Fjärde kategorin är referenspunkt och inkluderar uppgifter där vanliga bråk så som $\frac{1}{2}$ används vid uppskattning av andra bråk. Femte kategorin är inverser, vilket innebär användning av bråktal som vid multiplikation och division tillsammans blir talet 1. Den sjätte och från början den sista kategorin är uträkning, vilken innefattar uppgifter som

innehåller beräkning. Under kodningen implementerades även en sjunde kategori, begreppsförståelse. Den tillkom eftersom att jag ansåg att flera uppgifter inte passade in på någon av ovanstående kategorier utan syftade till en förståelse av matematiska termer inom bråk. Exempel på uppgifter utifrån kategorierna följer nedan.

Storleksordna: "Sant eller falskt? $2/4$ är mindre än $5/6$ " (Falck & Picetti, 2013, s.50).

Likvärdighet mellan bråk: "Sant eller falskt? $3/6=1/2$ " (Falck & Picetti, 2013, s.50).

Likvärdighet mellan decimaltal, procent och bråk: "Vilka av följande meningar är felaktiga? Rätta dem så att alla stämmer. E) $3/4$ är lika mycket som 75%" (Hernvald, Kryger, Persson & Zetterqvist, 2012b, s.25).

Referenspunkt: "Vilka pilar har fel bråktal?" (Olsson & Forsbäck, 2013b, s.86). Bredvid uppgiften i boken finns Bild 1.

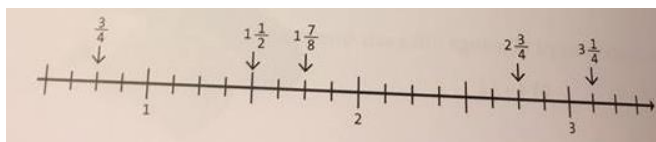


Bild 1 (Olsson & Forsbäck, 2013b, s.86).

Inverser: I matematikböckerna som används i undersökningen finns inga uppgifter med konceptet inverser.

Uträkning: "Rätta meningen: 3) 5 hela subtraherat med $12/9$ är lika med $4 \frac{6}{9}$ " (Björklund & Dalsmyr, 2016b, s.64).

Begreppsförståelse: "Rätta meningen: 1) Delar du en figur i fyra lika stora delar kallas varje del en femtedel" (Björklund & Dalsmyr, 2015b, s.65).

4.2.3 Responstyper

Vidare innehåller dimensionen responstyp fem kategorier, vilka syftar till det svar som förväntas av eleverna. Responstyperna är endast svar, förklaring, beräkning, ändring i beräkning och ändring i text. Beräkning och ändring i beräkning skiljs då den förstnämnda kategorin syftar till uppgifter där eleverna uppmanas att göra egna matematiska uträkningar medan den andra kategorin innehåller uppgifter där eleverna väntas göra ändringar i en utskrivna beräkning. Några uppgifter kräver flera responstyper och då skrivs alla de aktuella koderna ut. Den här dimensionen är en omarbeting av dimensionen responstyp i Charalambous et al. (2010) undersökning. De kodade efter responstyperna endast svar, svar och matematisk mening, förklaring samt rättfärdigande. Omarbetningen av dimensionen gjordes efter att felsvarsuppgifterna sammanställts för att de visa på brädden av responstyper inom felsvarsuppgifter. Exempel på uppgifter utifrån de olika responstyperna följer nedan.

Endast svar: "I vilken figur är $1/6$ färglagd?" (Sjöström & Sjöström, 2017, s.42). Bredvid uppgiften i boken finns Bild 2.

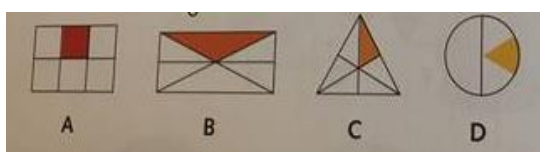


Bild 2 (Sjöström & Sjöström, 2017, s.42).

Förklaring: ”Vilket tal ska bort? Motivera ditt svar. A) $7/8$ $5/5$ $1,0$ 1 $1,00$ $6/6$ ” (Asikainen, Nyrhinen, Rokka & Vehmas, 2016a, s.9).

Beräkning: I böckerna finns ingen uppgift där responstypen är endast beräkning. I följande uppgift finns därför responskravet beräkning representerat tillsammans med förklaring. ”Jag och Bus ska baka en chokladkaka. Vi bakar med blockchoklad. Bus smakar två bitar och säger att han tagit $1/5$. Jag säger att han har tagit $1/4$. Vem har rätt? Visa och förklara” (Sjöström & Sjöström, 2017, s.63).

Ändring i beräkning: ”Helena gör följande beräkning, men det blir fel. Vad gör hon för fel? Visa hur hon ska göra istället. Vad är $3/10$ av 90? $90/3=30$ så $3/10$ av 90 = 30” (Hernvald, Kryger, Persson & Zetterqvist, 2013a, s.24).

Ändring i text: ”Rätta meningen. 4) När ett bråk skrivs med hela och ett bråk kallas det bråkform” (Björklund & Dalsmyr, 2016, s.65).

4.3 Kodningsscheman och kodningsmanual

När dimensionerna definierats skapades en modell för kodning. Kodningen utgörs av de två delarna kodningsschema och kodningsmanual. Ett kodningsschema består av kolumner där empirin kodas i olika dimensioner som är anpassade till undersökningen. Inom dimensionerna kategoriseras informationen med hjälp av koder i form av siffror. En förteckning över alla dimensioner som fallen kodas efter, alla kategorier som ingår i respektive dimension samt de koder som svarar mot kategorierna återfinns i kodningsmanualen. Kodningsmanual fungerar även som ett stöd vid kodningen då den bidrar med information och vägledning eftersom den innehåller instruktioner om dimensionerna och vad som behöver tas i hänsyn vid kodningen (Bryman, 2018).

Dimensionerna som presenterats användes som grund till två kodningsscheman och en kodningsmanual. Likt Charalambous et al. (2010) skapade jag ett kodningsschema för horisontell analys och ett kodningsschema för vertikal analys. I kodningsschemat för den horisontella analysen finns det tre dimensioner. Den första är om området bråk finns i boken, den andra hur många felsvarsuppgifter som finns inom området bråk i varje bok och den tredje på vilken sida i böckerna felsvarsuppgifterna återfinns. Den horisontella analysen skapades för att kunna kartlägga felsvarsuppgifterna inom bråk. I kodningsschemat för den vertikala analysen finns dimensionerna kognitiva krav, koncept och representationstyp med, vilka tidigare presenterats. Den vertikala analysen ger information om felsvarsuppgifternas karaktär.

Under utformandet av kodningsschemat granskades dimensionerna och kategorierna i förhållande till varandra för att säkerställa att de inte överlappar varandra. Det gjordes genom att en jämförelse av beskrivningarna i kodningsmanualen genomfördes och det kunde då konstateras att dimensionerna mäter olika aspekter av uppgifterna och att kategorierna är åtskilda. I kodningsmanualen finns tydliga instruktioner över dimensionerna samt vilka analysenheter som kodas vilket bidrar till att reliabiliteten i undersökningen ökar (Bryman, 2018).

Modellen för utformningen kodningsschemana baseras på utförandet av de kodningsscheman som Hussain Alajmi (2012) använt i sin kvantitativa innehållsanalys. I kodningsschemana presenteras det analyserade materialet längs vänster sida och dimensionerna för kodningen presenteras längst upp. För den horisontella analysen är det analyserad materialet matematikböckerna och för den vertikala analysen är det analyserade materialet felsvarsuppgifterna.

4.4 Kodningen

När kodningsschemana och kodningsmanualen var färdigställda inleddes kodningen. Först kodades den horisontella analysen och sedan den vertikala. Eftersom att kategorin begreppsförståelse inom koncept tillkom under kodningen och för att jag under kodningen ingås att vissa uppgifter kunde klassificeras till flera responstyper gjordes den vertikala kodningen två gånger. Vid sammanställningen av den horisontella och vertikala kodningen gjordes stapeldiagram för att åskådliggöra antal felsvarsuppgifter inom bråk som hittades inom respektive kategori.

4.5 Beskrivning av matematikboksserierna

Matematikbokserien Eldorado för årskurs 4–6 består av grundböckerna 4A, 4B, 5A, 5B, 6A och 6B samt grundböckerna Skriva 4A, 4B, 5A, 5B, 6A och 6B för elever. Grundböckerna Skriva skiljer sig från de övriga grundböckerna då de är konstruerade så att eleverna kan skriva i böckerna och då uppgifterna är nivågrupperade finns inte den högsta nivån med. Det är grundböckerna, alltså inte grundböckerna Skriva, som analyseras i den här studien eftersom det är de böckerna som är grunden i serien. Serien är utskrivet kopplad till Lgr 11 (Natur & Kultur, u.å.).

I Favorit matematik finns elevböcker för årskurs 4–6 i form av grundböckerna Mera 4A, 4B, 5A, 5B, 6A och 6B samt grundböckerna Bas 4A, 4B, 5A, 5B, 6A och 6B. Böckerna i Bas följer samma innehåll som böckerna i Mera men Bas-böckerna innehåller fler grundläggande uppgifter. De två serierna skiljer sig även då eleverna skriver i bas-böckerna. Grundserien är Mera-böckerna och det är därför de som inkluderas i den här undersökningen. Läromedlet kommer från Finland men är omskrivet för att passa den svenska läroplanen Lgr 11 (Studentlitteratur, u.å.).

