



GÖTEBORGS UNIVERSITET

# Fingerräkningsstrategier och talbegreppets utvecklingsnivåer

Ulrika Henriksson, Tommie Johansson, Caroline Khalil

**LAU 350**

Handledare: Per- Olof Bentley  
Rapportnummer: VT07-2611-135

## Förord

Under våra år i lärarutbildningen har vi, Ulrika, Tommie och Caroline, ofta haft tillfälle att arbeta tillsammans. Vi har alla tre inriktningen matematik, naturvetenskap och miljö för tidigare åldrar och vi har även läst undervisning och lärande i matematik med inriktning mot elever i behov av särskilda utbildningsinsatser. Intresset för matematikdidaktik är något vi delar. En sak vi alla mött under vår VFU, verksamhetsförlagd utbildning, och som är intressant för oss, är elevers olika metoder att använda fingrarna när de räknar. När vi insåg att detta dessutom är ett ämne som är relativt outforskat väcktes vårt intresse. Under de intensiva veckor vi har arbetat med vår studie har vi haft många givande diskussioner där vi kunnat ställa våra olika synvinklar mot varandra, vilket har varit mycket stimulerande. Vi känner att vi har kompletterat varandra bra och eftersom området vi studerat är relativt outforskat har det varit en fördel att vi har varit tre personer som har utfört studien.

Vi vill tacka vår handledare Per-Olof Bentley för all hjälp med vårt examensarbete och att han bidragit till att göra det så intressant. Vi vill även tacka Annie Andrén med vars hjälp vi har kunnat infoga illustrationerna. Tackas bör även lärarna som på ett engagerat sätt underlättat vår kommunikation med föräldrarna och vårt genomförande av intervjuerna. Vi vill rikta ett särskilt tack till föräldrarna som har låtit oss filma barnens händer, då dessa filmer har varit väsentliga för vår analys. Tack, även alla elever, med alla dessa uppfinningsrika finger-räkningsstrategier, utan er insats hade vi inte kunnat genomföra den här studien.

Ulrika Henriksson, Tommie Johansson, Caroline Khalil

Göteborg 2007-05-25

# Abstract

**Examination paper, teacher training programme 41-60 points/61-80 points**

**Title:** Finger-Counting Strategies and the Levels of Cognition of the Number-Concept

**Written by:** Ulrika Henriksson, Tommie Johansson, Caroline Khalil

**Term and year:** Spring term 2007

**Faculty of Education:** Department of Sociology

**Supervisor:** Per-Olof Bentley

**Examiner:** Florentina Lustig

**Report-number:** VT07-2611-135

**Key Words:** finger-counting, finger-patterns, levels of cognition, number-concept

## Aim

The main aim was to find out the character of the relationship between the pupils' finger-counting strategies and their levels of cognition for understanding the number-concept.

## Main questions

- What finger-counting strategies do pupils use?
- What are the pupils' respective levels of cognition for understanding the number-concept?
- Is there a relationship between the pupils' finger-counting strategies and their levels of cognition for understanding the number-concept?

## Method

Pupils' ways of thinking when counting on their fingers was our main focus. Therefore a qualitative approach seemed appropriate. 60 pupils, 7 and 8 years old, from three schools were interviewed to select 15 of them who used their fingers when counting. In order to facilitate the analyses of these pupils' finger-counting, we videotaped the pupils' counting on their fingers during the interviews. Then six of them, who displayed different strategies, were selected to be analyzed. The pupils were also observed during their mathematics lessons in order to give us the opportunity to see whether their respective finger-counting strategies were actually made use of as a habit of theirs. The analyses will take Fuson's research categories for understanding of the concept of number as a point of departure.

## Results

Connections between pupils' finger-counting strategies and their respective cognitive levels of understanding the concept of number have been identified during the study. Four different strategies were found, 'the changing between the ordinal and cardinal aspect', 'the coordinated ordinal and cardinal aspect', 'the undivided number-word of five' and 'the part-hole comprehension'. For example, 'the changing between the ordinal and cardinal aspect' turned out to be a basic strategy according to which the pupils finger-counted those numbers that corresponded to the number in the mathematics operations. Another aspect of finger-counting that was discerned was that finger-counting seems to give the opportunity for extending the domain of subitizing with the help of finger-patterns.

## Teaching applications

Knowledge about different finger-counting strategies can be of great importance for mathematic teachers, since it can be a useful tool for getting better understanding of pupils' individual levels of understanding the concept of number. This in turn means that the teachers can make the pupils take advantage of the various supportive finger-counting strategies. Another positive aspect of finger-counting is the possible extension of subitizing, the ability of immediate quantity-comprehension, which is an ability of great importance when it comes to understanding the number concept.

# Innehåll

|                                                                            |               |
|----------------------------------------------------------------------------|---------------|
| <b>1 Inledning</b> .....                                                   | <b>- 1 -</b>  |
| <b>2 Teoretisk bakgrund</b> .....                                          | <b>- 2 -</b>  |
| 2.1 Styrdokument .....                                                     | - 2 -         |
| 2.2 Begreppsförståelse.....                                                | - 3 -         |
| 2.3 Begreppsförklaring .....                                               | - 3 -         |
| 2.3.1 Definition av begreppet ordinalaspekt .....                          | - 3 -         |
| 2.3.2 Definition av begreppet kardinalaspekt.....                          | - 3 -         |
| 2.3.3 Definition av begreppet ”subitizing”.....                            | - 4 -         |
| 2.3.4 Definition av begreppet del- helhetsförhållande .....                | - 4 -         |
| 2.3.5 Definition av begreppet talfakta (number-facts) .....                | - 4 -         |
| 2.4 Fingermönster.....                                                     | - 4 -         |
| 2.5 Utvecklingsnivåer för hur talbegreppet förstås.....                    | - 5 -         |
| 2.5.1 Nivå 1: ”String”.....                                                | - 5 -         |
| 2.5.2 Nivå 2: ”Unbreakable List” .....                                     | - 5 -         |
| 2.5.3 Nivå 3: ”Breakable Chain” .....                                      | - 5 -         |
| 2.5.4 Nivå 4:”Numerable Chain” .....                                       | - 5 -         |
| 2.5.5 Nivå 5:”Bidirectional Chain/Truly Numerical Counting” .....          | - 6 -         |
| 2.6 Fingertal .....                                                        | - 6 -         |
| 2.7 Historik om fingerräkning.....                                         | - 6 -         |
| <b>3 Syfte och frågeställningar</b> .....                                  | <b>- 7 -</b>  |
| 3.1 Studiens syfte .....                                                   | - 7 -         |
| 3.2 Frågeställningar .....                                                 | - 7 -         |
| <b>4 Metod</b> .....                                                       | <b>- 8 -</b>  |
| 4.1 Val av metod .....                                                     | - 8 -         |
| 4.2 Val av räkneuppgifter .....                                            | - 9 -         |
| 4.3 Urval av intervjupersoner .....                                        | - 10 -        |
| 4.4 Genomförandet av intervjuerna .....                                    | - 10 -        |
| 4.5 Bearbetning av data .....                                              | - 10 -        |
| 4.6 Reliabilitet, validitet och generaliserbarhet.....                     | - 11 -        |
| <b>5 Resultat</b> .....                                                    | <b>- 12 -</b> |
| 5.1 Resultat av våra intervjuer.....                                       | - 12 -        |
| 5.1.1 Beskrivning av enskilda elevers fingerräkningsmetoder .....          | - 12 -        |
| Elev 1: Anna.....                                                          | - 12 -        |
| Elev 2: Peter .....                                                        | - 14 -        |
| Elev 3: Sara .....                                                         | - 16 -        |
| Elev 4: Josef .....                                                        | - 17 -        |
| Elev 5: Julia.....                                                         | - 18 -        |
| Elev 6: Erik.....                                                          | - 19 -        |
| 5.1.2 Identifierade fingerräkningsstrategier .....                         | - 20 -        |
| 5.1.3 Analys av enskilda elevers fingerräkningsmetoder.....                | - 23 -        |
| 5.2 Resultat av våra observationer .....                                   | - 26 -        |
| <b>6 Diskussion</b> .....                                                  | <b>- 27 -</b> |
| 6.1 Centrala aspekter i vår studie .....                                   | - 27 -        |
| 6.2 Resultat i förhållande till arbetets syfte och tidigare forskning..... | - 28 -        |
| 6.3 Studiens begränsningar .....                                           | - 28 -        |

|                                                      |               |
|------------------------------------------------------|---------------|
| <b>6.4 Studiens syfte och frågeställningar .....</b> | <b>- 29 -</b> |
| <b>6.5 Relevans för läraryrket.....</b>              | <b>- 29 -</b> |
| <b>6.6 Förslag till fortsatt forskning .....</b>     | <b>- 30 -</b> |
| <b>6.7 Slutsats.....</b>                             | <b>- 30 -</b> |
| <b>7 Referenser .....</b>                            | <b>- 31 -</b> |
| <b>Bilaga</b>                                        |               |

# 1 Inledning

Svenska elevers resultat i matematik har försämrats. TIMSS (Trends in international Mathematics and science studies) 2003 visade att de svenska eleverna har klart sämre resultat än genomsnittet i de 20 länder med samma levnadsstandard där studien genomfördes. Sedan 1995, då den förra mätningen gjordes, har våra elevers resultat sjunkit mest av alla (Skolverket, 2004).

Elever i Sverige har som synes problem med matematik. Enligt Russell och Ginsburg är den stora skillnaden på barn med och barn utan svårigheter i matematik, att de som har svårigheter inte behärskar grundläggande talfakta (number-facts) se rubrik 2.3.5 (Marton & Booth, 2000: 83). Det är alltså viktigt att behärska grundläggande talfakta för att lyckas i matematik. Enligt Dagmar Neumans teorier lämpar sig fingrarna bra för att skapa ett samtidigt medvetande om talens olika aspekter, således att behärska grundläggande talfakta (Marton & Booth, 2000: 81-111). Karen C. Fuson indikerar att den strategi elever använder när de räknar med fingrarna visar vilken utvecklingsnivå de befinner sig på vad gäller förståelse av talbegreppet (Fuson, 1992: 248-250). Att se var eleverna befinner sig i sin utveckling mot att behärska grundläggande talfakta innebär att man kan möta dem på deras nivå. Enligt Vygotsky är det väsentligt för begreppsutvecklingen att möta eleven på dennes närmaste utvecklingsnivå (Dysthe, 2003: 81). Därför är det av intresse att studera fingerräkning och det eventuella sambandet mellan strategier och utvecklingsnivåer. På detta vis kan elever stödjas i sin utveckling mot att behärska talfakta. Detta skulle kunna bidra till att förbättra elevernas kunskaper i matematik.

Fingerräkning tycks vara ett relativt outforskat område och därför är det av intresse att studera detta närmare. I studien kommer elevers fingerräkningsstrategier att analyseras. Till grund för analysen ligger de utvecklingsnivåer för förståelse av begreppet tal som Fuson redogör för i sin världsomfattande forskningssammanställning.

## 2 Teoretisk bakgrund

Vi inleder den teoretiska bakgrunden med hänvisningar till styrdokumenterna då dessa har en väsentlig betydelse för det sammanhang i vilket vi gör vår studie. Eftersom studien syftar till att undersöka elevers förståelse av talbegreppet, behandlas sedan vad ett begrepp är och även vad talbegreppet innebär. Därefter följer en genomgång av andra begrepp som är väsentliga för vårt arbete och som är bra för läsaren att ha förtrogenhet med. Begreppet fingermönster, att fingrarna som motsvarar ett tal bildar ett mönster, redovisas sedan. Denna aspekt av fingerräkning var något som vi uppmärksammade under studien. Efter detta kommer en genomgång av utvecklingsnivåerna för förståelsen av talbegreppet som Fuson lyfter fram i sin världsomfattande forskningssammanställning. Dessa utvecklingsnivåer ligger till grund för analysen och är således mycket betydelsefulla för studien. Vi väljer att utgå från denna sammanställning, då dessa teorier är vedertagna inom den matematikdidaktiska forskningen. I nästa avsnitt följer en beskrivning av Neumans teorier om fingerräkning där hon beskriver begreppet "fingertal". Avslutningsvis tas fingerräkningens användning i andra kulturer i ett historiskt perspektiv upp. Eftersom fingerräkning är och har varit utbrett, kan den ha betydelse för hur beräkningar utförs och för hur matematiska begrepp förstås.

