



GÖTEBORGS
UNIVERSITET

Programmering i skolmatematiken

- Är funktionsbegreppet en definitionsfråga?

Simon Sandell
Ämneslärarprogrammet med inriktning mot
matematik vid gymnasieskolan.



Examensarbete: 15 hp
Kurs: LGMA2A
Nivå: Avancerad nivå
Termin/år: VT 2020
Handledare: Johanna Pejlaré
Examinator: Laura Fainsilber
Rapport nr: VT20-3001-007-LGMA2A

Keywords: Mathematics, Programming, Concept of a Function, Phenomenography, Threshold Concepts, Concept Definition, Concept image, Swedish Education, High School, Conflicting Concept Definitions.

Programing in school mathematics

Is the concept of functions, a question about definitions?

Abstract

In 2018 the Swedish ministry of education presented a revision of the Swedish High School curriculum. Among the changes was the inclusion of programing as a tool for mathematical problem solving. After a few years of implementation the Swedish teachers union, Lärarnas riksförbund, carried out a study concluding that implementing programing as a part of the High School mathematics was viewed as a debated and unclear reformation amongst the mathematic teachers (Lärarnas riksförbund, 2020). This study is set around a phenomenon that came with the revision.

The phenomenon in question arises from the fact that mathematics is, at its core, known for clear and set definitions of its different concepts. With the revision, a new set of concepts came with programing and forced its way in to the High School mathematics. The relationship between the different subjects is special, because most of the concepts in programing are sprung from similar mathematic concepts. The concepts of programing are, even though similar, different than their mathematical kin. The differences leads to a phenomenon of conflicting concepts in High School mathematics. As the subject is new and not well mapped, this study sets out to form an initial mapping of how teachers, with competence in both mathematics and programming, view the phenomenon with a focus on the concept of functions in there lived practice and with their experience from teaching. To collect the experiences a qualitative method with interviews, based on the theoretical framework of Phenomenography has been used. To explain and validate the phenomenon's existence theories about threshold concepts and the buildup of conceptual ability are applied. The result shows that even teachers with experience of programming and mathematics finds it hard to coherently explain how the relationship between the two subjects are to be treated to help and not aggravate the students conceptual ability.

Förord

Jag skulle vilja börja med att rikta ett tack till min handledare Johanna Pejlar som alltid funnits med som ett värdefullt bollplank, jag vill tacka Kerstin Pettersson som tog sig tid, att i arbetets initiala skede, guida mig rätt. Tack riktas till min opponent Ellen Matsson som lyft arbetet med sina precisa iakttagelser, samt till informanterna som tog sig tid att intervjuas under en mycket hektiskt och aldrig tidigare skådad arbetssituation.

Jag vill passa på att tacka den armé av när och kära som alltid stöttat mig, korrekturläst mina texter och lyssnat på mina intressanta tankar (om ämnen som för dem oftast är fullständigt ointressanta). Till familjen hemma och familjen i Göteborg tack för allt, utan er hade inget varit som det ska!

Slutligen skulle jag vilja rikta oändligt många tack till Erika min flickvän och sambo. Med stort tålamod har du följt mig under fem långa år, med nya perspektiv har du givit mig lärdomar som inga studier eller utbildningar kan ge, tack för att du alltid funnits där.

- *Simon Sandell*

Innehållsförteckning

1	INLEDNING.....	1
1.1	SYFTE OCH FRÅGESTÄLLNING.....	2
2	BAKGRUND	2
2.1	STYRDOKUMENT.....	2
2.1.1	<i>Begreppsförmåga i styrdokumentet</i>	2
2.1.2	<i>Programmering i styrdokumentet</i>	3
2.2	BEGREPPSFÖRMÅGA	4
2.3	TRÖSKELBEGREPP.....	4
2.3.1	<i>Funktion som tröskelbegrepp</i>	7
2.4	DE OLIKA DEFINITIONERNA.....	7
2.4.1	<i>Matematik</i>	8
2.4.2	<i>Datavetenskap</i>	9
3	TEORETISKT RAMVERK	11
3.1	FENOMENOGRAFI.....	11
4	METOD.....	12
4.1	KVALITATIV INTERVJU	12
4.2	URVAL.....	12
4.3	GENOMFÖRANDE	13
4.4	ANALYS	14
4.5	TROVÄRDIGHET	14
4.5.1	<i>Reliabilitetsstärkande aspekter</i>	14
4.5.2	<i>Validitetsstärkande aspekter</i>	15
4.6	ETISKA ASPEKTER.....	15
5	RESULTAT	16
5.1	UTFALLSRUMMET	17
5.2	FENOMENETS EXISTENS	17
5.2.1	<i>Konflikten existerar inte</i>	17
5.2.2	<i>Konflikten existerar men aktualiseras inte på gymnasiet</i>	18
5.2.3	<i>Konflikten existerar och styr upplägg och val av metoder</i>	19
5.3	SYNERGIEFFEKTER	20
5.3.1	<i>Positiv synergi</i>	20
5.3.2	<i>Negativ synergi</i>	20
5.4	ÄMNEAS KRONOLOGISKA FÖLJD.....	21
5.4.2	<i>Matematik som en ingång i programmering</i>	22
5.4.2	<i>Programmering som en ingång i matematiken</i>	22
5.5	FENOMENETS SYNLIGHET	23
5.5.1	<i>I teoretisk matematik</i>	23

5.5.2	<i>I tillämpad matematik</i>	24
6	DISKUSSION	25
6.1	METODDISKUSSION	25
6.2	RESULTATDISKUSSION	26
6.2.1	<i>Relation till frågeställning och syfte</i>	26
6.2.2	<i>Koppling mellan resultat, metod och material</i>	27
6.2.3	<i>Studiens relation till annan forskning</i>	27
6.2.4	<i>Didaktiska konsekvenser</i>	29
6.3	VIDARE FORSKNING	31
6.4	SLUTSATS	31
	LITTERATUR	32
	BILAGOR	A
	BILAGA 1	A
	BILAGA 2	B
	BILAGA 3	C
	FIGURFÖRTECKNING	
	<i>Figur 1: Timmerman & Meyers Modell över de sju olika klustren</i>	7
	<i>Figur 2: Kod i C++ av en rekursiv funktion</i>	10

1 Inledning

Under hösten 2018 drev Skolverket igenom en revidering av läroplanen LGY11. En av förändringarna var ett tillägg av programmering som ett obligatoriskt verktyg för problemlösning i kurserna Ma1c, Ma2c, Ma3b, Ma3c, Ma4 och Ma5. Orsaken till tillägget av programmering var att eleverna ska få möjlighet att fördjupa sina kunskaper inom problemlösning, samt använda programmeringen som ett verktyg för att finna matematiken mer användbar (Skolverket, u.å.).

I grunden är kopplingen mellan matematik och programmering tydlig. När man ser till datavetenskapens och programmeringens framväxt går den inte att missa. Det finns en mängd indikatorer i vardagen som pekar på att programmering tillsammans med matematiken är ett kraftfullt hjälpmedel som både är användbart för att skapa vardagsnära teknik och samtidigt inom vetenskapliga och innovativa forum tar mänskligheten till nya insikter om jorden, universum och människan.

Trots samverkan mellan matematik och programmering har programmeringen i matematikundervisningen kritiserats av både verksamma lärare, huvudmän och fackförbund. Lärarna som undervisar i matematik med programmering som hjälpmedel, saknar ofta kompetens och kan uppleva osäkerhet inför programmeringens olika språk och tekniska utmaningar (Lärarnas riksförbund, 2020). Bristen på kompetens och osäkerhet rörande ämnet programmering kan i teorin leda till många olika konsekvenser för lärandet i klassrummen. En konsekvens som, enligt egna observationer, skulle kunna skapa problem är lärarnas bristande begreppsförståelse i programmering. Den bristande begreppsförståelsen påverkar medvetenhet kring hur skillnader och likheter mellan de olika ämnenas gemensamma begreppsvärld i förlängningen kan påverka elevernas begreppsförmåga.

Det behöver studeras vilka konsekvenser programmeringen kan få på matematikundervisningen då den delade begreppsvärlden inom programmering och matematik kan påverka begreppsförståelsen inom matematikämnet. För att börja kartlägga den frågan vänder sig denna studie till de lärare som idag besitter kunskap inom programmering och matematik. Dessa lärare kan genom sina upplevelser och åsikter bringa lite klarhet kring hur interjunktions mellan ämnena begreppsvärld påverkar undervisningen och i förlängningen, eleverna.

1.1 Syfte och frågeställning

Syftet med denna studie är att undersöka hur gymnasielärare som undervisar i matematik med programmering som ett aktivt verktyg, resonerar kring och upplever hur programmeringen och matematikens gemensamma begreppsförråd med skilda begreppsdefinitioner kan påverka elevernas förståelse av matematik. Undersökningens huvudfokus är att kartlägga om lärarna upplever att integreringen av programmering i gymnasiets matematikkurser, i deras praktik, bidrar till positiva eller negativa synergieffekter på begreppsförståelsen för ämnet matematik. För att nå syftet används följande frågeställningar:

- *Uppfattar matematiklärare på gymnasienivå med programmeringskompetens att konflikt mellan begreppsdefinitioner inom de båda ämnena matematik och programmering finns?*
- *Om det finns en konflikt mellan begreppsdefinitioner, hur uppfattar matematiklärare på gymnasienivå med programmeringskompetens att de olika definitionerna kring det gemensamma tröskelbegreppet, funktion, påverkar elevers begreppsförståelse i matematiken?*

2 Bakgrund

För att förstå studien och dess resultat, presenteras nedan ett urval av den förkunskap som ligger till grund för arbetet. Detta för att visa inom vilket sammanhang studien är situerad. Först presenteras de delar av styrdokumentet som ligger till grund för arbetets syfte. Sedan följer två avsnitt som diskuterar konceptet begreppsförmåga, samt varför konceptet är en viktig del av lärandet i alla ämnen. Därefter presenteras den eventuella konflikten mellan programmeringens och matematikens begreppsdefinition som är grunden för frågeställningen.

2.1 Styrdokument

Under 2018 presenterade Skolverket en revidering av läroplanen. Bland förändringarna fanns det ett tillägg rörande programmering inom matematiken som närmare kommer presenteras nedan. Utöver skrivningarna om programmering är framställningar av begreppsförmågan i styrdokumentet centrala för denna studie vilket även det presenteras nedan.

2.1.1 Begreppsförmåga i styrdokumentet

Begreppsförmågan definieras enligt Skolverkets ämnesplan för matematik som följande:

Undervisning i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättning att utveckla förmågan att: (...) använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt sambandet mellan begreppen.