Elevböckerna i Koll på matematik för årskurs 4–6 är grundböckerna 4A, 4B, 5A, 5B, 6A och 6B samt grundböckerna Skriva 4A, 4B, 5A, 5B, 6A och 6B. Skriva skiljer sig från de andra grundböckerna då formatet är större för att eleverna ska kunna skriva i böckerna. Även upplägget i Skriva skiljer sig lite då de böckerna innehåller fler Träna mera övningar samt mer bildstöd. Grundböckerna i Koll på matematik är de som endast kallas grundböcker och det är därför de som analyseras vidare. Läromedlet har skapats utifrån Lgr 11 (Sanoma Utbildning, u.å.a).

Matematikboken är en matematikboksserie som består av grundböckerna Alfa, Beta och Gamma samt Alfa A, Alfa B, Beta A, Beta B, Gamma A och Gamma B för årskurs 4–6. Det är samma innehåll i böckerna Alfa, Beta och Gamma som det är i de böckerna som heter samma fast med betäckningarna A och B. Skillnaden mellan grundböckerna är att i böckerna utan betäckningen A och B skriver eleverna i böckerna, vilket de inte gör i de resterande. I den här undersökningen granskas Alfa A, Alfa B, Beta A, Beta B, Gamma A och Gamma B då de är grundböcker med samma struktur som de flesta andra grundböckerna som analyseras. Nämligen att de är uppdelade i två böcker anpassade till terminerna och eleverna skriver inte i boken. Matematikboken är kopplat till Lgr 11. (Liber, 2018a).

Matte Direkt Borgen innehåller för årskurs 4–6 grundböckerna 4A, 4B, 5A, 5B, 6A samt 6B och de är de som användas i undersökningen. Matematikboksserien har utformad för att passa Lgr 11. (Sanoma Utbildning, u.å.b).

I Prima Formula finns grundböckerna 4, 5 samt 6 för årskurs 4–6 och det är de som nu undersöks. Böckerna har en utskrivna koppling till Lgr 11 (Gleerups, u.å.).

Serien Uppdrag Matte Mattespanarna består för årskurs 4–6 av grundböckerna 4A, 4B, 5A, 5B, 6A samt 6B och det är de böckerna som analyseras i den här undersökningen. Materialet är framtaget utifrån Lgr 11 (Liber, u.å.b).

Böckerna som i den här undersökningen kategoriseras för årskurs 4 är de med beteckningen 4A, 4B, 4, Alfa A och Alfa B. De som kategoriserats som böcker för årskurs 5 är de med

betäckningen 5A, 5B, 5, Beta A och Beta B samt de med beteckningen 6A, 6B, 6, Gamma A och Gamma B är kategoriserade som böcker för årskurs 6.

5. Resultat

Av de 140 felsvarsuppgifter som hittades baserade de flesta uppgifterna på de kognitiva kraven memorering och procedurer utan samband, på konceptet likvärdighet mellan bråk och yrkade endast svar som responstyp. Vart i serierna som felsvarsuppgifterna inom bråk återfinns beror på serien men de flesta felsvarsuppgifterna finns i böckerna anpassade till årskurs 4 och 5. Hur många felsvarsuppgifter som finns i serierna varierar också där flest antal finns i Koll på matematik och Uppdrag Matte Mattespanarna medan minst antal finns i Eldorado och Matematikboken.

5.1 Generellt

Undersökningen visar att uppgifter som behandlar tal i bråkform lokaliserades i 25 av de 39 matematikböckerna som granskades. I de 25 böckerna kartlades sammanlagt 140 stycken felsvarsuppgifter inom bråk i totalt 16 stycken böcker. En sammanfattning av felsvarsuppgifterna i respektive serie visar Bilaga 1. Uppgifterna kommer från alla matematikboksserierna som undersöktes men i serierna Eldorado och Matematikboken hittades endast en felsvarsuppgift i respektive serie. Däremot innehåller serierna Favorit matematik 11 stycken, Koll på matematik 37 stycken, Matte Direkt Borgen 28 stycken, Prima Formula 18 stycken samt Uppdrag Matte Mattespanarna 44 stycken felsvarsuppgifter sammanlagt. Av alla felsvarsuppgifterna inom bråk i serierna finns 53 stycken av dem i böcker anpassade till årskurs 4, 70 stycken i böcker anpassade till årskurs 5 och 17 stycken i böcker anpassade till årskurs 6. En sammanfattning av felsvarsuppgifterna för de olika årskurserna finns i Bilaga 1.

I Favorit matematik återfinns tal i bråkform i alla böckerna utom i Favorit matematik 4A. Felsvarsuppgifterna i serien finns däremot inte i böckerna för årskurs 6 utan de flesta finns i böckerna för årskurs 5. I Favorit matematik 4B finns en felsvarsuppgift inom bråk, i Favorit matematik 5A finns sju stycken och i Favorit matematik 5B finns tre stycken. I den här serien är uppgifterna placerade bredvid varandra och de 11 felsvarsuppgifterna kan sammanlagt hittas på 4 sidor.

Tal i bråkform finns i de fyra böckerna för årskurs 5 och 6 i Koll på matematik. Felsvarsuppgifterna inom bråk finns i samtliga fyra böckerna men är centrerade och de återfinns därför på sammanlagt sex sidor. Av de 37 felsvarsuppgifterna i serien finns 26 stycken i böckerna för årskurs 5 och 11 stycken i böckerna för årskurs 6.

Serien Matte Direkt Borgen behandlar tal i bråkform i Matte Direkt Borgen 4B, Matte Direkt Borgen 5B samt Matte Direkt Borgen 6B. Felsvarsuppgifterna finns i alla de böckerna som behandlar bråk och av de 28 felsvarsuppgifterna i serien finns 19 stycken i Matte Direkt Borgen 4B, 8 stycken i Matte Direkt Borgen 5B och en i Matte Direkt Borgen 6B. Felsvarsuppgifterna finns på sammanlagt 10 sidor vilket visar att några av felsvarsuppgifterna står i anslutning till varandra.

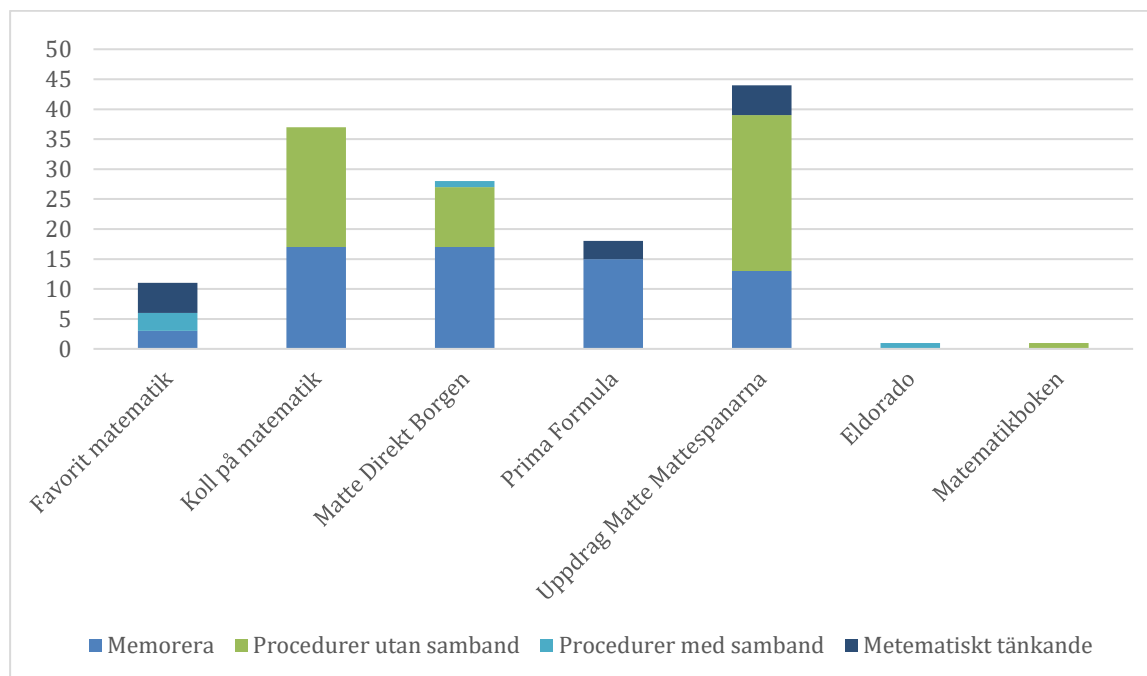
I Prima Formula behandlades tal i bråkform endast i Prima Formula 5 och felsvarsuppgifterna är utsprida på olika sidor inom bråkområdet i boken. Felsvarsuppgifterna finns på sammanlagt 6 sidor, vilket betyder att även om de är utspridda så är flera av dem placerade bredvid varandra.

I Uppdrag Matte Mattespanarna återfinns tal i bråkform i alla böckerna utom i Uppdrag Matte Mattespanarna 4A. Felsvarsuppgifterna finns dock inte i Uppdrag Matte Mattespanarna 5A samt Uppdrag Matte Mattespanarna 6B. Av de 44 felsvarsuppgifterna i serien finns 33 stycken i Uppdrag Matte Mattespanarna 4B, 8 stycken i Uppdrag Matte Mattespanarna 5B och 3 stycken i Uppdrag Matte Mattespanarna 6A. Felsvarsuppgifterna står på sammanlagt 16 sidor vilket visar att vissa felsvarsuppgifter står bredvid varandra.

