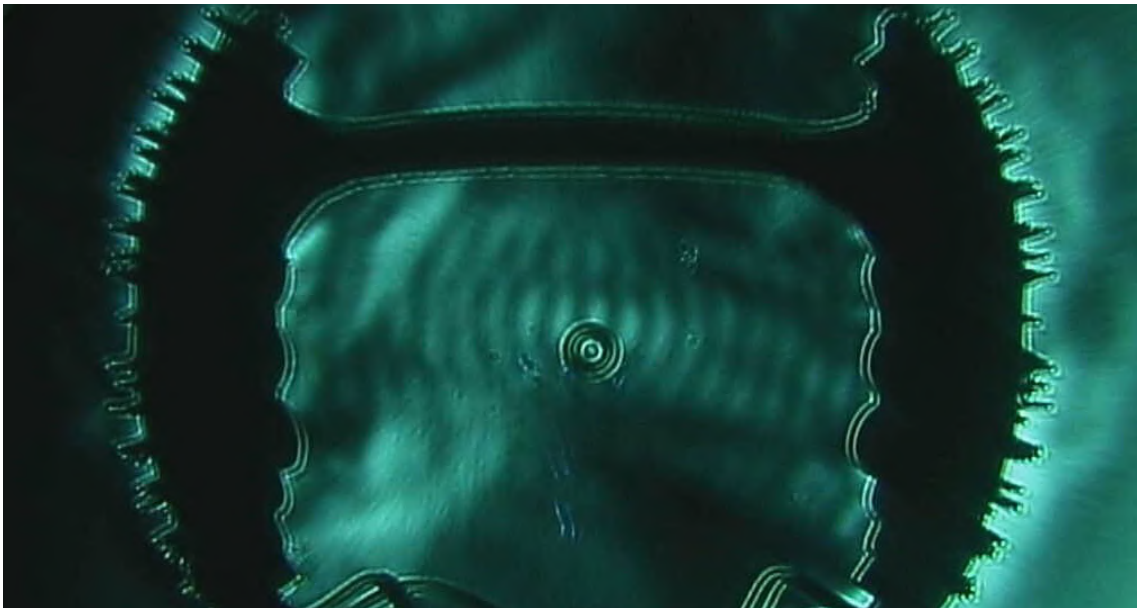




GÖTEBORGS
UNIVERSITET

INSTITUTIONEN FÖR FYSIK



**Analys av olika geometrier och tillämpningar hos
akustiska fällor**

**Analysis of Different Geometries and Applications of
Acoustic Levitators**

Kandidatarbete inom fysik

**John Andersson
Mardo Mardo
Naemi Cronander
Yacoub Ohan**

Uppsats för avläggande av naturvetenskaplig kandidatexamen med huvudområdet fysik
2022, 180 hp
Grundnivå

Analys av olika geometrier och tillämpningar hos akustiska fällor

JOHN ANDERSSON
MARDO MARDO
NAEMI CRONANDER
YACOUB OHAN

Handledare: Jonas Enger

Biträdande handledare: Ricardo Méndez Fragoso & Andreas

Johansson

Examinator: Martina Ahlberg



**GÖTEBORGS UNIVERSITET
INSTITUTIONEN FÖR FYSIK**

GÖTEBORG, SVERIGE 2022

Abstract

Since the phenomena acoustic levitation was first discovered by August Kundt in 1866, many different ways to levitate objects using sound waves have been developed. By the time of this study it has become cheap to construct your own so called TinyLev-trap which use two arrays of small transducers directed towards a focus point to create a standing wave. When two identical waves interfere a standing wave with nodes and antinodes is created which results in an acoustic field and a pressure field. In the nodes of the pressure field it is possible to trap particles the size of $\lambda/2$, where λ is the wavelength of the sound waves. With an existing spherical acoustic trap as a starting point, two more traps were going to be produced with the shape of a parabola and the other with a flat shape which is inspired by the geometry of the Fresnel lens. The construction of these traps were made in a CAD software and were 3D-printed and finally assembled with the transducers. In order to visually compare the functionality, the acoustic fields of the different traps were simulated and compared to images of Schlieren optics. Schlieren optics makes it possible to visualize density changes in the air which allows us to see nodes and antinodes of the acoustic field. Spectroscopy applications of acoustic traps were carried out with the purpose of testing a current method of chemical analysis. This was performed using fluorescence spectroscopy with olive oil and lasers with different wavelengths. The two new geometries of the acoustic traps works well for levitating styrofoam particles. The parabolic acoustic trap managed to levitate several styrofoam particles along different axes. With this experimental setup it was not possible to levitate droplets. These results are assumed to be caused of a weaker acoustic field, this was also expected from the simulations. The spherical acoustic trap worked well when performing fluorescence spectroscopy. The results show that fluorescence occurred in the droplets when using the blue and green laser. The red laser show weak signs of fluorescence, an improvement would be to use instruments with higher sensitivity. Schlieren optics made it possible to observe the acoustic fields of the traps. With these, the conclusion was made that the simulations agreed with the Schlieren images for the spherical and parabolic acoustic traps. The simulation did not match the field for the Fresnel trap. The acoustic field has the highest intensity near the focal point for the Fresnel trap, this property is similar to a spherical trap.

Sammanfattning

Sedan fenomenet akustisk levitation upptäcktes av August Kundt år 1866 har flera olika sätt att levitera objekt med hjälp av ljud utvecklats. Vid tiden för denna studie är det enkelt och billigt att konstruera en så kallad TinyLev-fälla. TinyLev-fällan består av två arrayer med små högtalare riktade mot en fokuspunkt för att skapa stående vågor. När två identiska ljudvågor interfererar skapas en stående våg med noder och antinoder. Ljudvågen orsakar tryckförändringar i luften och kan observeras som ett akustiskt fält och ett tryckfält. I tryckfältets noder kan partiklar mindre än halva ljudets våglängd $\lambda/2$ fångas. Med en befintlig sfärisk akustisk fälla som referensobjekt konstruerades två fällor med andra geometrier. En med parabolisk form och en platt med inspiration från Fresnel-linsens geometri. Fällorna ritades i ett CAD-program och skrevs ut i 3D för att sedan monteras med högtalare. Syftet är att jämföra funktion och egenskaper mellan akustiska fällor med olika geometrier. För en visuell jämförelse skapades simuleringar av det akustiska fältet i fällorna. För att visualisera det akustiska fältet i experiment utnyttjades Schlierenoptik. Schlierenoptik gör det möjligt att se densitetsförändringar i luften vilket utnyttjas för att observera trycknoder och tryckantinoder som ljusa respektive mörka områden i en bild. Bilder tagna med hjälp av Schlierenoptik jämfördes sedan med simuleringar av det akustiska fältet. Spektroskopitillämpning av akustiska fällor undersöktes i syfte att jämföra och testa en aktuell metod för kemisk analys. För detta utfördes fluorecensspektroskopi med olivolja och lasrar med olika våglängder. De två nya geometrierna för akustiska fällor fungerar väl för att levitera partiklar av frigolit. I den paraboliska akustiska fällan kan partiklar levitera i noder längs flera olika axlar. Med den uppställning som användes är det inte möjligt att levitera droppar av vätska. Detta resultat förväntas bero på att det akustiska fältet är för svagt i de konstruerade fällorna, något som även observerats i simuleringar. Den sfäriska akustiska fällan fungerade för att utföra fluorecensspektroskopi och är ett bra tillvägagångssätt. Resultatet visade på fluorescens hos olivoljan för blå och grön laser. Röd laser visade svaga tecken på fluorescens, en förbättring kan vara att använda känsligare instrument. Schlierenoptiken gjorde det möjligt att observera fällornas akustiska fält. Vidare konstateras att simuleringarna stämmer överens med Schlierenfotografier av akustiska fält för de sfäriska och paraboliska fällorna. Simuleringen stämde inte överens med Fresnel-fällans fält. Det akustiska fältet hade som störst intensitet nära fokuspunkten för Fresnel-fällan, denna egenskap är samma för en sfärisk fälla.

Förord

Vi vill tacka vår handledare Jonas Enger för möjligheten att utföra projektet och för mycket och bra respons. Dessutom vill vi tacka bidträdande handledare Dr. Ricardo Méndez Fragoso och Andreas Johansson för givande diskussioner och hjälp med felsökning. Ett extra stort tack till Ricardo för tillhandahållande av de simuleringar som varit nödvändiga för projektet. Tack till Sebastian Kilde Löfgren för tips och hjälp med 3D-utskrivning av våra akustiska fällor. Slutligen vill vi tacka examinator Martina Ahlberg för snabba svar på alla våra frågor.

Innehåll

1	Introduktion	1
2	Teori	3
2.1	Stående vågor och ljud	3
2.2	Akustisk levitation	6
2.3	Parabolisk akustisk fälla	8
2.4	Akustisk Fresnel-fälla	8
2.5	Spektroskopitillämpning av akustiska fällor	11
2.5.1	Fluorescensspektroskopi	11
2.6	Schlierenoptik	12
2.6.1	Brytningsindex, densitet och ljusbrytare	13
2.6.2	Kameraexponering	14
3	Metod	15
3.1	Parabolisk akustisk fälla	15
3.2	Akustisk Fresnel-fälla	15
3.3	Spektroskopitillämpning av akustiska fällor	20
3.4	Schlierenoptik	20
4	Resultat	22
4.1	Parabolisk akustisk fälla	22
4.2	Akustisk Fresnel-fälla	25
4.3	Spektroskopitillämpning av akustiska fällor	28
4.3.1	Fluorescens av olivoljedroppe i akustiska fällor av olika geometrier	28
4.4	Schlierenoptik	29
5	Diskussion	32
5.1	Parabolisk akustisk fälla	32
5.2	Akustisk Fresnel-fälla	33
5.3	Spektroskopitillämpning av akustiska fällor	33
5.4	Schlierenoptik	34
6	Slutsatser	35
	Referenser	36
	Bilaga A	i
A.1	Vinklar för högtalare	i

A.2	Ritning av parabolisk akustisk fälla	ii
A.3	Kopplingsschema	iv
Bilaga B		iv
B.1	Pythonkod	i

Ordlista

Array - *En uppställning av högtalare.*

TinyLev-fälla - *En akustisk fälla bestående av många högtalare där objekt kan leviteras längs en axel.*

Kapitel 1

Introduktion

Levitation är något väldigt fascinerande och innebär att ett objekt svävar utan någon fysisk kontakt. Ett känt exempel är Luke Skywalkers leviterande farkost i början av episod fyra av Stjärnornas krig. Det finns tre huvudsakliga metoder för att levitera ett objekt. Den vanligaste formen är magnetisk levitation, partiklar som befinner sig i ett magnetiskt fält påverkas av en kraft som utnyttjas för att motverka gravitationskraften. Magnetisk levitation utnyttjas exempelvis i så kallade maglevtåg, som uppnår en hastighet på omkring 400 km/h och i magnetiska lager där väldigt låg friktion kan uppnås [1]. Kravet för att magnetisk levitation ska kunna utföras är att föremålet ska påverkas av ett magnetiskt fält. Optisk levitation är en metod för att hålla uppe och förflytta mycket små partiklar med hjälp av en laserstråle, detta har tillämpningen optisk pincett som utvecklades främst under 1970- och 80-talen av Arthur Ashkin [2], [3]. Optiska pincetter har idag ett brett användningsområde inom forskning i exempelvis biologi, nanoteknologi och spektroskopi, [4]. Detta projekt handlar varken om magnetisk eller optisk levitation, utan om tekniken att få objekt att sväva med hjälp av ljud; så kallad akustisk levitation.

Det fysikaliska fenomenet akustisk levitation upptäcktes år 1866 av den tyske fysikern August Kundt. Kundt utförde ett experiment för att mäta ljudets hastighet i en gas och ett oväntat resultat var att partiklar kunde levitera i ljudvågans noder. Från år 1933 och framåt utvecklades tekniken så att både droppar av alkohol och objekt stora som mynt kunde leviteras [5],[6]. Sedan dess har akustisk levitation använts bland annat för att studera mikrogravitationens påverkan på små vattendroppar i rymden. Detta experiment utfördes på ISS av Taylor Wang på uppdrag av NASA år 1985 [7].

Det finns olika tillvägagångssätt för att få ett objekt att sväva med hjälp av ljud. Enkelstrålelevitator innebär att trycket från en array av högtalare används för att få ett objekt att sväva. En vanligare metod är att utnyttja stående ljudvågor för att uppnå levitation. Den vanligaste metoden för att levitera objekt med hjälp av stående ljudvågor var länge det så kallade Langevinhornet, som består av en piezoelektrisk högtalare och en reflektor. En nackdel med Langevinhornet är att det kräver väldigt noggrann kalibrering av avståndet mellan högtalare och reflektor samt att uppställningen är väldigt känslig för temperaturförändringar [8]. I en akustisk TinyLev-fälla används istället två arrayer riktade mot varandra, där varje array består av många små högtalare. Precis som för Langevinhornet utnyttjas i en TinyLev-fälla en stående ljudvåg för att fånga partiklar. Denna sortens akustisk fälla är mindre känslig för temperaturförändringar och är dessutom mycket billig och enkel att tillverka. En enkel steg-för-steg instruktion [9] kan följas för att med enkla medel tillverka

en portabel TinyLev-fälla.

En stor del av motivationen bakom vidare forskning inom akustisk levitation ligger i dess breda användningsområde. En viktig tillämpning är möjligheten för det leviterade objektet att inte behöva interagera med andra ytor. Med hjälp av akustisk levitation kan interaktion mellan substanser och ytor undvikas eller utföras på ett kontrollerat sätt. Denna egenskap är användbar inom materialforskning då studier av väldigt varma eller reaktiva material kan genomföras på ett lämpligt och störningsfritt sätt [10]. Vid tiden för denna studie har framsteg lett till att fångade partiklar inte längre behöver vara statiska. Genom att ändra fas för enskilda ljudvågor är det möjligt att noggrant transportera en leviterad partikel till olika positioner inom det akustiska fältet. På så sätt kan ett dynamiskt akustiskt fält erhållas. Ännu en fördelaktig egenskap hos akustiska TinyLev-fällor är att det är möjligt att fånga flera partiklar parallellt i samma fälla [11]. Detta kan utnyttjas för att kontaktfritt föra samman två objekt eller substanser, något som använts av bland annat Brotton och Kaiser för att studera kemiska reaktioner [12]. Denna teknik, menar författarna, är applicerbar på studier av kemiska reaktioner relevanta för bland annat förbränningssystem eller biokemi.

Detta projekt utgår från en akustisk TinyLev-fälla med sfärisk geometri som tillverkats enligt guiden i [9]. Syftet är att vidareutveckla konceptet genom att prova andra geometrier på akustiska fällor samt undersöka praktiska tillämpningar som fluorescensspektroskopi. En plattare form hos arrayerna skapar en fälla med mer utrymme mellan nämnda arrayer. Detta kan vara fördelaktigt vid experimentella tillämpningar av akustisk levitation. Vidare är det av intresse att skapa en version av denna akustisk fälla med fler frihetsgrader, så som justerbart avstånd mellan arrayer av högtalare. Enligt simuleringar utförda av Dr. Ricardo Méndez Fragoso varierar utseendet av det akustiska fältet för olika geometrier på akustiska fällor [13]. I detta projekt undersöks hur dessa skillnader framträder i experiment. Utifrån dessa förutsättningar skapades en akustisk fälla med parabolisk geometri och en platt fälla som följer samma princip som Fresnel-linsen.

För att jämföra simuleringar och de framtagna fällorna kan bilder av akustiska fält tagna med ett optiskt Schlierensystem användas. Schlierenoptik är ett optiskt system som gör det möjligt att visualisera densitetsändringar i luften, orsakade av exempelvis ljudvågor eller temperaturförändringar. Detta gör det möjligt att jämföra simuleringar av det akustiska fältet med experimentella resultat.

Kapitel 2

Teori

I detta kapitel presenteras grundläggande teori och principer för hur materia kan leviteras med hjälp av ljud. Dessutom introduceras teori för de olika delprojekten och dess relation till akustisk levitation.

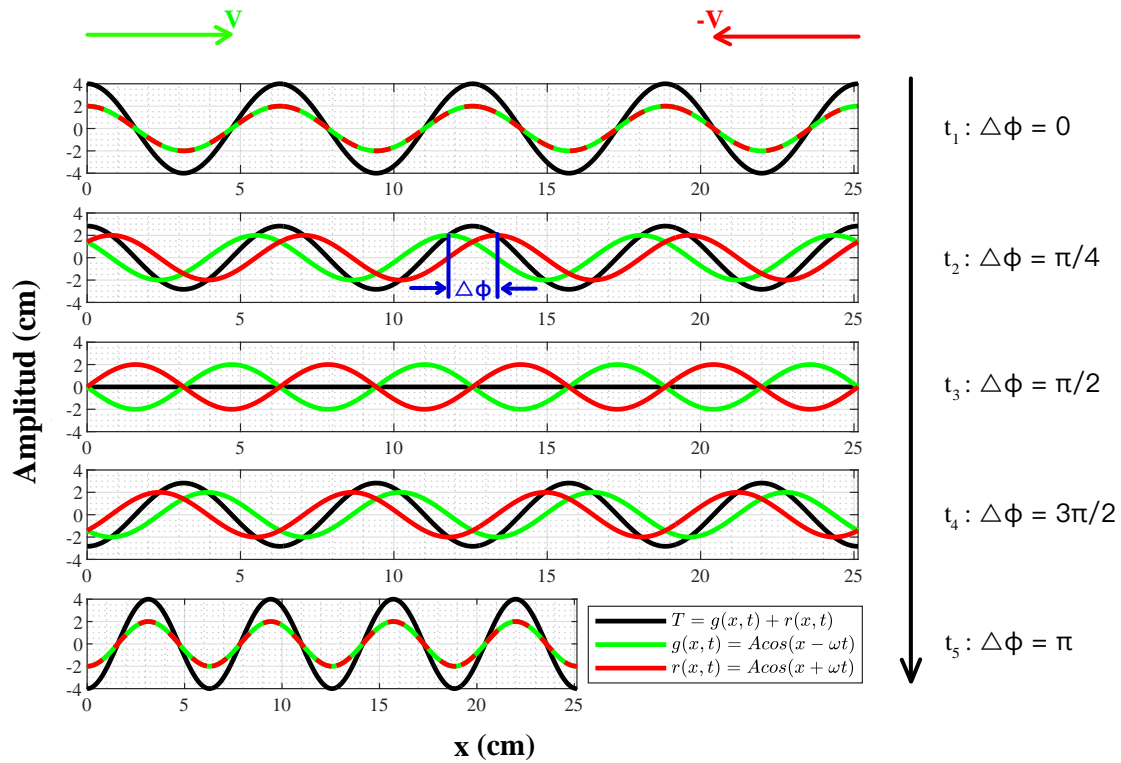
2.1 Stående vågor och ljud

Den grundläggande princip som akustisk levitation bygger på är vågfenomenet *stående vågor*. Stående ljudvågor uppstår när ljudvågor tillåts interferera på ett sådant vis att akustiska noder skapas. Akustiska noder är stationära punkter där total utsläckning av vågornas amplitud sker. De punkter där den stående ljudvågen har maximalt amplitud kallas akustiska antinoder.