### 2.1 Styrdokument

Om matematikämnetts karaktär och uppbyggnad står i kursplanen (2000) följande:

Matematik är en levande mänsklig konstruktion som omfattar skapande, utforskande verksamhet och intuition. Matematik är också en av våra allra äldsta vetenskaper och har i stor utsträckning inspirerats av naturvetenskaperna. Matematikämnet utgår från begreppen tal och rum och studerar begrepp med väldefinierade egenskaper. All matematik innehåller någon form av abstraktion. Likheter mellan olika företeelser observeras och dessa beskrivs med matematiska objekt. Redan ett naturligt tal är en sådan abstraktion.

Matematik är således en levande mänsklig aktivitet som har funnits sedan urminnes tider. Att använda fingrarna då man utför beräkningar bör sannolikt ha fallit sig naturligt för människor. Begreppet tal är av största betydelse inom ämnet och dess egenskaper noggrant bestämda. Som nämns i citatet ovan är ett naturligt tal en tankeskapelse, en abstraktion. Som sådan innebär det en utmaning för en individ att bilda sig en förståelse av begreppet tal. För att underlätta framåtskridandet av begreppsförståelsen är det viktigt att veta vad elevernas uppfattningar om tal är från början, således vilken nivå de befinner sig på.

Kursplanen för matematik (2000) innehåller även olika mål som eleverna ska uppnå. Eleverna bör i slutet av det femte skolåret, ha tillgodosett sig en grundläggande taluppfattning. Dessutom bör de ha en förståelse för och kunna använda addition och subtraktion. Dessa grundläggande kunskaper behöver eleverna för att kunna hantera vardagslivets problem-situationer.

Läroplanen belyser vikten av att genom goda kunskaper i skolans ämnen erhålla bra beredskap för livet. Den beskriver även vikten av den uppgift skolan har att hjälpa eleverna till att kunna behärska grundläggande kunskaper i matematik och kunna använda det i vardagslivet (Lpo94).

I både kursplanen och läroplanen tydliggörs matematikens viktiga roll för vardagslivet. En väsentlig aspekt som belyses är att eleverna bör erhålla en grundläggande taluppfattning. Eleverna bör således få en förståelse av den abstraktion begreppet tal innebär. För att detta ska ske kan fingerräkningsstrategier och den utvecklingsnivå de visar på vara ett hjälpmedel för att kunna möta eleven på rätt nivå.

## 2.2 Begreppsförståelse

Att förstå ett begrepp är att vara förtrogen med det som är utmärkande för begreppet, således dess attribut. Dessutom finns en förtrogenhet med andra begrepp som berör, eller involveras i, det begrepp som förstås. När en förståelse av ett begrepp formas används begreppets attribut och andra begrepp som är involverade i det begrepp som formas. Begrepp är beroende av varandra och sammanlänkande i ett flerdimensionellt nätverk med olika nivåer. Ett begrepp kan vara inneslutet i ett begrepp och själv innesluta andra begrepp. Det finns således olika nivåer av begrepp; metabegrepp, begrepp och underbegrepp (Bentley, 2007).

Vad gäller talbegreppet innefattar det aspekter som skiljer det från andra begrepp. Dessutom formas en förståelse av begreppet successivt i olika utvecklingsnivåer. Dessa aspekter, samt de olika nivåerna behandlas under rubriken ”Utvecklingsnivåer för förståelse av talbegreppet”. Som underbegrepp till talbegreppet innefattas varje enskilt tal. Då elever formar en förståelse av talbegreppet formas inte en förståelse av alla tal samtidigt, utan förståelsen av de enskilda talen formas successivt. Ofta får elever en förståelse av de lägre talen först, för att sedan få en förståelse av de högre talen. Utvecklingsnivån för hur de enskilda talen förstås kan variera hos en och samma elev. Vad gäller de talen eleven först har lärt sig och alltså är mest förtrogen med är således utvecklingsnivån högst (Bentley, 2007).

## 2.3 Begreppsförklaring

### 2.3.1 Definition av begreppet ordinalaspekt

Om tals ordinalaspekt beaktas, ser man talen som ordnade enheter. Denna aspekt av tal visar på vilken placering i talraden ett tal har. Detta enligt Hashisakis definition: ”Any use that depends on the position of the number in the prescribed sequence is the ordinal use of the number” (Marton & Booth, 2000: 86). Då tal har en ordinal egenskap knyts räkneorden till de objekt som räknats och uppfattas som ”namn” på varje enskilt objekt (Neuman, 1989). Har man exempelvis räknat till talet fem är fem också det femte uppräknade talet. Detta gäller även då man räknar objekt, har fem objekt räknats upp, är det sist räknade objektet således det femte.

### 2.3.2 Definition av begreppet kardinalaspekt

Om tals kardinalaspekt beaktas, ser man talen som en mängd enheter. Denna aspekt av tal fokuserar således på talets samtliga enheter tillsammans, alltså mängden enheter. Detta enligt Hashisakis definition: ”A number used to designate the size of a set (i.e., to answer the question “How many?”) is used cardinally” (Marton & Booth, 2000: 86). Då tal har en kardinal egenskap är de ett uttryck för hur ”mycket” man fått (Neuman, 1989). Har exempelvis fem objekt räknats upp, är fem även namnet för mängden räknade objekt.



### **2.3.3 Definition av begreppet "subitizing"**

Det finns en gräns för hur stora tal eller mängder som kan förnimmas på en och samma gång. Man kan omedelbart uppfatta att det är ett föremål man ser eller en klappning man hör. Likaså kan man med en gång uppfatta 2 eller 3 föremål eller klappningar. En del kan till och med uppfatta 4 föremål eller klappningar utan att behöva räkna dem. Detta, att med en gång uppfatta en mängd utan att behöva räkna den, kallas "subitizing". Då barn ska uppfatta en mängd som är fler än 4 behöver de oftast räkna dem för att veta hur många det är. När elever utför räkneoperationer, där det som skall adderas eller subtraheras är ett tal större än 4 behöver de således någon metod för att bokföra hur många de har adderat eller subtraherat. En vanlig metod som elever använder när de bokför är att para ihop talet som ska adderas eller subtraheras med ett, för dem, känt talmönster. Skall de exempelvis utföra additionen  $3+5$  kan de, om de vet att en hel hand består av 5 fingrar, använda handen för att veta att det är 5 de har adderat. Att på detta vis känna till fingermönster för olika tal är en fördel då eleverna behöver någon metod för bokföring vid räkneoperationer. När eleven räknar vidare i 5 steg, som i exemplet ovan, har varje steg en ordinalaspekt. Detta medan fingermönstret för talet 5 har en kardinalaspekt (Marton & Neuman, 1990).

### **2.3.4 Definition av begreppet del- helhetsförhållande**

Då det finns en förståelse av ett tals del- helhetsförhållande ses att varje tal är summan av alla kombinationer tal det kan bestå av och att det samtidigt är en del av ett större tal. Finns en förståelse av ett tals del- helhetsförhållande underlättas en mängd beräkningar där antingen en av de två delarna eller helheten är okänd. Som exempel kan nämnas att talet 5 kan ses som 5 och som kombinationerna  $4+1$ ,  $1+4$ ,  $2+3$ , och  $3+2$ . Där talet 5 är helheten och kombinationerna som nämnts är delarna (Marton & Booth, 2000: 81-111).

### **2.3.5 Definition av begreppet talfakta (number-facts)**

Talfakta innebär en samordnad ordinal- och kardinalaspekt, samt att se tals del- helhetsförhållanden. Detta innebär således att man ser talen som ordnade enheter, där placeringen i talraden fokuseras. Samtidigt ses talen som samtliga enheter tillsammans, alltså mängden enheter. Parallellt med detta är man förtrogen med ett tals del- helhetsförhållande, där man ser att varje tal är summan av alla kombinationer tal det kan bestå av och samtidigt är en del av ett större tal (Marton & Booth, 2000: 81-111).

## **2.4 Fingermönster**

Då låga tal motsvaras av ett antal föremål, bildas ett mönster som är lättuppfattligt för ögat. När eleven räknar med fingrarna bildar det antalet fingrar som eleven visar fram, som motsvarar talen i beräkningen, ett mönster. Är det alltid samma fingrar för samma tal som eleven visar fram har det talet alltid samma mönster. Detta mönster benämner vi "fingermönster". Så småningom lär sig eleven att känna igen de mönster av fingrar som motsvarar de olika talen. Med hjälp av fingermönster underlättas deras förmåga att med en gång uppfatta även något större tal än de som vanligtvis inbegrips i talområdet för "subitizing". Denna förmåga, att omedelbart kunna uppfatta tal, är en viktig del i räknefärdigheten. Förutom att fingermönster underlättar "subitizing" bidrar det till att ge en del- helhetsuppfattning. Detta särskilt då fingermönstret motsvarar tal som är större än 5. Som exempel kan nämnas att talet 7 kan visas som en hel hand samt 2 fingrar. Delarna är då 5 och 2 och helheten är 7.

## 2.5 Utvecklingsnivåer för hur talbegreppet förstås

I en sammanställning av aktuell forskning om addition och subtraktion med naturliga tal beskriver Fuson (1992: 243-270) begrepp som är viktiga att förstå för att lyckas i matematik. Dels beskriver hon utvecklingsnivåer för hur tal förstås och hon beskriver även hur addition och subtraktion kan förstås i verklighetsanpassade problemsituationer. För att kunna se vilken utvecklingsnivå för begreppet tal som elevernas fingerräkningsstrategier visar på måste vi ha en förståelse för de olika nivåerna, därför följer här en beskrivning av dessa.

### 2.5.1 Nivå 1: "String"

I den första nivån, benämnd "String" av Fuson, kan eleverna säga talraden som ett uppräbbande av ord. Dock är talen ännu inte skilda åt, exempelvis ettvåtrefyrafem...

### 2.5.2 Nivå 2: "Unbreakable List"

I nästa nivå, som Fuson benämner "Unbreakable List", kan eleverna i ett första skede skilja talens namn åt, exempelvis ett-två-tre-fyra-fem... I nästa skede parar eleverna ihop talens namn med objekt, ett objekt för varje tal. Här ser eleverna bara talens ordinalaspekt, dvs. om de räknar fem objekt är det sista föremålet eleverna räknar det femte. I det här skedet ser de dock fortfarande inte att fem även står för mängden räknade föremål. I nästa skede däremot ser eleverna kardinalaspekten av tal. Har de således räknat fem objekt är fem även namnet för antalet räknade objekt.

### 2.5.3 Nivå 3: "Breakable Chain"

I den tredje nivån, kallad "Breakable Chain" av Fuson, växlar eleverna mellan talens kardinal- och ordinalaspekt. Eleverna adderar 2 mängder, exempelvis  $4+3$ , genom att använda sig av kardinalaspekten av den första mängden, nämligen 4. För den andra mängden fokuserar eleven således enbart på ordinalaspekten. De börjar uträkningen genom att säga "fyra" för att därefter lägga till den andra mängden, 3, genom att räkna vidare i 3 steg. På den här nivån är det enbart den första mängden som har både en ordinal- och kardinalaspekt. Då den andra mängden ska adderas ser eleven således enbart den mängdens ordinalaspekt.