Serierna Eldorado och Matematikboken har felsvarsuppgifterna i Eldorado 6B och Matematikboken Gamma A.

5.2 Kognitiva krav

Analysen av de kognitiva kraven i uppgifterna visar att de flesta felsvarsuppgifter har låga kognitiva krav, se figur 1 nedan.

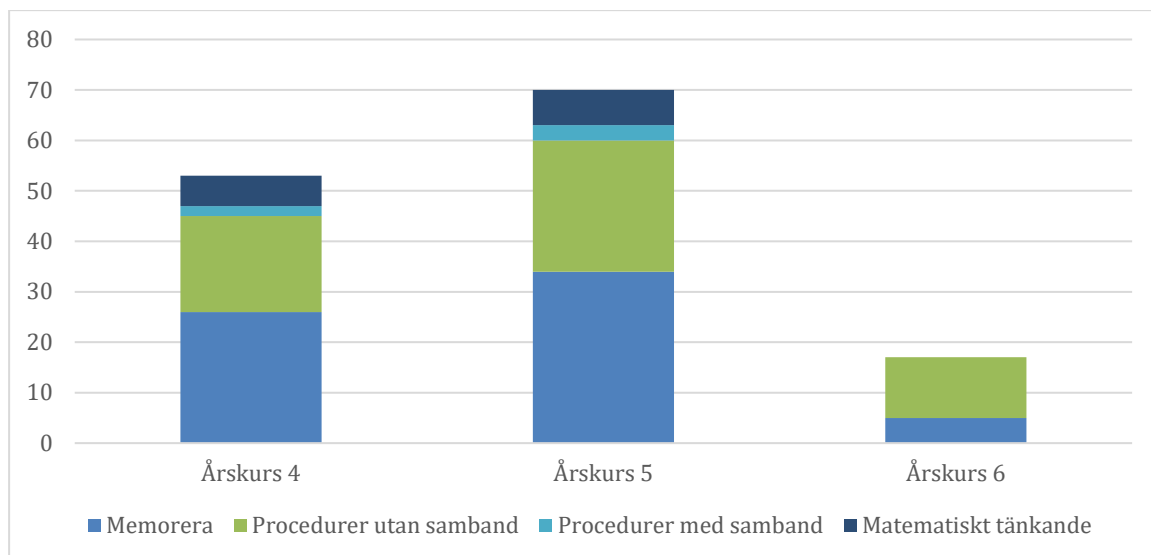


Figur 1. Fördelning av kognitiva krav mellan serierna.

Av felsvarsuppgifterna kräver 46 procent det kognitiva kravet memorering medan 41 procent av uppgifterna kräver det kognitiva kravet procedurer utan samband. De resterande uppgifterna har höga kognitiva krav. Av de sammanlagda felsvarsuppgifterna kräver 4 procent det kognitiva kravet procedurer med samband och 9 procent av uppgifterna det kognitiva kravet matematiskt tänkande.

I nästan alla matematikboksserier har de flesta felsvarsuppgifterna inom bråk låga kognitiva krav. Endast i serien Favorit matematik har fler felsvarsuppgifter höga kognitiva krav än låga kognitiva krav. I Favorit matematik finns de kognitiva kraven memorera, procedurer med samband och matematiskt tänkande representerade. Av de 11 felsvarsuppgifterna kräver 27 procent det kognitiva kravet memorera, 27 procent procedurer med samband och 46 procent matematiskt tänkande. I Koll på matematik finns endast felsvarsuppgifter med låga kognitiva krav. Av de 37 felsvarsuppgifterna kräver 46 procent kravet memorera och 54 procent kravet procedurer utan samband. Felsvarsuppgifterna i Matte Direkt Borgen baseras också till största del på låga kognitiva krav. Av de 28 felsvarsuppgifterna i serien grundas 61 procent i kravet memorera, 36 procent i procedurer utan samband samt 3 procent i procedurer med samband. I Prima Formula är 83 procent av de 18 felsvarsuppgifterna baserade på det kognitiva kravet memorering och de resterande 17 procenten i matematiskt tänkande. I Uppdrag Matte Mattespanarna baseras felsvarsuppgifterna på tre olika koncept. Av de 44 felsvarsuppgifterna baseras 30 procent i kravet memorera, 59 procent i procedurer utan samband och 11 procent i matematiskt tänkande. Felsvarsuppgifterna i Eldorado och Matematikboken har de kognitiva kraven procedurer med samband respektive procedurer utan samband.

I felsvarsuppgifterna i böckerna anpassade för årskurs 4 finns alla fyra kognitiva krav representerade, se figur 2.

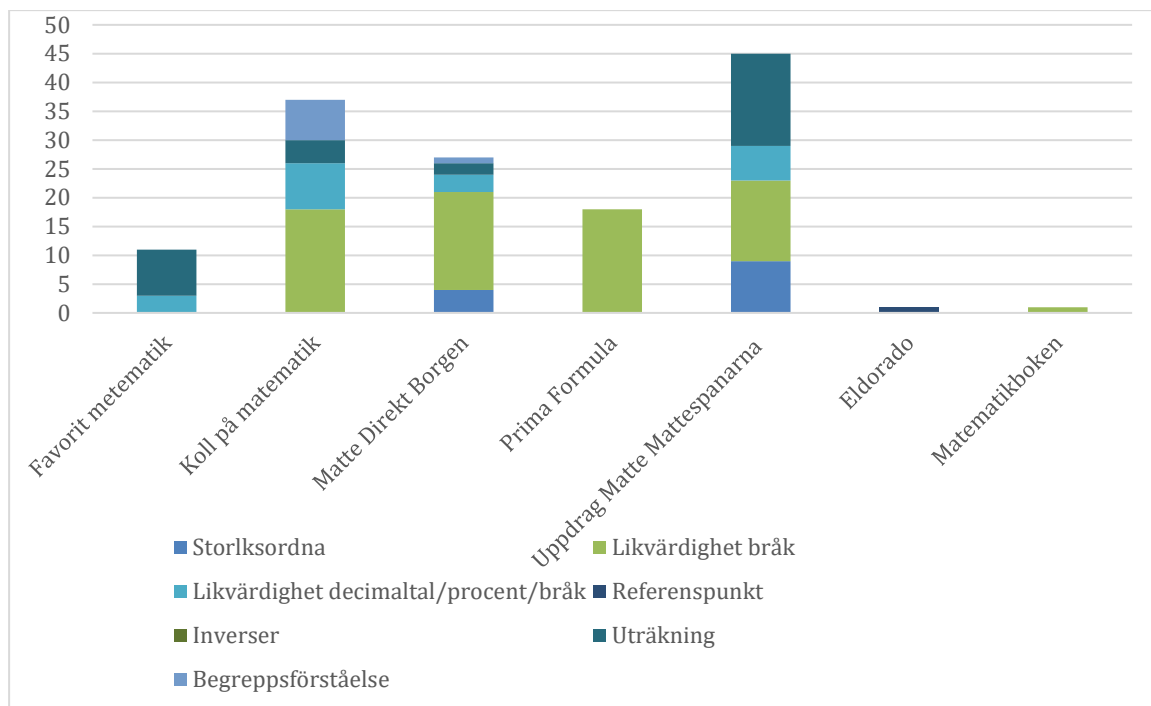


Figur 2. Fördelning av de kognitiva kraven mellan årskurserna.

Av de 53 uppgifterna som finns i böckerna för årskurs 4 kräver 49 procent det kognitiva kravet memorering, 36 procent procedurer utan samband, 4 procent procedurer med samband och 11 procent matematiskt tänkande. På samma sätt finns det 70 felsvarsuppgifter i böckerna för årskurs 5 som kräver olika kognitiva kraven. Alla de fyra kraven finns representerade och fördelningen mellan dem är liknande den i böckerna för årskurs 4. Av felsvaruppgifterna i böckerna för årskurs 5 kräver 49 procent av uppgifterna memorering, 37 procent procedurer utan samband, 4 procent procedurer med samband och 10 procent matematiskt tänkande. Till skillnad från felsvarsuppgifterna inom bråk anpassade för årskurs 4 och 5 finns det endast felsvarsuppgifter med låga kognitiva krav inom bråk anpassade till årskurs 6. Av de 17 uppgifterna kräver 29 procent memorering och 71 procent procedurer utan samband.

5.3 Koncept

Undersökningen åskådliggör också att det koncept som flest av felsvarsuppgifterna i bråk grundas i är likvärdighet mellan bråk. Det konceptet återfinns i 49 procent av felsvarsuppgifterna. Figur 3 visar vilka koncept som felsvarsuppgifterna i de olika serierna grundas i.