(Skolverket, 2011 reviderad 2018, ”Ämnets syfte”)

I kommentarmaterialet ”Om ämnet matematik” förtydligas begreppsförmågan på följande sätt

Att beskriva innebörden av ett begrepp och samband mellan begrepp innefattar att kunna redogöra för definitioner, egenskaper och relationer hos begrepp och samband mellan begrepp. Ett begrepps innebörd, syfte och mening ges framförallt genom hur begreppen används i olika sammanhang inom matematiken eller i tillämpningssituationer.

För att kunna kommunicera kring begrepp behöver vi kunna representera begreppet med hjälp olika uttrycksformer, till exempel ord, symboler, bilder och animationer. Begreppet funktion kan exempelvis representeras som en avbildning mellan mängder – men också funktionsgrafer eller beteckningen $f(x)$. Olika representationer gör det lättare att rikta uppmärksamhet mot specifika aspekter hos ett begrepp.

Begreppsförmåga innebär att kunna använda begrepp och veta varför begreppen är viktiga, i vilka situationer de är användbara och hur olika representationer kan vara användbara för olika syften. Sambanden mellan begreppen gör att matematiken formar en helhet och nya begrepp knyts till och fördjupar kunskapen om redan bekanta begrepp.

(Skolverket, u.å., ”Begreppsförmåga”)

De centrala delarna för detta arbete är, från citatet, fokuserade kring hur gymnasimatematiken ska behandla definitioner av begrepp. Det står tydligt utskrivet att definitioner av begrepp inte bara ska behandlas utan även redogöras för. Värt att notera är även hur dessa skrivelser relaterar till teorierna kring begreppsförmåga och tröskelbegrepp som presenteras senare i kapitlet.

2.1.2 Programmering i styrdokumentet.

Programmering står enligt styrdokumentet inskrivet som en strategi för matematisk problemlösning. Skrivelsen återfinns i kurserna, Matematik 1c, Matematik 2c, Matematik 3c, Matematik 3b, Matematik 4 och Matematik 5 (Skolverket, 2011, reviderad 2018). Enligt Skolverket, (u.å.) beskrivs programmeringen som ett verktyg för problemlösning. Genom programmering kan elever bland annat; simulera olika situationer för att göra uppskattningar; med datorkraft genomföra gissningar och därifrån systematiskt nå ett svar på problem; utforska olika mönster inom mängder och kartlägga för vilka element en viss typ av egenskap gäller.

Det fastställs av Skolverket (u.å.) att programmeringsundervisningen inte ställer några krav på specifika programmeringsspråk eller miljöer. I samma skrivelse står det att kalkylblad kan vara användbara i de fall då elever saknar adekvat programmeringskunskap men att kalkylblad innehåller en mängd begränsningar. De begränsningar som kalkylbladen har medför att det är fördelaktigt om eleverna får möjlighet att programmera i andra miljöer till en så hög grad som möjligt (Skolverket, u.å.).

Sammanfattningsvis finns det skrivelser bland styrdokumentet som med tydlighet visar på programmeringens egenvärde men programmeringsmiljöerna som ska användas inom skolmatematiken har sitt huvudsyfte i att fördjupa det matematiska kunnandet.

2.2 Begreppsförmåga

Inom matematiken finns det en tradition av precision rörande alla aspekter av den vetenskapliga uppbyggnaden. Matematiken är även känd för sina tydliga och väldefinierade begrepp. Begreppsförmågan är byggd på att eleverna finner förståelse i ett begrepp och kan använda detta på ett korrekt sätt (Skolverket, 2011, reviderad 2018). Att lära elever de matematiska begreppen som är tydliga och väldefinierade kan verka enkelt i teorin. Dock blir det snabbt evident vid försök att lära ut matematik, hur svårt det är. Trots att det finns tydliga definitioner av begreppen, är dessa i de flesta fallen omöjliga för elever att förstå och än mindre använda utan att stegvis bygga upp förståelse (Tall & Vinner 1981). Läroplaner och läromedel är utformade för att enligt en progressionstanke bygga upp förståelsen kring ett begrepp. Progressionen finns där för att i slutändan få eleverna att förstå och kunna använda de definitioner som ligger till grund för matematikämnet (Pettersson & Brandell, 2017).

År 1981 presenterade forskarna David Tall och Shlomo Vinner en teori kring hur begreppsförmågan utvecklas hos elever som studerar matematik. Tall och Vinner (1981) beskriver hur det inom begreppsförståelsen finns två viktiga element för lärare att identifiera vid arbete med elevers begreppsförståelse. Det första elementet är den matematiska *begreppsdefinitionen*, det är mot denna som begreppsförståelsen långsamt ska byggas. Begreppsdefinitionen är oftast fastställd inom matematiken och som ämneslärare kan det vara kognitivt svårt att förstå och använda de rigorösa definitionerna men de är ändå tydliga och lätt att förstå kontra det andra elementet. Det andra elementet i teorin är den personliga *begreppsbilden* som varje elev bär med sig när den läser, hör eller använder sig av ett begrepp. Begreppsbilden är ofta sammankopplad med en symbol eller en mental bild av ett begrepp. Begreppsbilden bygger dock inte enbart på något som kan förmedlas, utan på en kognitiv struktur som innehåller erfarenheter från alla gånger ny förståelse för ett begrepp tagits in. Begreppsbilden är en kumulativ uppbyggnad av ett begrepp som finns i varje individ.

Tall och Vinner (1981) hävdar att uppbyggnaden av en begreppsbild hos eleverna i många fall hamnar i konflikt med begreppsdefinitionen. Genom att svåra matematiska begrepp bryts ner i delar och sedan partiellt presenteras för eleverna under flera år av matematikstudier, byggs ofullständiga eller felaktiga begreppsbilder upp. När elever sedan möts av nya delar av begreppet som kommer i konflikt med den tidigare begreppsbilden uppstår en kognitiv konflikt. I den kognitiva konflikten uppstår antingen ny kunskap eller så resulterar det i att eleven försöker anpassa "det nya" till sin egen otillräckliga begreppsbild. Om elever inte lyckas utveckla sin begreppsbild i ett stadium kan det senare ställa till det när den nya informationen eller situationen inte längre går att anpassa till den begreppsbild som eleven bär på (Tall & Vinner, 1981).

2.3 Tröskelbegrepp

År 2003 lanserades en teori om olika ämnens begreppsliga uppbyggnad av forskarna Jan H. F. Mayer och Ray Land. Grundantagandet var att alla vetenskapliga discipliner har ett delvis unikt begreppsförråd som utgör själva grunden för hur förståelsen i ett ämne byggs upp och presenteras. För varje ämne finns det i förlängningen vissa begrepp som är viktigare att arbeta med för att bygga förståelse än andra. Dessa, för ämnet, centrala ämnesbegrepp kallades för tröskelbegrepp. Namnet tröskelbegrepp kommer från att begreppen fungerar som trösklar som

man måste komma över för att ta sig vidare i konstruerandet av en ämneskompetens. I ett första skede definierades tröskelbegrepp på följande sätt:

A threshold concept can be considered as akin to a portal, opening up a new and previously inaccessible way of thinking about something. It represents a transformed way of understanding, or interpreting, or viewing something without which the learner cannot progress. As a consequence of comprehending a threshold concept there may thus be a transformed internal view of subject matter, subject landscape, or even world view.

(Meyer & Land, 2003, s.412)

Kortfattat kan det ses som att tröskelbegrepp är de begrepp som är *svåra att lära, transformativa, integrativa och irreversibla*. Begreppen kräver ansträngning av eleverna, de förändrar hur de ser på matematiken, tröskelbegreppen binder samman tidigare kunskap och bidrar till en helhetssyn på ämnet. Efter att studenten har lärt sig ett tröskelbegrepp är det svårt att se eller återgå till en tidigare förståelse av ett begrepp (Pettersson & Brandell, 2017).

För att i förlängningen kunna arbeta med tröskelbegrepp i skolpraktiken visar Timmermans och Meyer (2019) att det behövs sju olika kluster av förberedelser som behöver behandlas för att tröskelbegrepp i förlängningen ska kunna ligga till grund för pedagogik och utbildningspraktik. De sju klustren kan ses som en väg att implementera ett vetenskapligt arbetssätt i läkarpraktiken.

- I det första klustret identifieras och kartläggas. Genom definitionen för vilka krav som ställs på ett tröskelbegrepp, går det att identifiera de olika tröskelbegreppen. Genom undersökningar riktade till existerande forskning inom ämnet, praktiserande lärare, studenter som studerar ämnet eller experter inom ämnet tröskelbegrepp kan de mest centrala begreppen i begreppsapparaten identifieras (Timmermans & Meyer, 2019).

- I det andra klustret måste begreppen utforskas mer i detalj av de som ska använda begreppet i undervisningen. I det här steget kartläggs begreppet för att se vilka steg och delar som behövs för att hjälpa elever som studerar begreppet att bygga förståelse. I arbetet med tröskelbegreppet måste varje begrepp avkodas, kartläggas och definieras. Timmermans och Meyer (2019) tar även upp att begreppet måste namnges. Att namnge begrepp är en central del av förståelsen. Inom matematiken är namngivningsprocessen ofta redan genomförd. Namngivningen av ett begrepp preciserar vad det är som ska läras ut och kan ge begrepp som existerar i symbolform, som ekvationer eller bilder en tydligare språklig mening i lärandeprocessen (Timmermans & Meyer, 2019).

- Det tredje klustret är att situera begreppet inom det aktuella ämnet. Teorin är att varje ämne har en kunskapskropp. Kroppen är uppbyggd av flera olika delar som är sammankopplade, vissa delar är centrala och har fler kopplingar till sig. I detta tredje kluster ska tröskelbegreppets kopplingar till andra delar av ämnet kartläggas. Lärare får reda på vilket stoff som behöver behandlas innan begreppet kan förstås samt vilken förståelse av ämnet som främjas av att ett begrepp förtydligas av eleverna. (Timmermans & Meyer, 2019)

- Det fjärde klustret är att försöka bestämma eller designa vilken kunskap som eleverna får med sig efter att ha jobbat med ett tröskelbegrepp. Här formas målen för vad arbetet med ett tröskelbegrepp ska resultera i beroende på kurs eller allmänna lärandemål. (Timmermans & Meyer, 2019)

- Det femte klustret är att ta fram en bedömningsplan. Bedömningsplanen måste utvecklas för att vid genomförandet av undervisning, baserad på tröskelbegrepp, kunna följa eleverna och fånga vilken förståelse varje individ har av det centrala begreppet. Timmermans och Meyer (2019) identifierar tre huvudnycklar till att ta fram en bedömningsplan för begreppsförståelsen. Den första är att ha en dynamisk och fortlöpande bedömning av elevers arbete med dynamisk och fortlöpande menar de att bedömningen ska följa följande fyra punkter:

(a) discover what each student knows (rather than trying to anticipate it); (b) show what knowledge a student possesses, and illustrate how that knowledge is arranged in the student's mind; (c) move from traditional 'snapshot' testing which often focuses on isolated ideas rather than developmental thought or affective processes, and (d) recognize that some ideas may be resistant to change, but interrelationships with other ideas may be more fluid.