### 2.5.4 Nivå 4: "Numerable Chain"

I den fjärde nivån, kallad "Numerable Chain" av Fuson, samordnas kardinal- och ordinalaspekten. I den här nivån har båda mängder som ska adderas, till skillnad från nivån "Breakable Chain", således både en kardinal- och ordinalaspekt. Även den andra mängden ses alltså som en mängd som består av 3 objekt, samtidigt som varje objekt i mängden motsvarar ett tal i talraden. När elever som befinner sig på den här nivån ska utföra en addition eller subtraktion är deras fokus inte på objekt som ska adderas eller subtraheras utan fokus är snarare på talen i talraden. Då de ska utföra additionen  $4+3$  börjar de, som i den förra nivån, genom att säga "fyra" för att därefter lägga till den andra mängden genom att räkna vidare i 3 steg. Då elever utför beräkningar på den här nivån kan det uppfattas likvärdigt med den andra nivån eftersom eleverna, då talen är höga, ibland måste bokföra för att på något sätt hålla reda på hur mycket av den andra mängden de har lagt till. Detta kan ske både auditivt och visuellt, exempelvis kan de successivt ta fram ett finger för varje steg i talraden de räknar.

### **2.5.5 Nivå 5: "Bidirectional Chain/Truly Numerical Counting"**

I den femte nivån, kallad "Bidirectional Chain/Truly Numerical Counting" av Fuson, når eleverna talfakta. Här har eleverna en del- helhetsförståelse av tal. Varje tal i talraden har en ordinal- och kardinalaspekt. Dessutom är också varje tal summan av alla kombinationer tal det kan bestå av. Som exempel kan nämnas att talet 5 kan ses som 5 och som kombinationerna 4+1, 1+4, 2+3 och 3+2. Här finns det ett sambandsförhållande mellan delmängd, delmängd och summa vid addition som även står i omvänt förhållande vid subtraktion. Kan eleverna exempelvis att  $4+3 = 7$  vet de också samtidigt att  $7-3 = 4$ . På den här nivån ser eleverna således sambandet mellan addition och subtraktion.

## **2.6 Fingertal**

Enligt Neumans teorier lämpar sig fingrarna bra för att skapa ett samtidigt medvetande om talens olika aspekter (ordinalaspekt, kardinalaspekt och del- helhetsförhållanden), således att behärska grundläggande talfakta. Neuman anser att fingertal är den viktigaste vägen mot räknefärdighet. Efter att ha tittat på hur nybörjarelever försöker lösa räkneuppgifter kan hon se två olika sätt. Det ena är att lösa tal genom att "räkna" i huvudet och inte använda fingrarna och det andra är att lösa tal genom att "se" med hjälp av fingrarna. De barn som väljer första sättet gör antalet uppfattbart via örat. De som väljer andra sättet tar fram ett finger för varje räkneord. De gör talen synliga för ögat och dessutom känner de talen i sin kropp. De gör således det som Neuman kallar fingertal. De barn som valt att göra det senare har enligt Neuman lättare att lösa uppgifter (Neuman, 1989).

Fingertal innebär att elever ger varje finger ett namn som motsvarar ett tal i talraden. Börjar exempelvis en elev alltid att räkna från vänsterhandens lillfinger kommer således vänsterhandens lillfinger alltid ha namnet 1. Enligt Neuman är det med stor säkerhet man kan anta att olika elever alltid tar fram samma fingrar för ett speciellt tal. Hon menar exempelvis att om talet som ska visas är 7 så tar elever alltid fram en hel hand och två fingrar. I ett visst skede i utvecklandet av räknefärdigheter är det vanligt att elever använder sig av fingertal enligt Neuman och Marton (1990). De anser att fingertal är en bra väg för elever att uppfatta ordinalaspekten och kardinalaspekten av tal simultant, således att dessa aspekter samordnas. Denna upptäckt är en viktig fas på vägen till räknefärdighet. Om eleverna låter talraden motsvaras av raden av fingrar då de exempelvis visar talet 7 har varje tal i talraden, således varje finger, en ordinalaspekt. Samtidigt som ordinalaspekten uppfattas visar alla fingrar tillsammans, således en hel hand + 2 fingrar, på kardinalaspekten. De tal som är mellan 5 och 10 visar naturligt på talens del- helhetsförhållande.

## **2.7 Historik om fingerräkning**

Fingrarna har använts och används ofta vid räknande. I många kulturer har talsystem och räkning anknytning till människokroppen. Det är troligt att tiobassystemet, som gäller i de allra flesta språk, har sin utgångspunkt i våra tio fingrar. I andra kulturer utgår man dock från fingrarna på ena handen, dvs. 5. Det finns även kulturer där både fingrar och tår ingår och de har således ett tjugobassystem (Hvenekilde, 1991). Även andra delar av människokroppen används. Det finns kulturer med ett speciellt kroppsschema där man kan räkna ända upp till 30. Kroppen har då punkter som räknas, exempelvis handlederna och armbågarna (Neuman, 1989). Fingrarna används idag endast för enkla beräkningar i Europa. Bakåt i historien, fram till 1500-talet, utfördes mer komplicerade beräkningar med hjälp av fingrarna. Dessa är idag mer vanliga i Asien och Afrika (Hvenekilde, 1991).

## **3 Syfte och frågeställningar**

### **3.1 Studiens syfte**

Att ha en god taluppfattning innebär en betydelsefull grund för att lyckas i matematik. En förståelse av talbegreppet leder till en god taluppfattning. För att kunna bidra till ett utvecklande av förståelsen av talbegreppet bör man ha kännedom om var den enskilda eleven befinner sig i sin utveckling. Elevers fingerräkning kan vara ett verktyg att se var i sin utveckling eleven är.

Syftet är att studera karaktären hos sambandet mellan elevers fingerräkningsstrategier och den utvecklingsnivån för förståelsen av talbegreppet eleverna befinner sig på. Detta vill vi uppnå genom att göra en kvalitativ undersökning av elever i grundskolans år 1 och 2 där vi analyserar elevernas strategier.

### **3.2 Frågeställningar**

Vi vill titta på vilka strategier för fingerräkning eleverna använder sig av i den tidiga matematikinläringen med följande frågeställningar i beaktande.

Vilka fingerräkningsstrategier använder eleverna?

Vilken förståelsenivå av talbegreppet befinner de sig på?

Finns det något samband mellan elevernas fingerräkningsstrategi och den utvecklingsnivå för förståelse av talbegreppet som eleverna befinner sig på?

## 4 Metod

### 4.1 Val av metod

Vårt syfte är att se om det finns ett samband mellan fingerräkningsstrategi och begrepps-förståelse, samt att se vilken utvecklingsnivå för förståelsen av talbegreppet strategierna visar att eleverna befinner sig på. Vi är alltså intresserade av att se hur elever uppfattar ett visst begrepp och hur deras uppfattning visar sig i deras sätt att använda fingrarna när de räknar.

Inom fenomenografien, då man antar andra ordningens perspektiv, är man intresserad av att urskilja skillnader i hur specifika fenomen i världen erfars av människor och hur detta återspeglas i deras handlingar (Marton & Booth, 2000: 145-177). Eftersom vi är intresserade av elevers begreppsförståelse och hur detta påverkar deras sätt att använda fingrarna när de räknar är ansatsen i vår studie fenomenografisk och vi antar ett andra ordningens perspektiv. Detta gör vi genom att se hur de använder fingrarna när de räknar.

Genom att intervjua elever och studera hur de agerar får vi ett redskap, med vilket vi kan utröna deras begreppsförståelse. De olika sätten att förstå talbegreppet och de olika sätten detta visar sig på kan vi uppmärksamma då det finns en variation av förståelse och strategier hos dem vi studerar. Finns det en variation kan vi också urskilja och jämföra olika förståelser och strategier. Utifrån den här variationen hos de intervjuade personerna kan vi utröna ett antal olika kategorier av begreppsförståelse och dessa kan förstås på grupp-nivå och är då lättare och säkrare att analysera. Efter att man har urskilt de olika kategorierna kan man återvända till individen och beskriva individens begreppsförståelse (Bentley, 2007). Detta har vi haft i åtanke när vi studerar inte enbart en enda elev som räknar på fingrarna, utan ett flertal.

I vår studie är vi intresserade av hur den enskilda individen gör och tänker men även hur resultatet av det vi ser skulle kunna generaliseras. Stake (2000: 437) skriver i "Handbook of qualitative research" följande om "instrumental case study" och dess användning:

...a particular case is examined mainly to provide insight into an issue or to redraw a generalization. The case is of secondary interest, it plays a supportive role and it facilitates our understanding of something else. The case still is looked at in depth, its contexts scrutinized, its ordinary activities detailed but all because this helps the researcher to purpose the external interest.

Den här studien är således inspirerad av "instrumental case study" då varje enskild elev analyseras noggrant för att syftet med studien ska uppnås, alltså att se sambandet mellan fingerräkningsstrategier och utvecklingsnivåer av talbegreppet. Det enskilda fallet, således den enskilda eleven, är inte huvudfokus i studien, utan det mönster som utkristalliserar sig då det enskilda fallet studeras.

Eftersom vi ville förstå hur eleverna tänker då de räknar med fingrarna valde vi att göra en kvalitativ studie (Trost, 2005: 7-17). Att en kvalitativ studie ger oss tillfälle att kunna tyda elevernas begreppsförståelse understryks genom följande citat av Stukát: "Huvuduppgiften för det kvalitativa synsättet är att tolka och förstå de resultat som framkommer..."

(Stukát, 2005: 32). Med en kvalitativ studie kan vi göra en noggrannare analys eftersom vi då får tillfälle att stanna upp och fördjupa oss i hur den enskilda eleven utför beräkningar med hjälp av fingrarna. Dessutom får vi tillfälle att, utifrån vilka fingerräkningsmetoder vi ser, tolka och förstå hur eleven tänker.

Vad gäller våra intervjufrågor, således de tal vi bad eleverna att lösa, ställde vi frågorna i den ordning som föll sig bäst för varje elev. Vi anpassade oss alltså efter situationen, således valde vi att göra ostrukturerade intervjuer. Stukát skriver följande om ostrukturerade intervjuer: ”I de mer ostrukturerade intervjuerna är intervjuaren medveten om vilket ämnesområde som ska täckas in, men ställer frågorna i den ordning situationen inbjuder till” (Stukát, 2005: 39).

Innan intervjuerna hade vi valt ut ett antal räkneuppgifter som kan visa på olika strategier och begreppslig förståelse. Dessa visades för eleven och beroende på hur eleven klarade att lösa uppgifterna valde vi vilken nästa uppgift skulle vara, detta enligt hur ostrukturerade intervjuer genomförs. För att vara säkra på att eleverna vanligtvis använder fingrarna då de räknar bestämde vi oss även för att observera dem under ett par matematiklektioner.

## 4.2 Val av räkneuppgifter

De räknesätt vi undersökte i våra intervjuer var addition, subtraktion och öppna utsagor. Bland annat valde vi att ha med uppgifterna  $4+3$  och  $6+4$  för att se hur de utför beräkningar inom talområdet som sträcker sig upp till 10, men trots allt behöver de använda fler fingrar än fem.

Uppgiften  $8-5$  hade vi med eftersom det dels visar på hur de utför en subtraktion, men framförallt för att se om eleverna tar bort en hel hand då de subtraherar med 5 eller väljer att ta bort 3 fingrar på ena handen och 2 på andra handen. Att talet som ska tas bort är så stort som 5 innebär att eleven inte kan subtrahera det med hjälp av ”subitizing”, vilket hade varit möjligt om talet exempelvis hade varit så lågt som 3. Eleven är alltså tvungen att ha en strategi för att hålla reda på hur många den tagit bort.