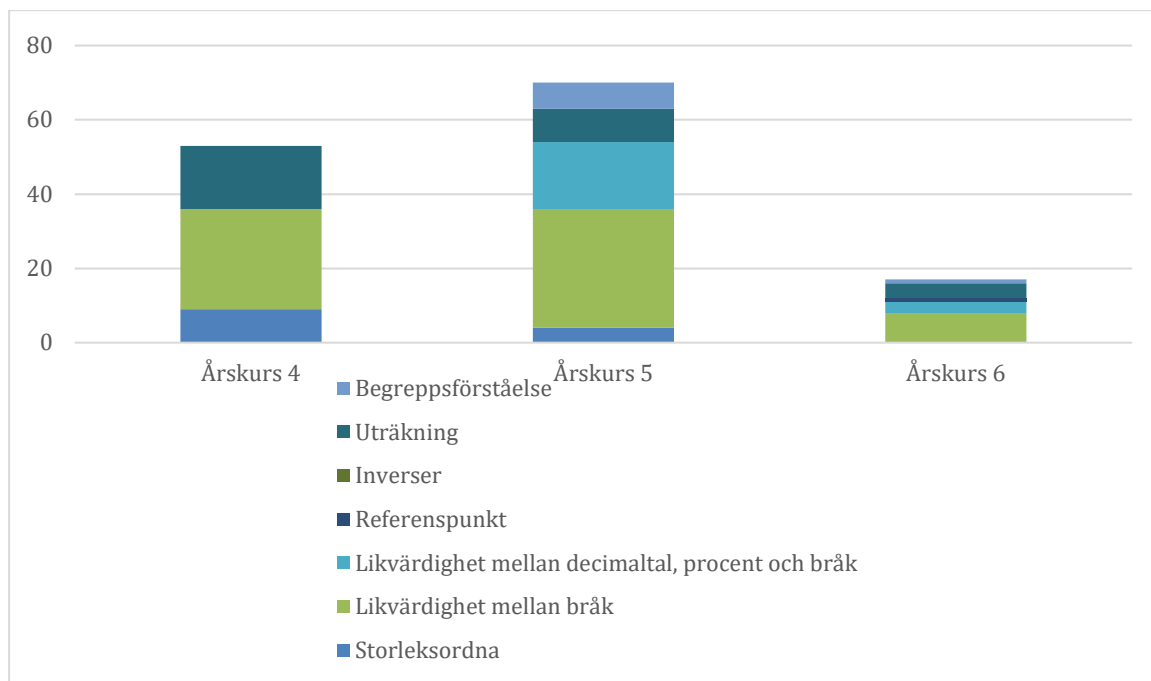


Figur 3. Fördelning av koncept mellan serierna.

Koncepten storleksordna, likvärdighet mellan decimaltal, procent och bråk, uträkning samt begreppsförståelse finns också väl representerade. Referenspunkt finns med i en felsvarsuppgift medan konceptet inverser inte finns med i någon uppgift.

I Favorit matematik finns två koncept representerade i felsvarsuppgifterna inom bråk. Av de 11 felsvarsuppgifterna baseras 27 procent på konceptet likvärdighet mellan decimaltal, procent och bråk medan 73 procent baseras på konceptet uträkning. Matematikboksserien Koll på matematik innehåller felsvarsuppgifter inom bråk med fyra olika koncept. Av de 37 felsvarsuppgifterna i serien grundas 48 procent i konceptet likvärdighet mellan bråk, 22 procent i likvärdighet mellan decimaltal, procent och bråk, 11 procent i uträkning samt 19 procent i begreppsförståelse. Felsvarsuppgifterna i Matte Direkt Borgen har grund i flest olika koncept. Av de 28 felsvarsuppgifterna grundas 14 procent i konceptet storleksordna, 61 procent i likvärdighet mellan bråk, 14 procent i likvärdighet mellan decimaltal, procent och bråk, 7 procent i uträkning samt 4 procent i begreppsförståelse. Det enda konceptet som finns representerat i de 18 felsvarsuppgifterna i serien Prima Formula är likvärdighet mellan bråk. Av de 44 felsvarsuppgifterna i serien Uppdrag Matte Mattespanarna grundas 20 procent i storleksordna, 30 procent i likvärdighet mellan bråk, 14 procent i likvärdighet mellan decimaltal, procent och bråk och 36 procent i uträkning. Felsvarsuppgiften inom bråk i Eldorado grundas i konceptet referenspunkt medan felsvarsuppgiften i Matematikboken grundas i uträkning.

Matematikböckerna anpassade för de olika årskurserna innehåller felsvarsuppgifterna med varierande koncept. Likvärdighet mellan bråk är det koncept som är mest framträdande för felsvarsuppgifterna i alla årskurserna men annars skiljer det sig lite mellan vilka koncept som finns och i hur stor utsträckning de används i böckerna för de olika årskurserna, se figur 4.

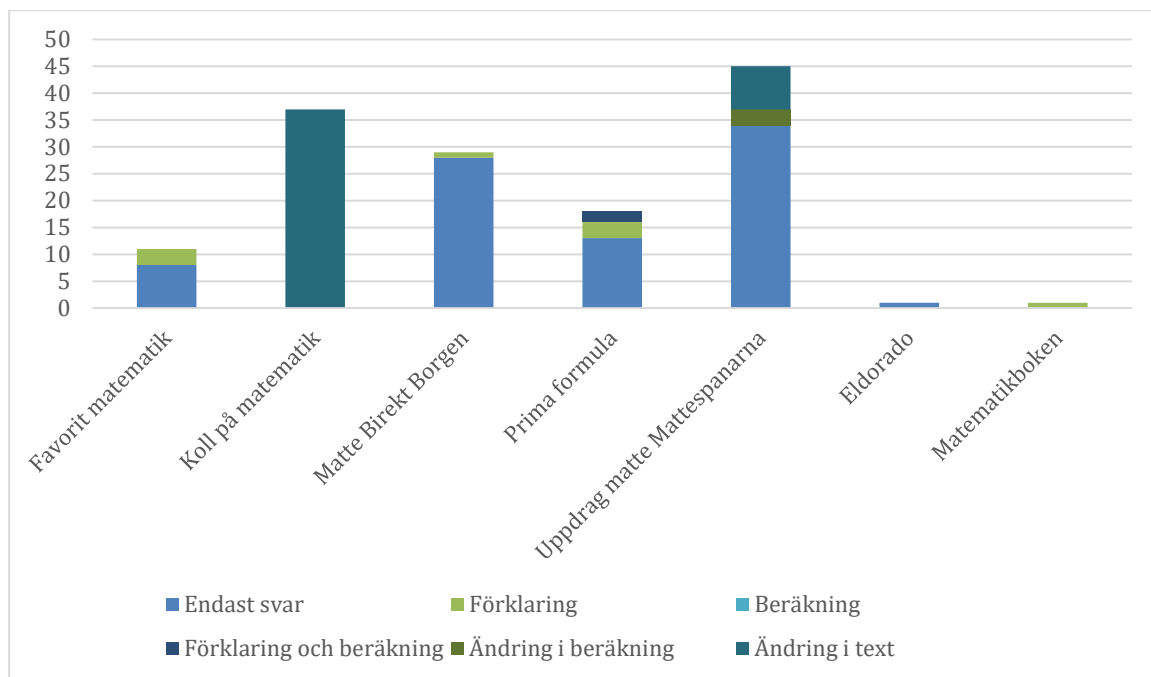


Figur 4. Fördelning av koncept mellan årskurserna.

Av de 53 felsvarsuppgifterna i böckerna för årskurs 4 är 17 procent av uppgifterna grundade i konceptet storleksordna, 51 procent i likvärdighet mellan bråk och 32 procent i uträkning. I böckerna för årskurs 5 återfinns felsvarsuppgifter inom bråk baserade på fem olika koncept. Av de 70 felsvarsuppgifterna i böckerna baseras 6 procent på konceptet storleksordna, 45 procent i likvärdighet mellan bråk, 26 procent i likvärdighet mellan decimaltal, procent och bråk, 13 procent i uträkning och 10 procent i konceptet begreppsförståelse. Även de 17 felsvarsuppgifterna i böckerna anpassade för årskurs 6 grundas i flera olika koncept även om de inte är så många uppgifter. Av uppgifterna är 46 procent grundade i konceptet likvärdighet mellan bråk, 18 procent i likvärdighet mellan decimaltal, procent och bråk, 6 procent i referenspunkt, 24 procent i uträkning och 6 procent i begreppsförståelse.

5.4 Responstyp

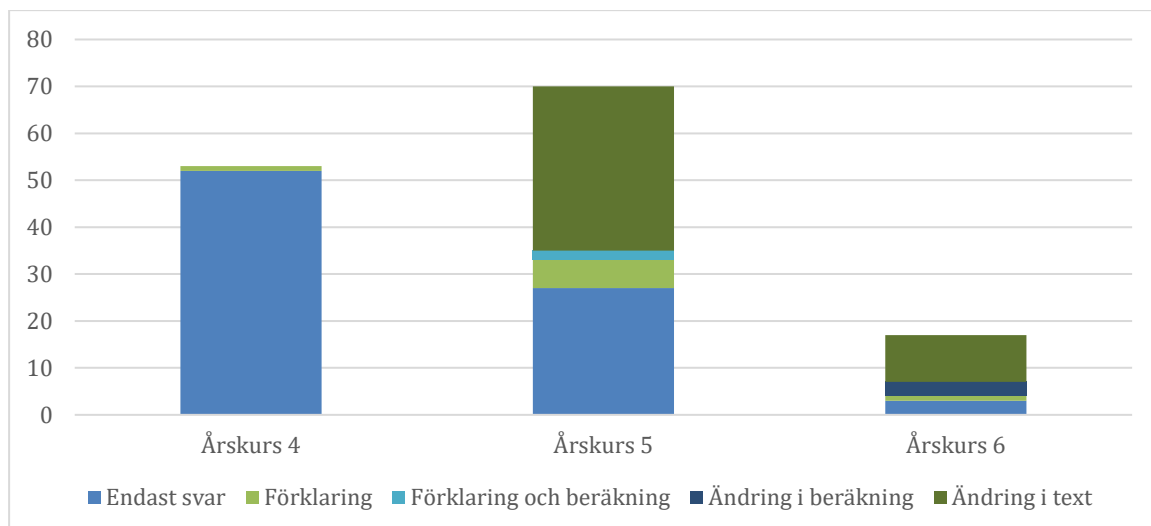
I undersökningen framgår det att den responstyp som efterfrågas flest gånger är endast svar och näst flest gånger efterfrågas ändring i text. De två responstyperna står för ca 90 procent av alla uppgifterna. Responstypen beräkning återfanns bara i kombination med förklaring och de andra responstyperna förekom endast några gånger vardera, se figur 5.