(Land & Meyer, 2010, s.64)

Den andra nyckeln är att inse att alla elever inte kommer följa den lärandekurva som undervisningen ämnat följa. Det måste synas i upplägget av undervisningen att elevernas individuella förutsättningar hålls i åtanke.

Den tredje nyckeln är att låta eleverna metakognitivt reflektera och bedöma sitt lärande. Genom att ta kontrollen över sitt eget lärande kommer kopplingarna mellan olika begrepp och olika delar av innehållet bli tydligare.

- Det sjätte klustret är att bygga upp en bas av aktiviteter där elever får möta tröskelbegreppen. Fokus under aktiviteterna ska ligga på de svårigheterna som tröskelbegreppet bär med sig. Aktiviteterna ska enligt Timmermans och Meyer (2019) ge eleverna möjlighet att möta experternas användning och tolkning av begreppet genom modellering, möjliggöra för individuell feedback och övning samt inkludera bedömning och självbedömning som en invävd del av lärandeprocessen.

- Det sjunde och sista klustret bygger på att lärare måste bli en del av forskningen på vilken de baserar sina lektioner. Detta sista steg är viktigt för att förankra den vetenskapliga grunden i undervisningens praxis (Timmermans & Meyer 2019).

Ovanstående sju kluster över hur tröskelbegrepp i praktiken kan ligga till grund för undervisning illustreras i modellen på nästa sida.

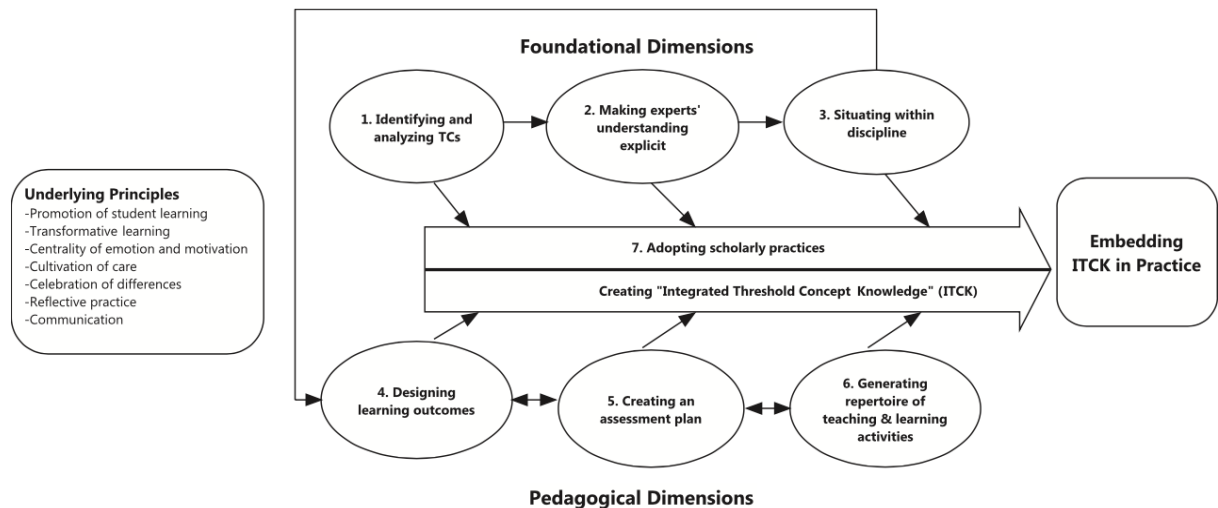


Fig.1 Modell över hur de sju olika klustren samverkar för att integrera vetenskap om tröskelbegrepp i undervisningspraktiken. (Timmermans & Meyer, 2019, s.364)

I arbetet med att bygga upp undervisning utifrån teorin kring tröskelbegrepp har det inom flera vetenskapliga discipliner identifierats tröskelbegrepp (Timmermans & Meyer, 2019). Flera studier har genomförts och ett begrepp som identifierats som ett tröskelbegrepp inom både matematiken och datavetenskapen är begreppet funktion (Pettersson & Brandell, 2017), (Kallia & Sentance 2017).

2.3.1 Funktion som tröskelbegrepp

Funktion har lyfts som ett centralt tröskelbegrepp för skolmatematiken. I Pettersson och Brandell (2017) i en modul publicerad av Skolverket, beskrivs funktionsbegreppet som ett begrepp som är mycket centralt för matematiken på gymnasiet, begreppet besitter egenskapen av att vara *svåra att lära, transformativt, integrativt* och *irreversibelt*. Därmed betraktas det inte bara som ett tröskelbegrepp för matematiken utan även som ett tröskelbegrepp av stor betydelse för gymnasimatematiken.

För programmering och datavetenskap lyfter en studie av Kallia och Sentance (2017) fram att funktion är ett vedertagen tröskelbegrepp inom programmering. Kallia och Sentance (2017) beskriver dock att funktionsbegreppet är ett stort och övergripande tröskelbegrepp och att det i det insamlade materialet framkommer att det finns en mängd tröskelbegrepp inom programmering som måste behandlas innan tröskelbegreppet funktion kan behandlas.

2.4 De olika definitionerna

Det första steget för att granska och i längden lösa ett problem är att identifiera det. Hela denna studie bygger på grundantagandet att det inom två olika ämnen, matematikens problemlösning och datavetenskapens programmering existerar definierade begrepp. Dess begrepp ses enligt antagandet som viktiga element för att lära sig och i längden bemästra ett område eller ämne.

Då ämnena datavetenskap och matematik till stora delar bygger på samma begreppsförråd, bokstavigt, betraktar studien förhållandet mellan begreppen, när de är situerade inom de olika

ämnenas kontexter, som likadana ord med delvis skild betydelse. Vad som är intressant för studien är att det som skiljer begreppen åt inom matematik och programmering, inte är tydliga och visuella skillnader utan mer subtila men fortfarande signifikanta skillnader, gömda i djupare förståelse av begreppen.

Under studien cirkulerar flera olika begrepp men det mest centrala är funktion, nedan presenteras en vetenskaplig definition av begreppet funktion utifrån de båda disciplinerna matematik och datavetenskap.

2.4.1 Matematik

Matematiken är känd för att vara en mogen vetenskap där definitionerna är tydliga och svåra att misstolka. Trots traditionen av rigorösa definitioner och tydlighet, finns det vissa begrepp som blir så komplexa att de är svåra att kortfattat definiera eller beskriva. Funktionsbegreppet är ett sådant, det bygger en på förförståelse av flera andra begrepp och en tydlig definition är lätt att skriva ut men svår att förstå (Pettersson & Brandell, 2017). Svårigheten att definiera begreppet tar sig uttryck på följande sätt i läromedlet matteboken.se.

En funktion är ett samband, en regel. Den kan liknas vid en maskin, där man stoppar in ett värde i ena änden, som vi till exempel kan kalla x , och får ut ett annat värde i andra änden, som vi till exempel kan kalla y . Det värde vi får ut, kallar vi funktionsvärdet.

(Mattecentrum, u.å.)

Här väljer författarna att förklara begreppet via liknelser, denna eller liknande definitioner är de, som enligt personlig erfarenhet, flest elever möter under den första kursen i matematik på gymnasiet.

Efter det första mötet med begreppet byggs sedan begreppsförståelsen under gymnasiets senare kurser för att eleverna till sist vid universitetsstudier ska nå en begrepps bild av funktion som liknar och bygger på rigorösa definitioner så som denna kan exemplifiera:

*En funktion $f: A \rightarrow B$ är en mängd ordnade par $f \subseteq A \times B$
Som uppfyller följande krav:*

- 1. Om $\langle x, y \rangle \in f$ och $\langle x, z \rangle \in f$, är $y = z$*
- 2. för varje $x \in A$, finns det $y \in B$ med $\langle x, y \rangle \in f$*

(Mitchell, 2003, s.12)

Precis som Kallia och Sentance (2017) kom fram till rörande funktion som tröskelbegrepp, visar den mer rigorösa matematiska definitionen betydelsen av att kunna andra begrepp utöver funktion för att förstå funktionsbegreppet. Den stora skillnaden förutom den språkliga från tidigare presenterade definition är entydigheten. Definieringen av funktioners entydighet medför att den mer rigorösa definitionen lämnar mindre utrymme för feltolkning.

2.4.2 Datavetenskap

Inom datavetenskapen har begreppet funktion flera tydliga kopplingar till matematikens definition av funktionsbegreppet. Inom olika delar av programmeringen är kopplingen mellan matematiken och programmeringen svagare eller starkare. Inom funktionell programmering är kopplingen mellan begreppen otroligt stark och de matematiska definitionerna är grunden till hur koden byggs upp. Inom den imperativa objektorienterade programmeringen som är den vanligaste idag är kopplingen mellan matematiken och programmering generellt svagare. (Frame & Coffey, 2014)

Av Mitchell (2003), presenteras begreppet funktion och partiell funktion inom programmering. Den partiella funktionen är dock vad som vanligtvis menas när funktioner diskuteras inom imperativa programmering. Den partiella funktionen är en funktion som är definierad för vissa argument och odefinierad för vissa. Den följer den matematiska definitionen av en funktion men har enligt Mitchell (2003) en viktig skillnad. En funktion inom programmering behöver inte ha ett korresponderande värde i värdemängden för varje element i definitionsmängden. Definitionen för en funktion inom programmering definieras därför på följande sätt:

En partiell funktion $f: A \rightarrow B$ är en mängd ordnade par $f \subseteq A \times B$ som uppfyller följande krav:

1. Om $\langle x, y \rangle \in f$ och $\langle x, z \rangle \in f$, är $y = z$

(Mitchell, 2003, s.12)

Men andra ord är funktioner inom programmering entydiga men behöver inte vara definierade för alla element i definitionsmängden.