Vi hade även med uppgifterna  $7+8$  och  $16-9$  för att se hur eleverna hanterar beräkningar som innebär att talområdet är större än 10 och där de tal som är med i beräkningarna sträcker sig utanför området för ”subitizing”.

Dessutom hade vi med den öppna utsagan  $2 + \_ = 9$ . Detta eftersom en öppen utsaga erbjuder eleverna en särskild utmaning. En del elever kanske löser den här uppgiften genom att räkna vidare från 2 upp till 9 och använder sig samtidigt av dubbelräkning med hjälp av fingrarna för att hålla reda på hur många steg som räknats. Andra elever kanske tar fram 9 fingrar, avskiljer 2 och räknar mellanskillnaden. Detta skulle visa på att eleven ser talet 9 som en helhet som kan bestå av två delar varav talet 2 är den ena delen.

### **4.3 Urval av intervjupersoner**

Ett 60-tal elever från tre olika skolor i grundskolans år 1 och 2 har intervjuats för att se om de använder sig av fingerräkning. Vi valde dessa elever eftersom vi under vår praktik knutit kontakt med dem och deras lärare. Detta var värdefullt då tiden vi hade till förfogande var begränsad. I dessa tre skolor fick vi också möjlighet att kunna intervju så många elever som möjligt som befinner sig i den tidiga inlärningsfasen i matematik. Av de 60 eleverna valdes ett 15-tal ut som använder sig av fingerräkning. Dessa intervjuades mer ingående och med en noggrannare dokumentation. Utifrån dessa valdes sex elever ut, eftersom de till största delen använder sig av olika fingerräkningsstrategier. Det är dessa elevers strategier som analyseras i studien.

### **4.4 Genomförandet av intervjuerna**

Inför intervjuerna kontaktades först klasslärarna som då informerades om examensarbetet och dess syfte. Därefter skickades ett brev ut till föräldrarna där vi presenterade oss och beskrev syftet med examensarbetet (se bilaga). De informerades dessutom om att vi ville intervju deras barn och även filma deras händer. I brevet fick föräldrarna möjligheten att godkänna eller inte godkänna detta. De flesta föräldrarna godkände detta, vilket underlättade studien. Att vi filmade elevernas händer samtidigt som de intervjuades underlättade analysen av elevernas strategier. Detta eftersom en möjlighet gavs att studera deras strategier ett flertal gånger. Enbart elevernas händer filmades eftersom det endast är händerna som är väsentliga för studien, samtidigt kunde då eleverna förbli anonyma. Materialet som samlades in behandlades konfidentiellt och de namn som använts i studien är fingerade.

Intervjuerna utfördes i två steg, först de inledande och sedan de som ligger till grund för analysmaterialet. De inledande intervjuerna, med de 60 eleverna, genomfördes i ett inledande skede av studien på respektive skola. Vid dessa intervjuer satt vi med eleverna enskilt och antecknade deras svar och vad de eventuellt visade med fingrarna. De intervjuer som ligger till grund för analysmaterialet filmades och genomfördes på elevernas respektive skola. Alla tre deltog, en av oss filmade, en intervjuade och en observerade. Vid intervjutillfällena fördes anteckningar som sedan användes vid analysen. Varje intervju tog ca 15 minuter och genomfördes med de utvalda eleverna enskilt.

### **4.5 Bearbetning av data**

Genom att filma intervjuerna gavs möjligheten att studera fingerräkningsstrategierna ett flertal gånger. Dessa filmer, men även anteckningarna, användes vid analysen. Utifrån elevernas variation i tillvägagångssätt kunde olikheterna urskiljas. Ett antal elever med olika fingerräkningsstrategier valdes ut för att redovisas i arbetet och analyseras djupare. Analyserna gjordes utifrån de utvecklingsnivåer för förståelsen av talbegreppet som Fuson (1992) behandlar i sin forskningssammanställning.

## 4.6 Reliabilitet, validitet och generaliserbarhet

Reliabilitet (tillförlitlighet) är ett mått på kvalitén av en studies mätinstrument, den är således ett mått på hur noggrant insamlingen av data skett (Stukát, 2005: 125). I studien har insamlingen av data skett på ett flertal sätt. Eleverna har intervjuats, filmats och under intervjuerna fördes anteckningar. Eftersom data har samlats in på flera olika sätt är studiens reliabilitet säkerställd.

Validitet (giltighet) är ett mått på om man i en studie verkligen mäter de man avser att mäta (Stukát, 2005: 126). I vårt fall är vi intresserade av elevers nivåer av begreppsutveckling och hur detta visar sig i deras fingerräkningsstrategier. Validiteten styrks om eleverna även använder strategierna under vardagliga matematiklektioner och alltså inte är påverkade av intervjuerna. För att försäkra oss om detta observerade vi därför eleverna. Då de observerades under matematiklektioner bekräftades att de inte påverkats i deras sätt att använda fingrarna. Således är vi övertygade om att deras strategier är autentiska och studiens validitet är säkrad.

Generaliserbarhet är ett mått på för vem resultatet för studien gäller. Avser resultatet enbart de personer som studerats är generaliserbarheten låg, men då resultatet gäller för en större grupp är generaliserbarheten hög (Stukát, 2005: 129). I studien är vi inspirerade av ”instrumental case study”. Vi undersöker således det enskilda fallet noggrant i syfte att finna ett mönster som kan generaliseras. Av de 60-talet eleverna som intervjuades inledningsvis var det ca hälften som använde sig av fingrarna då de räknade. Hos de 15 elever som filmades och observerades var det inte endast en, utan flera av dem som använde sig av liknande strategier. En strategi kan således användas av flera elever och är inte nödvändigtvis knuten enbart till en enskild elev. Ur denna aspekt är studien i det närmaste generaliserbar. Sex elever, med delvis olika strategier, valdes därefter ut för vår djupanalys. Eftersom det är förhållandevis få elever vi kunnat studera och analysera är vårt resultat ännu icke generaliserbart. För att öka generaliserbarheten bör ännu fler elever intervjuas.



## 5 Resultat

I det här avsnittet beskrivs först resultatet av intervjuerna. Vi börjar med att beskriva hur de sex enskilda eleverna vi valt ut för vår djupanalys, gör då de räknar på fingrarna. Därefter följer en redogörelse för de olika strategier vi kunnat identifiera utifrån deras fingerräkningsmetoder. Efter det kommer en analys av de enskilda elevernas metoder. Avsnittet avslutas med resultatet av våra observationer.

### 5.1 Resultat av våra intervjuer

#### 5.1.1 Beskrivning av enskilda elevers fingerräkningsmetoder

##### Elev 1: Anna

Uppgiften som ska beräknas är  $4+3$

Anna börjar räkna med höger hand. Hon räknar och visar tummen som 1, pekfingret som 2, långfingret som 3 och ringfingret som 4. Sedan lägger hon till 3 genom att räkna vidare med lillfingret på höger hand som 5, tummen på vänster hand som 6 och pekfingret som 7. Hon säger talen för sig själv samtidigt. Hon får således svaret 7 och visar hela höger hand och 2 fingrar på vänster hand.

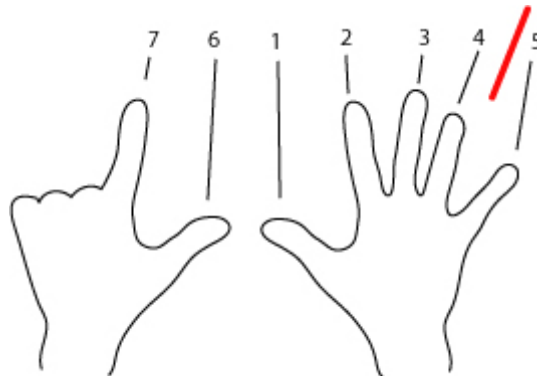


Bild 6: Anna räknar  $4+3$

Uppgiften som ska beräknas är 8-5

Anna börjar räkna med vänster hand. Hon räknar och visar tummen som 1, pekfinger 2, långfinger som 3, ringfinger som 4 och lillfinger som 5. Hon fortsätter sedan med höger hand. Hon räknar tummen som 6, pekfinger som 7 och långfinger som 8. Hon utför sedan subtraktionen genom att först ta bort tummen och sedan pekfinger på vänster hand. Sedan tar hon bort långfinger, pekfinger och tummen på höger hand. Samtidigt som hon tar bort de 5 fingrarna räknar hon dem tyst för sig själv. Hon får således svaret 3 genom att visa långfinger, ringfinger och lillfinger på vänster hand.

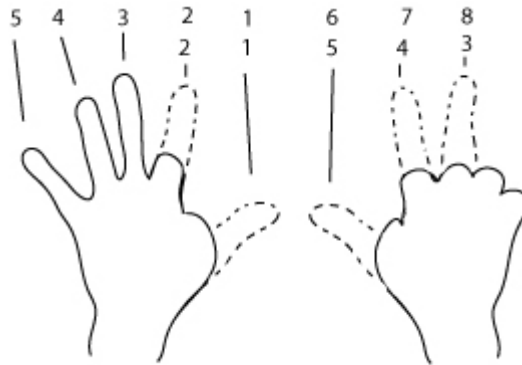


Bild 7: Anna räknar 8 - 5

Uppgiften som ska beräknas är 6+4

Anna börjar räkna med vänster hand. Hon räknar och visar tummen som 1. Sedan går hon vidare till höger hand. Hon räknar tummen som 2, pekfinger som 3, långfinger som 4, ringfinger som 5 och lillfinger som 6. Hon räknar sedan upp 4 på vänster hand, tummen som 6, pekfinger som 7, långfinger som 8, och ringfinger som 9. Hon fick således svaret 9 genom att visa alla fingrar på höger hand och 4 fingrar på vänster hand. Hon lägger till 4, men missar att hon redan har räknat vänster tumme som 1.

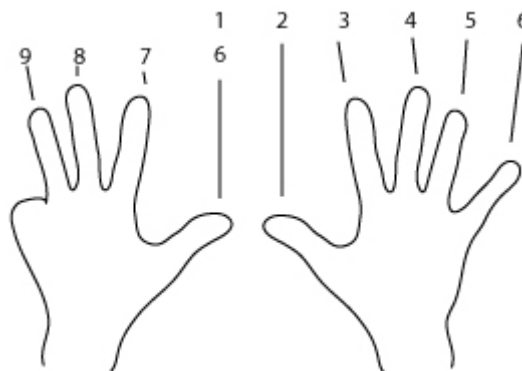


Bild 8: Anna räknar 6+4

## Elev 2: Peter

Uppgiften som ska beräknas är  $8-5$

Peter tar med en gång fram hela vänster hand samt tummen, pekfingret och långfingret på höger hand, detta utan att räkna fingrarna. Då han utför subtraktionen tar han bort hela vänster hand och ser att svaret är 3.

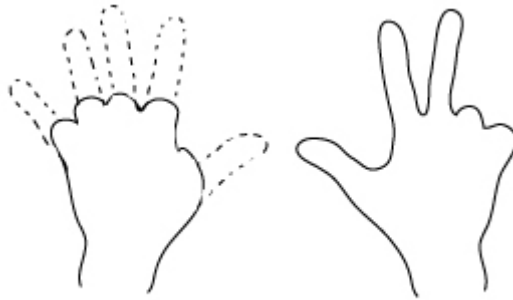


Bild 9: Peter räknar  $8-5$

Uppgiften som ska beräknas är  $6+4$

Peter håller fram alla 10 fingrar samtidigt. Han skiljer bort de 6 fingrarna som motsvarar det första talet i additionen från de 4 fingrarna som motsvarar det andra talet i additionen. Han ser att alla fingrarna motsvarar talet 10.