Figur 5. Fördelning av responstyper mellan serierna.

I Favorit matematik finns det två responstyperna endast svar och förklaring representerade. Av de 11 felsvarsuppgifterna inom bråk i serien kräver 73 procent responstypen endast svar och 27 procent responstypen förklaring. Matematikboksserien Koll på matematik innehåller alla bara felsvarsuppgifter med responstypen ändra i text. Av de 28 felsvarsuppgifterna inom bråk i Matte Direkt Matteborgen har 96 procent responskravet endast svar och 4 procent responskravet förklaring. I Prima Formula finns tre olika responstyper representerade. Av de 18 uppgifterna i serien kräver 72 procent av uppgifterna responstypen endast svar, 17 procent responstypen förklaring samt 11 procent responstypen beräkning och förklaring. Serien Uppdrag Matte Mattespanarna innehåller felsvarsuppgifter inom bråk med tre olika responstyper. Av de 44 felsvarsuppgifterna kräver 75 procent responstypen endast svar, 7 procent ändra i beräkning medan 18 procent kräver responstypen ändra i text. I Eldorado kräver felsvarsuppgiften inom bråk responstypen endast svar och i Matematikboken kräver felsvarsuppgiften inom bråk förklaring.

I böckerna anpassade för årskurs 4 kräver de flesta felsvarsuppgifterna inom bråk samma responstyp men felsvarsuppgifter inom bråk i böckerna för årskurs 5 och 6 varierar responskraven, se figur 6 nedan.



Figur 6. Fördelning av responstyperna mellan årskurserna.

Av de 53 felsvarsuppgifterna för årskurs 4 kräver 98 procent responstypen endast svar och bara 2 procent responstypen förklaring. Responstypen i felsvarsuppgifterna för årskurs 5 domineras av responstyperna endast svar och ändra i text. Av de 70 felsvarsuppgifterna kräver 39 procent endast svar, 9 procent förklaring, 3 procent beräkning och förklaring och 49 procent ändring i text. I böckerna för årskurs 6 kräver de flesta felsvarsuppgifterna responstypen ändring i text. Av de 17 felsvarsuppgifterna kräver uppgifterna 18 procent endast svar, 6 procent förklaring, 18 procent ändring i beräkning och 58 procent ändring i text.

6. Diskussion

Syftet med undersökningen var att kartlägga felsvarsuppgifter inom bråk i matematikböcker samt att undersöka uppgifternas karaktär för att fastställa om de syftar till att utveckla förmågan att föra och följa matematiska resonemang. Resultatet visar att felsvarsuppgifterna inom bråk i svenska matematikböcker för mellanstadiet finns representerade i alla matematikboksserier men i olika stor utsträckning. Felsvarsuppgifterna hittades i ungefär hälften av matematikböckerna och var oftast placerade bredvid varandra. Uppgifterna innehåller generellt låga kognitiva krav, responstypen endast svar samt konceptet likvärdighet mellan bråk. Vilka koncept som uppgifterna bygger på varierar mer än vilka kognitiva krav och responstyper de kräver. Felsvarsuppgifterna syftar i större utsträckning till att utveckla elevernas förmåga att följa resonemang än deras förmåga att föra dem. Dock verkar mindre än hälften av uppgifterna syfta till att utveckla hela eller delar av förmågan att föra och följa matematiska resonemang.

6.1 Kartläggning av felsvarsuppgifterna

Kartläggningen av felsvarsuppgifter inom bråk visar att felsvarsuppgifter inte är ett självklart inslag vid arbete med bråk. Flervalsuppgifter återfanns i dryga hälften av de matematikböcker som granskades. Kazemi och Stipeks (2001) beskriver att det finns fördelar med att arbeta med felsvar vid inläring av bråk som att det skapar möjligheter till reflektion och menar därför att det borde vara ett naturligt inslag i matematikundervisningen. Utifrån den utsträckningen som felsvarsuppgifter används i matematikböckerna kan det tolkas att felsvarsuppgifter är vanligt förekommande i vissa matematikboksserier men inte i andra. I serierna Eldorado och Matematikboken återfinns endast en felsvarsuppgift i vardera serie medan det i serierna Koll på matematik och Uppdrag Matte Mattespanarna finns 37 respektive 44 felsvarsuppgifter. Det skulle kunna uppfattas som att vissa läromedelsförfattare anser att felsvarsuppgifter hjälper eleverna att lära sig bråk och därför borde inkluderas i böckerna medan andra författare inte

betraktar felsvarsuppgifter på det sättet. Det skulle därför vara intressant att veta vad läromedelsförfattarna tagit ställning utifrån vid konstruerande av bråkuppgifterna i matematikböckerna samt varför de valt att inkludera eller exkludera felsvarsuppgifter.

Alla matematikboksserier inkluderar inte felsvarsuppgifter i så stor utsträckning, vilket enligt Johansson (2005) kan leda till att eleverna som arbetar med de böckerna inte möter felsvarsuppgifter i matematikundervisningen. Hon skriver att nästan all matematikundervisning i svenska klassrum är baserade på matematikböckerna och att även om läraren bör mediera innehållet till eleverna så utgör böckernas struktur en begränsning av lärarens ansvar och frihet. Böckernas sammansättning kan därför i stor grad påverka vad som inkluderas i matematikundervisningen samt vilka delar som får mest fokus. Därför kan matematikboksseriernas exkludering av felsvarsuppgifter leda till att eleverna som arbetar utifrån de böckerna inte får möjlighet att arbeta med felsvarsuppgifter på mellanstadiet.

Felsvarsuppgifterna inom bråk i matematikböckerna är ofta placerade flera bredvid varandra. Kartläggningen av felsvarsuppgifter visar att uppgifterna i flera serier är placerade på ett fåtal sidor. Ett sådant exempel är Koll på matematik där 37 felsvarsuppgifter sammanlagt är utplacerade på 6 sidor i fyra olika böcker. Det skulle därför vara intressant att undersöka hur kapitlen med bråk är uppbyggda i de olika böckerna och vart i kapitlen felsvarsuppgifterna återfinns. Den granskningen skulle kunna innehålla aspekter som om felsvarsuppgifterna står separat eller tillsammans med andra uppgifter och om felsvarsuppgifterna finns i början av kapitlet, slutet av kapitlet eller i repetitions kapitel.

Om eleverna möter felsvarsuppgifter inom bråk i matematikböckerna beror inte i så stor utsträckning på vilken årskurs de går i utan det beror på vilken bok de arbetar med. Det kan konstateras eftersom att alla böcker i serierna inte behandlar bråk och för att alla böcker som behandlar bråk inte nödvändigtvis inkluderar felsvarsuppgifter. I Prima Formula innehåller till exempel bara boken anpassad till årskurs 5 bråk, vilket bidragit till att alla felsvarsuppgifter inom bråk i den serien återfinns i den boken. Ett annat exempel är Favorit matematik där böcker anpassade för alla de tre årskurserna inrymmer området bråk men där felsvarsuppgifterna bara återfinns i böckerna för årskurs 4 och 5. Heemsoth och Heinze (2013) konstaterar att det krävs viss nivå av tidigare kunskap för att elever ska gynnas av arbete med felsvar. Utifrån det kan det funderas kring varför den årskursen som det finns minst antal felsvarsuppgifter totalt är årskurs 6. En analys av felsvarsuppgifternas läge i bråkavsnitten och på vilken nivå uppgifterna är placerade i matematikböcker med nivå uppdelning skulle kunna ge vidare kunskap för att kunna analysera hur felsvarsuppgifterna är utplacerade utifrån elevernas förkunskaper.

6.2 Kognitiva krav

Nästan 90 procent av felsvarsuppgifterna som lokaliserats har låga kognitiva krav och generellt kan det därför konstateras att felsvarsuppgifter används för arbete med låga kognitiva krav. Anledningen till att de flesta felsvarsuppgifter har låga kognitiva krav kan vara att uppgifterna generellt i matematikböcker för årskurs 4, 5 och 6 har låga kognitiva krav. En annan anledning skulle kunna vara att felsvarsuppgifter för de årskurserna anses svåra utifrån att de presenterar felsvar och därför generellt inte bör ha höga kognitiva krav.

Uppgifterna med höga kognitiva krav är utspridda mellan flera olika serier men procentuellt finns de flesta i serierna Favorit matematik och Uppdrag mattespanarna. Det är dock anmärkningsvärt att de enda uppgifterna med höga kognitiva krav återfinns i matematikböckerna för årskurs 4 och 5 medan det är helt uteslutna ur matematikböckerna för årskurs 6. Man skulle, med grund i Heemsoth och Heinze (2013) forskning, kunna tro att de kognitiva kraven i uppgifterna anpassade till årskurs 6 skulle vara högre än de kognitiva kraven i uppgifterna anpassade till årskurs 4, men den här undersökningen visade att så inte är fallet i de granskade matematikböckerna.