Ett exempel på en sådan funktion är följande:

$f(x: \text{int}) = \text{if } x = 0 \text{ then } 0 \text{ else } x + f(x - 2)$

(Mitchell, 2003, s.13)

Matematiskt kan funktionen f uttryckas som en mängd ordnade par, enligt följande:

$f = \{ \langle x, y \rangle \mid x \text{ is positive and even, } y = 0 + 2 + 4 + \dots + x \}$

(Mitchell, 2003, s.13)

Den matematiska definitionen för funktionen gäller dock inte för den partiella funktionen från programmeringen, i detta fall är det en funktion från heltalen som uppfyller kravet att det för varje heltal x finns maximalt ett heltal y i värdemängden. Funktionen divergerar dock vid varje x värde som är udda eller negativt och uppfyller därför inte det andra kravet enligt den matematiska definitionen. Eftersom att funktionen inte har något inbyggt stopp definieras det som en partiell funktion som inte behöver vara definierad för varje element i definitionsmängden (Mitchell, 2003). Denna funktion kan uttryckas i c++ på följande sätt:

```
#include <iostream>
using namespace std;
int y=0;
int f(int x)
{
    y=x;
    if (x==0)
        return 0;
    else
        return y+f(y-2);
}
int main()
{
    int num;
    cout<<"Vad är x? ";
    cin>>num;
    int sum=f(num);
    cout<<endl<<"Funktionen returnerar"<<endl<<sum<<endl;
    return 0;
}
```

Fig 2. Kod i C++ vilken använder en rekursiv funktion enligt exempel och bryter mot den matematiska definitionen av en funktion.

Om sedan begreppet funktion skulle delas upp i sina beståndsdelar och rent semantiskt kartläggas dyker en mängd andra skillnader mellan begrepp inom matematik och programmering upp. Då funktion är ett begrepp som inom matematiken byggs upp och förklaras av många andra matematiska begrepp medför skillnaderna mellan de olika ämnena en stor potentiell problemyta. Scott (1971) identifierade problemet med begreppsapparaten och menade att, om begreppen inom programmering och matematik inte skiljs åt har den semantiska komplexiteten för alla gemensamma begrepp inom matematiken och programmeringen explosionsartat expanderat (Scott, 1971). Samtidigt som komplexiteten för de gemensamma begreppen ökar med sammanflätningen av ämnena finns det även studier som visar hur undervisning av begrepp inom programmeringen främjar den matematiska begreppsförmågan. Ursin-legovich (1994) tar i sin doktorsavhandling upp hur behandlingen av variabelbegreppet i olika former verkar som stärkande för den generella begreppsförmågan rörande begreppet.

3 Teoretiskt ramverk

Som ram för den kvalitativa metoden utgår studiens uppbyggnad och framförallt analysen genomförande på en fenomenografisk ansats. Här nedan presenteras fenomenografins utgångspunkt med fokus på vilka frågor fenomenografien är lämpad att svara på samt hur den fenomenografiska ansatsen bygger ett resultat.

3.1 Fenomenografi

Fenomenografien är en kvalitativ forskningsansats. I grunden bygger fenomenografien på antagandet att olika fenomen eller företeelser kan tolkas, upplevas och ha olika innebörd för olika individer. Den fenomenografiska forskningsansatsen försöker, genom att gestalta människors uppfattningar av omvärlden, bygga ett utfallsrum som rymmer vidden av olika sätt att erfara ett fenomen (Uljens, 1989).

Uljens (1989) framställer att en fenomenografisk studie i korta drag byggs upp i 6 steg.

- 1 Först identifieras en företeelse eller ett fenomen.
- 2 Företeelsen delas upp i aspekter där ett fåtal av dessa aspekter sedan kan ligga till grund för studien.
- 3 Intervjuer genomförs med individer om deras uppfattningar rörande aspekterna av fenomenet.
- 4 Utsagorna transkriberas och skrivs ut på papper.
- 5 De skriftliga utsagorna analyseras.
- 6 Analysen utmynnar i beskrivningskategorier.

I första steget menar Uljens (1989) att ett fenomen bör kategoriseras som primärt eller sekundärt. De primära fenomenen har en tydlig avgränsning och bygger på konkreta ting med inbyggd mening, fenomenet är inte kopplat till det mänskliga erfandet av fenomenet. Sekundära fenomen är istället skapade och direkt beroende av mänskligt erfande. Fenomenet i fokus för denna studie betraktas som ett sekundärt fenomen.

För att sedan kunna granska människors uppfattningar av ett fenomen beskriver Marton & Booth (2000) och Uljens (1989) att forskaren internt särskiljer på första och andra ordningens perspektiv av ett fenomen. Första ordningens perspektiv innebär att forskaren ser ett fenomen utifrån sin egen beskrivning av verkligheten. Den andra ordningens perspektiv innebär att forskaren antar perspektiv som kommer med andra människors beskrivning av verkligheten. För att genomföra en fenomenografisk studie måste insikten kring ens eget perspektiv medvetandegöras. Efter det ska sökandet efter andra ordningens perspektiv spegla allt från frågeställning, genomförande och analys.

Fenomenografien svarar på direkta frågor genom att kartlägga individers åsikter och erfande kring olika fenomen (Uljens, 1989). Ett exempel på hur ett fenomen kartläggs och bemöts genom fenomenografien kan vara fenomenet, *”Pojkar får lägre betyg än flickor”*. Inom fenomenografien identifieras två frågor där första ordningens perspektiv fokuserar på frågan *”varför får pojkar lägre betyg än flickor?”* medan andra ordningens perspektiv som är centralt inom fenomenografien fokuserar på erfandet hos andra individer och fångas genom

frågeformuleringar riktade mot individuella uppfattningar, upplevelser och åsikter såsom ”*varför tror du att pojkar får lägre betyg än flickor?*” (Uljens, 1989).

I metodkapitlet preciseras närmare hur fenomenografin ligger till grund för just detta arbete.

4 Metod

Den metod som använts under arbetet kommer nedan att presenteras. Först i en kort presentation av urvalet för undersökningen. Sedan i en genomgång av hur det empiriska materialet som ligger till grund för arbetet samlats in och sammanställts. Därefter följer en beskrivning av hur insamlad data analyserades utifrån den fenomenografiska teoribildningen. Metodbeskrivningen avslutas sedan med en kort presentation kring hur vetenskapliga aspekter som trovärdighet och forskningsetik behandlats i- och format arbetet.

4.1 Kvalitativ intervju

För att svara på en frågeställning, utformad för att kartlägga ett andra ordningens perspektiv av ett sekundärt fenomen, är det enligt Uljens (1989) väl lämpat att utgå från en kvalitativ ansats. För att få fram lämpliga källdata lyfts intervju som en fördelaktig metod (Uljens, 1989). På dessa grunder utgår studien från en kvalitativ ansats med intervju som metod. Den kvalitativa ansatsen med intervju som metod anses enligt Dalen (2015) kunna kartlägga känslor, upplevelser och tankar hos människor. Styrkorna med intervju som metod är att den möjliggör kartläggning av långt fler variabler rörande erfandet av ett fenomen än kvantitativa ansatser. För att stärka reliabiliteten kring att informanterna kontextuellt utsätts för liknande intervjusituationer utgår intervjun från en semistrukturerad intervjuguide. Den semistrukturerade intervjuguiden försäkrar, enligt Dalen (2015), att intervjuerna behandlar ämnet som avses och att informanterna utsätts för jämförbara intervjusituationer.

4.2 Urval

Som grund för analysen ligger ett empiriskt datamaterial insamlat genom semistrukturera intervjuer och analyserat av författaren till denna text under våren 2020. Urvalet av informanter har skett genom utskick av inbjudan till individer som uppfyllde uppsatta urvalskriterier. Urvalskriterierna var följande, informanten ska vara en legitimerad lärare i matematik, informanten ska aktivt bedriva matematikundervisning vid gymnasiet, informanten ska i sin matematikundervisning använd programmering som ett verktyg eller besitta kompetens för att implementera programmering som ett verktyg för problemlösning i sin undervisning.

Urvalet var baserat på ett bekvämlighetsurval då alla informanterna har, inom maximalt ett led, en personlig koppling till författaren av arbetet. Inbjudan om deltagande har, utöver till de som deltog, även gått ut till ett flertal potentiella informanter. Responserna på inbjudan har dock varit knapphändig i de fall där en koppling mellan författaren och den inbjudne inte existerat. De kanaler som använts för att bjuda in informanter är:

- Utskick till rektorer vid skolor som bedriver undervisning i, för studien, relevanta kurser.
- Inlägg i ett forum på Facebook som heter programmering för matematiklärare,
- Direkta inbjudningar till potentiella informanter som uppfyllde urvalskriterierna.

Utfallet blev att 2 lärare visade intresse att medverka efter förfrågan till rektor och två lärare visade intresse efter direkt förfrågan. Missivbrevet (bilaga 2) som gick ut till alla medverkande samt inbjudan till deltagande (bilaga 1) återfinns under bilagor.

4.3 Genomförande

Intervjustudien genomfördes via videolänk där samtalen varade i cirka 45 minuter. Som vägledning för samtalet med informanten låg en semistrukturerad intervjuguide (se bilaga 3). Guiden användes för att leda in samtalet på fyra förutbestämda teman som ämnade fånga informanternas utsagor kring hur de uppfattar inkluderingen av programmeringsbegreppsapparat i matematikundervisningen. De förbestämda temana var följande:

- Tema 1. Hur behandlar du begreppsförmågan i din matematikundervisning, med fokus på funktionsbegreppet?
- Tema 2. Hur behandlar du det programmeringsbaserade funktionsbegreppet?
- Tema 3. Hur uppfattar du att arbetet med begrepp och semantiska skillnader inom programmeringen påverkar förståelsen för motsvarande begrepp inom matematiken?
- Tema 4. Tankar kring fenomenet med konflikt mellan begreppsdefinitioner.

Innan intervjuerna genomfördes testades frågorna och intervjuguidens utformning vid ett tillfälle. Frågorna testades mot en nära bekant med god erfarenhet av kvalitativa studier men ingen erfarenhet av matematik. Därefter genomfördes 4 intervjuer under en period på 9 dagar, intervjuerna spelades in och transkriberingen av intervjuerna genomfördes i så nära anslutning som möjligt till intervju. Transkriberingen framställdes genom principen, att inga pauser eller uttryck för känslor togs med i transkriberingen. De icke verbala yttringar som förekom under intervjun och ansågs signifikanta för studien togs med i minnesanteckningar. Under transkriberingen har även vissa språkliga förtydliganden gjorts, detta för att inte skildra dialektala eller talspråkliga yttringar under samtalen. Under intervjuerna har viss påverkan av tidigare intervjuer uppkommit vilket till största möjliga grad försökts undvikas genom att hålla sig till intervjuguidens tänkta upplägg.