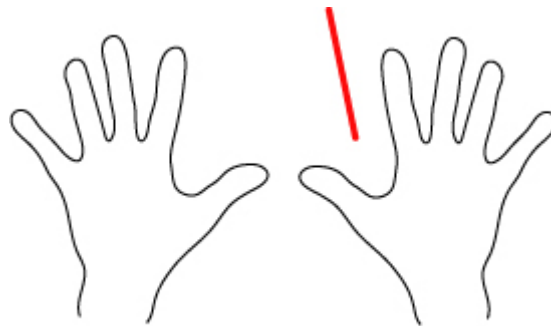


Bild 10: Peter räknar  $6+4$

Uppgiften som ska beräknas är  $2 + \_ = 9$

Då Peter utför den här beräkningen tar han upp ringfingret och långfingret på höger hand och säger ”här är 2 då behövs det 7 till för att få 9”. Han visar samtliga 9 fingrar och ser att svaret är 7.

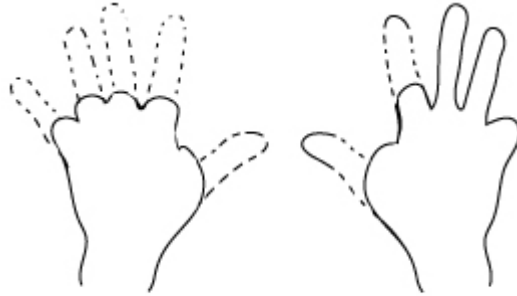


Bild 11: Peter räknar  $2 + \_ = 9$

Uppgiften som ska beräknas är  $7 - 4$

När den här beräkningen ska utföras håller Peter upp alla fingrar på vänster hand och tummen och pekfingret på höger handen. Han tar sedan bort 4 genom att vika ner pekfingret, långfingret, ringfingret och lillfingret på vänster handen samtidigt. Kvar är då höger handens pekfinger och tumme och vänster handens tumme och ser att svaret är 3.

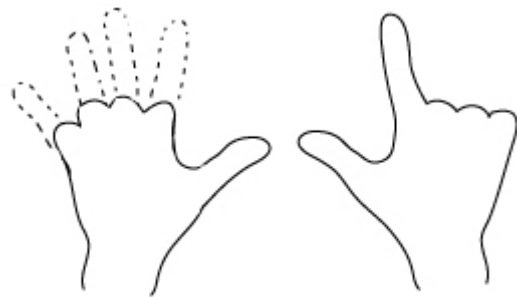


Bild 12: Peter räknar  $7 - 4$

### Elev 3: Sara

Uppgiften som ska beräknas är  $8-5$

När Sara utför den här beräkningen sträcker hon fram 8 fingrar samtidigt genom att ta fram vänsterhandens alla fingrar och tummen, pekfingeret och långfingeret på höger hand. Hon tar sedan successivt bort 5 fingrar på följande vis: På höger hand tar hon bort långfingeret som 1, pekfingeret som 2 och tummen som 3. Sedan tar hon på vänster hand bort tummen som 4 och pekfingeret som 5. Kvar är då långfingeret, ringfingeret och lillfingeret på vänster hand. Hon ser att svaret är 3.

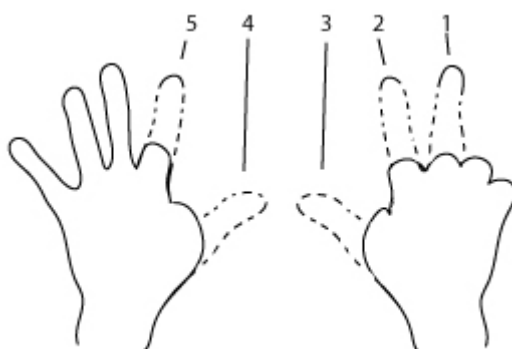


Bild 13: Sara räknar  $8-5$

Uppgiften som ska beräknas är  $4+3$

När hon utför den här beräkningen sträcker hon fram 4 fingrar samtidigt genom att ta fram tummen, pekfingeret, långfingeret och ringfingeret på höger hand. Sedan lägger hon till 3 genom att räkna vidare med lillfingeret på höger hand som 5, tummen på vänster hand som 6 och pekfingeret som 7. Hon får då svaret 7 och visar hela höger hand och 2 fingrar på vänster hand.

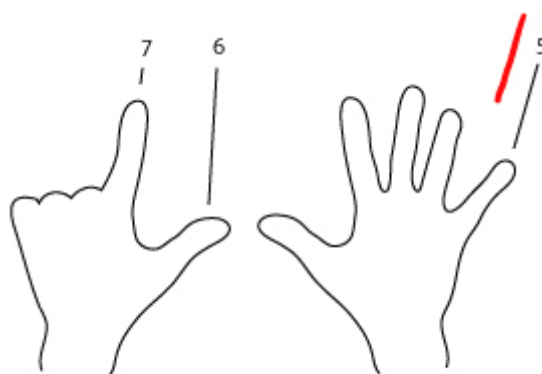


Bild 14: Sara räknar  $4+3$

## Elev 4: Josef

Uppgiften som ska beräknas är  $8-5$

Då Josef utför den här beräkningen behöver han inte räkna upp. Han sträcker således fram 8 fingrar samtidigt genom att ta fram vänsterhandens alla fingrar och tummen, pekfingeret och långfingeret på höger hand. Då han utför subtraktionen tar han bort hela vänster hand och ser att svaret är 3.

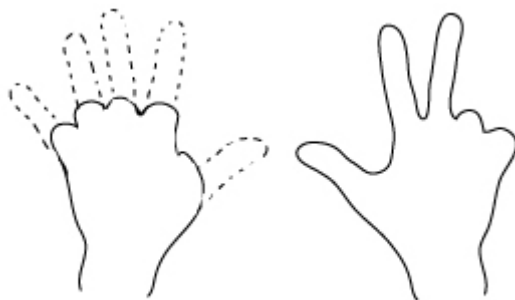


Bild 15: Josef räknar  $8-5$

Uppgiften som ska beräknas är  $7+8$

När Josef utför den här beräkningen håller han upp alla fingrar på vänster hand och tumme och pekfinger på höger hand, inte heller här räknar han alltså upp antalet fingrar. Sedan lägger han till 8 genom att börja räkna från högerhandens långfinger som 1, ringfingeret som 2 och lillfingeret som 3. Han fortsätter sedan på vänster hand med tummen som 4, pekfingeret som 5, långfingeret som 6, ringfingeret som 7 och lillfingeret som 8. Han ser att han har använt 3 hela händer och säger svaret 15.

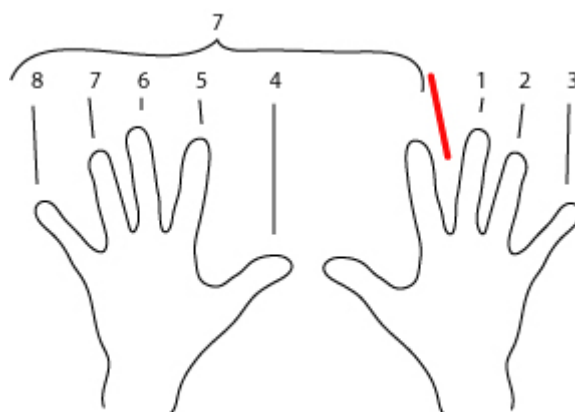


Bild 16: Josef räknar  $7+8$

Uppgiften som ska beräknas är  $16-9$

Josef utför den här beräkningen genom att tänka talet 16 i huvudet. Han räknar sedan ner i 9 steg samtidigt som han håller reda på hur många steg han har räknat genom att lyfta fram 9 fingrar. Han lyfter således successivt fram högerhandens tumme, pekfinger, långfinger, ringfinger och lillfinger. Sedan fortsatte han med vänsterhandens tumme, pekfinger, långfinger och ringfinger och får svaret 7.

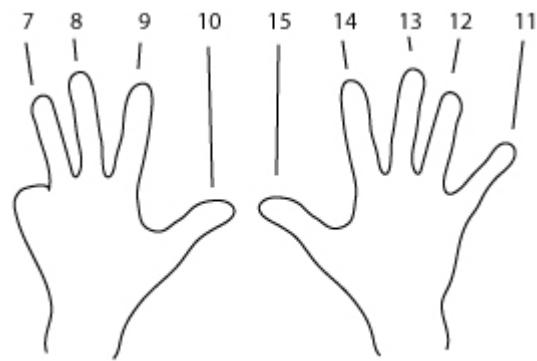


Bild 17: Josef räknar  $16-9$

### Elev 5: Julia

Uppgiften som ska beräknas är  $6+3$

Då Julia utför den här additionen visar hon alla fingrar på högerhanden och tummen på vänsterhanden, alltså talet 6. Sedan lägger hon till tre genom att visa fram tre fingrar på vänsterhanden, tummen, pekfingeret och långfingeret och får svaret 8.

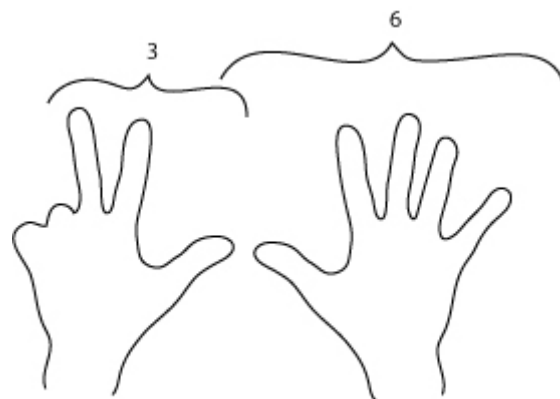


Bild 18: Julia räknar  $6+3$

Uppgiften som ska beräknas är 8-5

När hon utför den här beräkningen visar hon fram 8 fingrar genom att vika in tummarna på båda händer. Hon visar således fram 4 fingrar på varje hand. Hon subtraherar sedan med 5 genom att ta bort hela högerhanden. Julia får då svaret 4.

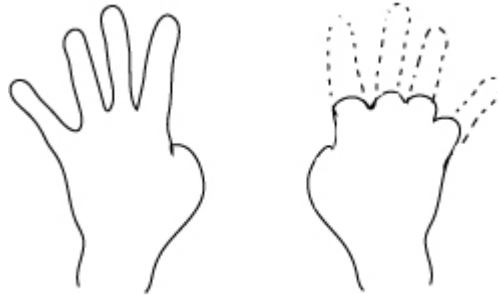


Bild 19: Julia räknar 8-5

### Elev 6: Erik

Uppgiften som ska beräknas är 8-5

När Erik utför den här beräkningen sträcker han fram 8 fingrar samtidigt genom att ta fram vänsterhandens alla fingrar och tummen, pekfingeret och långfingeret på höger hand. Han tar sedan bort långfingeret, pekfingeret och tummen på höger hand och tummen och pekfingeret på vänster hand. Detta gör han utan att behöva räkna fingrarna som han tar bort. Kvar är då långfingeret, ringfingeret och lillfingeret på vänster hand. Han ser att svaret är 3.

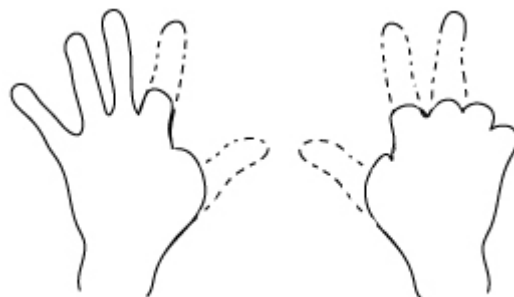


Bild 20: Erik räknar 8-5



Uppgiften som ska beräknas är  $6+4$

När han utför den här beräkningen tar han först fram 6 fingrar genom att ta fram vänsterhandens alla fingrar och tummen på höger hand. Därefter tar han fram 4 fingrar genom att ta fram pekfingret, långfingret, ringfingret och lillfingret på höger hand, även detta utan att behöva räkna fingrarna. Han ser då att svaret är 10.