Enligt Kazemi och Stipeks (2001) är det viktigt med reflektion vid arbete med felsvarsuppgifter. Vilka kognitiva krav som utmanar eleverna till reflektion kan inte avgöras eftersom att det är individuellt men utifrån Charalambous et al. (2010) ramverk kan det förstås att uppgifter med höga kognitiva krav kräver mer reflektion och bättre slutledningsförmåga än uppgifter med låga kognitiva krav. Däremot kan en rutinuppgift för en elev vara en svår uppgift för en annan elev. Om flera felsvarsuppgifter har samma upplägg i en bok kan det också bidra till en minskad reflektion vid angripande av uppgifterna. Därför kan elevernas förkunskaper och erfarenhet påverka om en felsvaruppgift väcker en reflektion hos dem eller inte. Utifrån det resonemanget kan alla felsvarsuppgifter oberoende av vilket kognitivt krav som krävs utmana till reflektion.

6.3 Koncept

Felsvarsuppgifterna som identifierades i matematikböckerna representerar flera olika koncept även om likvärdighet mellan bråk återfanns flest gånger och referenspunkt samt inverser var representerade i en respektive i ingen uppgift. Den ojämna representation av koncepten kan bero på att böckerna som undersöktes är från mellanstadiet och att ett av de mer grundläggande koncepten inom bråk är likvärdighet mellan bråk medan användning av referenspunkt och inverser används oftare i högre årskurser. I resultatet kan en förändring av konceptet storleksordna antydans mellan årskurserna då det återfinns flest gånger i böckerna för årskurs 4 och inte alls i böckerna för årskurs 6. Även likvärdighet mellan decimaltal, procent och bråk visar på en progression av koncepten mellan årskurserna då konceptet inte finns i böckerna för årskurs 4 men är väl representerade i årskurs 5 och 6.

Mellan matematikboksserierna finns det också en skillnad i vilka koncept som inkluderas. Likvärdighet mellan bråk finns representerat i alla serierna utom i Favorit matematik och likvärdighet mellan decimaltal, procent och bråk samt uträkning i alla serier förutom i Prima Formula. Begreppsförståelse och inverser finns representerade i två serier vardera medan referenspunkt endast återfinns i Eldordo och där är den enda felsvarsuppgiften inom bråk. Skillnaderna mellan serierna kan bero på vilka koncept av bråk som generellt tas upp i böckerna.

6.3 Responstyp

Makonye och Winnie Khanyile (2015) understryker vikten av att eleverna får förklara och analysera felsvarsuppgifter för att uppnå en kognitiv konflikt genom vilken eleverna kan ändra sin förståelse av matematiska koncept. I endast ett fåtal av uppgifterna uppmanar uppgiften explicit till att eleverna ska formulera sig kring en felsvarsuppgift. Flest uppgifter kräver endast ett svar som respons och endast tio av 140 uppgifter krävde förklaring som svar.

Vilken responstyp som uppgifterna kräver beror på vilka böcker de ingår i. Koll på matematik är ett exempel där felsvarsuppgifter endast kräver responstypen ändring i text medan responstypen endast svar dominerar i de andra serierna. Skillnaderna mellan serierna skulle kunna bero på hur de andra bråkuppgifterna i böckerna är utformade eller på seriernas generella utformning av felsvarsuppgifter. Att vissa serier har en speciell utformning på felsvarsuppgifterna i boken skulle kunna vara en förklaring till varför felsvarsuppgifterna i Koll på matematik endast grundas på det kognitiva kravet identifiering och responstypen ändra i text.

En utveckling mellan årskurserna kan dock urskiljas då uppgifterna för årskurs 4 nästan uteslutande kräver endast svar medan andra typer av respons krävs i uppgifter för årskurs 5 och 6. Det kan visa på en allmän progression av de krävda responstyperna i matematikböckerna, då det skulle kunna vara så att de i årskurs 5 och 6 krävs andra typer av svar än vad det krävs i årskurs 4.

6.4 Att föra och följa resonemang

Av de fem bedömningsaspekterna som Skolverket (2013) presenterar av förmågan att föra och följa matematiska resonemang innebär fyra av dem att eleverna själva ska framföra ett resonemang. Utifrån vilka responstyper som felsvarsuppgifterna inom bråk kräver kan det utläsas att uppgifterna där eleverna explicit uppmanas att föra ett resonemang är få. De kategorierna där eleverna behöver föra resonemang är där eleverna behöver förklara eller förklara och beräkna. Uppgifterna med de responstyperna står för sammanlagt 10 procent av uppgifterna. Dock utesluter det inte att eleverna själva för ett resonemang för att legitimerar sina svar i andra felsvarsuppgifter som till exempel kräver ändring av beräkning eller ändring av text.

Den femte bedömningsaspekten som Skolverket (2013) presenterar inom förmågan att föra och följa matematiska resonemang innebär att eleverna behöver utvecklas i att följa, tolka samt bedöma resonemang. Eleverna får möjlighet att följa resonemang i uppgifter som bygger på konceptet uträkning eftersom att de måste förstå uträkningen i uppgiften för att kunna svara. De uppgifterna motsvara 21 procent av felsvarsuppgifterna som undersökts. Men även uppgifter med de andra koncepten kan innebära att eleverna får följa resonemang. Det beror på synen på förmågan i förhållande till uppgifterna. Ur ett perspektiv behöver inte eleverna följa ett resonemang när de till exempel ska göra en avvägning av likvärdighet mellan bråk men ur ett annat perspektiv kan de antas behöva följa ett resonemang i de felsvarsuppgifterna eftersom likvärdigheten som presenteras i uppgiften kräver en förståelse och reflektion av korrektheten i den.

Det kan konstateras att de flesta felsvaruppgifter inom bråk inte explicit uppmanar eleverna föra matematiska resonemang. Vidare kan felsvarsuppgifter oavsett vilket koncept som de bygger på att presentera ett matematiskt resonemang som eleverna behöver följa men säkert kan vi utifrån den här undersökningen bara veta att de uppgifter som bygger på konceptet beräkningar gör det. Utifrån dessa slutsatser utmanar inte felsvarsuppgifterna inom bråk i så stor utsträckning eleverna att föra och följa matematiska resonemang.

Eftersom de allra flesta felsvarsuppgifternas kognitiva krav är låga kan det antas att felsvarsuppgifter inom bråk i matematikböcker som syftar till utveckling av förmågan till störst del endast kan används för att utveckla en grundläggande förmåga att följa och föra matematiska resonemang. Dock kan några av de uppgifterna som efterfrågar responstypen förklara och förklara och beräkna eller innehåller konceptet beräkning sammanfalla med en hög kognitiv nivå men i så fall är det troligtvis bara i några enstaka uppgifter.

6.5 Metoddiskussion

Under kodningen visade det sig vara svårt att skilja på de två låga kognitiva kraven memorering och procedurer utan samband. En uppgift skulle kunna kräva memorering eller procedurer beroende på vilka förkunskaper eleverna har. En elev med väl utvecklad förståelse för bråk skulle inte behöva göra en uträkning för att kunna svara på en uppgift som den som finns som exemplifierad som procedur med samband i metodavsnittet, medan en elev med mindre utvecklad förståelse kan antas behöva göra en förkortning för att kunna svara på uppgiften. I kodningen kodades dock de uppgifter som skulle kunna lösas genom att använda en procedur som procedur utan samband och de uppgifter som inte kan lösas genom användning av en procedur som memorering, se exempel i metodavsnittet. Under den andra kodningen som gjorde av den vertikala kodningen kontrollerades det att alla uppgifter kodats utifrån de här sättet att se på de två kognitiva kraven.

Eftersom att undersökningen bygger på en kvantitativ innehållsanalys kunde metoden för undersökningen förklaras utförligt. Transparensen i undersökningen gör att replikerbarheten i undersökningen ökar (Bryman, 2018). Han menar att det är viktigt med reliabilitet i undersökningar, alltså att mätningen är tillförlitlig. Beskrivningarna av undersökningens

utformning, kategoriernas innebörd samt urvalet för undersökningen som finns beskrivet i metoden syftar till att öka reliabiliteten i den här undersökningen. Målet är att metoden ska kunna tillämpas vid ett annat tillfälle samt av andra kodare och att resultatet vid upprepningen ska bli samma. För att pröva reliabiliteten i ett en kvantitativ innehållsanalys förslår Bryman att en pilotstudie kan föregå undersökningen. Då jag inte hade möjlighet att göra en pilotstudie utifrån det här kodningsschemat använde jag det direkt i undersökningen. Under kodningen uppdagades delar, så som att en till kategori tillkom till dimensionen koncept, vilket skulle kunna ha åtgärdats inför undersökningen om det framkommit i en pilotstudie.

Validiteten i undersökningen kan också diskuteras, om det som avses att mätas verkligen mäts. För att granska felsvarsuppgifternas karaktär skulle fler aspekter av uppgifterna kunna analyseras. Både Charalambous et al. (2010) och Cady et al. (2015) inkluderar fler aspekter i sina undersökningar av bråkuppgifter. Urvalet till den här undersökningen baseras som tidigare nämnt på relevans och tidsramen men det utesluter inte att en inkludering av fler analysaspekter hade bidragit till en större förståelse för felsvarsuppgifternas karaktär inom bråk. Felsvarsuppgifternas karaktär har i den här undersökningen därför endast granskats utifrån aspekter som ansågs vara relevanta vid utformningen av kodningsschemat och som rymdes inom tidsramen och inte alla aspekter som de skulle koda utefter för att svara på frågeställningen om vilken karaktär felsvarsuppgifter inom bråk i matematikböcker för mellanstadiet har. Undersökningens validitet skulle även kunna påverkas av att två kategorier inom dimensionen koncept exkluderades, vilket finns beskrivet i metoden. Alla koncept som Cady et al. använde i sin undersökning finns inte med i den här undersökningen vilket gör att de uppgifterna som bygger på koncepten bråk som är större än en hel och stambråk är inkluderade i andra koncept. Trots urvalet av koncept innan kodningen uppdagades inga problem med kodningen av kategorin då alla felsvarsuppgifterna ansågs platsa i en av de inkluderade kategorierna. Ytvaliditeten i kategorierna prövades då de lyftes i grupphandledning där både andra studenter och en handledare hade möjlighet att resonera kring förståelsen av kategorierna (Bryman, 2018).