Efter transkriberingsprocessen behandlades utskriften av intervjuerna i en tematisering där beskrivningskategorier för informanternas uppfattning rörande fenomenet kartlades. Närmare beskrivning av analysen följer nedan.

4.4 Analys

Analysen följde ett ramverk från fenomenografin och i enlighet med fenomenografisk teori skedde analysen löpande genom hela arbetet (Marton & Booth., 2000). Analysen är därför indelad i två delar, den första är en intern löpande analys, den andra är en summerande skriftlig analys.

När arbetet med frågeställningen tog vid, påbörjades enligt fenomenografisk teori, analysen. Under frågeställningens utformande besvaras forskningsfrågan internt enligt ett första ordningens perspektiv. Utifrån de svar som uppkom vid studier kring frågans bakgrund och den interna bilden av fenomenet utformades intervjuguiden. I intervjuguiden fokuserar frågorna mot att informanterna ska reflektera kring frågeställningen utifrån ett metaperspektiv. Genom att innan, under och mellan intervjuerna arbeta med vilka delar som analysen kommer bestå av och bära med sig aspekterna som är av intresse under intervjuerna har analysprocessen varit en verksam del under hela studiens gång. Öppenheten som fenomenografin kräver i sin utformning medför att både analysen och insamlingen av datan är formbar och föränderlig med avseende på vilka delar som kan vara intressanta för besvarande av frågeställningen (Marton & Booth).

Den andra delen, där transkriberingarna analyserades, inleddes vid transkriberingen av ljudfilerna. De teman som vuxit fram under intervjuerna konkretiserades under processen när ljudfilerna i sin helhet omvandlats till text. Genom uppbyggnaden av frågeställningen ordnades resultaten i ett horisontellt system av icke viktade upplevelser. Kategorierna som framträdde under granskning av källdata har genom det horisontella systemet inte ordnats efter signifikans utan utsagorna betraktas, i enlighet med fenomenografisk teori, som jämbördiga i förhållande till varandra (Uljens, 1989). Då målet med studien var att undersöka en frågeställning byggd på andra ordningen perspektiv blev resultaten i form av utfallsrummet, en sorts kartläggning över erfarende av fenomenets hos informanterna.

4.5 Trovärdighet

För att stärka trovärdigheten i resultaten sker här nedan en presentation av de reliabilitets och validitetsstärkande åtgärder som förekommit under studien. För att presentera trovärdiga resultat har några grundläggande metoder tillämpats för att verifiera den insamlade datans grad av tillämpbarhet i förhållande till syftet och frågeställning.

4.5.1 Reliabilitetsstärkande aspekter

Genom att bygga studien efter fenomenografisk teori har reliabiliteten i resultatet till stor del grundats i teorins uppbyggnad. Fenomenografins fokus är inte att granska hur stor andel av en population som har en viss åsikt eller upplevelse. Fenomenografin bygger istället sin reliabilitet på att skapa kategorier med tydliga kopplingar till utsagor, är reliabiliteten stark i studien kan andra forskare granska källdata och koppla utsagor till de skapade kategorierna (Uljens, 1989). Ett sätt att stärka reliabilitet är att låta externa forskare granska den insamlade datan och säkerställa att den passar in i de teman som skapats. Detta har inte gjorts i denna studie. Den reliabilitetskontroll som genomförts har istället varit i form av att handledare med insyn i arbetet godtagit de teman som presenterats i resultatet efter genomgång av det insamlade materialet. Utöver den externa granskningen av handledare, har det reliabilitetsstärkande arbetet utgått från att, vid intervjuerna, skapa så liknande förutsättningar som möjligt för informanterna. Stringensen i förutsättningarnas uppbyggnad stärktes genom en tydlig

intervjuguide (bilaga 3) och att samma förhandsinformation gick ut till alla informanter i form av inbjudan (bilaga 1) och missivbrev (bilaga 2). I resultatet förekommer även en presentation av informanterna och deras profil, detta stärker arbetets reliabilitet då resultatet bygger på informanternas kunnande och reliabiliteten bygger på att informanten besitter en form av expertis kring fenomenet. Den stora försvagande faktorn för arbetet är dock att resultatet enbart bygger på fyra intervjusvar.

4.5.2 Validitetsstärkande aspekter

Validiteten bygger på att resultaten visar på det de ämnar. Vid denna studie har urvalet av expertkompetens varit grunden för att nå valida resultat. Jag anser att kompetensen hos informanterna som säkrats i urvalsprocessen bidrar till studiens validitet. Antalet deltagare i studien är dock en försvagande faktor även för validiteten och bidrar till studiens bristande generaliserbarhet. Då detta är en kvalitativ studie bygger den till stor del på ett explorativt förhållningssätt till forskningsobjektet. Validiteten beträffande resultatet i studien är inte kontrollerbar utifrån förutsättningar där studien inte kan upprepas, utan validiteten för studien följer från valideringsprocessen den genomgår vid granskning. Denna studie har genomgått granskning av mentor, informanter, medstudenter och bedömare vilket stärker validiteten för studien.

4.6 Etiska aspekter

För att säkra studiens kvalitet har etiska överväganden och anpassnings skett under studiens genomförande och framställning. Studien har anpassat metod och framställning utifrån Vetenskapsrådet (2017)'s rapport om god forskningssed. I enhet med direktiven presenterade av Vetenskapsrådet (2017) har information, både skriftligt och muntligt, se (missivbrev bilaga 2), (Intervjuguide, bilaga 3) förmedlats till informanterna. I informationen som förmedlades framkom förtydliganden kring studiens syfte samt hur informanternas uppgifter skulle behandlas under analysen och i förlängningen presentationen. I slutet av samtalet med informanten förmedlades även att arbetet i sin helhet skulle skickas till informanten innan publicering för granskning och eventuell återkallning. Vid framställning av resultatet skedde en viss anonymisering genom användningen av fingerat namn. Fullkomlig anonymisering enligt Vetenskapsrådet (2017)'s riktlinjer förekommer dock inte då det empiriska materialet är så pass litet, att avkodning alltid kommer vara möjlig bland de som tagit del av forskningsprocessen. Källdata som samlats in under studien är att betraktas som egendom av Göteborgs universitet i enighet med riktlinjer från vetenskapsrådet (2017). Enligt ansvarig vid matematiska institutionen vid göteborgsuniversitet faller studiens källdata inte under offentlighets och arkiveringlagstiftningen då den saknar anknytning till forskningsmiljön och är framtagen i utbildningssyfte. På inrådan av ansvarig vid institutionen raderas källdata efter studiens slutförande.

5 Resultat

Den empiriska datan bygger på intervjuer med fyra lärare, för att få förståelse för resultatets situering och förutsättning presenteras nedan de kortfattat de fyra olika lärarnas bakgrund, namnen som presenteras nedan är fingerade.

Karl Är 27 år gammal och arbetar som ämneslärare i matematik. Karl undervisar för tillfället kurserna Ma1c, Ma2c och Ma2b. Kurserna som tar upp programmering som ett verktyg för problemlösning är Ma1c och Ma2c vilka i Karls fall är kurser vid teknikprogrammet. Karl har en 5 årig ämneslärarutbildning och har sedan examen arbetat två år som lärare. Under dessa två år har han alltid hållit i kurser där programmering står inskrivet som en del av läroplanen.

Erik Är 42 år gammal och arbetar idag som förstelärare i matematik vid ett teknikprogram. Erik har i sin karriär som lärare undervisat i alla kurser på gymnasiet samt högstadiet. Erik har inom matematikämnet mest programmerat med elever i Ma5, men programmering har även förekommit i kurserna Ma4 och Ma3c. Utöver det att arbeta med programmering inom matematiken i sina egna kurser, har Erik arbetat med att ta fram fortbildningsmaterial för programmering som ett verktyg för problemlösning i matematikkurserna. Innan Erik blev lärare studerade han teknisk fysik och doktorerade även innan han läste in sin KPU (kompletterande pedagogisk utbildning).

Lars Är 51 år gammal och arbetar som förstelärare i matematik. Lars har undervisat i alla matematikkurser vid teknikprogrammet på gymnasiet och har den senaste tiden arbetat med programmering som ett verktyg för matematisk problemlösning i från kurs Ma2c till matematik specialisering. Utöver programmering inom ramen för matematikkurserna undervisar även Lars i rena programmeringskurser. Lars har i grunden utbildat sig till mjuk- och hårdvaruingenjör men har även läst en 5 årig ämneslärarutbildning. Lars är aktiv inom en gren av matematiken som heter etnomatematik vilka ifrågasätter stora delar av matematikens uppbyggnad och kunskapssyn.

Anders Är 37 år gammal och arbetar som ämneslärare. Anders bedriver undervisning i kurserna Ma1c-Ma5 vid teknikprogrammet. Utöver det bedriver Anders undervisning i programmering 1 och 2 och har under senaste tiden undervisat programmering som ett verktyg för problemlösning i kursen Ma2c. Lars har en universitetsutbildning vid matematikprogrammet vilket i förlängningen resulterat till master och doktorsexamen inom beräkningsvetenskap.

Jag kommer i detta kapitel presentera för frågeställningen signifikanta uppfattningar som framträtt under granskning av det empiriska materialet från samtalen med ovanstående informanter. Resultatet från analysen presenteras nedan. Först presenteras det utfallsrum som under analysen tagit form sedan kommer de olika delarna i utfallsrummet presenteras närmare med anknytning till forskningsfrågan och studiens syfte.

5.1 Utfallsrummet

Fenomenet som utfallsrummet är uppbyggt kring är upplevelser kopplade till existensen av *konflikt mellan begreppsdefinitioner inom matematiken och programmeringen med fokus på funktionsbegreppet*. I fortsättningen av analysen kommer det enbart att benämnas som ”fenomenet”. Analysen av de transkriberade samtalen har resulterat i följande kategorier av erfarenhet:

- Fenomenets existens.
 - Konflikten existerar inte.
 - Konflikten existerar men aktualiseras inte på gymnasiet.
 - Konflikten existerar och styr val av upplägg och metoder i undervisningen.
- Fenomenets synergieffekter på lärandet
 - Positiv synergi
 - Negativ synergi
- Matematiken och programmeringens kronologiska begreppsuppbyggnadsstrukturer.
 - Matematiken som en ingång i programmeringens begrepp.
 - Programmeringen som en ingång i matematiska begrepp.
- Fenomenets synlighet beroende på perspektiv kring matematikens uppbyggnad
 - Fenomenet inom teoretisk matematik
 - Fenomenet inom praktisk matematik

5.2 Fenomenets existens

Fenomenet, betraktades och erfors genom källdatan på tre skilda sätt. Fenomenets teoretiska formulering uppfattas av alla informanter men erfandet av fenomenets relevans och situering i den egna upplevda praktiken skiljer sig. Nedan har uppfattningar som uttryckts av informanterna delats i tre olika kategorier.