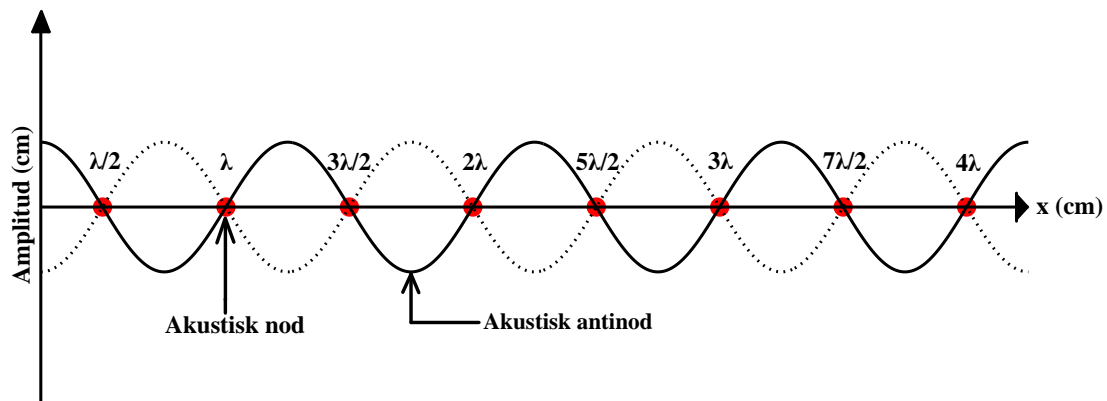
I Figur 2.1a ses sekvensiella bilder av en stående våg i svart samt de två identiska vågorna, i rött respektive grönt, som ger upphov till den stående vågen. Här ses att fasskillnaden $\Delta\phi$ mellan de två inkommande vågorna ökar med tiden och hur det påverkar utseendet på den resulterande stående vågen. Den maximala förstärkningen sker när vågorna sammanfaller med varandra, vid $\Delta\phi = 0$ och $\Delta\phi = \pi$ radianer. Total utsläckning av vågornas amplitud inträffar då fasskillnaden är $\Delta\phi = \pi/2$ radianer. Dessutom ses att den stående vågen har samma frekvens som de interfererande vågorna. Observera att de punkter på x-axeln där den svarta vågen har amplitud $A = 0$ förblir stationära i tiden och att dessa är den stående vågens akustiska noder. I Figur 2.1b är akustiska noder och antinoder markerade för samma stående våg. Som ses i figuren är avståndet mellan två intilliggande akustiska noder en halv våglängd $\lambda/2$.

De vågor i Figur 2.1a kan modelleras matematiskt som cosinusfunktioner enligt ekvation (2.1) där A är amplitud, x är vågens läge i x-led, ω är vinkelhastighet och t är tiden. Den gröna vågen beskrivs av $g(x, t)$, den röda av $r(x, t)$ och den stående vågen av $T(x, t)$.

$$\begin{aligned} T(x, t) &= g(x, t) + r(x, t) \\ g(x, t) &= A \cos(x - \omega t) \\ r(x, t) &= A \cos(x + \omega t) \end{aligned} \tag{2.1}$$



(a)

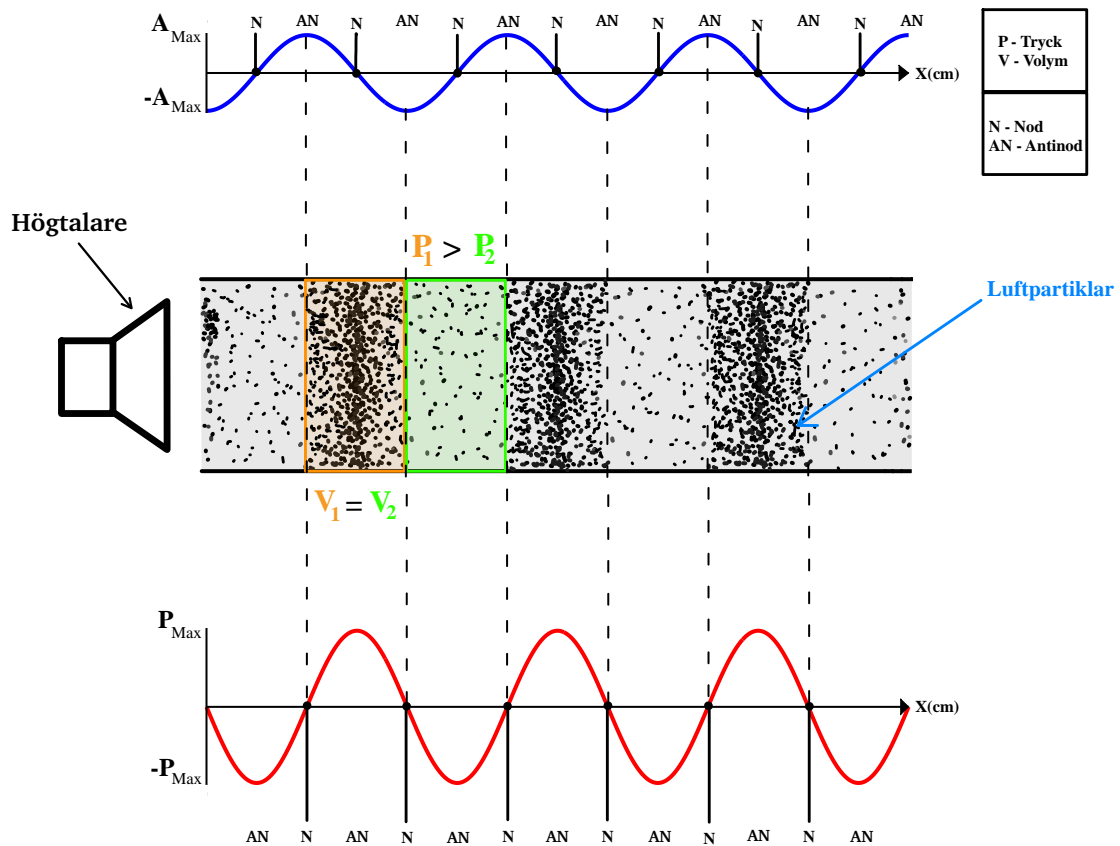


(b)

Figur 2.1: Stående akustisk våg, på y-axlarna ses amplitud och på x-axlarna ses avstånd i cm. I (a) ses sekvensiella bilder av en stående våg (i svart) och de två vågor som ger upphov till den stående vågen (i rött och grönt). I (b) ses samma stående våg med akustiska noder och antinoder utmärkta. Avståndet mellan två noder i en stående våg är $\lambda/2$.

Ljud är *longitudinella vågor* som utbreder sig i ett medium, vanligen luft. Ljudvågers utbredning resulterar i att luftens partiklar oscillerar kring det jämviktsläge där normalt lufttryck råder. Ljudvågens amplitud A som ses i ekvation (2.1) kan tolkas fysikaliskt som luftpartiklarnas tillfälliga förskjutning från jämviktsläget. Partiklarnas oscillerande rörelse ger upphov till en varierande partikeltäthet vilket i sin tur ger lokala tryckfluktuationer. Dessa kallas akustiskt tryck p_a och definieras som den lokala avvikelse från normalt lufttryck som en ljudvåg ger upphov till. Då partiklarna är som minst förskjutna från jämviktsläget är de som mest tätpackade och således svarar minimalt akustiskt amplitud A mot maximalt akustiskt tryck p_a , se Figur 2.2. Högst upp i figuren ses en akustisk cosinusvåg

med akustiska noder och antinoder markerade. Under detta ses en skiss av fördelningen av luftens partiklar vid en viss tidpunkt. Längst ner ses den tryckvåg som ljudvågen ger upphov till med trycknoder och tryckantinoder markerade. Observera att akustiska antinoder svarar mot trycknoder. Eftersom det är just trycknoder och tryckantinoder i en stående ljudvåg som är relevanta vid utförandet av akustisk levitation, benämns dessa från och med nu som endast noder och antinoder.



Figur 2.2: Fluktuationer i partikeltäthet och akustiskt tryck till följd av en ljudvågs utbredning i luft. Överst ses en akustisk våg med akustiska noder och antinoder utmärkta. I mitten ses fördelningen av luftens partiklar vid en tidpunkt i ljudvågens utbredning. Längst ner ses det akustiska tryck som ljudvågen ger upphov till, noder och antinoder är utmärkta.

Luft kan approximeras som en ideal gas. Enligt denna approximation ökar luftens densitet när trycket ökar eftersom tryck är omvänt proportionellt mot volymen enligt ideala gaslagen, se ekvation (2.2) respektive (2.3).

$$pV = RnT \Leftrightarrow p = \frac{RnT}{V} \sim \frac{1}{V} \tag{2.2}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \sim \frac{1}{V} \sim p \tag{2.3}$$

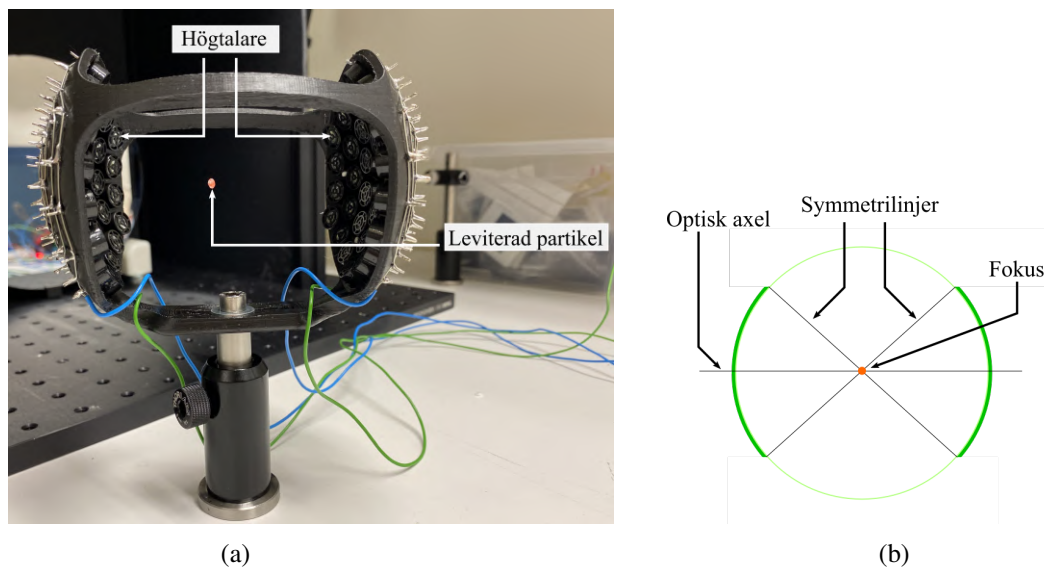
I sambanden ovan är m massan av luftpartiklarna som tar upp volymen V och p är trycket inom volymen V , dessa är markerade i Figur 2.2. T , n och R är temperatur, substansmängd

och ideala gaskonstanten. Områden där densiteten förblir låg när den stående vågen svänger i tiden är noder. I noderna kan små objekt leviteras med hjälp av det omgivande höga trycket i antinoderna, se Figur 2.2.

2.2 Akustisk levitation

Akustisk impedans Z är en fysikalisk egenskap som mäts i enheten $[\text{Pa}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-3}]$ och ger information om hur lätt en ljudvåg kan utbreda sig i ett medium. Ju högre akustisk impedans, desto trögare är det för ljudvågen att fortplantas. När ljud färdas genom medium med olika akustisk impedans kommer en del av ljudet reflekteras och en del brytas, precis som när ljus färdas mellan medium med olika brytningsindex. Partiklar med högre akustisk impedans än mediet inom vilket ljudet rör sig kan levitera i noderna hos en stående ljudvåg. Det som gör att partikeln kan levitera är det akustiska trycket i de omgivande antinoderna som verkar på objektet och motverkar gravitationen.

Som referensobjekt i detta projekt tas en sfärisk akustisk TinyLev-fälla med fokuspunkt (och radie) $F = 58,48$ mm. Denna fälla har skapats utifrån teorin för akustisk levitation [9], [14]. I Figur 2.3 ses denna sfäriska akustiska fälla. I Figur 2.3a ses en monterad fälla, på dess inre yta är ultraljudshögtalare monterade vinkelrätt mot ytan. Varje array består av 36 högtalare som är parallellkopplade och vidare kopplade till en signalgenerator. Mellan de två arrayerna ses en leviterande röd frigolitbit. I Figur 2.3b ses att fällan är symmetrisk kring sfärens mittpunkt.

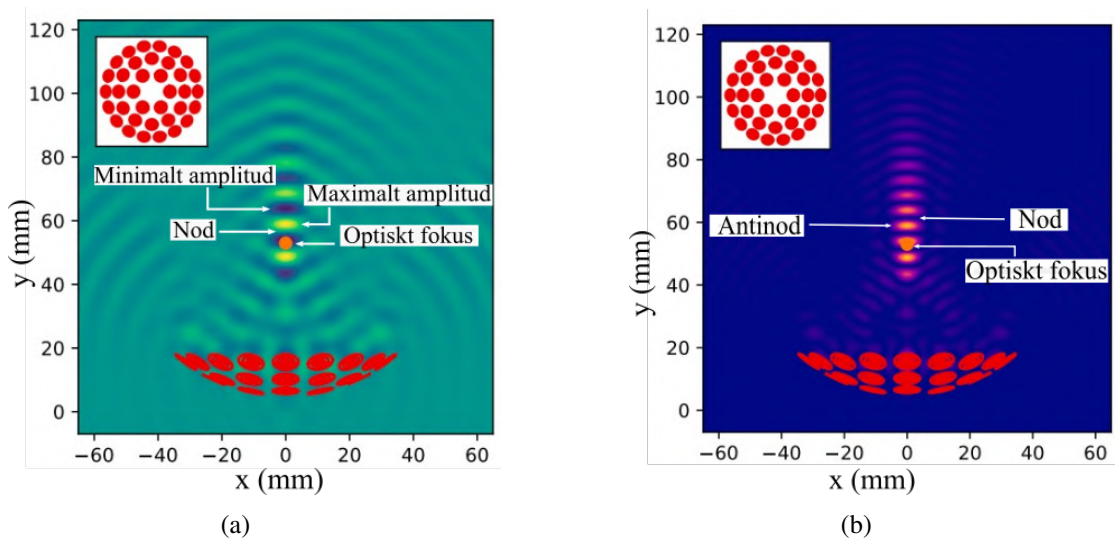


Figur 2.3: I (a) ses en monterad akustisk fälla med sfärisk form. 36 högtalare vardera är placerade vinkelrätt mot de sfäriska ytorna. En röd frigolitbit leviterar i en av fällans noder. I (b) ses att fällan är symmetrisk kring sfärens fokus.

Det akustiska fält som uppstår i en fälla kan simuleras med lösningar till vågekvationen i ekvation (2.4) med randvillkor $\partial\Omega = 0$. Vågekvationen är en differentialekvation där lösningarna Ψ beskriver en vågrörelse. Det akustiska fältet beräknas genom att lösa vågekvationen för varje högtalare och sedan summera samtliga lösningar [13].

$$\nabla^2 \Psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \quad (2.4)$$

I Figur 2.4 är det akustiska fältet från en sfärisk akustisk fälla simulerat av Dr. Ricardo Méndez Frago [13]. De gula områdena i 2.4a är antinoder med högt tryck och maximal akustisk amplitud A , de blå fälten är antinoder med minimal amplitud A . Noderna är de områdena i turkost mellan gult och blått. Den orangefärgade pricken är sfärens optiska fokus. Här observeras att det akustiska fältet framträder starkast i närheten av fokuspunkten. Den simulering som ses i 2.4b föreställer intensiteten hos det akustiska fältet. De gulrosa fälten är antinoder och de mörkblå fälten är noder. Intensiteten kan ses som effektiv kraft och är proportionell mot det akustiska fältet i kvadrat.



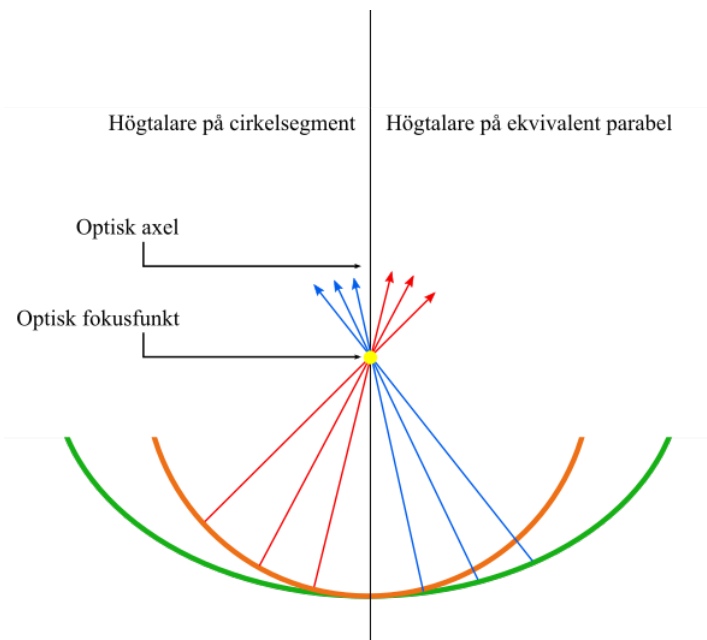
Figur 2.4: Simulering av det akustiska fältet som uppstår från en array av 36 högtalare med frekvens $f = 40$ kHz i en sfärisk akustisk fälla. I det övre vänstra hörnet och i nedre delen av figurerna ses högtalarnas placering från olika vinklar i rött. (a) visar en simulering av det akustiska fältet där områden med maximal amplitud illustreras med gult. De mörkblå områdena är där det akustiska fältet har minimal amplitud och noderna är de turkosa områdena mellan gult och blått. Pricken med orange färg utgör centrum av fällan. I (b) ses en simulering av intensiteten hos det akustiska fältet där gul-rosa är antinoder och de blå fälten mellan antinoderna är noder.