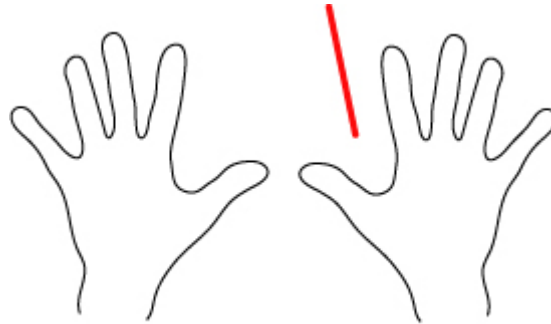


Bild 21: Erik räknar  $6+4$

### 5.1.2 Identifierade fingerräkningsstrategier

Då dessa elevers fingerräkningsmetoder studerats har fyra olika strategier framträtt på ett markant sätt. Dessa strategier har av oss kopplats samman med Fusons (1992) utvecklingsnivåer. Vi har namngett var och en utifrån vad som är signifikant för den utvecklingsnivån vad gäller taluppfattning vi anser att de visar på.

Strategierna är fyra till antalet och här nedan följer en beskrivning av dessa, där de har ordnats efter utvecklingsnivå. Först följer den strategi som visar på den mest grundläggande nivån. Avslutningsvis följer den strategi som visar på den mest avancerade nivån. För att förtydliga hur de olika strategierna utmärker sig och skiljer sig åt visas de med hjälp av samma tal, 8-5, på samtliga nivåer.

### Strategi 1:

Växling mellan ordinal- och kardinalaspekt.

Med den här strategin börjar eleven alltid att räkna upp första talet i beräkningen genom att successivt ta fram motsvarande antal fingrar. Eleven räknar sedan upp från det sist framtagna fingret vid addition. Vid subtraktion tar eleven successivt bort det antalet fingrar som ska subtraheras.

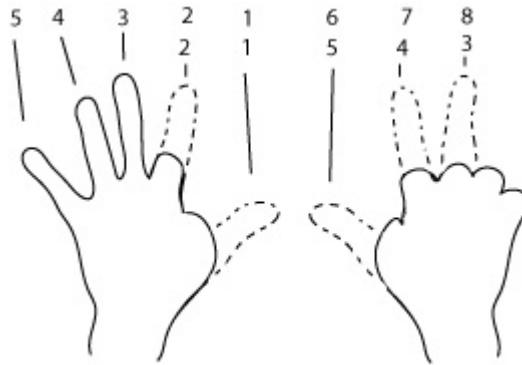


Bild 1: Växling mellan ordinal- och kardinalaspekt

### Strategi 2:

Samordnad ordinal- och kardinalaspekt.

Använder eleven den här strategin ser han eller hon direkt det första talet i beräkningen och tar således direkt fram det antalet fingrar. Sedan räknar eleven upp respektive tar bort det antalet fingrar som motsvarar det tal som ska adderas eller subtraheras. Eleven ser således fingermönstret för det första talet. Då beräkningen ska utföras växlar eleven från talets kardinal- till talets ordinalaspekt.

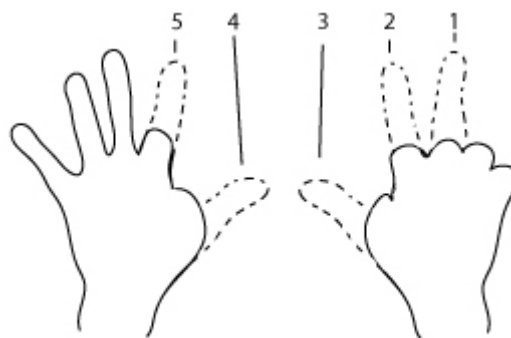


Bild 2: Samordnad ordinal- och kardinalaspekt

### Strategi 3:

Det odelade 5-talet.

Eleven som använder den här strategin ser fingermönstret för talet 5. Eleven har således lärt sig att en hel hand, 5 fingrar, motsvarar talet 5. Detta har eleven nytta av när den ska ta fram respektive ta bort antalet fingrar som motsvarar talen i beräkningen. Denna strategi ingår också i strategin del- helhetsuppfattning, men fokus i strategin är hur det odelade 5-talet, således en hel hand, kan användas i beräkningar.

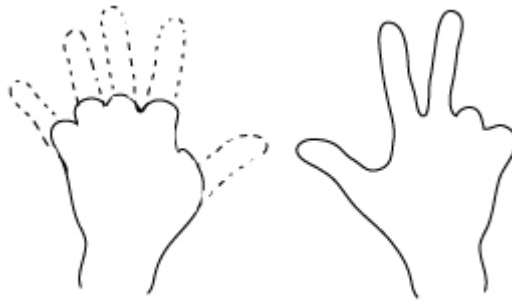


Bild 3: Det odelade 5-talet

### Strategi 4:

Del- helhetsuppfattning.

Då eleven har den här strategin ser han eller hon talen direkt och tar således direkt fram antalet fingrar för beräkningen. Eleven tar sedan direkt bort eller lägger till det antalet fingrar som ska tas bort eller läggas till. Har eleven den här strategin, tolkar vi det som att eleven ser fingermönstret för båda talen i beräkningen och har del-, helhetsuppfattning.

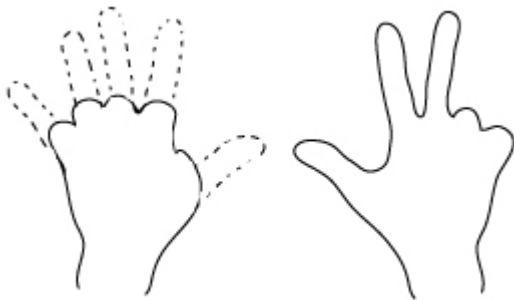


Bild 4: Del- helhetsuppfattning

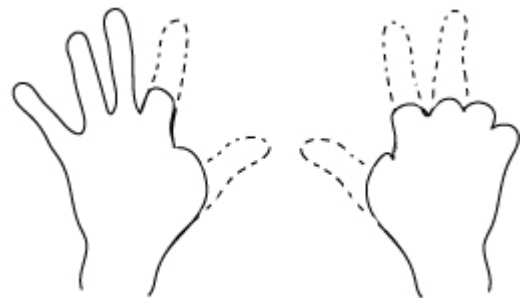


Bild 5: Del- helhetsuppfattning

### 5.1.3 Analys av enskilda elevers fingerräkningsmetoder

Här analyseras de strategier eleverna använder sig av och vilken utvecklingsnivå för förståelsen av talbegreppet strategierna visar på. Eleverna är presenterade i en ordning som är oberoende av vilken utvecklingsnivå deras olika strategier visar på. Dessutom analyseras strategierna innebär några svårigheter för elevernas fortsatta begreppsutveckling.

Analys av Annas fingerräkningsmetod:

Då Anna utför beräkningen  $4+3$  räknar hon successivt först upp talet 4. Via talens ordinalaspekt når hon således kardinalaspekten av det första talet i beräkningen. För att sedan lägga till talet 3 räknar hon vidare i tre steg samtidigt som hon säger ”fem, sex, sju”. Hon växlar alltså från kardinalaspekten till ordinalaspekten av talet 3 i det att hon räknar vidare i tre steg. Hon vet att det är tre steg hon räknat då hon känner och hör ”treheten” i de sist uppräknade fingrarna. Hon visar således ett exempel på ”subitizing”.

Anna följer strategin ”växling mellan ordinal- och kardinalaspekt” i det att hon måste räkna antalet fingrar som är med i beräkningen som ska utföras. Av vad vi ser i Annas sätt att utföra beräkningar med sina fingrar befinner hon sig i nivån ”Unbreakable List”. Detta eftersom hon fortfarande måste räkna upp respektive räkna ner talen i beräkningen. Hon går således via det första talets ordinalaspekt för att nå dess kardinalaspekt. Genom Annas fortsatta sätt att utföra beräkningen ser vi att hon växlar mellan tals ordinal- och kardinalaspekt.

Ett dilemma med den nivå hon befinner sig på är att hon ännu inte ser eller förlitar sig på att hon ser fingermönstret för olika tal. Fortsätter hon med den här strategin och inte övar sig på att se fingermönster är det mycket tidskrävande för henne att lösa tal då hon ständigt måste räkna antalet fingrar som motsvarar talen i beräkningen. Dessutom är risken stor att hon även fortsättningsvis kommer att vara tvungen att ha talen i beräkningarna konkret framför sig och således inte se att talen även kan ses som något abstrakt. Hon ser inte fingermönstret och behöver öva detta genom att visa olika tal med fingrarna för att därefter kunna gå vidare till nästa strategi, ”samordnad ordinal- och kardinalaspekt”.

Analys av Peters fingerräkningsmetod:

När Peter ska utföra beräkningen  $2 + \_ = 9$  tar han fram ringfingret och långfingret på vänster hand. Vi ser att han har en bild, ett fingermönster, av talet 9 och tar upp två fingrar av det antalet fingrar som motsvarar detta tal. Han vet då att det är 7 fingrar som återstår och tar upp dessa. Vi ser att han har en förståelse för talens delar och helhet. Detta eftersom han snabbt kan dela upp fingermönstret för talet 9 i 2 och 7.

Peter har således den strategi som vi benämner ”del- helhetsuppfattning” och detta syns tydligt eftersom beräkningen som utförs är en öppen utsaga. Beräkningen visar att han ser att talet 9 kan bestå av talen 2 och 7. Vad gäller den utvecklingsnivå för tal som Peter befinner sig i tolkar vi det som att han befinner sig i den femte nivån, ”Bidirectional Chain/Truly Numerical Counting”. Förutom att han har en del- helhetsuppfattning av tal ser han således talens ordinal- och kardinalaspekt. Dessutom kan vi se att han har fingermönster och detta har utökat hans talområde för ”subitizing” vilket underlättar för honom då han utför sina beräkningar.

Ett annat exempel som bekräftar vår analys av Peters fingerräkningsmetod har vi i hans beräkning av 8-5. Peter tar här med en gång fram fingrarna som motsvarar talet 8, detta utan att räkna fingrarna. Då han sedan utför operationen tar han bort hela vänster hand och ser snabbt att svaret är 3. Han ser alltså fingermönstret för samtliga tal i operationen. I och med att han tar bort hela vänster hand så ser man att han även har tillgodosett sig strategin ”det odelade 5-talet”. Då han dessutom inte behöver växla mellan talens kardinal- och ordinalaspekt ser vi att dessa är samordnade.

Peters fingerräkningsstrategier är bra, men så länge han är tvungen att räkna med hjälp av fingrarna så är det en risk att han även fortsättningsvis kommer att vara tvungen att ha talen i beräkningarna konkret framför sig. Dock kan vi ana av hans strategier att de snarare visar att han är på väg att kunna lösa uppgifter i huvudet och således se det abstrakta i tal.

Analys av Saras fingerräkningsmetod:

När Sara ska utföra beräkningen 8-5 sträcker hon fram 8 fingrar samtidigt. Detta visar att hon ser fingermönstret för talet 8. När hon sedan skall subtrahera tar hon bort 5 fingrar samtidigt som hon räknar dem för att försäkra sig om att det är 5 fingrar hon tar bort. Av detta ser vi att hon använder sig av strategin ”samordnad ordinal- och kardinalaspekt”. Hon ser således fingermönstret för det första talet i beräkningen, 8. Då beräkningen ska utföras växlar hon sedan från kardinalaspekten till ordinalaspekten av talet 5.

Den här strategin stämmer med Fusons fjärde utvecklingsnivå ”Numerable Chain”. Hon ser fingermönstret för det första talet i beräkningen och hon kan således med hjälp av ”subitizing” visa fram motsvarande fingrar med en gång. För att sedan utföra beräkningen använder hon fingrarna för att bokföra att det är 5 fingrar hon tar bort.