5.2.1 Konflikten existerar inte

Ur svaren gavs det uttryck för att konflikten mellan de båda ämnenas skilda begreppsdefinitioner för funktionsbegreppet inte existerade. Detta grundade sig på att inga skillnader i hur begreppen definieras för de olika ämnena erkänns.

När det gäller funktioner i programmering så är det samma sätt som funktioner inom matematik. Du har en indata en process och en utdata (...) Jag särskiljer inte mellan begreppen inom matematik och programmering utan jag anser att allt jag kan i programmering kan jag göra i matematik.

(Lars)

Lars uttryckte uppfattningen av att det inom matematiken går att göra en uppdelning mellan tillämpad och teoretisk matematik, se (5.5). Den svenska matematikundervisningen är mer riktad mot den tillämpade delen och att i den matematiska begreppsvärld som behövs för tillämpad matematik finns ingen skillnad mellan de olika funktionsbegreppen. I motsats till teorin kring begreppsuppbyggnad som Tall och Vinner. (1981) presenterar, representerar Lars

en annan syn på definitioner. Lars pekar på att begrepp byggs upp i enighet med teorin av Tall och Vinner men att definitionen som styr uppfattningen av begrepp ska vara intuitiv och utvecklas på elevernas villkor. På frågan om han utgår från de rigorösa matematiska begreppen i sin undervisning svarar han följande.

Nej det gör jag aldrig och anledningen är att jag, precis som eleverna försöker uppfinna hjulet på nytt. Jag försöker vara den som skapar matematiken. Därför går jag aldrig tillbaka till någon gammal definition när jag bedriver min undervisning, utan definitionerna skapas tillsammans i en kontrollerad miljö.

(Lars)

Genom att till viss del se matematiken som ett redskap förmedlar Lars en matematisk syn av att rigorösa definitioner är av sekundär vikt när det kommer till begreppsdefinitioner. Då Lars uttrycker en stor vilja att se likheter mellan ämnet matematik och programmering försvinner de upplevda skillnaderna som presenterats i bakgrunden och fenomenet erfars som icke existerande. Vad som dock bör förtydligas är att Lars ser skillnader mellan ämnena men just kring fenomenet med funktionsbegrepp i fokus upplevs inte fenomenet.

5.2.2 Konflikten existerar men aktualiseras inte på gymnasiet

Att konflikten inte aktualiseras har tydliga kopplingar till erfandet av att fenomenet inte existerar. I likhet med synen på fenomenet som icke existerande framkommer upplevelsen att fenomenet aldrig framträder i gymnasiekontexten. Fenomenet har med andra ord aldrig belysts, det är så specifikt formulerat och situerat i kontexten kring funktioner att det inte framträder utan existerar i skuggan av andra mer elementära problem när det kommer till begreppsförmågan.

De skillnader som finns mellan matten och programmeringen kommer inte riktigt bli aktuella, för skillnaderna som jag upplever det kommer är för svåra för att behandlas på annat än mycket låg nivå.

(Karl)

Den skillnad som påvisas mellan upplevelsen att fenomenet inte existera och att det inte är aktuellt bygger till stor del på synen av vad matematik är. Förnekelsen av fenomenet har starka kopplingar till ett ifrågasättandet av den tradition som matematiken bygger på.

Det som är viktigt att komma ihåg är att även de rigorösa definitionerna går att ifrågasätta vilket är lite grunden för etnomatematik, ett ifrågasättande av världsbilden som matematiken är bygg på.

(Lars)

Fenomenet som intervjuerna cirkulerade kring bygger i grunden på definitioner av begreppet funktion. Alla informanter förmedlade att de aktivt försöker undvika den rigorösa definitionen av funktion som förmedlas vid högre utbildning, definitionen undviks inte bara när det kommer till funktionsbegreppet utan även andra matematiska begrepp. Undvikandet av definitionerna uttrycks som ett sätt att försvara eller skydda eleverna från den komplexa och abstrakta matematiken

Det är helt meningslöst att gå in i framtidens definitioner, för det kräver för mycket av eleverna. Så jag tror att det är ett aktivt val av alla lärare att skydda elever från allt för abstrakta definitioner och begrepp.

(Anders)

Citatet speglar informanternas syn på fenomenet, genom att skillnaderna mellan begreppen är små, för den matematiken som aktualiseras, på gymnasiet kan problematiken skjutas på framtiden och bli en begreppslig utmaning för senare studier istället.

5.2.3 Konflikten existerar och styr upplägg och val av metoder

Den sista delen som går att läsa ut från källdata är att fenomenet uppmärksammas och är en del av hur undervisningen struktureras. Dock bygger upplevelsen av konflikten på en annan bild av funktionsbegreppets definitioner än de som är förmedlade i bakgrunden till detta arbete. Istället beskrivs programmeringen ha ett funktionsbegrepp som är skilt från det matematiska på andra plan, bilden som förmedlas är att det funktionsbegrepp som tas upp i matematikundervisningen enbart har koppling till de klassiska numeriska funktionerna med definitionsmängd och värdemängd definierade som de olika talmängderna.

En funktion i maten $f(x) = x^2$, är ju en graf och går att uttrycka med värde- och definitionsmängd etc. Men en funktion i programmering kan ju typ ge en textsträng eller typ skriva ut välkommen till det här programmet, där kopplar inte begreppen helt och hållet. Jag vet inte ens om jag skulle vilja ta upp begreppet funktion inom programmeringen för att förstå matematikens definition, för dom är helt olika i min värld

(Erik)

För att minska problematiken, med att matematikens och programmeringens begrepp skiljer sig åt, vid införandet av programmering beskrivs valet av programmeringsspråk vara en direkt följd av hur fenomenet erfars. Genom att välja programmeringsspråk som inte är brett applicerbara utanför den matematiska kontexten och programmeringsspråk vars huvudsakliga syfte är att användas för matematik, anpassas undervisningen delvis för fenomenets grundproblematik.

Octave och Matlab är mer rakt på, (...), man kommer undan problematiken med att behöva skriva program. Då blir ju fokuset på matte istället för ett programmeringsspråk.

(Erik)

Anpassningarna syftar i likhet med de som menar på att fenomenet inte finns på gymnasiet till att skydda elever. Det framkommer i likhet med tidigare kategorier en rädsla för att undervisningen ska bli för komplex. Skillnaden är att Erik uttrycker att fenomenet finns på gymnasiet men bör begränsas genom val av metodik.

5.3 Synergieffekter

En del av syftet in i samtalen var att undersöka upplevelsen av synergier kring begreppsförståelsen. I samtalen uppfattades fenomenet om det breddades utanför funktionsbegreppets ramverk att innefatta både positiva och negativa synergieffekter på den matematiska begreppsförmågan uppbyggnad. Då resonemangen bygger både på hypotetiska fall och upplevda situationer begränsas inte erfarenhet under denna del till funktionsbegreppet.

5.3.1 Positiv synergi

Positiv synergi syftar på att den matematiska begreppsförmågan stärks genom att det matematiska begreppet behandlas inom både matematik och programmering. En syn som framkom, var att alla nya perspektiv som kan komma genom att låta eleverna upptäcka och hitta nya individuella vägar till begreppsförståelse kan medföra positiva synergieffekter på lärandet. Sätts programmeringen in som ett tvärvetenskapligt inslag i matematiken samverkar i praktiken alla ämnen som man kopplat till matematiken

Vi har bestämt oss för att definiera de olika vetenskapliga disciplinerna i olika kategorier. Men vi får inte glömma att i verkligheten finns inte denna uppdelning utan i verkligheten är allt tvärvetenskaplig.

(Lars)

En del som belystes var att styrdokumentet och formuleringarna kring hur programmering ska vara en del av matematiken påverkar hur ämnena undergräver eller överbrygger förståelsen för varandra. Enligt de skrivelser som finns idag, begränsas programmeringen till problemlösning. De positiva synergieffekterna som skulle kunna utnyttjas blir därför inte mer än en oplanerad följd och inte en planerad effekt.

En annan approache som skulle vara möjlig, är om man säger att nu ska vi studera funktioner i matematiken och vi använder programmering för att exemplifiera. Inte då för att lösa ett problem som det är idag utan för att genom programmeringen lära oss mer om matematik. Men är syftet problemlösning så blir eventuella synergieffekter på begreppsförståelsen en bonus.

(Anders)

Anders ringar in en delad känsla från materialet av att det finns mycket outnyttjad potential i hur programmeringen skulle kunna ha positiv påverkan på begreppsförmågan i matematik men att skrivelserna i styrdokumentet begränsar möjligheten. Samtidigt lyfter alla medverkande att tiden som alla moment i kurserna tar försvårar arbetet med att använda programmeringen för att stärka förmågorna inom matematiken.

5.3.2 Negativ synergi

Med negativ synergi syftas det på att den matematiska begreppsförmågan försvagas genom att det matematiska begreppet behandlas inom både matematik och programmering. De negativa synergier som uppmärksammas har generellt i studien en koppling till de elever som har svårt för ämnet.

Har man en etta på 32 elever finns det några som man måste locka in, dom som behöver göra mycket på lektionerna och har det svårt blir ju absolut inte hjälpta av att vidga begrepp och gör lite extra utvecklingar med svåra saker.

(Erik)

Erik syftar i ovanstående citat på att det med programmeringen kommer en ökad komplexitet till begreppen. Att arbeta med förståelse för programmeringen liknas med en utveckling med mot "svåra saker". Under intervjuerna uttryckte alla informanter att det finns en vinst för några att få ordentliga utmaningar som kognitivt prövar eleverna. Men att för de svaga eleverna är allt som redan gör det komplexa ämnet matematik mer komplext något man bör vara försiktig med. Oron kring negativa synergieffekter bottnar dock inte i att informanterna inte tror att de svaga eleverna kan tillägna sig matematiska begrepp genom programmering. Istället byggs oron på tidsaspekten. Bristen på tid för kurserna eller trängseln av, för eleverna, icke väsentliga stoff medför att utvecklingar i undervisningen där till exempel begreppsliga skillnader mellan ämnen upplevs enbart medför ytterligare trängsel och kan vara kontraproduktivt för elevernas lärande.