Generellt gäller att objekt som leviteras ska vara mindre än en halv ljudvåglängd $\lambda/2$ [15]. Detta gäller eftersom avståndet mellan två noder är just $\lambda/2$, objekt som leviterar mellan två noder får således denna storleksbegränsning. I detta projekt används högtalare med frekvensen $f = 40$ kHz vilket innebär att objekt som är mindre än 4,25 mm kan leviteras. Dock spelar faktorer som densitet, akustisk impedans och ytstruktur hos det leviterade objektet roll för hur stora objekt som kan leviteras. I den sfäriska akustiska fälla som är utgångspunkt i detta projekt kan vätskedroppar med en diameter på omkring 1 mm och frigolitbitar med omkring 2 mm i diameter levitera [16].

2.3 Parabolisk akustisk fälla

Med utgångspunkt i den existerande sfäriska fällan, se Figur 2.3, kan en motsvarande fälla med parabolisk geometri skapas. Således kan fällornas egenskaper jämföras, exempelvis genom att studera de akustiska fältens utseende. Den ekvivalens som eftersträvas är en parabolisk yta med samma optiska fokus som den sfäriska ytan. I Figur 2.5 ses vad det innebär att en paraboloid är ekvivalent med en sfär i optiskt fokus. I figuren representeras sfären som ett cirkelsegment och parabolen av en parabel. Ljudets riktning för högtalare placerade på cirkelsegmentet och dess ekvivalenta parabel bryts i samma punkt. Denna punkt är de akustiska fällornas optiska fokus.

En paraboloid i två dimensioner är parabel som kan beskrivas matematiskt på formen $y = ax^2$ där x och y är variabler och a är en konstant. En parabel på denna form har fokuspunkten $F = 1/4a$. Detta samband ger för en given fokuspunkt F ekvationen (2.5) för en parabel.



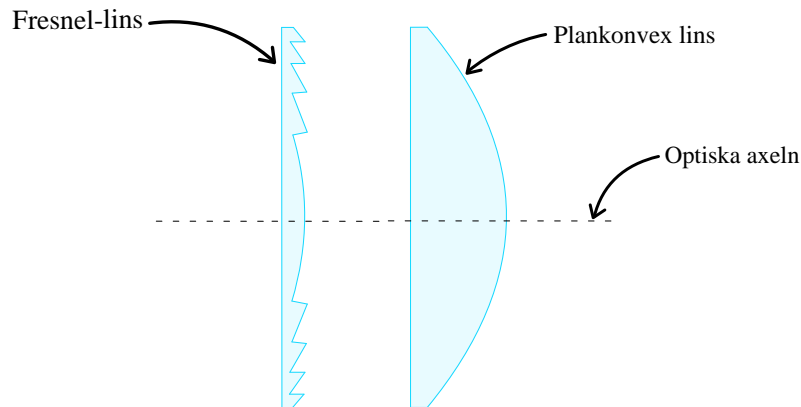
Figur 2.5: Ett cirkelsegment samt en parabel med samma optiska fokus som således kan anses ekvivalenta. I orange visas ljudets riktning från högtalare placerade på cirkelsegmentet. I blått ses detsamma för högtalare placerade på parabeln.

$$y = \frac{1}{4F}x^2 \quad (2.5)$$

2.4 Akustisk Fresnel-fälla

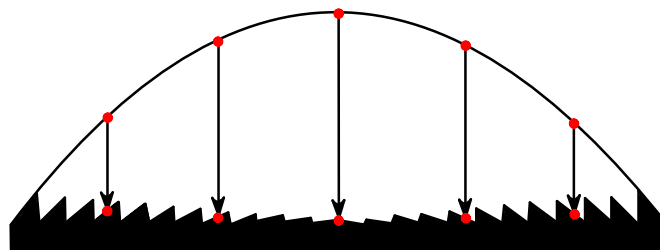
Den underliggande teorin till konstruktionen av den akustiska Fresnel-fällan är baserad på strukturen för Fresnel-linsen. Detta är möjligt då både ljud och ljus har vågegenskaper. Fresnel-linsen fås genom att utföra en genomskärning av en plankonvex lins vilket minskar mängden material, se Figur 2.6. För att erhålla en Fresnel-fälla från en sfärisk fälla, krävs ingen genomskärning eftersom fällorna består av högtalare som producerar ljudvågor.

Dessutom är högtalare placerade på den inre ytan av den sfäriska kaviteten och de är riktade mot fokalpunkten.



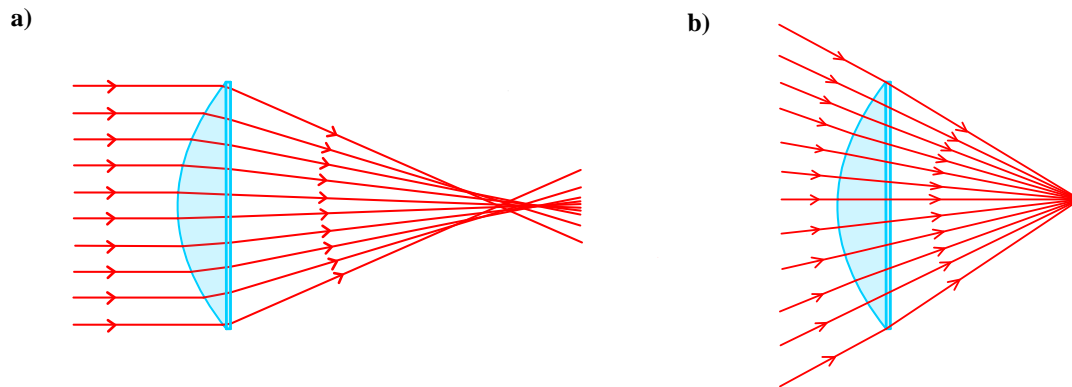
Figur 2.6: Fresnel-linsen presenteras till vänster och den plankonvexa linsen befinner sig till höger, där den streckade linjen motsvarar optiska axeln. Linserna i figuren visar endast sido-perspektivet i genomskärning, från ovan har Fresnel-linsen cirkulära taggmönster.

Vanligtvis uppnås Fresnel-strukturen genom att ta tangenten till varje punkt på den plankonvexa linsen. Därefter projiceras lutningen av tangenten såväl som punkten ner på en plan yta, detta illustreras i Figur 2.7. Punkten i centrum av linsen har en tangent som är parallell med den platta ytan. Ju längre bort från centrum punkterna befinner sig desto brantare blir lutningen.



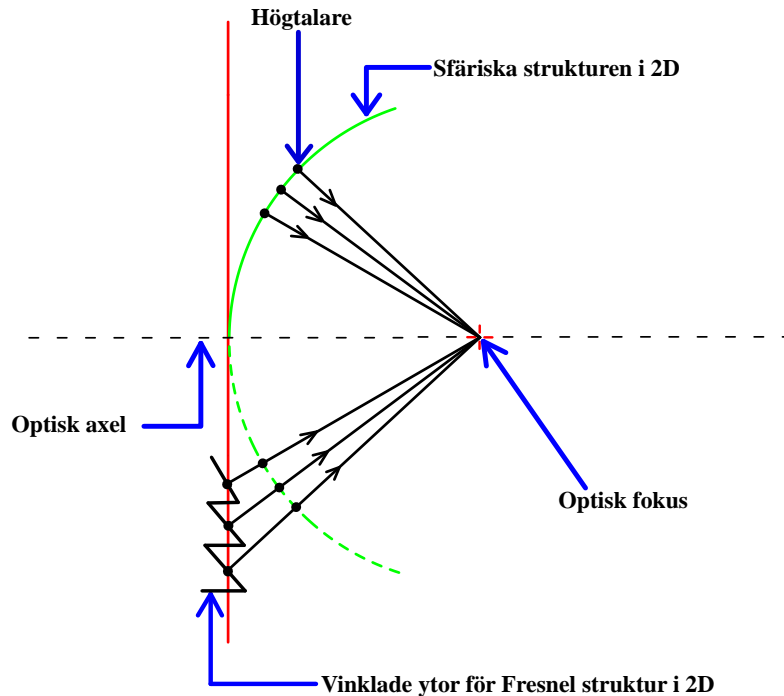
Figur 2.7: De rödmarkerade punkterna på den plankonvexa-linsen projiceras rakt ner på en plan yta, för att skapa en Fresnel-lins. Lutningarna på taggmönstret bestäms genom att ta tangenten för varje punkt, vilket motsvarar en vinkel.

Det är dock inte möjligt att tillämpa detta tillvägagångssätt för en sfärisk struktur. Ett generellt problem som uppstår med den sfäriska geometrin kallas för *longitudinell sfärisk aberration*, se Figur 2.8. Detta innebär att parallella strålar som passerar en sfärisk lins sprider ut sig avsevärt längs den optiska axeln. Detta medför att transformationen från en sfärisk akustisk fälla till en Fresnel-fälla behöver korrigeras.



Figur 2.8: a) longitudinell sfärisk aberration sker när en sfärisk lins träffas av parallella strålar, då utgående strålar sprids istället för att samla ljuset i en fokalpunkt. b) När ljustrålar färdas längs den radiella riktningen genom sfäriska linsen samlas utgående strålar i fokalpunkten.

För att korrigera aberrationsfelen i den sfäriska strukturen och därmed uppnå korrekt funktion av Fresnel-fällan, bör projektionen inte ske i parallell riktning som ses i Figur 2.7. När inkommande strålar rör sig längs den radiella riktningen och träffar den sfäriska linsen uppstår ingen aberration och de utgående strålarna samlas i fokalpunkten. Detta innebär att korrekt funktion av fällan uppnås när positionerna för högtalarna på den sfäriska fällan projiceras radiellt. Därefter justeras punkternas riktning med en given vinkel för att högtalarna ska peka mot fokalpunkten, se Figur 2.9.



Figur 2.9: Den sfäriska och Fresnel-fällans geometrier illustreras i två dimensioner, de svarta punkterna motsvarar högtalare och de svarta linjerna är ljudvågor. Fresnel-strukturen vinklar högtalarna mot det optiska fokuset vilket ger korrekt funktion hos fällan. Högtalarna på Fresnel-strukturen är linjerade längs den röda vertikala linjen. Den streckade linjen är den optiska axeln.

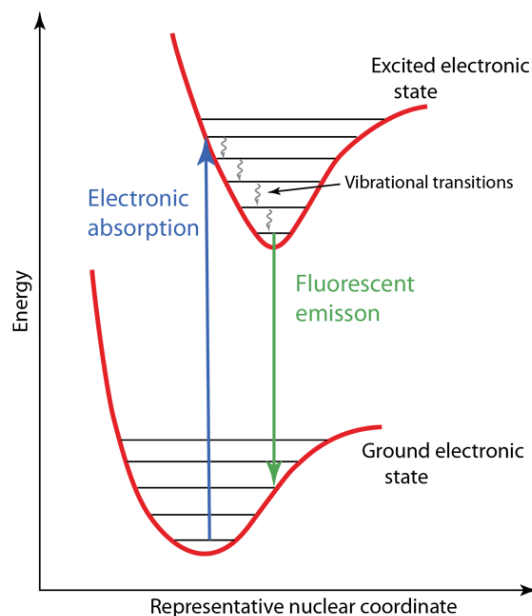
2.5 Spektroskopitillämpning av akustiska fällor

I detta avsnitt förklaras vilken typ av spektroskop som utförs och teorin bakom fenomenet fluorescens. Fördelen med den akustiska fällan är möjligheten att utföra mätningar på ett prov utan en kontaktyta. Detta skiljer sig från att behöva lägga provet på ett annat objekt så som ett plexiglas vilket ofta används i laborationer. Felkällor som till exempel kontaminerade prover elimineras helt då provet kontaktfritt leviterar i luften.

2.5.1 Fluorescensspektroskopi

Spektroskopin som utförs är fluorescensspektroskopi. Ämnen som klorofyll i gröna växter fluorescerar när ämnet blir belyst med rätt våglängd. Fluorescens går ut på att ämnet emitterar ljus med en längre våglängd än den som absorberats. En längre våglängd innebär att fotonerna har lägre energi enligt $\lambda = hc/E$. UV-lampor, till exempel, utnyttjar detta genom att skicka ut ljus som inte är synligt för människor men som synliggörs med en unik nyans efter att fluorescens har skett. Fluorescensspektroskopi undersöker elektron- och vibrationsövergångar. En molekyls tillstånd erhålls med vågfunktioner, denna vågfunktion är en produkt av en radiell del samt en vinkeldel. Vinkeldelen svarar mot rotationer medan den radiella delen svarar mot vibrationsrörelser i molekylen [17]. I elektroniska tillstånd finns ett antal vibrationstillstånd vilka kan beskrivas som harmoniska- eller anharmoniska oscillatorer. Övergångar till vibrationstillstånd som beskrivs av harmoniska oscillatorer följer strikt urvalsregeln $\Delta\nu = \pm 1$ där ν är vibrationskvanttalet [17]. För anharmoniska oscillatorer, som är en bättre approximation av potentialkurvan vid högre energier, gäller denna urvalsregel inte lika strikt. Övergångar motsvarande $|\Delta\nu| > 1$ är dock oftast inte märkbara [17].

Vid fotoabsorption exciteras molekylen till ett högre elektroniskt tillstånd. Vid denna övergång exciteras molekylen från ett vibrationstillstånd till ett annat, övergången illustreras i Figur 2.10. Beroende på vilket vibrationstillstånd molekylen exciteras till emitteras energin vid de-excitation olika. På så sätt kan breda toppar observeras när detekterade våglängder plottas mot intensiteten.

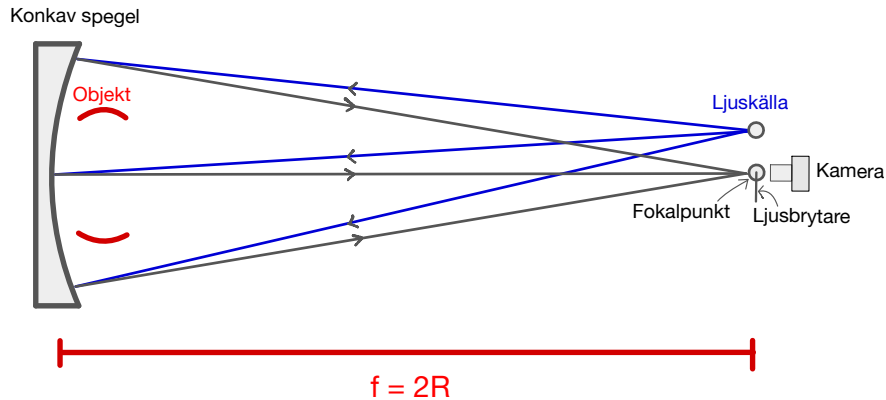


Figur 2.10: Figur av elektron- och vibrationsövergång. De röda linjerna motsvarar potentialkurvor och de svarta linjerna som korsar kurvorna motsvarar olika vibrationstillstånd med olika energier. Bild tagen från Beiser, Arthur, Perspectives of Modern Physics, McGraw-Hill, 1969 [18].

2.6 Schlierenoptik

Den sfäriska akustiska fällan i Figur 2.4a har en frigitbit som leviterar i en nod omringad av antinoder. Noderna och antinoderna motsvarar låg- respektive högdensitetsområden som inte är synliga för blotta ögat, se Figur 2.2. För att visualisera densitetsändringar kan Schlierenoptik användas. Schlierenoptik utnyttjar hur ljusvågor refrakteras när de passerar ett medium med olika brytningsindex n [19]. Om man låter en punktformad ljuskälla lysa mot ett område med skiftande densitet som i Figur 2.2, kommer ljus som passerar områden med lägre densitet böjas mer än i områden med högre densitet. Detta orsakas av relationen mellan brytningsindex och densitet, där skillnaden i n beror på ändringar i mediets densitet. För Schlierenoptik nyttjas vanligtvis luft som medium. När ett stearinljus ger ifrån sig värme ser man ofta en svagt skimrande effekt i luften runt om, det är ändringar i brytningsindex orsakade av densitetsändringar i luften. Med hjälp av Schlierenoptik kan man visualisera dessa ändringar i densitet som mörka och ljusa ytor i en bild.

Objektet som undersöks placeras framför en konkav spegel och belyses med en ljuskälla. Ljuset reflekteras tillbaka mot en knivskarp kant (ljusbrytare) och sedan in mot en kameralins, se Figur 2.11.



Figur 2.11: Uppställning för Schlierenoptik. Den konkava spegeln är en liten del av en sfär med en radie på R . Spegeln reflekterar inkommande ljus från ljuskällan som passerar luften som påverkas av objektets värmestrålning eller annan energi/kraft och i sin tur refrakterar ljuset genom att ändra densiteten i luften. Det refrakterade ljuset reflekteras och fokuseras mot fokalpunkten $F = 2R$ och bryts med en ljusbrytare. Kameran registrerar det delade ljuset som uttrycks som mörka och ljusa områden i en bild.

Det observerade objektet utger någon form av energi eller kraft som ändrar luftens densitet. Ljuset som passerar luften kommer i sin tur refrakteras vid ändringar av brytningsindex. Ljusstrålarna (blå strålar i Figur 2.11) som reflekteras mot fokalpunkten blockerats av ljusbrytaren som endast släpper igenom en viss procent av ljuset till kameran. Om de blockerade ljusstrålarna refrakteras när objektet orsakar ändringar i brytningsindex, kommer en del av dessa strålar ta sig runt ljusbrytaren och registreras i kameran.

2.6.1 Brytningsindex, densitet och ljusbrytare

Som nämnts ovan beror ändringar av brytningsindex n på ändringar i densiteten, större ändringar av n motsvarar större vinkel som ljuset refrakteras (böjs) med. Ju mer ljuset böjs desto mer ljus passerar ljusbrytaren och ju mindre ljuset böjs desto mindre ljus passerar. De energier eller krafter som orsakar densitetförändringar, och således böjning av ljuset, syns som antingen ljusa eller mörka områden. Resterande strålar är reflekterade och opåverkade. Ljusbrytaren är alltså till för att urskilja ändringar i n genom att särskilja ljustrålar som reflekteras från ljusstrålar som refrakteras.