I och med att hon måste räkna ner respektive räkna upp det andra talet i beräkningen så är detta tidskrävande. För att gå vidare i Saras utveckling är det bra om hon övar på att se fingermönster och därmed ökar hennes förutsättningar att behärska det odelade 5-talet samt få en del- helhetsuppfattning.

Analys av Josefs fingerräkningsmetod:

När Josef räknade ut 8-5 tar han med en gång fram fingrarna som motsvarar talet 8 utan att räkna dem. Då han sedan utför operationen tar han bort hela vänster hand och ser snabbt svaret, som är 3. Han ser således fingermönstret för samtliga tal i operationen. I och med att han tar bort hela vänster hand så ser man att han även har tillgodosett sig strategin ”det odelade 5-talet”. Då han dessutom inte behöver växla mellan talens kardinal- och ordinalaspekt ser vi att dessa är samordnade. När vi tittar närmare på Josefs räkneoperationer ser vi att han använder sig av flera olika strategier. Vi ser både strategin ”det odelade 5-talet” och strategin ”del- helhetsuppfattning”.

Detta tydliggörs även då han utför beräkningen 7+8. Han tar först fram 7 fingrar samtidigt och lägger sedan till 8 genom att räkna vidare på fingrarna från 1 till 8. Han ser då att han har räknat 3 hela händer och får fram svaret 15. Av detta kan vi utläsa att han har en känsla av ”det odelade 5-talet” samt en bra ”del- helhetsuppfattning”. Detta genom att han vet att det i talet 15 ingår 3 hela händer. Vi ser att den utvecklingsnivå för tal som Josef befinner sig i är den femte nivån, ”Bidirectional Chain/Truly Numerical Counting”. Förutom att han har en del- helhetsuppfattning av tal ser han således talens ordinal- och kardinalaspekt.

När Josef sedan utför beräkningen  $16-9$  tänker han först talet 16 i huvudet och använder fingrarna enbart för att bokföra att han räknar ner i 9 steg. Då han i den här beräkningen enbart använder fingrarna för bokföring ser vi att han är i nivån Numerable Chain. Detta eftersom han dessutom har en "samordnad kardinal och ordinalaspekt". Vi tolkar detta som att han, då det gäller beräkningar som innefattar större tal, befinner sig i den lägre nivån.

Vi kan ana av Josefs fingerräkningsstrategier att han är på väg att kunna lösa uppgifter i huvudet och således se det abstrakta i tal. Så länge han är tvungen att räkna med fingrarna så finns det dock en risk att han även fortsättningsvis kommer att vara tvungen att ha talen i beräkningarna konkret framför sig.

Analys av Julias fingerräkningsmetod:

När Julia utför beräkningen  $6+3$  visar hon direkt upp de 6 fingrar som motsvarar talet 6. När hon ska lägga till 3 så räknar hon dock tummen på vänster hand en andra gång, vilket ger henne det felaktiga svaret 8. Alltså ser vi att hon räknar tummen på vänster hand både då hon visar upp talet 6 och då hon ska lägga till antalet fingrar som motsvarar talet 3. Vi kan se att hon har en känsla av hur det första talets fingermönster ser ut. Detta tolkar vi som att hon har strategin "samordnad ordinal- och kardinalaspekt". Vi kan ana att hon är osäker på hur hon räknar vidare från det första talet när hon utför additionen. Hon räknar således från och med det sjätte fingret då hon ska räkna upp de 3 fingrarna som ska adderas.

När hon sedan utför beräkningen  $8-5$  tar hon bort hela höger hand i tron att hon då tar bort 5, trots att hon bara sträckt fram 4 fingrar på den handen. Hon får även här ett felaktigt svar, nämligen 4. Vi kan ana en osäkerhet i Julias strategi då hon utför beräkningen  $8-5$  när hon tar bort en hel hand och tror att hon då tar bort 5. Hon har en aning om att en hel hand har fem fingrar och använder sig av detta trots att det bara är 4 fingrar som hon visar med handen. Man kan se att Julia inte använder sig av någon bra fingerräkningsmetod. Vi får uppfattningen att hon ibland visar talet 8 genom att visa 4 fingrar på varje hand och ibland visar talet 8 genom att visa en hel hand och 3 fingrar. Detta ställer till det för henne då hon ska subtrahera med 5. Hon vet att en hel hand är 5, men vid de tillfällen då hon visar 8 genom att visa 4 fingrar på varje hand får hon fel svar, eftersom hon tror att hon tar bort 5 genom att ta bort en hel hand då hon i själva verket tar bort 4.

Julia är inte konsekvent med vilka fingrar hon tar fram när hon visar ett speciellt tal. För att hjälpa Julia där hon nu befinner sig vore det bra om hon fick öva sig att se fingermönster. Vår uppfattning är att Julia använder fingerräkningsstrategier som hon inte behärskar och som hör hemma på en högre nivå än där hon befinner sig. Utifrån den strategin hon använder torde hon kunna finna sig på nivån "Breakable Chain". Men efter att ha analyserat hennes strategier och hur hon behärskar dem anser vi att hon egentligen befinner sig på nivån "Unbreakable List". Som en hjälp för Julia vore det bra om hon under en tid använde strategin "växling mellan ordinal- och kardinalaspekt".

Analys av Eriks fingerräkningsmetod:

När Erik räknar  $8-5$  tar han med en gång fram alla fingrar som motsvarar talet 8 utan att behöva räkna dem. När han sedan utför beräkningen tar han samtidigt bort antalet fingrar som motsvarar talet 5, genom att ta bort långfingret, pekfingret och tummen på höger hand och tummen och pekfingret på vänster hand och får svaret 3. Han ser talmönstret för samtliga tal i beräkningen. Dessutom ser vi att han har del- helhetsuppfattning eftersom han kan dela upp talet 5 i 3 och 2.

Vi ser att talens kardinal- och ordinalaspekt är samordnade eftersom han inte växlar mellan dessa. Vi ser att den utvecklingsnivå för tal som Erik befinner sig i är den femte nivån, "Bidirectional Chain/Truly Numerical Counting".

## 5.2 Resultat av våra observationer

För att få en försäkran om att de strategier eleverna använde sig av vid intervjutillfället också är strategier de vanligtvis använder sig av då de utför beräkningar observerades eleverna på de tre skolorna under ett par matematiklektioner. En fördel med detta är att eleverna befinner sig i ett för dem naturligt sammanhang.

Under observationerna kunde det konstateras att eleverna ofta använde sig av fingerräkning. Det bekräftades även att eleverna spontant använde sig av de strategier de använt sig av vid intervjutillfället. Vi anser därmed att vi inte har påverkat eleverna att använda sig av fingrarna, trots att vi var så tydliga att påpeka att det var just fingrarna som skulle filmas vid intervjutillfället.

## 6 Diskussion

Vår studie har gett oss en öppnare syn på fingerräkning och då vi har haft tillfälle att fördjupa oss i detta, har vi kunnat upptäcka nya sidor av den fingerräkning som ofta används av många elever. Här nedan följer en diskussion om vår studie. Aspekter vi anser ha en framträdande roll belyses. Därefter följer en genomgång av de teorier och den tidigare forskning som vår studie kan kopplas till. Studiens syfte samt begränsningar diskuteras sedan. Efter detta skriver vi om den relevans resultatet i vår studie har för läraryrket. Därpå följer ett avsnitt där vi ger förslag till fortsatt forskning varpå vår slutsats följer.

### 6.1 Centrala aspekter i vår studie

Utifrån vad vi kommit fram till i vår studie ser vi främst två fördelar med att eleverna använder sig av fingrarna då de räknar. Dels är deras sätt att använda fingrarna då de räknar, deras strategier, ett utmärkt verktyg att använda sig av för att se vilken nivå i utvecklingen av talförståelsen de befinner sig på. Dessutom ger fingerräkning tillfälle till att utöka talområdet för "subitizing" med hjälp av "fingermönster".

Ett samband mellan elevernas fingerräkningsstrategier och utvecklingsnivåer vad gäller förståelsen för talbegreppet har kunnat identifieras i studien. Vi kunde urskilja fyra strategier som är kompatibla med Fusons (1992) utvecklingsnivåer för förståelsen av talbegreppet. Dessa strategier har vi namngett utifrån Fusons utvecklingsnivåer. Strategierna är "växling mellan ordinal- och kardinalaspekt", "samordnad ordinal- och kardinalaspekt", "det odelade 5-talet" och "del- helhetsuppfattning". Vi anser att vår studie visar att man med hjälp av fingerräkning kan se vilken utvecklingsnivå eleverna befinner sig på vad gäller förståelsen av talbegreppet. En aspekt av detta är att en och samma elev kan använda sig av olika strategier. Detta kan tyckas visa på att en elev kan befinna sig i olika nivåer av förståelsen av talbegreppet samtidigt. Då eleverna analyserades insåg vi att inte bara talbegreppet ska förstås utan även att varje enskilt tal är ett begrepp att förstå. Det uppmärksammades att en elev som använde sig av olika strategier, använde en strategi som visar på en hög utvecklingsnivå då beräkningen innefattade låga tal. Samma elev använde en strategi som visar på en låg utvecklingsnivå då beräkningen innefattade höga tal. Vi anser således att det finns ett samband mellan fingerräkningsstrategier och utvecklingsnivåer. Fingerräkningsstrategierna kan alltså vara ett verktyg att identifiera var eleven befinner sig utvecklingsmässigt vad gäller förståelsen av talbegreppet.

En aspekt av fingerräkning som uppmärksammades under studien, var att när elever räknar med fingrarna med hjälp av fingermönster, ges en möjlighet att utöka talområdet för "subitizing". Fingermönster innebär att en elev alltid visar fram samma fingrar för samma tal då den utför beräkningar. Dessa fingrar bildar således, för en och samma elev, alltid samma mönster. Så småningom lär sig eleven att känna igen de mönster av fingrar som motsvarar de olika talen. Med hjälp av fingermönster underlättas deras förmåga att med en gång uppfatta även något större tal än de som vanligtvis inbegrips i talområdet för "subitizing". Denna förmåga, att omedelbart kunna uppfatta tal, är en viktig del i räknefärdigheten.



## 6.2 Resultat i förhållande till arbetets syfte och tidigare forskning

Vi har tittat på sambandet mellan elevers fingerräkningsstrategier och deras utvecklingsnivå för förståelse av talbegreppet i vår studie. Detta har vi gjort utifrån Fusons (1992) forskningssammanställning i vilken hon behandlar utvecklingsnivåer av talförståelse. I avsnittet som behandlar utvecklingsnivåerna nämns enbart ett exempel på en nivå där eleverna använder fingrarna då de räknar. Nivån hon nämner är "numerable chain" och här använder eleverna fingrarna för att bokföra då de räknar upp eller räknar ner från första talet i en beräkning. Det som skiljer vår studie från hennes sammanställning är att vårt fokus ligger på kopplingen mellan fingerräkningsstrategierna och elevers utvecklingsnivåer. I vår studie har vi, hos de elever vi fördjupat oss i, kunnat se ett samband mellan fingerräkningsstrategier och utvecklingsnivåer. Vi har kunnat urskilja fingerräkningsstrategier som passar till i stort sett samtliga nivåer. Vi anser att strategierna är kompatibla med utvecklingsnivåerna och således kan vara ett verktyg att använda för att se vilken nivå i talutvecklingen eleverna befinner sig på.

Neuman (1989) har i en studie tittat på hur elever tänker då de räknar och kunde identifiera två sätt. Dels räknar de genom att tänka och dels räknar de genom att se. Många elever räknar genom att se med hjälp av fingrarna. Neuman använder sig av begreppet fingertal, vilket innebär att elever ger varje finger ett namn som motsvarar ett tal i talraden. Neumans begrepp innebär att med hjälp av fingrarna binds tals ordinal- och kardinalaspekt samman, samt dess delar och helhet. Enligt henne är det med stor säkerhet man kan anta att olika elever alltid tar fram samma fingrar för ett speciellt tal. Hon menar exempelvis att om talet som ska visas är 7 så tar elever alltid fram en hel hand och 2 fingrar.