7. Slutsats

En slutsats av undersökningen är att felsvarsuppgifter inte är inkluderade i alla matematikböcker som behandlar bråk och att de finns i olika utsträckning i matematikboksserierna. I några serier finns det runt 40 felsvarsuppgifter inom bråk medan det i andra böcker endast finns en felsvarsuppgift i hela serien. Avsaknaden av felsvarsuppgifter i matematikböckerna kan leda till att eleverna inte alls möter sådana uppgifter i matematikundervisningen. Majoriteten av felsvarsuppgifterna inom bråk återfinns i böckerna anpassade till årskurs 4 och 5, även om det beror på serien vilken årskurs felsvarsuppgifterna är anpassade till.

Vidare är en slutsats av analysen av felsvarsuppgifternas karaktär inom bråk att vilka koncept uppgifterna grundas på samt vilka kognitiva krav och responstyper de kräver varierar mellan serierna även om de mest dominerande är likvärdighet mellan bråk, memorering och procedurer utan samband samt endast svar. Koncepten i uppgifterna varierar mer än de kognitiva kraven och responstyperna men endast svar dominerar medan referenspunkt samt inverser knappt var representerade. Det kan bero på att eleverna på mellanstadiet inte arbetar med de områdena utan att de först introduceras i högre årskurser. De kognitiva kraven i uppgifterna är oftast låga och det finns inget i resultatet som visar ett samband mellan ökade kognitiva krav i årskurs 6 i jämförelse med i årskurs 4 och 5. Felsvarsuppgifternas responskrav varierar mest mellan endast svar och ändring i text medan uppgifterna där eleverna ska förklara är få. Endast ett fåtal uppgifter inbjuder därför explicit till resonemang och förklaring.

Ytterligare en slutsats av undersökningen är att felsvarsuppgifterna inom bråk i matematikböckerna för mellanstadiet inte i så stor utsträckning utvecklar förmågan att föra och följa matematiska resonemang. Till antalet är det fler uppgifter där eleverna behöver följa matematiska resonemang än uppgifter där de behöver föra matematiska resonemang. Tidigare forskning av felsvar i matematikundervisningen pekar på fördelar med felsvarsuppgifter för att resonera och analysera i matematiken men uppgifterna i matematikböckerna som undersökts svarar generellt inte mot de fördelarna.

8. Implikationer

Felsvarsuppgifterna inom bråk i matematikböckerna syftar inte i så stor utsträckning till att utveckla elevernas matematiska förmåga att följa och föra resonemang, där möjligheterna i uppgifterna att föra resonemang är minst. Därför behöver antingen läraren anpassa felsvarsuppgifter som finns, skapa egna felsvarsuppgifter eller använda helt andra uppgifter för att utveckla förmågan hos eleverna. Om målet med undervisningen är att eleverna ska arbeta med uppgifter utifrån låga kognitiva krav och lära sig koncepten storleksordna, likvärdighet mellan bråk, likvärdighet mellan decimaltal, procent och bråk, uträkning samt begreppsförståelse kan uppgifterna med fördel användas i undervisning. Men lärare bör dock vara medvetna om att felsvarsuppgifter skiljer mellan matematikboksserier och årskurser. De bör därför kartlägga samt analysera felsvarsuppgifterna i det aktuella läromedlet för att veta att om de uppfyller syftet med användningen av dem. Lärare kan därför inte förlita sig på att felsvarsuppgifter syftar till att utveckla förmågan att föra och följa matematiska resonemang.

9. Vidare forskning

Arbetet med uppsatsen väckte många tankar om vidare forskning inom området felsvar. Några av tankarna lyfts i diskussionen men kommer även att beskrivas här. I vidare forskning skulle det vara intressant att undersöka vilken karaktär felsvarsuppgifterna inom bråk har i matematikböcker anpassade till andra åldrar. Framförallt kopplat till resonemanget att det kan finnas en progression inom koncept och responstyp, vilket kan anas i felsvarsuppgifterna inom bråk i matematikböckerna för mellanstadiet men inte fastställas. Det skulle även vara givande att kartlägga felsvarsuppgifter i andra områden inom matematiken för att se om felsvarsuppgifter endast är kopplat till bråk eller är något som även förekommer i andra delar av matematiken. Felsvarsuppgifternas karaktär i de områdena skulle också kunna analyseras och jämföras med de presenterade i den här undersökningen för att ge en inblick i hur uppgifterna förhåller sig till varandra inom och mellan bokserier. Slutligen skulle det vara intressant att intervjua läromedelsförfattarna om felsvarsuppgifter. Det skulle vara spännande att veta vad de tar hänsyn till vid skapande av uppgifter samt hur medvetna de är av sitt användande eller exkluderande av felsvarsuppgifter.

Referenser

Artiklar

Cady, J. A., Hodges, T. E., Collins, R. L. (2015). A Comparison of Textbooks Presentation of Fractions. *School science and mathematics*, 115(3), 105-116. doi: 10.1111/ssm.12108

Charalambous, S., Charalambous, Y., Hsu, H., & Mesa, V. (2010). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions I Textbooks from Three Countries. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(2), 117-151. doi:10.1080/10986060903460070

Heemsoth, T., & Heinze, A. (2014). The impact of incorrect examples on learning fractions: A field experiment with 6th grade student. *Springer*, 42, 639-657. doi:10.1007/s11251-013-9302-5

Hussain Alajmi, A. (2012). How do elementary textbooks address fractions? A review of mathematics textbooks in the USA, Japan, and Kuwait. *Educ Stud Math*, 79, 239-261. doi:10.1007/s10649-011-9342-1

Johansson, M. (2005). Teaching Mathematics with Textbooks - A Classroom and Curricular Perspective (Doktorsavhandling Luleå University of Technology Department of Mathematics, ISSN:1402-1544, 2006:23). Luleå: Luleå tekniska universitet. Tillgänglig: <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:998959/FULLTEXT01.pdf>

Kazemi, E., & Stipek, D. (2009). Promoting Conceptual Thinking in Four Upper-Elementary Mathematics Classrooms. *Journal of education*, 189(½), 123-137.

Makonye, J. P., & Winnie Khanyile, D. (2015). Probing grade 10 students about their mathematical errors on simplifying algebraic fractions. *Research in Education*, 94, 55-70. doi:10.7227/RIE.0022

Pepin, B., & Haggarty, L. (2001). Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: a way to understand teaching and learning cultures. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 33(5), 158-175. doi:10.1007/BF02656616

Törnroos, J. (2005). Mathematics textbooks: opportunity to learn and student achievement. *Studies in Educational Evaluation*, 4(31), 315-327.

Böcker

Asikainen, K., Nyrhinen, K., Rokka, P., & Vehmas, P. (2014a). *Mera Favorit matematik 4A*. Lund: Studentlitteratur AB.

Asikainen, K., Nyrhinen, K., Rokka, P., & Vehmas, P. (2014b). *Mera Favorit matematik 4B*. Lund: Studentlitteratur AB.

Asikainen, K., Nyrhinen, K., Rokka, P., & Vehmas, P. (2015). *Mera Favorit matematik 5A*. Lund: Studentlitteratur AB.

Asikainen, K., Nyrhinen, K., Rokka, P., & Vehmas, P. (2016a). *Mera Favorit matematik 5B*. Lund: Studentlitteratur AB.

- Asikainen, K., Nyrhinen, K., Rokka, P., & Vehmas, P. (2016b). *Mera Favorit matematik 6A*. Lund: Studentlitteratur AB.
- Asikainen, K., Nyrhinen, K., Rokka, P., & Vehmas, P. (2017). *Mera Favorit matematik 6B*. Lund: Studentlitteratur AB.
- Björklund, E. & Dalsmyr, H. (2014). *Koll på matematik 4A*. Stockholm: Samona Utbildning AB.
- Björklund, E. & Dalsmyr, H. (2015a). *Koll på matematik 4B*. Stockholm: Samona Utbildning AB.
- Björklund, E. & Dalsmyr, H. (2015b). *Koll på matematik 5A*. Stockholm: Samona Utbildning AB.
- Björklund, E. & Dalsmyr, H. (2016a). *Koll på matematik 5B*. Stockholm: Samona Utbildning AB.
- Björklund, E. & Dalsmyr, H. (2016b). *Koll på matematik 6A*. Stockholm: Samona Utbildning AB.
- Björklund, E. & Dalsmyr, H. (2017). *Koll på matematik 6B*. Stockholm: Samona Utbildning AB.
- Bryman, A. (2018). *Samhällsvetenskapliga metoder*. Stockholm: Liber. Lgr 11
- Carlsson, S., Falck, P., Liljegren, G., & Picetti, M. (2012). *Matte Direkt Borgen 6A*. Stockholm: Sanoma Utbildning AB.
- Carlsson, S., Falck, P., Liljegren, G., & Picetti, M. (2013). *Matte Direkt Borgen 6B*. Stockholm: Sanoma Utbildning AB.
- Falck, P., Picetti, M., & Sundin, K. (2011). *Matte Direkt Borgen 4A*. Stockholm: Bonnier Utbildning AB.
- Falck, P., & Picetti, M. (2012a). *Matte Direkt Borgen 4B*. Stockholm: Sanoma Utbildning AB.
- Falck, P., & Picetti, M. (2012b). *Matte Direkt Borgen 5A*. Stockholm: Sanoma Utbildning AB.
- Falck, P., & Picetti, M. (2013). *Matte Direkt Borgen 5B*. Stockholm: Sanoma Utbildning AB.
- Hernvald, A., Kryger, G., Persson, H., & Zetterqvist, L. (2011a). *Mattespanarna 4A*. Stockholm: Liber AB.
- Hernvald, A., Kryger, G., Persson, H., & Zetterqvist, L. (2011b). *Mattespanarna 4B*. Stockholm: Liber AB.
- Hernvald, A., Kryger, G., Persson, H., & Zetterqvist, L. (2012a). *Mattespanarna 5A*. Stockholm: Liber AB.