De refrakterade strålarna följer Snell's lag, se ekvation ((2.6)). θ_1 är vinkeln för det infallande ljuset efter reflektion och innan objektet, medan θ_2 är det refrakterade ljusets vinkel. I dessa försök är n_1 och n_2 för två olika områden med olika densiteter, där dessa områden gränsar varandra sker böjning av ljuset. En större skillnad mellan n_2 och n_1 resulterar i större en böjningsvinkel θ_2 . Det som avgör vilka områden som är mörka och ljusa på en bild tagen med Schlierenoptik är just denna vinkel.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Leftrightarrow \theta_2 = \arcsin \frac{n_1 \sin \theta_1}{n_2} \quad (2.6)$$

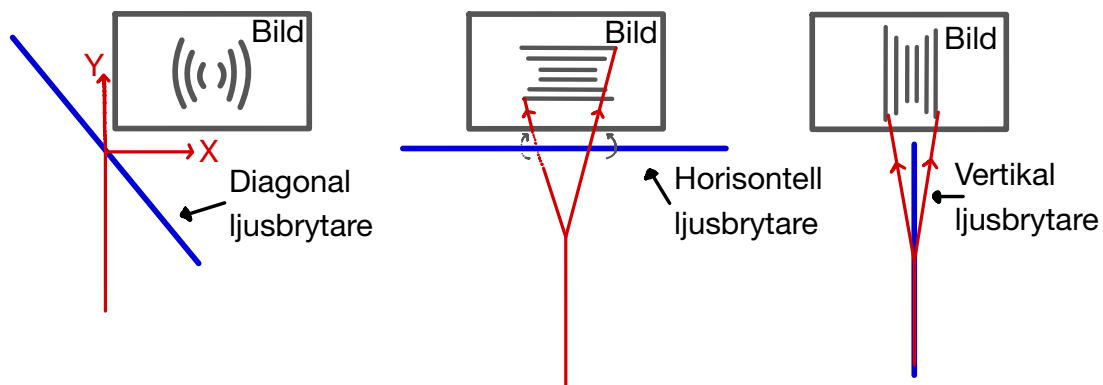
Den matematiska relationen mellan densitet ρ och brytningsindex n följer Gladstone–Dalelagen [19]. I ekvation (2.7) är k Gladstone–Dale-konstanten för ett givet medium och den är $2,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{kg}$ i luft och konstant över det synliga spektrumet [14].

$$n - 1 = k\rho \quad (2.7)$$

Ljusa och mörka områden motsvarar ändringen av n och inte n självt. Denna ändring beror på ljusets position, alltså gradienterna vinkelräta mot den optiska axeln och ljusbrytarens yta $\frac{\partial n}{\partial x}$ och $\frac{\partial n}{\partial y}$.

2.6.2 Kameraexponering

För att få med hela objektet är det viktigt att ljusbrytaren används korrekt. Det finns olika typer av ljusbrytare och en bra princip är att hitta en ljusbrytare med en diameter mellan 90 och 95 procent av ljuskällans diameter [14]. För en optimal bild är det bra att använda en tråd som ljusbrytare. Vid användning av till exempel ett rakblad kommer ljuset endast passera över rakbladet och färre ljustrålar registreras från områden med ändringar i n . Att positionera tråden i en 45° vinkel är viktigt för att kameran ska kunna registrera alla ändringar i brytningsindex. Om tråden är horisontellt eller vertikalt orienterad, ges en bild där vertikala eller horisontella brytningsgradienter filtreras bort. Detta illustreras i Figur 2.12.



Figur 2.12: Tre olika exempel på hur ljuset bryts när det passerar ljusbrytare orienterade diagonalt, horisontellt och vertikalt. Objektet som undersöks är en sfärisk akustisk fälla där man ser hur fältet ser ut för de olika orientationerna. Den diagonala ljusbrytaren låter kameran registrera ljusets alla komponenter medan de horisontella och vertikala trådarna filtrerar bort vertikala eller horisontella gradienter av brytningsindex.

Kapitel 3

Metod

I detta kapitel beskrivs tillvägagångssätt för utförande av projektet.

3.1 Parabolisk akustisk fälla

För att skapa en parabolisk akustisk fälla bestämdes först den paraboliska formen. En paraboloid med samma fokuspunkt $F = 52,98$ mm som den sfäriska fällan (se Figur 2.3) bestäms med ekvation (2.5). Detta ger ekvation (3.1) för den parabel som definierar den paraboliska formen med denna fokuspunkt.

$$y \approx 0,004719 \cdot x^2 \quad (3.1)$$

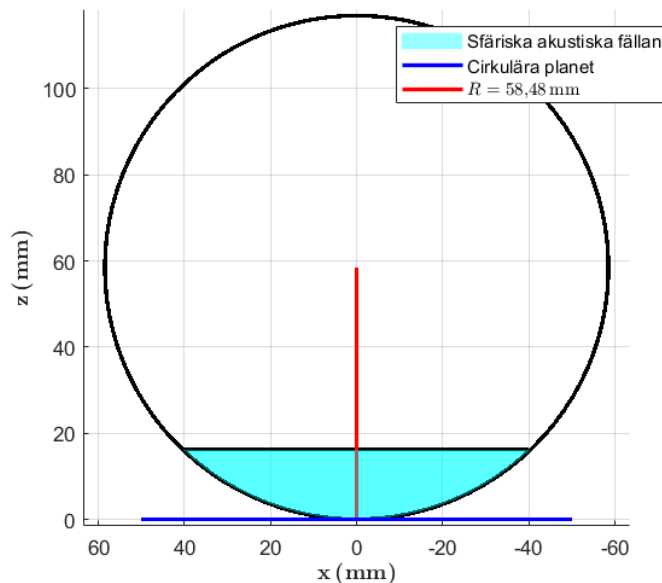
Den paraboliska yta som erhålls genom att rotera parabeln i ekvation (3.1) 180 grader runt y-axeln utgör strukturen för en array. Precis som i den sfäriska fällan består en parabolisk array av 36 högtalare. Högtalarnas mönster i en sfärisk array projiceras på ytan, på detta vis fås en parabolisk akustisk fälla med högtalare placerade i ett cirkulärt mönster. I innersta, mellersta, och yttersta cirkeln placeras sex, tolv respektive 18 högtalare. Vinkeln från parabolens centrum för de tre raderna ses i tabell A.1.1, se bilaga A.1.

Den paraboliska fällan konstruerades i ritprogrammet Inventor™ (Autodesk), se bilaga A.2 för ritning. Vidare skrevs konstruktionen ut i 3D med en ZYYX Pro™ (ZYYX Labs AB). Samtliga högtalare monterades vinkelrätt mot den paraboliska ytan i cylindriska hål. Högtalarna parallellkopplades genom en elektrisk kopplingsplatta för att vidare kopplas till en signalgenerator med tillhörande stegmotor. Se Figur A.3.1 i bilaga A.3 för kopplingschema.

3.2 Akustisk Fresnel-fälla

Konstruktionen av Fresnel-fällan initierades genom att projicera högtalarnas positioner i den sfäriska akustiska fällan på ett cirkulärt plan. Den sfäriska fällan som är lik en sfärisk kalott tillhör en större sfär med en radie R och det cirkulära planet placeras precis bakom fällan, se Figur 3.1. Planets mittpunkt har ett avstånd på R från den stora cirkeln. Likt den paraboliska fällan består Fresneffällan av 36 högtalare placerade i ett cirkulärt mönster. För att få positionerna för alla högtalare på planet räcker det att projicera en högtalare

i varje ring, se Figur 3.2. Resterande positioner erhålls genom att placera n ekvidistanta punkter på en cirkulär bana.

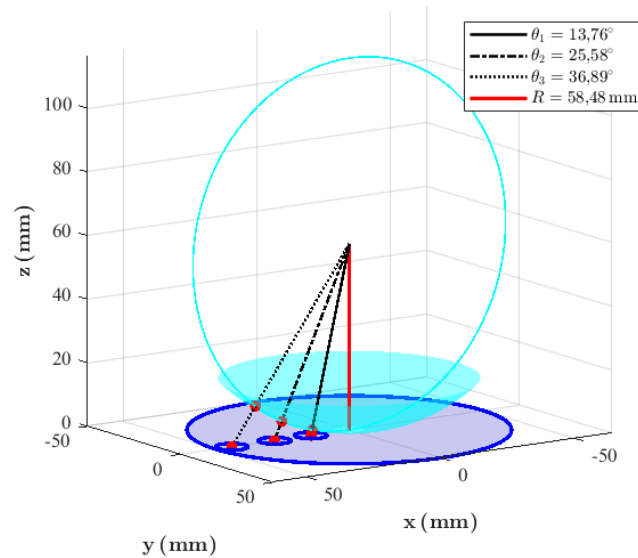


Figur 3.1: Det cirkulära planet placeras bakom den sfäriska akustiska fällan. Fällans geometri tillhör den svartmarkerade cirkeln med radie $R = 58,48$ mm.

Linjer projiceras ner från den svarta cirkelns centrum till högtalare i varje ring och därefter formas tre rätvinkliga trianglar på planet. Den närliggande kateten är R och motstående katet är det sökta avståndet från planets mittpunkt. Detta avstånd kan beräknas med givna vinklar mellan R och hypotenusan, se Figur 3.2. Med sambandet mellan sidorna på den rätvinkliga triangeln och vinkeln fås avståndet x_i med ekvation (3.2), för $i = 1, 2, 3$ motsvarande de tre cirklarna.

$$x_i = R \sin(\theta_i) \quad (3.2)$$

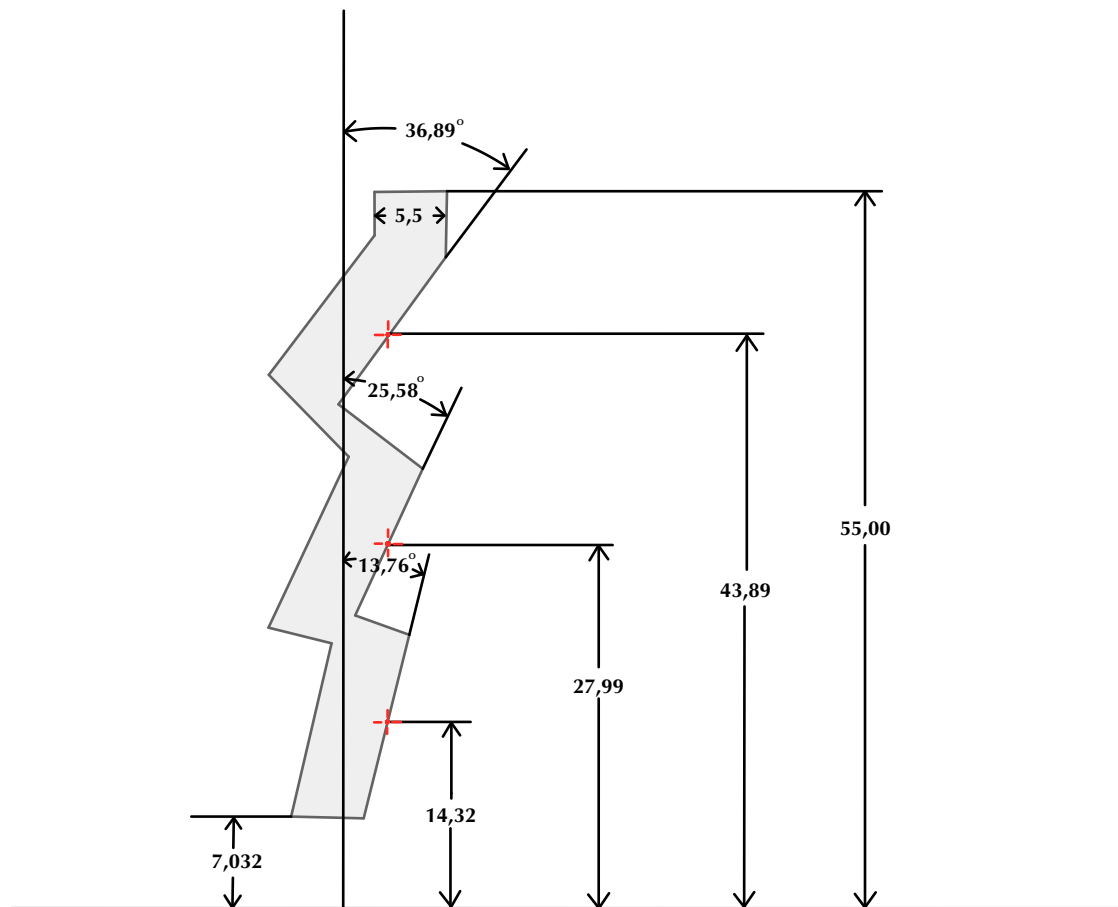
Efter att avståndet är beräknat ska punkterna på planet höjas med en vinkel θ_i med syftet att skapa ringformade segment med en lutning likt i en Fresnel-lins.



Figur 3.2: Högtalarnas initiala positioner på fällan projiceras med en vinkel θ_i , på det ifyllda blåa cirkulära planet. Det cirkulära planet används för att skapa Fresnel-fällan. Den cyanfärgade klotkalotten representerar fällans geometriska form och tillhör en sfär med radie R . De röda punkterna på den sfäriska fällan och det cirkulära planet motsvarar mittpunkten på högtalarna.

Även Fresnel-fällan ritades i CAD-programmet *Inventor*TM, se ritning i Figur 3.3. I fällans centrum skapas ett hål med radie 7,03 mm för att kunna tillämpa spektroskopiska mätningar. För att alla högtalare ska vara i fas behöver högtalarmembranets mittpunkt hamna på samma vertikala linje. Detta justeras genom att bestämma tjockleken på fällan till 5,5 mm, där alla högtalare placeras i små hål med ett djup på 5,0 mm. Anledningen till att djupet på hålet är 5,0 mm är att höjden till högtalarmembranet är 5,0 mm.

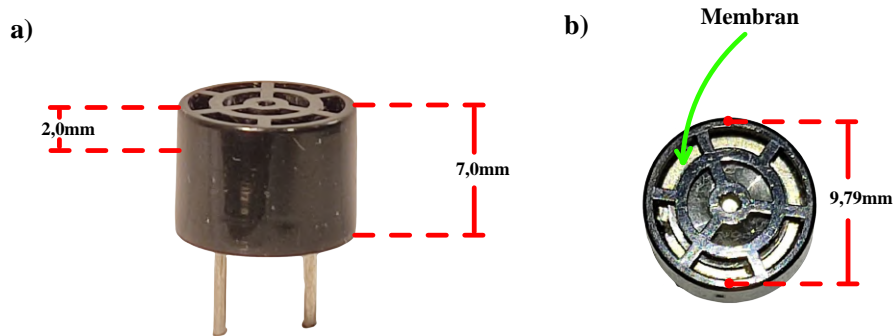
[mm]



Figur 3.3: De rödmarkerade kryssen motsvarar högtalarna vars vertikala avstånd från den horisontella axeln är markerade. Även vinklarna är markerade. Tjockleken på fällan är 5,5 mm och avståndet 7,03 mm motsvarar radien hos hålet för spektroskopisk tillämpning. Diametern för Fresnel-fällan är 110 mm.

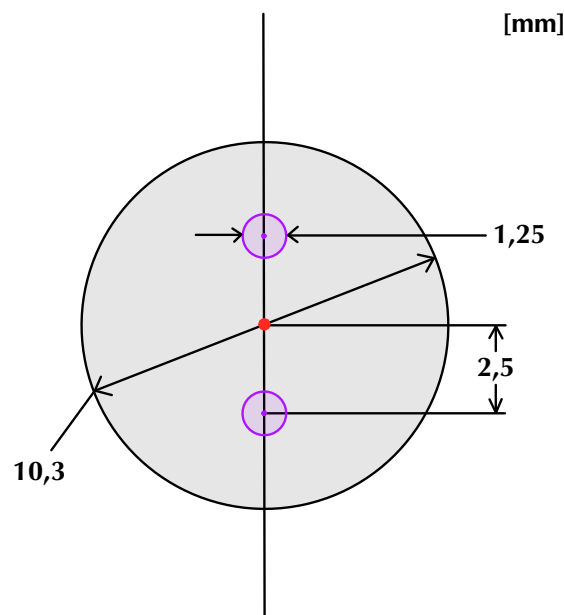
Då högtalarna är 7,0 mm höga innebär det att 2,0 mm av högtalaren kommer att sticka ut på fällans framsida. Detta påverkar inte egenskapen hos fällan eftersom mittpunkterna på högtalarmembranen är linjerade. Då högtalarna har en lutning är fällans bak- och framsida parallella.

För noggrann mätning används ett skjutmått för att mäta högtalarnas diameter till 9,78 mm och elektroddiametern till ungefär 0,7 mm, se Figur 3.4. Längden av anoden och katoden varierar mellan 7,0 mm och 4,0 mm. Därefter kan hål för högtalarna konstrueras utifrån de uppmätta parametrarna. Vid 3D-utskrivning kan konstruktionen deformeras av värmen, därför ökades diametrarna till 10,3 mm och 1,25 mm se Figur 3.5. Ökningen av diametrarnas valdes utifrån tidigare erfarenhet. Högtalarnas elektroder sticker ut på baksidan av fällan för att möjliggöra parallellkoppling.



Figur 3.4: (a) Högtalarens höjd är 7,0 mm och membranets avstånd från toppen är 2,0 mm. Elektrodena är metallpinnarna som befinner sig under högtalaren. (b) Här ses membranet från ovan, det består av en tunn metallplatta, diametern för högtalaren är markerad.

Ett stöd skapas för att fällan ska hållas upprätt och kunna placeras stadigt på en platt yta. För att avståndet mellan arrayerna ska kunna hållas konstant konstrueras nio små hål på stödet. Dessutom skapades en kvadratisk ram med hål i varje hörn. Hålen har samma diameter med avsikt att linjera uppställningen.