Utifrån vad vi har uppmärksammat i vår studie anser vi att det är svårt att göra ett sådant antagande. Hos det fåtal elever vi har studerat har vi identifierat att olika elever kan använda sig av olika fingrar då de visar samma tal. Vi anser således att man inte kan ta för givet vilka specifika fingrar eleverna använder. Däremot tycker vi att varje enskild elev oftast gör på samma sätt. En elev kan exempelvis alltid visa talet 8 genom att visa en hel hand och 3 fingrar. En annan elev kan däremot, för samma tal, alltid visa 4 fingrar på varje hand.

I enighet med Neuman hävdar vi att när eleverna använder fingrarna då de räknar, stimuleras deras taluppfattning. Det som skiljer vår slutsats från Neumans är att vi fokuserar på att fingrarna kan bidra till ett omedelbart uppfattande av tal. Om en elev alltid gör på samma sätt då den visar ett tal, så bildar fingrarna alltid samma mönster som eleven kan lära sig att känna igen. Detta är något som vi har benämnt fingermönster och vi anser att detta bidrar till att utöka talområdet för "subitizing".

## 6.3 Studiens begränsningar

Vi valde att genomföra en kvalitativ studie (Trost, 2005: 7-17) inspirerad av "instrumental case studies" (Stake, 2000: 437). Detta eftersom vi hade för avsikt att fördjupa oss i enskilda elevers fingerräkningsstrategier. I vår studie har vi kunnat analysera elevernas strategier på ett grundligt sätt då vi fått möjligheten att filma och även observera. Eftersom data har samlats in på flera olika sätt är studiens reliabilitet säkerställd och då eleverna även observerades är dessutom validiteten säkrad. Analyserna har gjorts utifrån vad som framkom i Fusons (1992) forskningsrapport.

Då vår tolkning av elevernas strategier är betydande i vår studie har det varit en fördel att vi haft förmånen att vara tre som studerar det insamlade materialet tillsammans. Fördelen är att vi kunnat studera materialet utifrån tre personers olika synvinklar och vi anser därmed att tillförlitligheten ökat.

I studien har enskilda elevers strategier studerats och analyserats. Utifrån detta har ett antal mönster utkristalliserats som även kan uppmärksammas hos andra elever. Hade vi haft möjligheten att utföra vår studie under en längre tidsperiod hade fler elevers strategier kunnat studeras närmare vilket hade ökat generaliserbarheten ännu mer. Eftersom det är förhållandevis få elever vi kunnat studera och analysera är vårt resultat ännu icke generaliserbart. För att öka generaliserbarheten bör ännu fler elever intervjuas.

## **6.4 Studiens syfte och frågeställningar**

Utifrån studiens syfte och frågeställningar valde vi vår metod. Då vi har intervjuat flera elever och haft möjlighet att analysera deras strategier har vi, tack vare variationen i fingerräkningsstrategierna, kunnat jämföra och på så sätt urskilja olikheterna i tillvägagångssätt. Vi har således kunnat se vilka strategier eleverna använder sig av och utifrån dessa kunnat uppfatta vilken förståelsenivå av talbegreppet de befinner sig på. Genom att titta på vad forskningen säger om utvecklingsnivåer för förståelsen av talbegreppet och relatera detta till de fingerräkningsstrategier vi kunnat identifiera med hjälp av intervjuer och observationer, har vi kunnat se ett samband. Vi har sett olika strategier som är kompatibla med de utvecklingsnivåerna vad gäller förståelse av talbegreppet Fuson (1992) beskriver i sin världsomfattande forskningssammanställning. Således anser vi att vi har uppnått studiens syfte.

## **6.5 Relevans för läraryrket**

Fingerräkning kan ha betydelse för en lärares yrkesverksamhet (Neuman, 1989). Vi anser att fingerräkning kan fungera som ett verktyg för läraren att se vilken nivå i begreppsutvecklingen varje elev befinner sig på. Detta för att kunna möta eleverna på den nivå de är. En annan aspekt som talar för fingerräkning är att eleverna, om de utför beräkningar med fingrarna med hjälp av fingermönster, kan utöka sina talområden för "subitizing". Denna förmåga, att omedelbart uppfatta tal, är en viktig del i räknefärdigheten. En förutsättning för dessa aspekter är att pedagoger har en medvetenhet om fördelarna med fingerräkning. Vårt resultat visar att fingerräkning, när det används på ett medvetet sätt i ett initialt skede av inlärningsprocessen, är ett stimulerande hjälpmedel både för elever och för pedagoger.

## 6.6 Förslag till fortsatt forskning

Det har varit relevant för oss som blivande pedagoger att genomföra den här studien. Elevers användande av fingrarna då de räknar, är ett forskningsområde som det inte tycks finnas mycket skrivet om. Vi har kunnat se ett samband mellan räknestrategierna, hos de elever vi fördjupat oss i, och utvecklingsnivåer för förståelsen av talbegreppet. Detta skiljer oss ifrån annan forskning och vi har en önskan om att det kan forskas vidare med detta fokus så att fler elevers strategier kan analyseras med en förhoppning om att det vi har kommit fram till kan generaliseras. Med Vygotskijs närmaste utvecklingszon i tankarna är det i hög grad relevant för pedagoger att skaffa sig kännedom om vilken utvecklingsnivå eleverna befinner sig på (Dysthe, 2003). Därför anser vi att det vi kommit fram till i vår studie, sambandet mellan fingerräkningsstrategi och utvecklingsnivå, är av intresse att forska vidare i. Den andra centrala aspekten i vår studie, att fingermönster kan bidra till att utöka talområdet för "subitizing", är även den av intresse att forska vidare i. Studeras fler elever och ytterligare bekräftelser fås, att fingermönster bidrar till att underlätta "subitizing", befastes vårt resultat.

## 6.7 Slutsats

I kursplanen i matematik står det att matematik är en av våra äldsta vetenskaper. Människor har sedan urminnes tider använt sig av matematik för att hantera situationer som kan uppstå i vardagslivet. Det bör sannolikt ha fallit sig naturligt för människor att använda fingrarna då de utför beräkningar. Talsystem och räkning har i många kulturer anknytning till människokroppen. Det är de som anser att tiobassystemet har sin utgångspunkt i händernas tio fingrar. Historiskt har komplicerade beräkningar utförts med hjälp av fingrarna men i dagens Europa används fingrarna oftast endast för enkla beräkningar.

Fingerräkning tycks således ha använts flitigt genom tiderna i många kulturer och det är troligt att detta sätt att räkna har påverkat bildningen av talbegreppet för många människor. I dag kan man se att många elever använder fingrarna då de räknar, när de befinner sig i ett inledningsskede i utvecklandet av räknefärdigheter. De är dessutom uppfinningsrika vad gäller fingerräkningsstrategierna de använder. Lämpligt vore att dra fördel av elevers användande av fingrarna då de räknar för att stödja dem i deras utveckling mot att behärska talfakta. För att kunna stödja elevers begreppsutveckling bör man kunna möta dem på deras nivå och här kan fingerräkningsstrategierna fungera som ett verktyg för att se var de befinner sig. Utifrån vad som framkommit i studien finns det ett samband mellan fingerräkningsstrategi och utvecklingsnivå av talbegreppet och därför kan man i strategierna finna detta verktyg. Dessutom har det i studien framkommit att elever med hjälp av fingrarna kan utveckla talområdet för "subitizing", detta med hjälp av vad vi benämner fingermönster.

Av vad som har kommit fram i studien anser vi att fingerräkning kan bidra till att förbättra elevernas kunskaper i matematik. Som nämndes i inledningen visar den senaste TIMSS-studien att svenska elevers resultat i matematik försämrats. Vår förhoppning är att det som funnits centralt i undersökningen, leder till att elevernas resultat i kommande TIMSS-studier förändras till det bättre.

## 7 Referenser

- Bentley, P-O (2007). Mathematics Teachers and Their Conceptual Models. in press.
- Dyshte, O. (2003). Om sambandet mellan dialog, samspel och lärande.  
Lund: Studentlitteratur.
- Fuson, K.C. (1992). *Research on whole number addition and subtraction*. Douglas A. Grouws (Red.) Handbook of research on mathematics teaching and learning. Library of congress cataloging – in – Publication data.
- Hvenekilde, A. (1991). *Matte på ett språk vi förstår*. Stockholm: Skriptor förlag.
- Johansson, B. & Svedner, P-O. (2001). Examensarbetet i lärarutbildningen.  
Undersökningsmetoder och språklig utformning. Uppsala: Kunskapsföretaget.
- Marton, F & Booth, S. (2000). *Om lärande*. Lund: Studentlitteratur.
- Marton, F. & Neuman, D. (1990). *The perceptibility of numbers and the origin of arithmetic skills*. (Department of Education and Educational Research, Nr 110:1990:05).  
Göteborg: Göteborgs Universitet.
- Neuman, D. (1987). *The origin of arithmetic skills. A phenomenographic approach* (Göteborg studies in educational sciences, 62). Göteborg : Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Neuman, D. (1989). *Räknefärdighetens rötter*. Stockholm: Utbildningsförlaget.
- Skolverket. (1994). Läroplan för det obligatoriska skolväsendet och de frivilliga skolformerna, Lpo94. Stockholm: Utbildningsdepartement
- Skolverket. (2000). Grundskolans kursplan i matematik. Stockholm. Hämtat 18 maj 2006.  
<http://www3.skolverket.se/ki03/front.aspx?sprak=SV&ar=0607&infotyp=23&skolform=11&id=3873&extraId=2087>
- Skolverket. (2004). Svenska elevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i skolår 8 i ett nationellt och internationellt perspektiv. (Timss 2003, Nr 255)  
<http://www.skolverket.se>
- Stake, R. (2000). Case studies. In Denzin, N & Lincoln, Y. (Editors), Handbook of qualitative research. Second edition. Sage Publication.
- Stukát, S. (2005). Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap.  
Lund: Studentlitteratur.
- Trost, J. (2005). *Kvalitativa intervjuer*. Lund: Studentlitteratur.  
[http://www.umu.se/edmeas/timss2003/publ/Sartryck\\_sammanfattning.pdf](http://www.umu.se/edmeas/timss2003/publ/Sartryck_sammanfattning.pdf)

## Brev till föräldrar

Till alla föräldrar

Hej!

Vi är tre lärarstudenter som håller på med vårt examensarbete i matematik. Vi är intresserade av fingerräkning. En del elever använder sig av fingrarna då de räknar och andra inte.

Vi vill titta på de olika sätt som elever använder sig av när de räknar med hjälp av fingrarna. En del sätt kanske hjälper eleverna vidare med matematiken och andra sätt kanske inte är lämpliga att använda.

Det vi vill med vårt arbete är att hitta sätt att använda fingrarna som hjälper eleverna vidare med matematiken.

Vi skulle vilja intervjua eleverna och be dem räkna ut några tal. För att kunna analysera detta på ett bra sätt så skulle vi behöva filma elevernas händer då de räknar med hjälp av sina fingrar.

Eleverna kommer att vara anonyma och det enda vi kommer att filma är deras händer. Vi vore tacksamma om vi kunde få er tillåtelse att intervjua ert barn och filma barnets händer.

Med vänliga hälsningar

Ulrika Henriksson, Tommie Johansson och Caroline Khalil  
Var vänlig och svara senast tisdag 10 april

-----  
JA, jag går med på att mitt barn intervjuas och filmas

NEJ, jag går inte med på att mitt barn intervjuas och filmas

.....

Målsmans underskrift