- Hernvald, A., Kryger, G., Persson, H., & Zetterqvist, L. (2012b). *Mattespanarna 5B*. Stockholm: Liber AB.
- Hernvald, A., Kryger, G., Persson, H., & Zetterqvist, L. (2013a). *Mattespanarna 6A*. Stockholm: Liber AB.
- Hernvald, A., Kryger, G., Persson, H., & Zetterqvist, L. (2013b). *Mattespanarna 6B*. Stockholm: Liber AB.
- Olsson, I., & Forsbäck, M. (2011a). *Matte Eldorado 4A*. Stockholm: Natur & Kultur.
- Olsson, I., & Forsbäck, M. (2011b). *Matte Eldorado 4B*. Stockholm: Natur & Kultur.
- Olsson, I., & Forsbäck, M. (2011c). *Matte Eldorado 5A*. Stockholm: Natur & Kultur.
- Olsson, I., & Forsbäck, M. (2012). *Matte Eldorado 5B*. Stockholm: Natur & Kultur.
- Olsson, I., & Forsbäck, M. (2013a). *Matte Eldorado 6A*. Stockholm: Natur & Kultur.
- Olsson, I., & Forsbäck, M. (2013b). *Matte Eldorado 6B*. Stockholm: Natur & Kultur.
- Sjöström, B. & Sjöström, J. (2016). *Prima Formula 4, andra upplagan*. Malmö: Glerups Utbildning AB.
- Sjöström, B. & Sjöström, J. (2017a). *Prima Formula 5, andra upplagan*. Malmö: Glerups Utbildning AB.
- Sjöström, B. & Sjöström, J. (2017b). *Prima Formula 6, andra upplagan*. Malmö: Glerups Utbildning AB.
- Skolverket. (2017). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Fritzes.
- Skolverket. (2013). *Kommentarmaterial till kunskapskraven i matematikdel 2*. Hämtad från: https://www.skolverket.se/om-skolverket/publikationer/visa-enskild-publikation?_xurl_=http%3A%2F%2Fwww5.skolverket.se%2Fwtpub%2Fws%2Fskolbok%2Fwpubext%2Ftrycksak%2FBlob%2Fpdf3013.pdf%3Fk%3D3013
- Undvall, L., Melin, C., & Ollén, J. (2011a). *Matematikboken Alfa A-boken*. Stockholm: Liber AB.
- Undvall, L., Melin, C., & Ollén, J. (2011b). *Matematikboken Alfa B-boken*. Stockholm: Liber AB.
- Undvall, L., & Melin, C. (2012). *Matematikboken Beta A-boken*. Stockholm: Liber AB.
- Undvall, L., & Melin, C. (2013). *Matematikboken Beta B-boken*. Stockholm: Liber AB.
- Undvall, L., Melin, C., Johnson, K., & Welén, C. (2013a). *Matematikboken Gamma A-boken*. Stockholm: Liber AB.

Undvall, L., Melin, C., Johnson, K., & Welén, C. (2013b). *Matematikboken Gamma B-boken*. Stockholm: Liber AB.

Hemsidor

Gleerups. (u.å.) *Prima Formula 4 elevbok inkl dvd 1:a upplaga*. Hämtad från 2018-15-05, från <https://www.gleerups.se/40668516-product>

Liber. (2018a). *Matematikboken Alfa Beta och Gemma*. Hämtad 2018-05-14, från <https://www.liber.se/Grundskola/Grundskola-ar-4-6/Matematik/Grundlaromedel/Matematikboken-Alfa-Beta-och-Gamma/#furtherdescription>

Liber. (2018b). *Uppdrag Matte Mattespanarna*. Hämtad 2018-15-05, från <https://www.liber.se/Grundskola/Grundskola-ar-4-6/Matematik/Grundlaromedel/Uppdrag-Matte-Mattespanarna/#furtherdescription>

Natur & Kultur. (u.å.). *Eldorado, matte*. Hämtad 2018-05-14, från <https://www.nok.se/Laromedel/F-9/Grundskola-1-3/Digitala-laromedel/Eldorado-matte/>

Sanoma Utbildning. (u.å.a). *Koll på matematik 4-6*. Hämtad 2018-05-14, från <https://www.sanomautbildning.se/Laromedel/Grundskola-Fk-6/Matematik/Baslaromedel4-6/Koll-pa-matematik-4-6/Fordjupad-information/>

Sanoma Utbildning. (u.å.b). *Matte Direkt Borgen 4-6 upplaga*. Hämtad 2018-15-05, från <https://www.sanomautbildning.se/Laromedel/Grundskola-Fk-6/Matematik/Baslaromedel4-6/Matte-Direkt-Borgen-ak-4-6-upplaga-1/Komponenter/>

Studentlitteratur. (u.å.) *Bas Favorit matematik 4A Elevpaket – Digitalt + Tryckt*. Hämtad 2018-05-14, från <https://www.studentlitteratur.se/#9789144124322/Bas+Favorit+matematik+4A+Elevpaket++Digitalt+++Tryckt>

Bilaga 1

Matematik serier	Antal felsvarsuppgifter																															
	Kognitiva krav								Koncept												Responstyper											
	Memo- rering		Proce- durer		Sam- band		Tänk- ande		Storlek- sordna		Likvär- dighet bråk		Likvär- dighet d,p,b		Referens- punkt		Inverser		Uträk- ning		Begräpp- sförstå- else		Endast svar		Förklar- ing		Beräk- ning förklar- ing		Ändring beräk- ning		Ändring text	
A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	
Favorit mate.	3	2%	0	0%	3	2%	5	4%	0	0%	0	0%	3	2%	0	0%	0	0%	8	6%	0	0%	8	6%	3	2%	0	0%	0	0%	0	0%
Koll på Mate.	17	12%	20	14%	0	0%	0	0%	0	0%	18	13%	8	6%	0	0%	0	0%	4	3%	7	5%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	37	26%
Matte Direkt.	17	12%	10	7%	1	1%	0	0%	4	3%	17	12%	4	3%	0	0%	0	0%	2	1%	1	1%	27	19%	1	1%	0	0%	0	0%	0	0%
Prima Formula	15	11%	0	0%	0	0%	3	2%	0	0%	18	13%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	13	9%	3	2%	2	2%	0	0%	0	0%
Uppdrag Matte	13	9%	26	18%	0	0%	5	4%	9	6%	13	9%	6	4%	0	0%	0	0%	16	11%	0	0%	33	23%	0	0%	0	0%	3	2%	8	6%
Eldorado	0	0%	0	0%	1	1%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	1	1%	0	0%	0	0%	0	0%	1	1%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%
Matematikbok.	0	0%	1	1%	0	0%	0	0%	0	0%	1	1%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	1	1%	0	0%	0	0%	0	0%
Summan	65	46%	57	40%	5	4%	13	10%	13	9%	67	48%	21	15%	1	1%	0	0%	30	21%	8	6%	82	58%	8	6%	2	2%	3	2%	45	32%

Årskurser	Antal felsvarsuppgifter																															
	Kognitiva krav								Koncept												Responstyper											
	Memo- rering		Proce- durer		Sam- band		Tänk- ande		Storlek- sordna		Likvär- dighet bråk		Likvär- dighet d,p,b		Referens- punkt		Inverser		Uträk- ning		Begräpp- sförstå- else		Endast svar		Förklar- ing		Beräk- ning förklar- ing		Ändring beräk- ning		Ändring text	
A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	A	P	
Årskurs 4	26	18%	19	13%	2	2%	6	5%	9	6%	27	19%	0	0%	0	0%	0	0%	17	12%	0	0%	52	37%	1	1%	0	0%	0	0%	0	0%
Årskurs 5	34	24%	26	18%	3	2%	7	5%	4	3%	32	23%	18	13%	0	0%	0	0%	9	6%	7	5%	27	19%	6	4%	2	2%	0	0%	35	25%
Årskurs 6	5	4%	12	9%	0	0%	0	0%	0	0%	8	6%	3	2%	1	1%	0	0%	4	3%	1	1%	3	2%	1	1%	0	0%	3	2%	10	7%
Summan	65	46%	57	40%	5	4%	13	10%	13	9%	67	48%	21	15%	1	1%	0	0%	30	21%	8	6%	82	58%	8	6%	2	2%	3	2%	45	32%