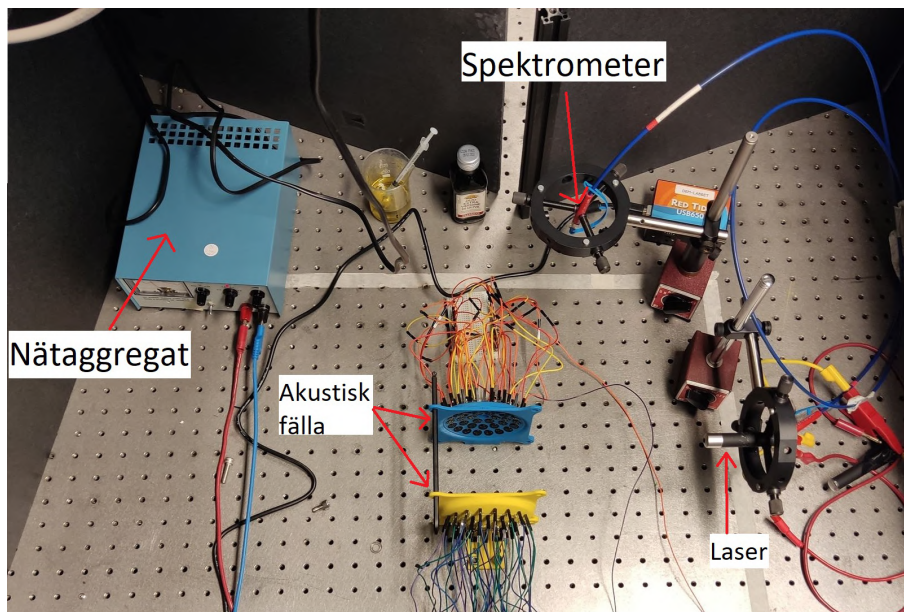


Figur 3.5: Den grå cirkeln är hålet i vilket högtalaren placeras. De små lila cirklarna är hålen där elektrodena placeras.

Även denna fälla skrivs ut i 3D med en ZYYX Pro™. När Fresnel-fällan är färdigframställd placeras en högtalare i varje hål. Placeringen av anod och katod hålls konsistent. Slutligen kopplas fällan enligt kopplingsschemat i Figur A.3.1 i bilaga A.3.

3.3 Spektroskopitillämpning av akustiska fällor

Den akustiska fällans tillämpning för spektroskopi undersöks med extra jungfruolivolja och dess fluorescensegenskaper. Fluorescensspektroskopin utförs med fällan med sfärisk geometri. Vidare utförs mätningar även med den paraboliska fällan och Fresnel-fällan. Figur 3.6 visar hur en uppställning för att utföra fluorescensspektroskopi kan se ut.



Figur 3.6: Uppställning för utförande av fluorescensspektroskopi. Spektrometern är lagd åt sidan för att lättare kunna justera den akustiska fällan.

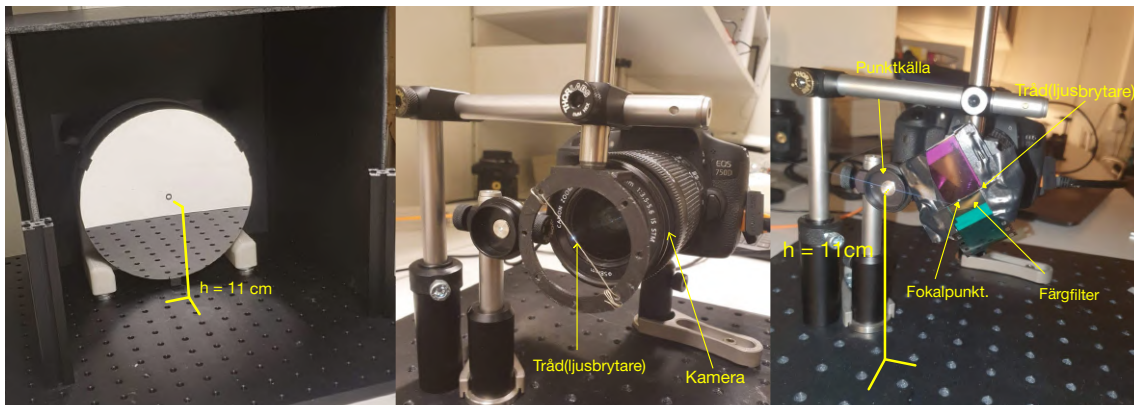
Figur 5 i artikeln av Wahab och Gore visar ett excitationsspektrum för extra jungfruolivolja [20]. Grönt ljus med våglängd 532 nm genom en droppe av extra jungfruolivolja medför en emittans av ljus med en våglängd 600–700 nm [20]. Utöver grönt ljus utförs även mätningar med rött och blått ljus med 630 nm respektive 410 nm våglängd. I vår studie kommer en jämförelse med Wahab och Gores studie [20] göras för att undersöka huruvida samma resultat fås för mätningar utförda med hjälp av en akustisk fälla.

3.4 Schlierenoptik

För att sätta upp ett Schlierenoptiksystem behövs kamera, konkav spegel, punktkälla, ljusbrytare av någon sort och frekvensgenerator. Den konkava spegeln omsluts för att minska luftflödet och få ett tydligare fält, se Figur 3.7. För bra kontrast är det viktigt att punktkällan, ljusbrytaren och kameran är tätt intill varandra. Fokalpunkten och ljuskällan placeras på spegelns fokallängd. Det är också viktigt att ljuskällan är på samma höjd som spegelns mitt vilket är 11 cm från arbetsytan. Som nämnt i sektion 2.6.2 är det optimala valet av ljusbrytare en tråd i 45° vinkel med en diameter mellan 90-95 procent av punktkällans diameter.

Då högtalarna i de akustiska fällorna har en frekvens på 40 kHz behöver ljusvågorna från punktkällan ligga på 40 eller 80 kHz. Anledningen till detta är att ljudvågor utbreder sig med en hastighet för stor för kameran att registrera. Genom att koppla upp punktkällan till

en frekvensgenerator pulserar ljuset med dessa frekvenser istället för att utbreda sig kontinuerligt. Kameran kan då registrera halva eller hela den stående vågen för de respektive frekvenserna [14].



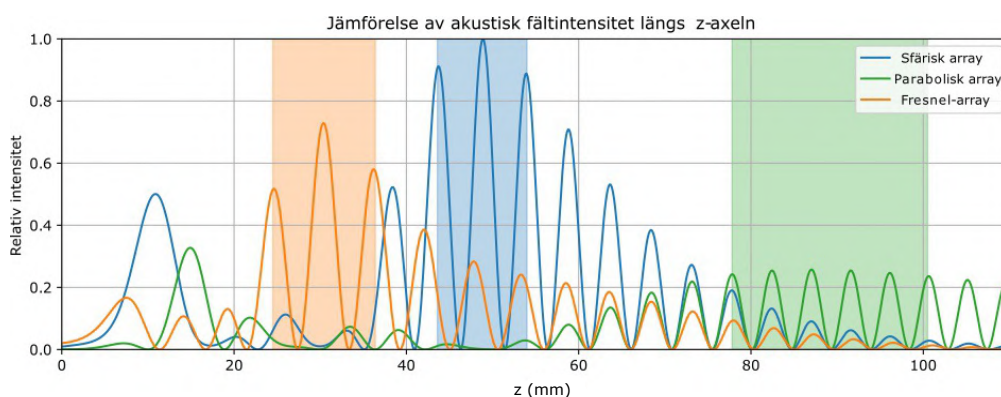
Figur 3.7: Till vänster ses hur den konkava spegeln är omsluten för att minska luftflödet. De två uppställningarna till höger skiljs åt av typen av ljusbrytare. I den vänstra av de två används en tråd i 45° vinkel medan i den till höger används ett cyan- och magnetafärgfilter med en väldigt tunn tråd mellan. Detta filter är också placerat i 45° vinkel. Kameran som används är en Canon EOS 750D.

När bilderna tas på spegeln ses mycket störningar från luftflödet och värme från högtalarna. För att minimera dessa störningar används burst-mode-funktionen i kameran för att ta flera bilder under kort tid [16]. Med openCV-biblioteket i Python som är ett bildhanteringsbibliotek, kan man få fram en sammanslagen bild av dessa med den inbyggda funktionen *addWeighted*. Om tio bilder tas på ett akustiskt fält är detta fält konstant i sitt utseende för varje bild medan luftflödet och värmen ändras för varje bild, detta identifieras som statiska och dynamiska delar. Dessa tio bilder extraheras från en mapp till en matris i Python som hanterar bild ett och två med *addWeighted*-funktionen och skapar en ny bild. Den nya bilden och bild tre hanteras igen och ännu en bild skapas. Detta pågår tills alla tio bilder blandats till en enda bild. Metoden beskrivs mer utförligt i boken Computer Vision: Algorithms and Applications [21]. Se bilaga B.1 för Pythonkoden.

Kapitel 4

Resultat

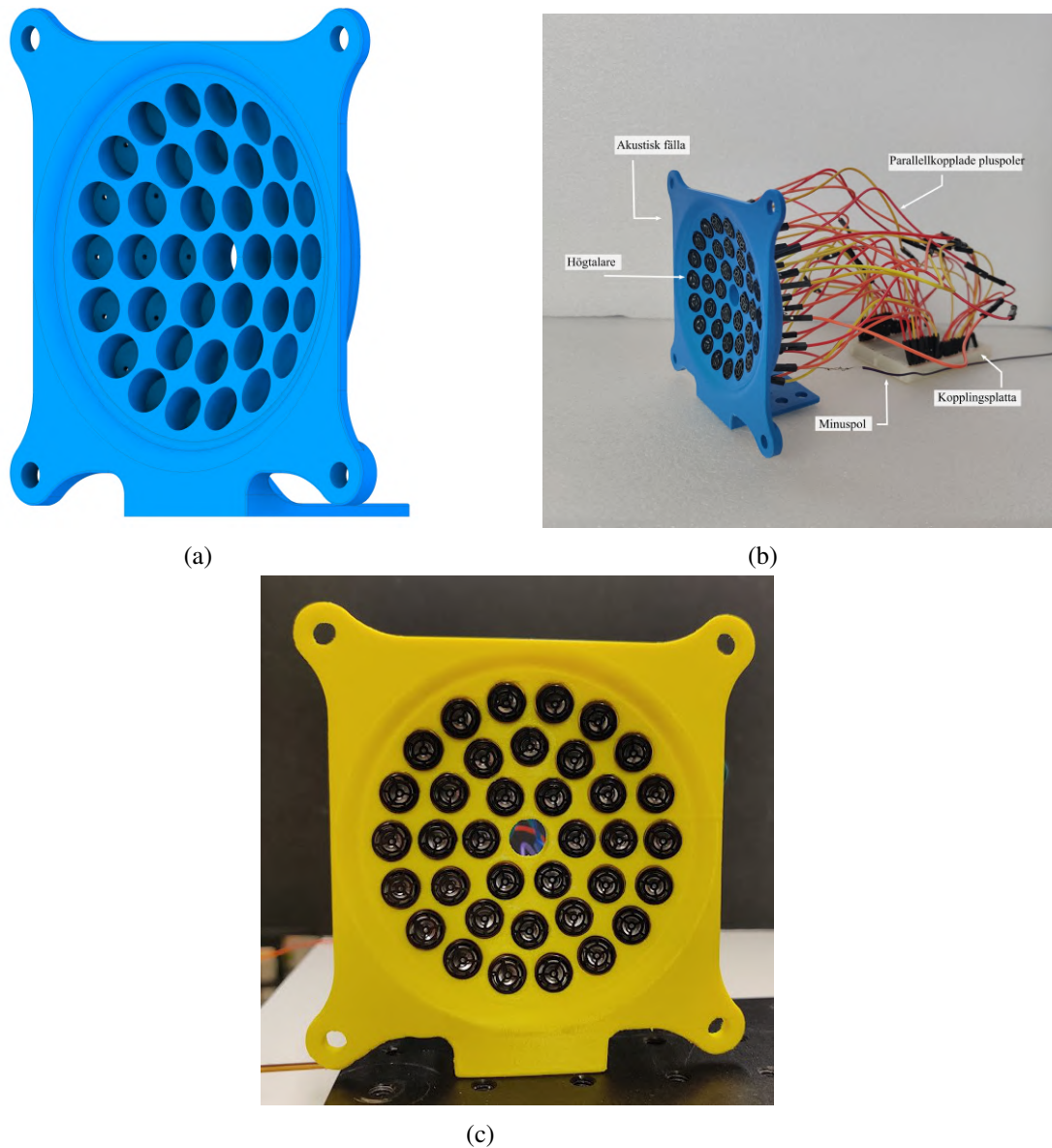
Figur 4.1 visar relativ intensitet hos det akustiska fältet för olika geometrier hos fällor. På y-axeln ses relativ intensitet och längs z-axeln ses avstånd från arrayen i [mm]. Dalar är noder och toppar är antinoder. Observera att den totala relativa intensiteten är densamma för alla tre fällor.



Figur 4.1: Jämförelse av simulerad relativ intensitetsfördelning hos det akustiska fältet från en array, i en akustisk fälla. Dalar är noder och toppar är antinoder.

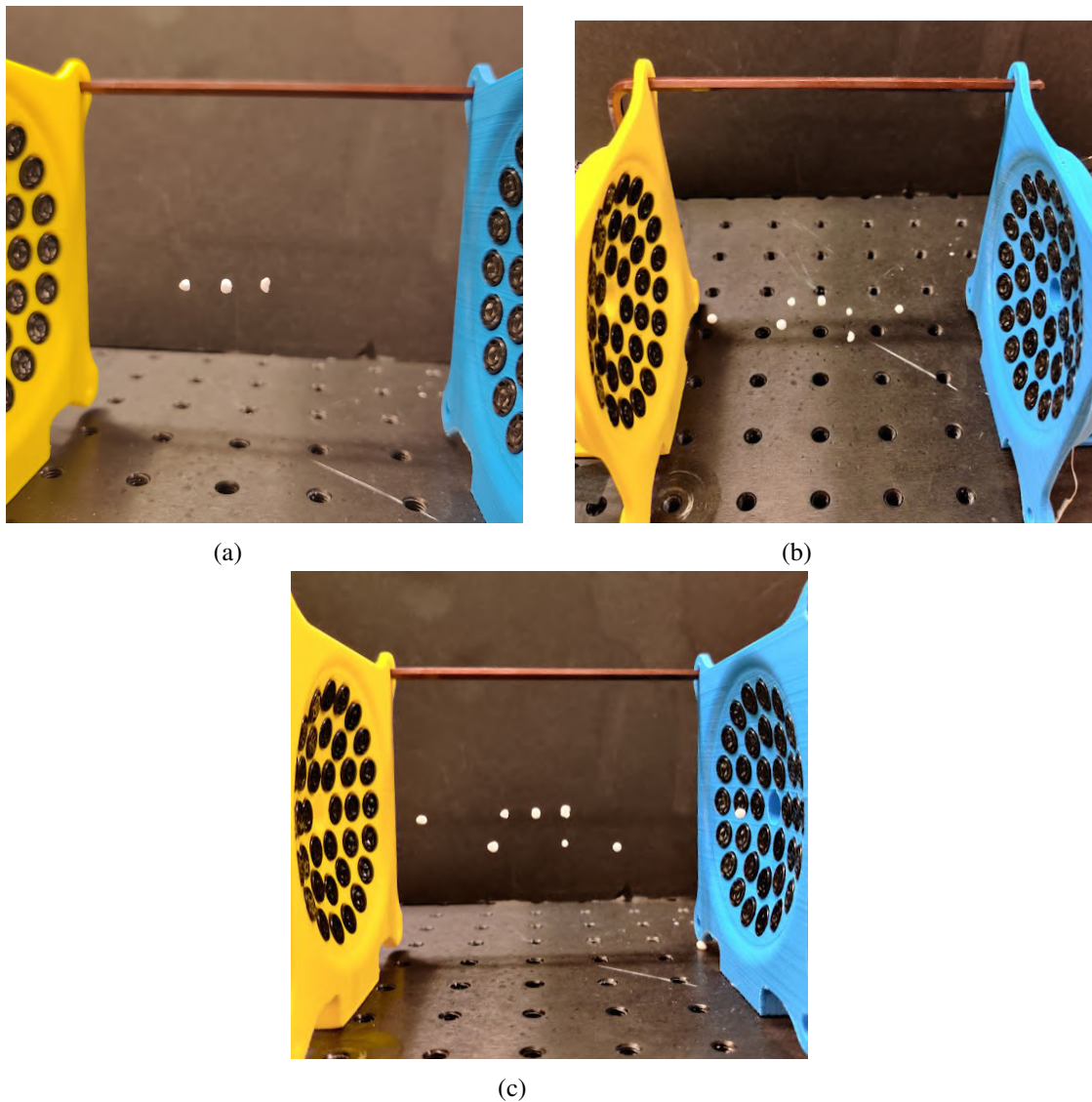
4.1 Parabolisk akustisk fälla

Den akustiska fällan med parabolisk geometri som konstruerats ses i Figur 4.2. I Figur 4.2a ses CAD-modell av den paraboliska fällan. I Figur 4.2b ses den färdiga 3D-utskriften av ovan nämnda CAD-modell med monterade högtalare. Samtliga högtalare är parallellkopplade genom en kopplingsplatta. Figur 4.2c visar de 36 högtalarnas placering i en array hos den paraboliska akustiska fällan.



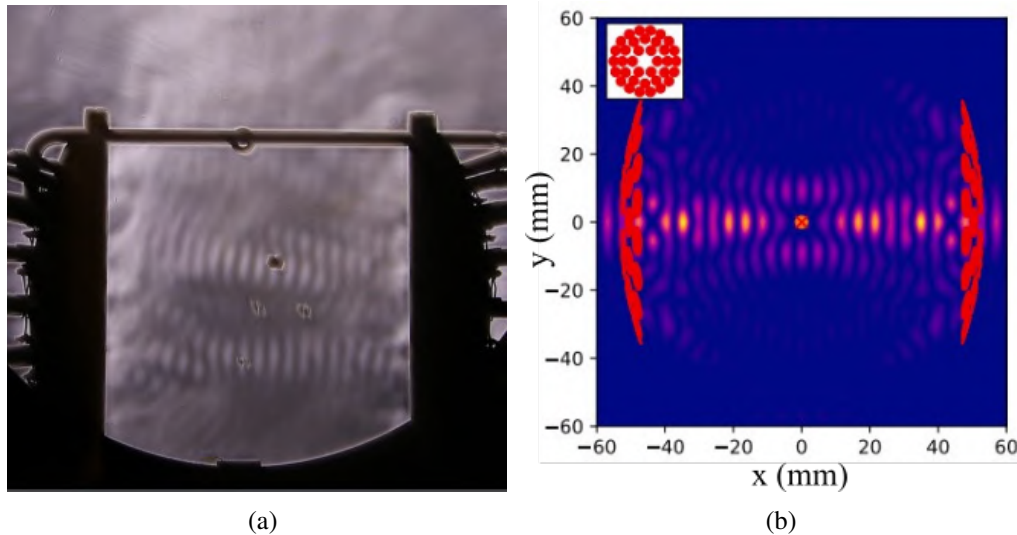
Figur 4.2: Parabolisk akustisk fälla. I (a) ses CAD-modellen och i (b) ses en färdigmonterad 3D-utskrift av fällan. I (c) ses en array bestående av 36 högtalare fotograferad framifrån.