Så i teorin kan jag se positiva synergieffekter av programmering i matematiken men just nu så tror jag att de mestadels är negativa, på grund av tidsbrist.

(Karl)

De negativa effekterna kan beskrivas med ordet oro. Från materialet förmedlas en bild av oro kring hur det går att rättfärdiga användandet av programmering då det redan idag är ett intensivt och komplext ämne för eleverna. Instrumentet programmering erfars som ett bra redskap för att främja det matematiska lärandet om det ges plats och styrning.

5.4 Ämnens kronologiska följd

Med introduceringen av programmering i matematiken sammanfördes enligt informanterna två olika discipliner. Sammanföringen erfors både som en naturlig del av matematiken av vissa och av andra som ett tidskrävande tillägg till undervisningen som inte funnit sin plats ännu. Fenomenet har dock genom intervjuerna belysts från två olika håll, det ena är det att den matematiska begreppsfären ses som en ingång i programmeringens begreppsfär. Det framställs av informanterna, på ett generellt plan, vara den vanligaste kronologin. Dock återgavs det även fall där begreppsförståelse situerade i en programmerings kontext, i vissa situationer, förekommer matematikens begreppsförståelse.

Funktionsbegreppet framställs ha potential att vara ett begrepp som kan presenteras i programmeringssammanhang innan det introduceras inom matematiken. Nedan presenteras de upplevelser som kan kopplas till de olika kronologiska vägarna in i en gemensam begreppsförståelse för ämnena.

5.4.2 Matematik som en ingång i programmering

Från ett flertal av intervjuerna förmedlades upplevelsen av att funktionsbegreppet introduceras för eleverna i en matematisk kontext. Som Erik uttrycker det nedan, upplevs funktionsbegreppet från matematiken ligga till grund för begreppet funktion inom programmering.

När jag lär ut funktioner säger jag att de matematiska funktioner kommer vara till hjälp för dom som kommer programmera på sin inriktning men jag vill inte göra tvärtom. Så jag kan använda att det är "samma" begrepp i programmeringen för att få dem att se behovet av att kunna begreppet i maten.

(Erik)

Ovanstående citat visar hur kopplingen mellan ämnena kan upplevas. Alla informanter uppgav att de på något sätt kopplade ihop begrepp från matematiken till programmeringen för att använda den begreppsmodell som eleverna byggt upp i matematiken för att förstå programmeringen. Medvetenhet kring att eleverna bär med sig en bild av funktion från matematikundervisningen som behöver sättas in i ny kontext och delvis omformuleras bifölls i stor utsträckning av informanterna. Erik lyfter även en ovilja att introducera begreppet från andra hålet. Det syns en vilja från vissa informanter att framställa programmeringen som kopplad till matematiken. Det går att skönja en vilja att presentera kopplingen enligt en linjär kronologi där matematiken historiskt lagt grunden för programmeringen och det är den vägen som begrepp och innehåll bör presenteras. Precis som Erik påvisar genom citatet, erfars fenomenet som hierarkiskt där matematiken ses som styrande och trots att eleverna, som Lars påpekar utifrån sitt tvärvetenskapliga perspektiv, kan ha stött på begreppet funktion i programmeringen innan de kommer till matematikens funktionsbegrepp finns det en viss motvilja från de andra informanterna att låta andra ämnen föranleda matematiskt kunnande då det kan medföra en felaktig begreppsmodell inom matematiken.

5.4.2 Programmering som en ingång i matematiken

Erik lyfter under samtalet att funktionsbegreppet är ett centralt begrepp i matematiken men att det kan vara ännu mer centralt i programmeringen.

Jag skulle säga att dom som inte förstår funktionsbegreppet i programmering skulle ju aldrig klara en programmeringskurs, men förstår man inte funktionsbegreppet i maten kommer kanske få det svårt men kanske klara sig ändå.

(Erik)

Efter att funktionsbegreppet behandlats i kontexten matematik till programmering ställdes informanterna inför ett scenario: Om elever fått mer extensiva programmeringskunskaper från grundskolan anser ni det var möjligt att funktionsbegreppet kommer från programmeringen till matematiken? Möjligheten till detta godtogs av flera informanter och vissa exempel på när programmeringen redan idag föranleder matematiken presenterades.

Men modulo är ett exempel som jag tror att de stöter på först i programmeringen innan matematiken. Där kan de omsätta kunskapen från programmeringen till matematik i till exempel primtalsfaktorisering, dom får nya vyer genom matematiken.

(Karl)

Karl ger här ett exempel på när programmeringen blir en ingång i matematiken och begrepp fördjupas genom den gemensamma förståelsen av begreppet. Återigen visar upplevelsen på möjligheten för ämnena att ha positiva synergieffekter på varandra trots utvecklingen från kontexten funktionsbegreppet.

5.5 Fenomenets synlighet

Lars har som en del i sitt erfarande av fenomenet delat upp matematiken i två olika delar, en del som är inriktad på teori och en som är inriktad på tillämpning. Samma indelning förekommer outtalat hos de andra informanterna och vilken ingång som väljs vid resonering på en metanivå kring fenomenet, påverkar utfallet av fenomenets relevans och synlighet.

Jag vill gärna skilja på den tillämpade matematiken och den teoretiska matematiken (...)Det är två olika kurser, där begreppen har olika betydelse för de olika kurserna. (...)när de jobbar med teori blir det som att eleverna jobbar med ett språk där korrektheten är i centrum för att kunna uttrycka sig. Medan den tillämpade blir att jobba med matematiken och använda den för att lösa problem.

(Lars)

Nedan har jag samlat några synvinklar på fenomenet utifrån vilket perspektiv på matematiken informanten antagit.

5.5.1 I teoretisk matematik

Fenomenets situering i det teoretiska matematikperspektivet upplevdes av informanterna enbart som ett antaget perspektiv med få kopplingar till den upplevda undervisningspraktiken. Ansätts ett tydligare fokus på teoretisk matematik upplevs fenomenet som mer problematiskt än ifall fenomenet upplevs från ett tillämpat matematiskt perspektiv. Det teoretiska perspektivet resulterade i resonemang från informanterna kring fenomenet som närmare följer den problemformulering som studien står på. I följande citat ger Anders ett exempel på hur fenomenet förtydligas när det ses från ett teoretisk matematikperspektiv.

Sett från ett teoretiskt perspektiv innefattar det matematiska begreppet funktion i min värld en mängd exempel som liksom ramar in begreppet. Men i programmering är begreppet bredare och kanske inte avgränsat överhuvudtaget.

(Anders)

Fenomenet förtydligas med tydligheten som den teoretiska ansatsen medför. Med den teoretiska matematiken som grund upplevs definitionernas konflikt som tydligare. Informanterna visade på en upplevelse av att definitionerna inom matematiken blev mer exakta och skillnaden mellan hur funktionsbegreppet framställts i programmeringen och matematiken ökade när matematiken lyfts från den upplevda praktiken till en hypotetisk verklighet.

5.5.2 I tillämpad matematik

Den tillämpade matematiken var den matematik som informanterna i störst grad värdesatte och förmedlade till eleverna. Följande citat visar på tendensen.

Där jag jobbar, är eleverna teoretiskt svaga men praktiskt mycket starkare. Jag har därför fokuserat främst på att omsätta praktiska kunskaper, för det är något dom kan ta vidare.

(Karl)

Det viktigaste är ju att man klarar sig med den definition man bär med sig och klarar av det man själv sysslar med.

(Anders)

Den extra kvarten som jag lägger på något teoretiskt bevis, den ger inte så mycket, kunskapsmässigt, för eleverna.

(Erik)

Att se definitionen av funktionsbegreppet genom perspektivet ”eleverna på gymnasiet studerar framförallt tillämpad matematik”, medför att fenomenets betydelse för begreppsförståelse minskar. Informanterna drar paralleller mellan begreppsdefinitioner och matematisk teori. Upplevelsen informanterna ger uttryck för bygger på att fenomenet inte uppmärksammas i den tillämpade matematiken då målet för undervisningen inte är att eleverna ska definiera och förstå matematiska begrepp på ett abstrakt teoretiskt plan. Behovet av att ta till sig matematik som tillämpas kräver inte alltid den rigorösa förståelsen av ett begrepp utan kan bygga på en mer intuitiv förståelse anpassad efter nivån eleven befinner sig på. Fenomenets synlighet från ett tillämpat matematiskt perspektiv erfars som starkt kopplat till upplevelsen att fenomenet inte existerar eller enbart framkommer i andra utbildningskontexter. Fenomenets synlighet är därför direkt kopplad till bilden av vilken matematik som är i fokus för den egna undervisningen.

6 Diskussion

I detta kapitel lyfts svagheter och styrkor i metoden samt resultatet. Kapitlet ämnar summera vad som framkommit och vad som saknar belägg. Avslutningsvis summeras hela studien med förslag på vidare forskning och vilka slutsatser från denna studie som värderas signifikanta att ta med sig efter läsning.

6.1 Metoddiskussion

Syftet med undersökningen var att skildra hur lärare upplever att begreppsdefinitionerna för begreppet funktion som finns inom programmeringen och matematiken, kan påverka elevers lärande. För att besvara en frågeställning, utformad och inriktad mot att kartlägga upplevelser, anser jag att valet av metod är rättfärdigt och välanpassat. Svagheter kommer mestadels genom hur metoden sedan verkställs.

Urvalet av informanter till studien är en av svagheterna, allt eftersom tiden som var avsatt för studien fortlöpte minskade urvalskraven. Till en början var det planerat att urvalet skulle ske via en enkät för att ge ett representativt urval från population. Då tidsaspekten spelade stor roll i arbetet tvingades ett bekvämlighetsurval mer eller mindre fram. En annan svaghet är att Informanterna som deltagit i studien, ytligt sett tillhör en relativt homogen grupp av lärare, manliga lärare vid teknikprogram, vilket medför att perspektiv på fenomenet faller bort. Homogeniteten kan ses som en följd av urvalskriteriet, att informanterna behövde erfarenhet av programmering och matematik i undervisningen. En styrka i studien som uppkommer då informanternas bakgrund närmare granskas är att informanterna oavsiktligt representerar både teoretiskt och praktisk bakgrund, de har olika lång erfarenhet av yrket och skilda perspektiv rörande lärande vilket bidragit till utfallsrummets täckningsgrad. Slutligen bör kritik lyftas mot att populationen för liten för att, enligt fenomenografisk teori, kunna dra några slutsatser. Enligt Uljens (1989) krävs det minst tio informanter för att bygga ett trovärdigt utfallsrum över populationens upplevelser av ett fenomen. Materialet för denna studie bygger enbart på fyra informanternas utsagor. Detta betyder dock inte att resultatet är irrelevant men det kan ha lett till att vissa aspekter av fenomenet inte framträtt vilket påverkar utfallsrummets täckningsgrad. Tre av informanterna var mycket välutbildade vilket är en följd av de urvalskrav som ställdes, detta ses som en styrka då expertis söks i detta initiala skede av fenomenets kartläggning.