Den paraboliska fällan kan levitera frigolitpartiklar, detta ses i Figur 4.3. Figur 4.3a visar tre parallella partiklar leviterade längs en axel. I 4.3b och 4.3c ses sju respektive åtta partiklar leviterade längs flera olika axlar.



Figur 4.3: Leviterande vita frigolitpartiklar i parabolisk akustisk fälla. (a) visar tre partiklar leviterade parallellt längs en axel. I (b) och (c) ses sju respektive åtta partiklar leviterade längs flera olika axlar.

I Figur 4.4 ses det akustiska fältet för den paraboliska akustiska fällan. I Figur 4.4a ses fältet visualiserat med Schlierenfotografi. Siluetten av fällan ses i svart. De ljusa fälten är noder och en leviterande frigolitpartikel ses som en mörk fläck i en nod. En simulering av intensiteten hos det akustiska fältet visas i Figur 4.4b där gul-rosa områden är antinoder och noder ses i blått [13].

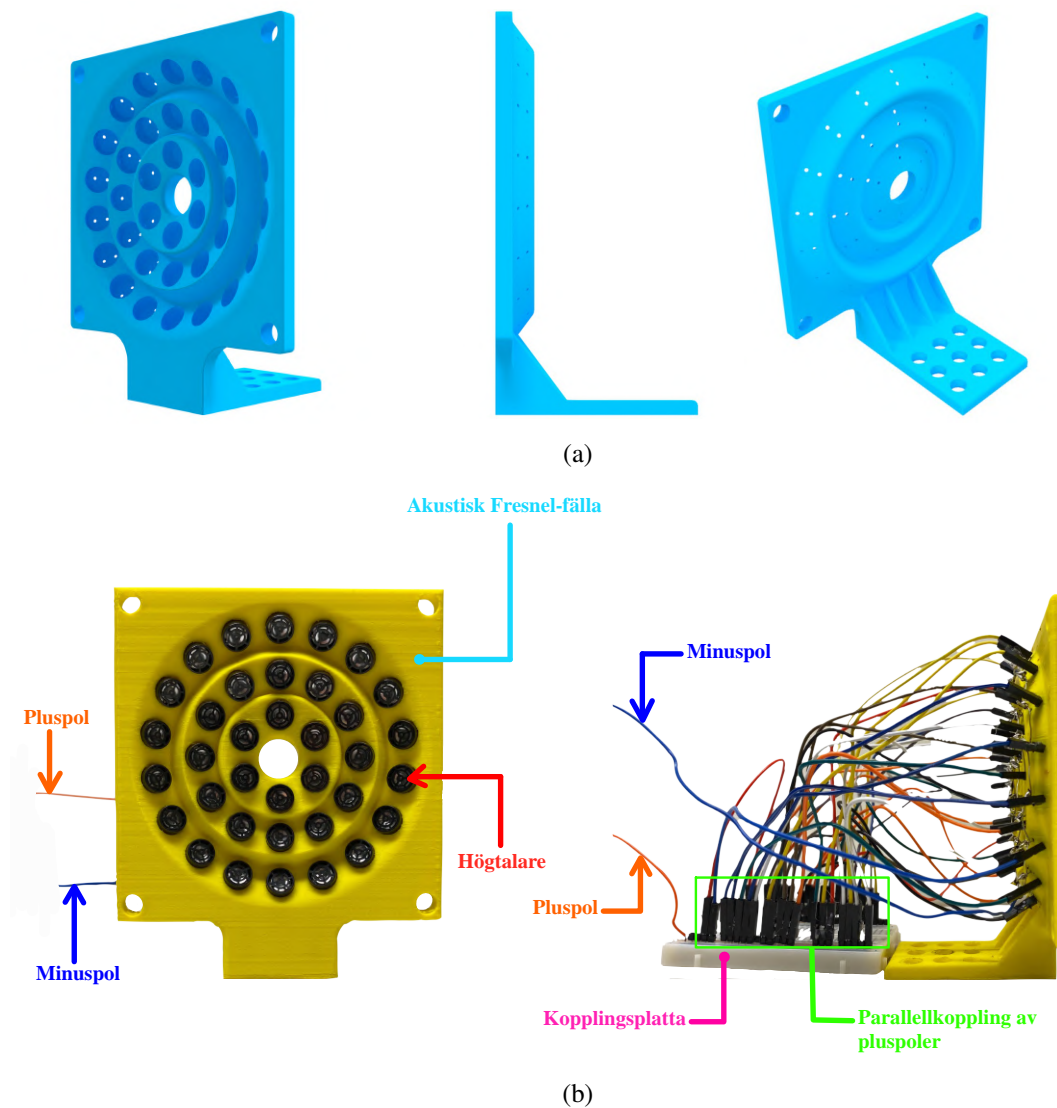


Figur 4.4: Akustiskt fält för parabolisk fälla. I (a) visas ett fotografi av det akustiska fältet taget med hjälp av Schlierenoptik. Ljusa fält är noder och mörka fält mellan dessa är antinoder. En leviterande frigolitpartikel ses som en mörk fläck i en ljus nod. (b) visar det simulerade fältet för samma paraboliska akustiska fälla [13]. Högtalarnas placering i arrayerna ses markerat i rött. Gul-rosa fält är antinoder och blå fält är noder. Fällans optiska fokus är markerat med en orange prick.

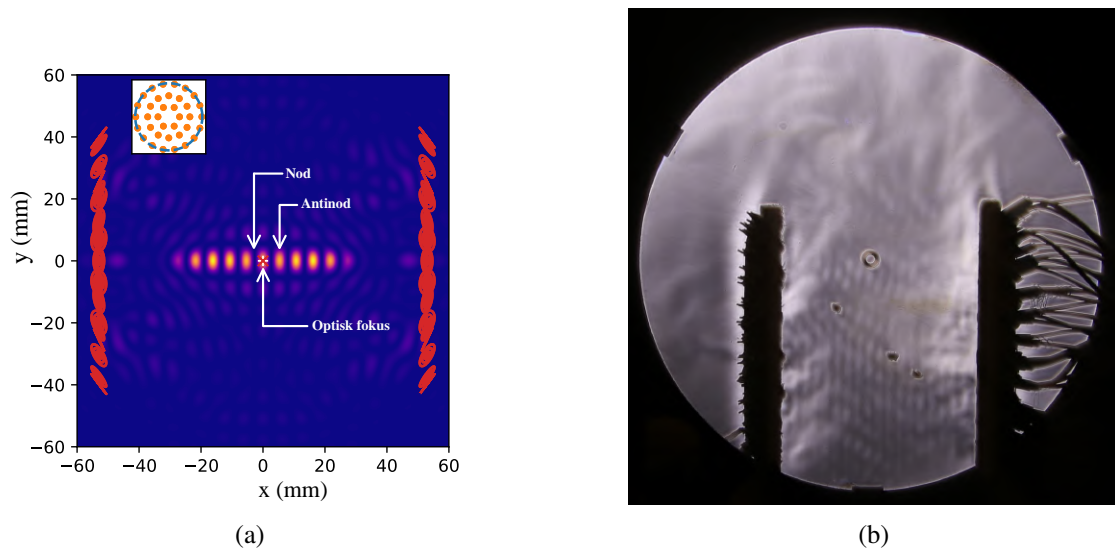
4.2 Akustisk Fresnel-fälla

Resultatet av den färdigkonstruerade och 3D-utskrivna akustiska Fresnel-fällan presenteras i Figur 4.5. Bilderna i Figur 4.5a är renderade i Inventor. Den 3D-utskrivna akustiska Fresnel-fällan visas i Figur 4.5b, där högtalarna är parallellkopplade. Högtalarnas pluspoler är kopplade med en kopplingsplatta och minuspolerna är lödda.

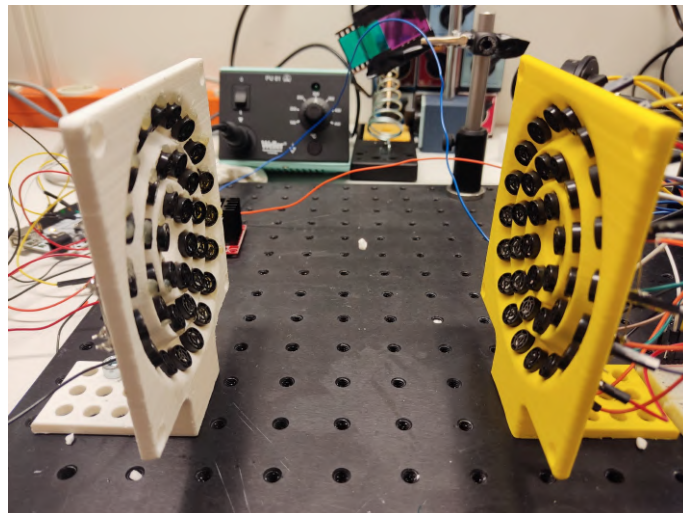
Figuren 4.6 presenterar akustiska fältet i simulering och i Schlierenfotografi. Med Schlierenoptik fotograferas fältet som produceras av två arrayer i en akustisk Fresnel-fälla, se Figur 4.6b. I fältet befinner sig tre frigolitpartiklar i de ljusa områdena som motsvarar noder. Mellan noderna finns mörka områden vilket representerar antinoder. I Figur 4.7 visas fällans förmåga att kunna levitera en frigolitpartikel. Arrayernas fokuspunkter sammanfaller då avståndet mellan fällorna är 122 mm.



Figur 4.5: (a) Den konstruerade akustiska Fresnel-fällan, där tre olika orientationer visar strukturen på fällan. (b) 3D-utskrivna akustiska Fresnel-fälla med högtalare monterade. Högtalarnas pluspoler är kopplade med kopplingsplattan. Alla minuspoler är sammankopplade med en slinga av ledande metalltråd som löddes fast.



Figur 4.6: (a) Simulering av det akustiska fältet med två Fresnel-arrayer. Högtalarnas placering i arrayerna är markerade med röda cirklar. Avståndet mellan arrayerna är satt så att fokuspunkten sammanfaller, denna är markerad som optiskt fokus. Området med mörkblå färg motsvarar noder medan de orangea representerar antinoder. (b) Schlierenfotografi av fältet som en Fresnel-fälla producerar. I fältet finns tre frigitpartiklar som fångats i de ljusa områdena. De mörkare områdena motsvarar antinoder.



Figur 4.7: En vit frigitpartikel leviterar i fällornas optiska fokus. Avståndet mellan fällorna är 122 mm. Fällorna är fastskruvade i det optiska bordet.

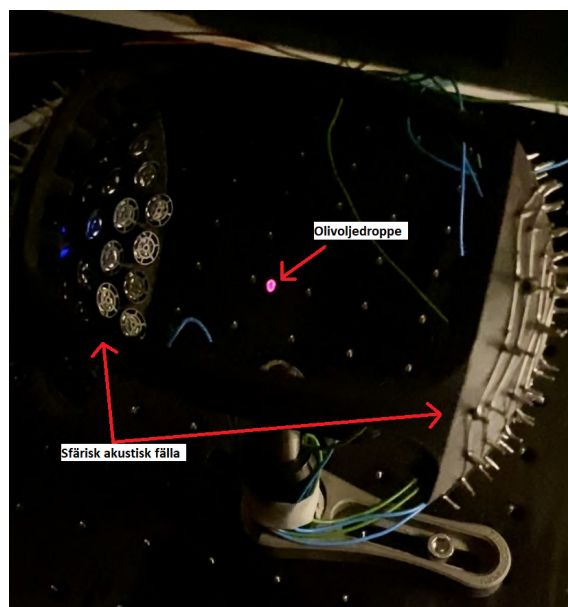
4.3 Spektroskopitillämpning av akustiska fällor

Detta avsnitt behandlar de resultat som fåtts vid mätningar med fluorescensspektroskopi. Mätningarna utfördes för tre olika lasrar med olika våglängder.

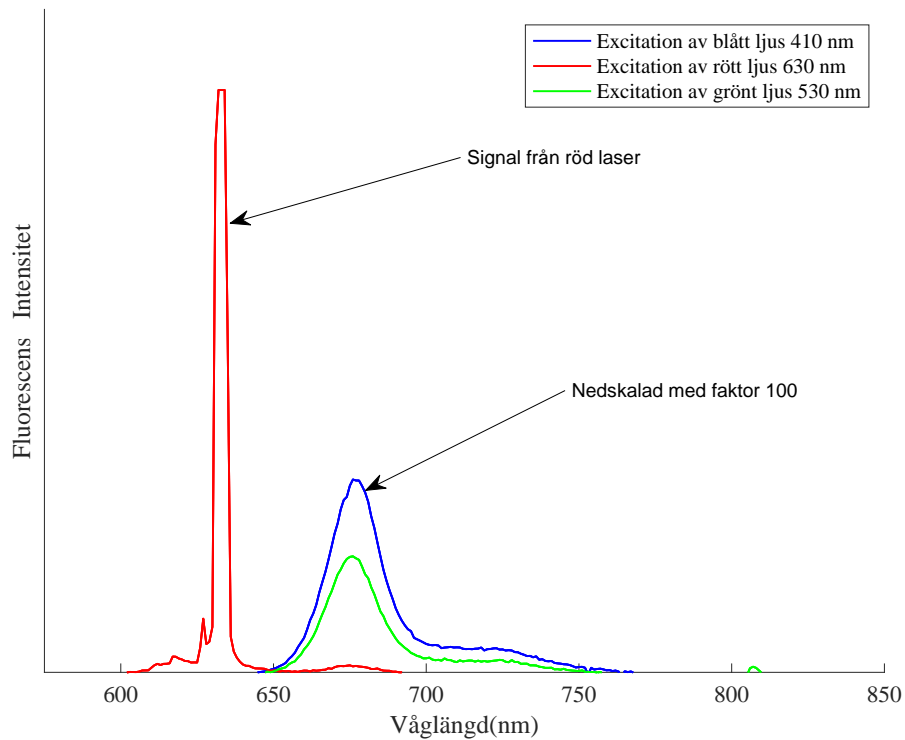
4.3.1 Fluorescens av olivoljedroppe i akustiska fällor av olika geometrier

Den inkommande blå lasern på 410 nm har exciterat olivoljedroppen varefter emittans sker med en våglängd på 650–760 nm vilket tyder på förlorad energi efter fluorescensprocessen, se Figur 4.9. Toppen är nedskalad då intensiteten var mycket högre än för de andra laservåglängderna. Den röda lasern på 650 nm gav emitterade våglängder i intervallet 650–690 nm. Den gröna lasern emitterade efter fluorescens samma våglängder som den blå lasern men med lägre intensitet. Den paraboliska fällan och Fresnel-fällan lyckades inte levitera en olivoljedroppe. Därmed var fluorescensspektropi inte möjligt för jämförelse mellan dessa geometrier.

Mätningar av emitterade fotoner efter fluorescens med fluorescensspektroskopi gjordes och gav resultaten enligt Figur 4.9. Figur 4.8 visar en fluorescerande och leviterande olivoljedroppe som användes för mätningar med lasern på 410 nm.



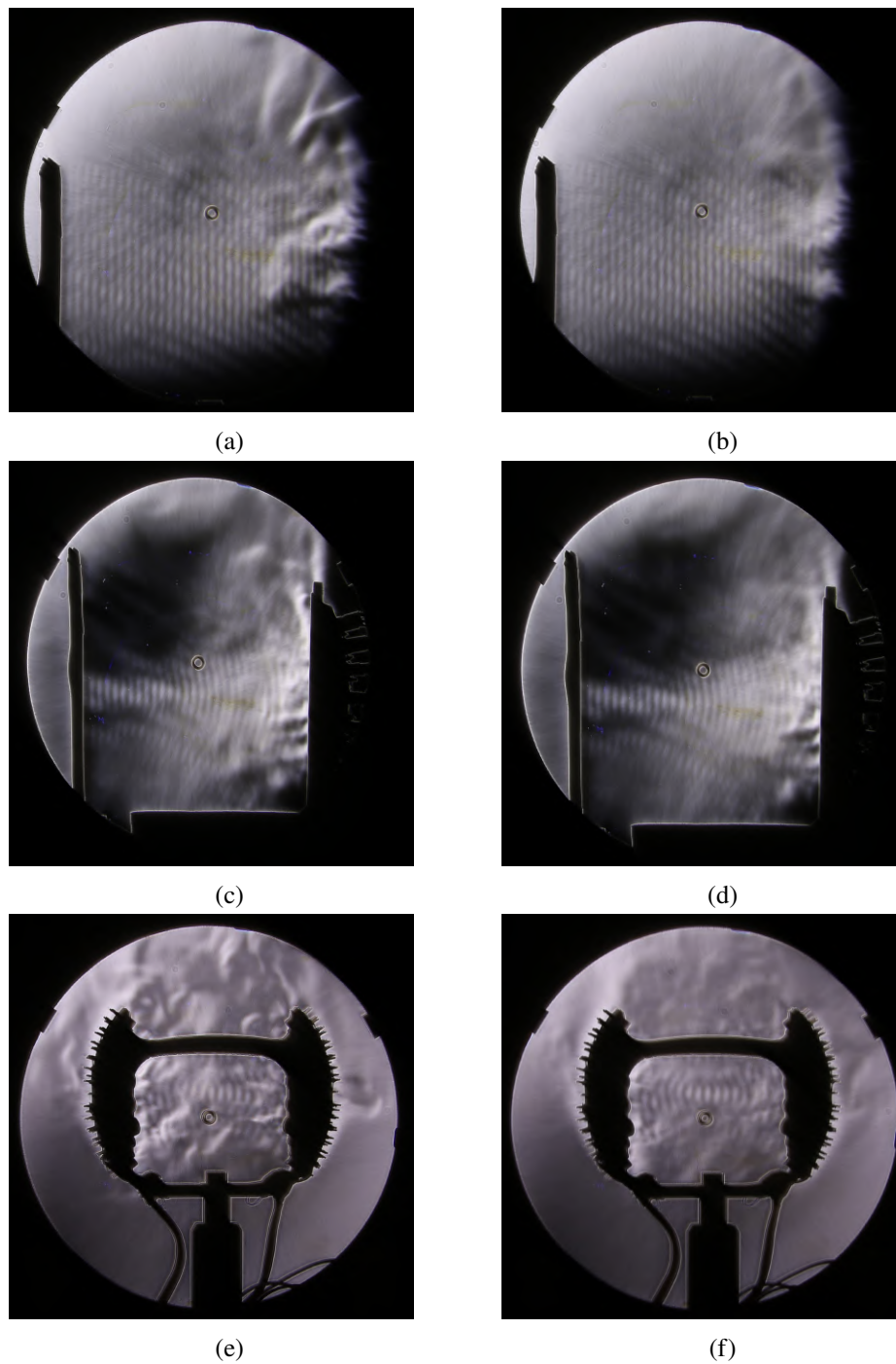
Figur 4.8: Leviterande droppe i den sfäriska akustiska fällan som fluorescerar efter bestrålning med laser på 410 nm. Notera att färgen har förändrats från blått som reflekteras på ena sidan av fällan.



Figur 4.9: Resultat från mätningar med lasrar på 410, 530 och 630 nm riktade mot en olivoljedroppe i mitten av den sfäriska akustiska fällan. Toppen från mätningen med lasern på 410 nm är nedskalad då intensiteten var mycket högre än för de andra lasrarna.

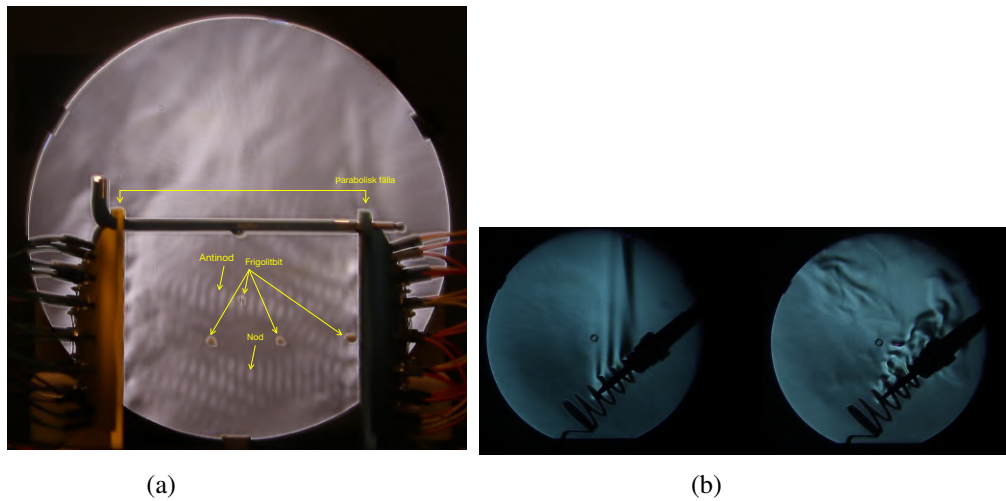
4.4 Schlierenoptik

Bilder på sfäriska, paraboliska och Fresnel-fällan tas både med en tråd och färgfilter med uppställningen i Figur 3.7. I Figur 4.10 ses en jämförelse mellan en av originalbilderna och resultatet efter att Pythonkoden använts. De framtagna bilderna i Figur 4.10b, 4.10d och 4.10f visar ett mycket tydligare fält som tidigare överskuggades av luftflödet och värmen.



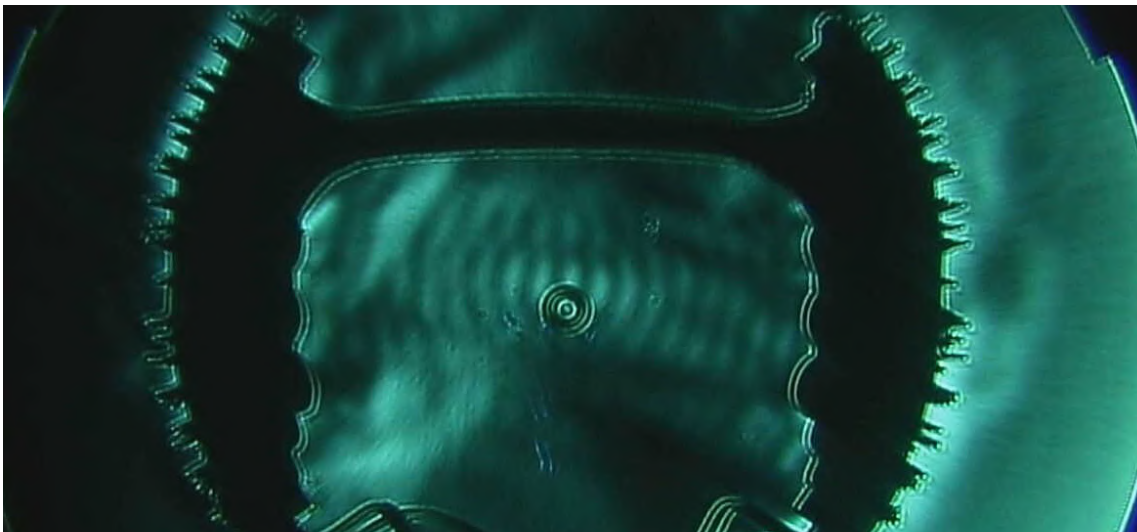
Figur 4.10: I (a) placeras en platta framför en Fresnel-fälla för att visualisera de stående vågorna som skapas när de träffar en yta. Detta är en av sju bilder tagna med burst-mode-funktionen. I (b) ses resultatet efter att bilderna hanterats i Python. Det samma ses för de paraboliska och sfäriska fällorna i (c) och (d) respektive (e) och (f).

I Figur 4.11a ses en frigitbit levitera i en ljus nod omringad av mörka antinoder vilka motsvarar låg- respektive högdensitetsområden, se Figur 2.2.



Figur 4.11: I (a) leviterar en droppe i en nod som motsvarar ett område där ändringen i brytningsindex n är stort och vice versa för mörka noderna. Fällan som används har parabolisk symmetri. Notera att bakgrunden syns tydligare på denna bild när inställningar för exponering ändras. (b) visar en lödpenna som är placerad framför spegeln för att visualisera värmen som den utger, detta är taget med ett cyanfärgat filter och en tunn tråd.

På Figur 4.12 ser man ett väldigt tydligt fält där en tråd med optimala mått användes.



Figur 4.12: Sfärisk fälla med cyanfärgat filter.

Kapitel 5

Diskussion

I detta kapitel diskuteras resultaten för de olika delprojekten. Här nämns förklaringar till resultaten, hur de förknippas med forskningsfrågor samt eventuella felkällor som bör korrigeras för att uppnå noggrannare mätresultat. Dessutom diskuteras svårigheter och utmaningar vid konstruktion av fällorna.

5.1 Parabolisk akustisk fälla

Valet av koppling mellan högtalare som ses i Figur 4.2b innehåller 36 kablar per array. Det stora antalet kablar kan visa sig opraktiskt vid utförande av experiment samt innebära en viss risk för felkällor. Exempelvis finns risken att en eller flera kopplingar lossnar utan att användaren tar notis om detta, vilket ger sämre funktion hos den akustiska fällan och så även felaktiga resultat vid experiment. Dock ger denna uppställning möjlighet att styra fasen hos varje individuell högtalare. Detta är en viktig funktion inom akustisk levitation. Exempelvis skulle skillnaderna i det akustiska fältets utseende mellan de sfäriska och paraboliska fällorna i figurer 4.10d och 4.10f kunna korrigeras. Genom att ge högtalarna i den paraboliska fällan individuella faser beroende på vilken vinkel de har från parabolens centrum skulle ett akustiskt fält identiskt med det i den sfäriska fällan kunna erhållas. Att styra individuell fas hos högtalare i en akustisk fälla möjliggör dessutom många applikationer då leviterade partiklar kan transporteras inom fältet [12]. Förhoppningsvis kommer detta sätt att parallellkoppla högtalare i en akustisk TinyLev-fälla visa sig vara av värde för framtida forskningsprojekt där konceptet vidareutvecklas ytterligare.

I Figur 4.4 jämförs det akustiska fält som observerats under experiment med Schlierenoptik med en simulering av det akustiska fältet. En av de likheter mellan experiment och simulering som observeras är att flera grupper av starka noder uppstår. Detta bedöms vara en av de mest framstående egenskaperna hos det akustiska fältet i en parabolisk akustisk fälla. De olika grupperna av noder är anledningen till att partiklar kan levitera längs flera olika axlar, se Figur 4.3. Denna egenskap ses inte hos varken den sfäriska fällan eller Fresnel-fällan utan är unik för den paraboliska akustiska fällan. Egenskapen observeras även i Figur 4.1 där den paraboliska fällan har fler men svagare noder än den sfäriska fällan och Fresnel-fällan. Följaktligen kan fler partiklar levitera samtidigt i en parabolisk fälla än vad som är möjligt för de andra geometrierna. Detta skulle kunna vara fördelaktigt i tillämpningar av akustisk levitation då fler partiklar, och deras samspel, kan observeras simultant.

Eftersom det finns stora likheter mellan experiment och simulering kan det konstateras att simuleringen, i fallet för den paraboliska akustiska fällan, stämmer överens med experiment. En noggrann kalibrering av avståndet mellan arrayerna i fällan skulle göra det möjligt att mer utförligt jämföra simulering med experiment. Genom att säkerställa att avståndet mellan arrayerna är en multipel av ljudets våglängd λ skulle det vara möjligt att se fler likheter mellan det akustiska fältet i Figur 4.4a och simuleringen i Figur 4.4b.

5.2 Akustisk Fresnel-fälla

Vi lyckades konstruera en akustisk Fresnel-fälla, se Figur 4.5a. Geometrin på fällan har en del gemensamma karakteristiska strukturer likt en Fresnel-lins så som den platta bakdelen och de vinklade ytorna. Vidare gäller samma resonemang kring val av kopplingar och möjlighet för styrning av fasskillnad som för den paraboliska fällan.

Det akustiska fältet från Fresnel-fällan i Figur 4.6 observeras med Schlierenfotoграфи och jämförs med en simulering. Det som observerats från experiment är upprepande vertikala mönster av nod och antinod, vilket inte framkommer på liknande sätt i simuleringen. Med den vertikala strukturen av fältet fångas fler frigolitpartiklar i olika platser nära fokuspunkten, se Figur 4.6b. Intensiteten hos noderna i Figur 4.10b är jämt fördelat mellan det upprepande mönstret. Fältets utseende är inte heller likt den sfäriska fällan, vilket den bör vara. En förklaring till detta kan vara att en av högtalarna skadats eller inte fungerar som den ska. Då hade det varit lämpligt att undersöka varje individuell högtalare, på grund av brist på tid kunde detta inte utföras. Fresnel-fällan hade dock nackdelar vid försök att fånga frigolitbitar nära fokuspunkten. Eftersom noderna är vertikala och fördelade över hela fältet var det besvärligt att få frigolitpartikeln nära fokuspunkten utan att den påverkades och flög iväg. Det var ytterligare problematiskt när fler än en frigolitpartikel skulle fångas, då fältet försvagas ju fler partiklar som leviterar. En fördel med Fresnel-fällan är förmågan att stabilt levitera partiklar nära fokuspunkten, se Figur 4.7. Även om fälten hos den sfäriska fällan och Fresnel-fällan skiljer sig åt är funktionen hos fällorna till stor del densamma. Vidare är avståndet mellan fällans arrayer viktigt att ställa in korrekt. Det optimala avståndet ger ett noggrannare resultat och en bättre jämförelse mellan experiment och simulering.

5.3 Spektroskopitillämpning av akustiska fällor

Mätningar utförda med den sfäriska akustiska fällan erhöll samma resultat som i artikeln av Wahab och Gore [20]. Mätning av provet med lasern på 410 nm för excitation gav kraftig fluorescens då den korta våglängden på 410 nm tydligt ger emittans i form av fotoner med våglängd på 650–700 nm.

Mätningarna presenterade i Figur 4.9 visar en tydlig topp vid 630 nm vilket är förväntat då det motsvarar det emitterade ljuset men också förväntat vid jämförelse med artikel [20] som i sitt resultat visar en bred topp mellan 630–700 nm. Det emitterade ljuset gick inte att synligt urskilja från det röda ljuset från källan på grund av att det är intensitetsmässigt mycket svagare än källan som har nästan samma färg. Samma resultat gäller för den gröna lasern vilket emitterade en längre våglängd likt mätning med blå laser.

Detektionen av fotoner efter fluorescens var mycket lättare för excitation med blått ljus än för rött och grönt. För att detektera rött och grönt behövde den optiska fibern till

spektrometern vara väldigt nära provet vilket ledde till svårigheter då fältet kunde försvagas så att provet tappades. Fluorescens med röd laser var svårast och krävde ett avstånd på ca 1 mm mellan optiska fibern och provet. Trots det korta avståndet var topparna motsvarande fluorescens små. En förbättring skulle vara att använda en fälla gjort för att kunna levitera större volymer för att detektera fler fotoner vid fluorescens. Vidare kan en bredare optisk feber och en lins för att samla mer ljus in användas. En känsligare spektrometer kan också leda till bättre resultat.

Resultaten från dessa mätningar stämmer väl överens med resultaten från studien av Wahab och Gore [20]. Resultaten från den studien visar hur det emitterade ljuset efter fluorescens har högre våglängder samt en bred topp. Resultaten från Figur 4.9 visar precis samma sak men ännu tydligare spektrumet av det emitterade ljuset. Detta stämmer överens med teorin som förklarar olika vibrationstillstånd i Figur 2.10 och tillhörande sektion 2.5.1. Orsaken till skillnaden bakom olika detaljerade spektrum kan vara så simpel som olika bra mätinstrument.

Studier kan göras på tillämpningen av akustiska fällor för att konstruera kalibrationskurvor. Som tidigare nämnt kan frihet från kontaktytor utnyttjas för att eliminera risken för kontaminering. Studier kan också göras på hur temperaturen av provet man studerar påverkar det akustiska fältet. Högre temperaturer påverkar densiteten i luften och därmed ljudets hastighet. Detta leder till att våglängden påverkas och därmed även nodernas position. Med flyttande noder kan provet falla bort vilket kan leda till konsekvenser om provet är väldigt varmt eller känsligt.

5.4 Schlierenoptik

Bilderna tagna på de akustiska fällorna med Schlierensystemet lyckades framhäva fältet vilket också var målet med hela Schlierenoptiken. Ett problem som stöttes på var att när en fälla kopplades upp, syntes inte fältet på den. Detta visade sig bero på att ljuskällan och högtalarna hade behövts kopplas ihop för att matcha fasen. Då fältet inte interfererar med någon yta och saktas ner rörde det sig för snabbt för att registreras i kamera.

Om man jämför Figur 4.12 med 4.10f, ser man en tydlig skillnad i fältet. Den färgade bilden togs tidigt i projektet med en tråd som låg i det önskade intervallet mellan 90 och 95 procent av ljuskällans diameter. I Figur 4.12 användes varken optimal uppställning eller python, men ändå kan ett väldigt tydligt fält observeras. Detta beror på tråden som tyvärr tappades bort. Försök att uppnå optimal upplösning igen gjordes med flertalet trådar av varierande tjocklek, men det önskade resultatet kunde inte uppnås. Ett annat problem som stöttes på var att uppställningen var känslig för förflyttning, då det inte satt fast i något bord. Då man hela tiden behövde ändra på trådens position när något slog till bordet och ändrade positionerna minimalt, kunde det ta väldigt lång tid att bara positionera alla redskap.

I Figur 4.11a uppstår ljusa noder då vinkeln som ljuset refrakteras med är stor nog för att passera tråden. Detsamma gäller för de mörka antinoderna som motsvarar områden där ljuset inte refrakteras lika mycket. Resterande av bilden är reflekterat ljus. Skillnaden i reflekterat och refrakterat ljus gör det möjligt att se fältet som områden med skillnader i ljusintensitet. Ett annat exempel på detta är en lödpenna som i Figur 4.11b där värmen från pennan orsakar ändringar i luftens brytningsindex som motsvarar ljusa och mörka områden över lödpennan.

Kapitel 6

Slutsatser

Här presenteras de slutsatser som kan dras utifrån projektets resultat.

En koppling där alla högtalare parallellkopplas individuellt med en kopplingsplatta fungerar väl. Detta är alltså en möjlig koppling för styrning av fas för enskilda högtalare.

Akustiska TinyLev-fällor med justerbart avstånd mellan arrayer medför möjligheten att enkelt påverka utseendet och funktionen hos det akustiska fältet. De konstruerade akustiska fällorna har således fler frihetsgrader än den sfäriska TinyLev-fälla som använts som referensobjekt.

Simulering av det akustiska fält som skapats av lösningar till vågekvationen är pålitliga för sfärisk och parabolisk geometri hos akustiska fällor. De akustiska fälten från sfäriska och paraboliska arrayer som observerats experimentellt har tydliga likheter med simuleringarna.

Simuleringen av Fresnel-fällans fält visade hög intensitet hos antinoderna längs den horisontella axeln, där Schlierenfotografier av fältet visar ett mönster av flertalet parallella antinoder. Detta innebär att simuleringen inte stämde överens med Fresnel-fällans akustiska fält. Det akustiska fältet hade som störst intensitet nära fokuspunkten för Fresnel-fällan, denna egenskap är samma för en sfärisk fälla.

De konstruerade akustiska fällorna av parabolisk geometri och platt Fresnel-geometri fungerar utmärkt för att levitera en eller flera partiklar av frigolit.

I en akustisk fälla med parabolisk geometri uppstår flera konstellationer av noder. Detta innebär att partiklar kan levitera längs flera olika axlar i fällan.

Den sfäriska akustiska TinyLev-fällan fungerar utmärkt vid utförande av fluoresensspektroskopi. Utifrån detta dras slutsatsen att fler typer av spektroskopi är möjliga tillämpningar av akustiska fällor.

Med de fällor som konstruerats i detta arbete är det inte möjligt att levitera droppar av vätska. Detta gäller för både Fresnel-fällan och den paraboliska fällan.

Schlierenoptik är ett kraftfullt verktyg för att visualisera akustiska vågor och speciellt noder och antinoder i en akustisk fälla. Schlierensystemet gav goda resultat med flera olika ljusbrytare och färgfilter. För att observera akustiska fält var en tråd som ljusbrytare optimalt.

Referenser

- [1] Thomas D. Rossing och John R. Hull. I: *The Physics Teacher* 29 (dec. 1991), s. 552–562. DOI: <https://doi.org/10.1119/1.2343425>.
- [2] René-Jean Essiambre. “Arthur Ashkin: Father of the optical tweezers”. I: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 118.7 (jan. 2021). DOI: <https://doi.org/10.1073/pnas.2026827118>. URL: <https://www.pnas.org/doi/10.1073/pnas.2026827118>.
- [3] Arthur Ashkin. “Acceleration and Trapping of Particles by Radiation Pressure”. I: *Physical Review Letters* 24.4 (jan. 1970), s. 156–&. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.24.156>.
- [4] Alessandro Magazzu m. fl Paolo Polimeno. “Optical tweezers and their applications”. I: *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* 218 (Oktober 2018), s. 131–150. DOI: [10.1016/j.jqsrt.2018.07.013](https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2018.07.013).
- [5] Karl Bücks och Hans Müller. “Über einige Beobachtungen an schwingenden Piezoquarzen und ihrem Schallfeld”. I: *Zeitschrift für Physik* 84.1-2 (jan. 1933), s. 75–86. DOI: [10.1007/BF01330275](https://doi.org/10.1007/BF01330275).
- [6] Hillary Clair. “Agglomeration of Smoke, Fog, or Dust Particles by Sonic Waves”. I: *Industrial Engineering Chemistry* 41 (maj 2002). DOI: [10.1021/ie50479a022](https://doi.org/10.1021/ie50479a022).
- [7] Taylor Wang m. fl. “Shapes of rotating free drops: Spacelab experimental results”. I: *Physical review letters* 56 (mars 1986), s. 452–455. DOI: [10.1103/PhysRevLett.56.452](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.56.452).
- [8] Peter Ducker Robert H. Morris Elizabeth R. Dye och Michael I. Newton. “Beyond the Langevin horn: Transducer arrays for the acoustic levitation of liquid drops”. I: *Physics of Fluids* 31.10 (Oktober 2019). DOI: [10.1063/1.5117335](https://doi.org/10.1063/1.5117335).
- [9] UpnaLab. *Acoustic Levitator*. URL: <https://www.instructables.com/Acoustic-Levitator/>. (accessed: 28.04.2022).
- [10] Jan R. Rogers och Michael P. SanSoucie. “Containerless Processing Studies in the MSFC Electrostatic Levitator”. I: 2012.
- [11] Marco Andrade, Thales Camargo och Asier Marzo. “Automatic contactless injection, transportation, merging, and ejection of droplets with a multifocal point acoustic levitator”. I: *Review of Scientific Instruments* 89 (dec. 2018), s. 125105. DOI: [10.1063/1.5063715](https://doi.org/10.1063/1.5063715).
- [12] Stephen J. Brotton och Ralf I. Kaiser. “Controlled Chemistry via Contactless Manipulation and Merging of Droplets in an Acoustic Levitator”. I: *Analytical Chemistry* 92.12 (juni 2020), s. 8371–8377. DOI: <https://doi.org/10.1021/acs.analchem.0c00929>.

- [13] Richardo Méndez Fragoso. Privat kommunikation. April 2022.
- [14] J. Jellstam. “Acoustic Levitation for Mobile Visual Representations”. I: (2021).
- [15] Duyang Zang. *Acoustic Levitation*. 2020. URL: <https://doi.org/10.1007/978-981-32-9065-5>.
- [16] Andreas Johansson. Privat kommunikation. Febr. 2022.
- [17] L. Karlsson S. Lunell K. Nilson J. Wall S. Andersson F. Bruhn J. Hedma. *Atom- och Molekylfysik*. Uppsala Universitet, 2005.
- [18] Arthur Beiser. *Perspectives of modern physics. The Science of Microfabrication*. McGraw-Hill Inc.,US (1 January 1969), 1968.
- [19] Gary S Settles och Michael J Hargather. “A review of recent developments in schlieren and shadowgraph techniques”. I: *Measurement Science and Technology* 28.4 (febr. 2017), s. 042001. DOI: [10.1088/1361-6501/aa5748](https://doi.org/10.1088/1361-6501/aa5748). URL: <https://doi.org/10.1088/1361-6501/aa5748>.
- [20] M. Wahab och Gordon Gore. “Deeper Insight into Fluorescence–Excitation of Molecules by Light”. I: *The Physics Teacher* 51 (maj 2013), s. 306–308. DOI: [10.1119/1.4801364](https://doi.org/10.1119/1.4801364).
- [21] Richard Szeliski. *Computer Vision: Algorithms and Applications, 2nd ed.* The University of Washington, 2022.

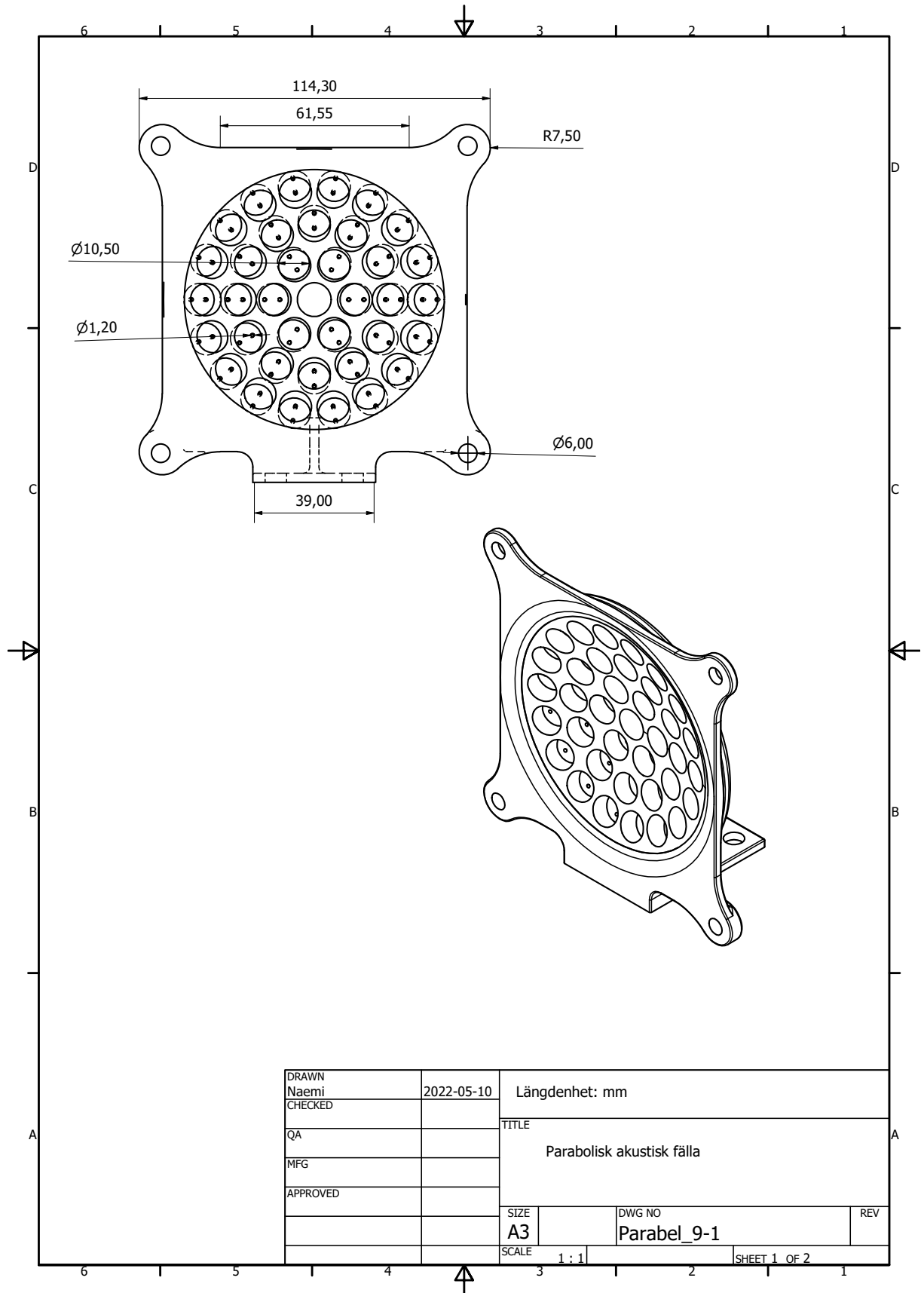
Bilaga A

A.1 Vinklar för högtalare

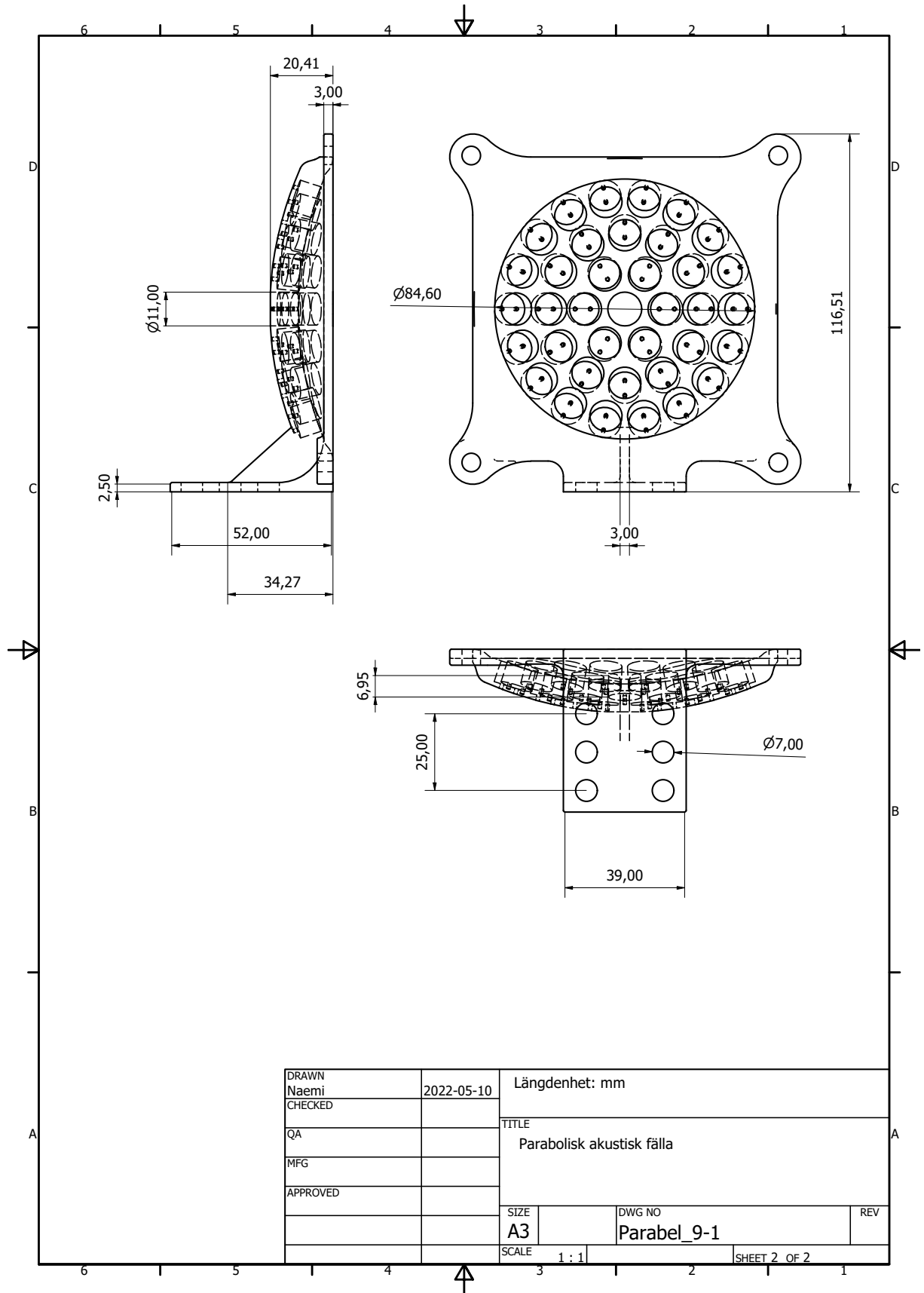
Tabell A.1.1: Värdena i vänstra kolumnen är vinkeln från centrum för de cirklar där högtalare placeras i de akustiska fällorna. Index i motsvarar vilken cirkel, räknat från centrum, som avses. I den högra kolumnen ses avståndet från fällans centrum till högtalarnas position i x-led för Fresnel-fällan.

i	Vinkel θ_i (°)	Avstånd y_i (mm)
1	13,76	14,32
2	25,58	27,99
3	36,89	43,89

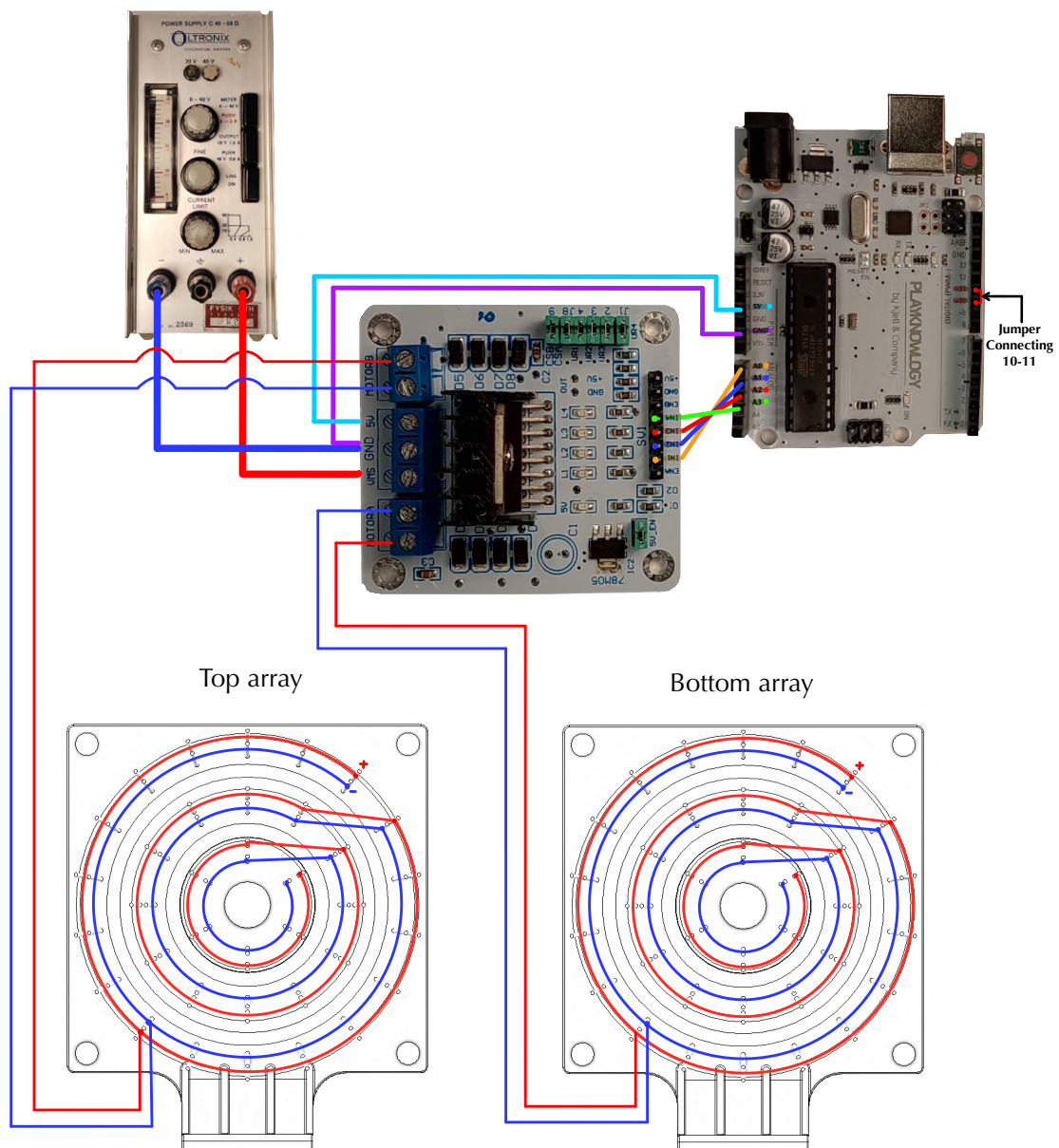
A.2 Ritning av parabolisk akustisk fälla



DRAWN	2022-05-10	Längdenhet: mm		
Naemi		TITLE Parabolisk akustisk fälla		
CHECKED				
QA				
MFG				
APPROVED		SIZE	DWG NO	REV
		A3	Parabel_9-1	
		SCALE	1 : 1	SHEET 1 OF 2



A.3 Kopplingschema



Figur A.3.1: Kopplingschema för akustisk fälla bestående av två arrayer, en Arduino med en motorsköld som signalgenerator, och ett spänningsaggregat.

Bilaga B

B.1 Pythonkod

```
1 import cv2
2 import glob
3 #import numpy as np
4 #from matplotlib import pyplot as plt
5
6 images = glob.glob ("Parab-platta-2/*.JPG")
7 image_data = []
8
9 #Goes through folder and appends it in array
10 for img in images:
11     this_image = cv2.imread(img, 1)
12     image_data.append(this_image)
13
14 avg_image = image_data[0]
15 for i in range(len(image_data)):
16     if i == 0:
17         pass
18     else:
19         alpha = 1.0/(2**i + 1)
20         beta = 1 - alpha
21         avg_image = cv2.addWeighted(image_data[i], alpha, avg_image,
22                                     beta, 0.0) #equation from book Computer Vision: Algorithms and
23                                     Applications by Richard Szeliski
24
25 #print(avg_image)
26 cv2.imwrite('Parab_platta5.JPG', avg_image)
27 cv2.waitKey(0)
```



GÖTEBORGS UNIVERSITET
INSTITUTIONEN FÖR FYSIK

GÖTEBORG, SVERIGE 2022