Under genomförandet av studien har följande aspekter spelat in för att stärka eller försvaga trovärdigheten. En stärkande aspekt är att alla informanter har fått möta ämnet och fenomenet genom samma intervjuguide och bakgrundsinformation. Behandlingen och transkriberingen av materialet har följt samma mall och genomförts av samma individ vilket är stärkande för trovärdigheten. Det som saknats under genomförandet är den fenomenografiska granskningen där medforskare hjälper till att behandla data och granska resultatet i syfte att minska inflytandet av den enskilda forskarens partiskhet.

I metoden lyftes frågan om insamlingen av data vid varje intervju varit oberoende av påverkan från tidigare datainsamling. Då arbetet till stor del drivits framåt byggt på en löpande analys av det insamlade materialet, kan alla samtal med informanter utöver det första betraktas som påverkade av tidigare samtal. Genom att försöka förhålla sig strikt till intervjuguiden har inverkan till viss del undvikits men då studien bygger på semistrukturerade intervjuer har samtalen vid tillfällena frångått guiden och påverkats. Vid några tillfällen under intervjuerna har

även ledande frågor oavsiktligt förekommit, detta har dock noterats vid analysen och är inte en del av det resultat som presenteras.

6.2 Resultatdiskussion

Resultatdiskussion är indelad tre olika delar. Den första delen kopplar resultatet till frågeställning och syfte. Den andra delen diskuterar relationen mellan metod och resultat. I den tredje delen tas resultatets kopplingar till tidigare forskning upp, samt hur kopplingarna mellan de olika delarna av utfallsrummet är relaterade. Sista delen lyfter vilka potentiella didaktiska konsekvenser resultatet har på klassrumspraktiken.

6.2.1 Relation till frågeställning och syfte

Studien har varit av undersökande karaktär, där resultatet ämnat kartlägga och precisera ett eventuellt problem snarare än att lösa det. Resultatet har tydligt byggts upp utifrån frågeställningen vilket framkommer genom att alla kategorier i utfallsrummet kan kopplas till frågeställningens fokus på lärares erfarenheter av det centrala fenomenet. Kartläggningen av utfallsrummet kring fenomenet, *konflikt mellan begreppsdefinitioner inom matematiken och programmeringen med fokus på funktionsbegreppet*, svarar väl mot syftet att undersöka hur lärare resonerar kring programmeringen och matematikens skilda begreppsdefinitioner. Genom kategorierna presenterade i resultatet, kopplas informanternas erfarenhet av både den generella begreppskonflikten mellan programmering och matematik, samt begreppskonflikten centrerad till funktionsbegreppet.

Resultatet består till viss del av resonemang och erfarenheter från informanterna som svarar väl mot studiens syfte men saknar stark koppling till frågeställningen. Detta syns genom informanternas exemplifierade att definitioner av begrepp kunde påverka elever utanför funktionsbegreppets kontext. Istället för funktionsbegreppet användes andra matematiska begrepp för att exemplifiera upplevelser från informanternas egna praktik. Kopplingen till syftets formulering av problemet med konflikterande definitioner för samma begrepp anses dock stark även i kontexter som frångår funktionsbegreppet. Den starka kopplingen till ett utvidgat syfte, utanför funktionsbegreppets kontext, ledde till avvägningen att inkludera även dessa erfarenheter i resultatet. Studiens övergripande mål var som sagt att undersöka och kartlägga ett fenomen för att styrka dess existens inför möjliga framtida studier. Resultatet har genom att besvara frågeställningen styrkt behovet av vidare undersökning av fenomenet. Samtidigt har resultatet frångått frågeställningens initiala ramverk för att öppna upp för fler, om möjligt mer relevant, begrepp som i frågeställningen ej preciseras, men som uppmärksammas under studiens gång, exempel på begrepp som framkommit under studiens gång och kompletterat resultatet utöver funktionsbegreppet är Modulo, Likhetstecknet och Variabelbegreppet.

6.2.2 Koppling mellan resultat, metod och material.

Resultatet bygger på det ramverk som satts upp genom metoden. Metoden, teorin och frågeställningen har avgränsat vad som går att läsa ut från studiens källdata. Många av de intressanta diskussionerna och perspektiven som dök upp trots intervjuguidens avgränsningar, rymdes inte inom ramverkets gränser och har därför inte kunnat vägas in i resultatet. Metoden är antagen för att lämna stor frihet i att utforska sambanden mellan de olika teman som vuxit fram, vilket har varit en faktor i att resultatet, genom metodens utformning, lyckats kartlägga erfaren den och dess kopplingar.

Resultatets trovärdighet påverkas negativt av de riktlinjer som finns utskrivna inom fenomenografins teoretiska upplägg. Enligt fenomenografisk tradition krävs fler informanter än de fyra som deltagit i denna studie (Uljens, 1989). Mängden informanter behöver ökas för att styrka att, det i resultatet presenterade, utfallsrummet är täckande för populationens erfaren den. Trots svagheter med antalet informanter betraktar jag resultatet som trovärdigt men ej komplett. Med fler informanter hade troligtvis de olika teman av erfaren den rörande fenomenet varit fler till antalet, men de teman som belagts i resultatet skulle fortsatt, beroende på tolkning, i någon form finnas kvar. Resultatet är kopplat till studiens källdata, vilket styrks av citaten. Svagheter är att ingen omfattande extern granskning av källmaterialet förekommit, detta resulterar i att resultatet enbart presenterar en individs perspektiv på källmaterialets koppling.

6.2.3 Studiens relation till annan forskning

Resultatet bygger på vissa antaganden och perspektiv grundade i teorier kring begreppsförståelse samt tröskelbegrepp (Timmermans & Meyer, 2019). I resultatet ifrågasätts de teoretiska antaganden som lagt grunden för forskningsfrågorna och syftet med studien. Den tidigare forskningen som legat till grund för denna studie är till stor del, enligt vad som framkommer i resultatet, grundad på synen av matematik som ett teoretiskt ämne. De rigorösa definitionerna med ett starkt sanningsanspråk tolkas av mig, som kopplade till en teoretisk matematisk praktik, en praktik som i resultatet framställs som främmande för informanternas behandlade gymnasiekurser vid teknikprogrammen (se 5.5). En orsak till distansen mellan den tidigare forskningen och informanternas upplevda verklighet kan vara perspektivet som valdes för att belysa ämnet i bakgrunden till denna studie. I studiens tidiga skede uppdagades det, under personlig kommunikation med Kerstin Pettersson docent i matematikämnets didaktik, att funktionsbegreppet och bilden av det som ett tröskelbegrepp, framförallt är skapad och beforskas vid högre utbildning (Pettersson, Personlig kommunikation, 1 April, 2020). Detta kunde hypotetiskt leda till att ämnet inte skulle vara relevant för gymnasieskolan. Farhågan har i resultatet delvis framträtt. Funktionsbegreppets definition framställs i resultatet som mycket svår, det syns bland annat i informanternas skilda upplevelser kring vad funktionsbegreppet är och innebär. Ingen av informanterna använde sig i sin undervisning av definitioner som liknade den rigorösa definitionen som presenterades i bakgrunden av Mitchell (2003). Istället använder informanterna definitionen i liknade form som den som presenteras av Matecentrum (u.å.), definitionen benämns inte alltid som en definition dock, utan snarare som ett synsätt eller en visualisering av begreppet funktion (se 5.2.1). Eleverna kan sedan genom den förenklade definitionen bilda en begrepps bild som, även om det är omedvetet av lärarna, för elevernas begrepps bild ett steg närmare den rigorösa begreppsdefinitionen.

Som det förklaras i bakgrunden är det inte första gången frågor ställs kring hur begrepp inom programmeringen är kopplade till matematiken och vad den kopplingen får för konsekvenser för lärandet. Redan på 1970-talet diskuterade Scott (1971) den potentiella komplexiteten som ämnens begreppsdefinitioner kunde medföra. I denna studie har problematiken delvis försökts belysas. Resultatet visar att det varken går att styrka eller förkasta tidigare tankar kring programmeringen som stärkande eller försvagande för kunskap inom matematik (se 5.3). Resultatet har i stor grad enbart konstaterat att det finns ett hypotetiskt problem, men utan forskning eller belysning är det inte ett problem som till stor del varken påverkar eller syns inom gymnasieskolans praktik idag. Samtidigt finns det vissa indikatorer i resultatet som pekar på att problemet kan bli mer aktuellt med tiden då allt fler elever efter införandet av programmering i grundskolan kommer besitta allt större begreppsförmåga kopplad till programmering när gymnasiestudier inleds (se 5.4.2).

Inom matematiken är det tydligt utskrivet och det råder konsensus kring vad funktionsbegreppet innebär. Definitionen för en matematisk funktion som presenterades i bakgrunden (se 2.4) innehåller dels att det ska finnas ett korresponderande utvärde för varje invärde och att entydighet ska råda. I exemplet som tas upp i bakgrunden skiljer sig funktionsbegreppet inom programmering från det matematiska funktionsbegreppet i avseendet att det går att skapa funktioner som inte har ett korresponderande utvärde för varje invärde. Definitionsmängden kan ses som odefinierad inom vissa delar av programmeringen. Denna förklaring av skillnader mellan matematikens funktionsbegrepp och programmeringens funktionsbegrepp är möjligtvis inte den ända skillnaden mellan begreppen, dock är det den skillnad som kunde beläggas från tidigare forskning. Osäkerheten kring hur funktionsbegreppet definieras inom programmeringen tar sig även uttryck i resultatet. Informanterna har delade uppfattningar kring vad en funktion är inom programmering och hur den förhåller sig till matematiken (se 5.2) vilket stärker bilden av att funktionsbegreppet inom programmering inte bär på en entydig tolkning eller definition.

Vad jag tar med mig från resultatets förhållande till tidigare forskning är att det inom vetenskap liksom inom skolan finns teorier som tydligt går att belägga i teorin men som i praktiken visar sig mer komplexa och fulla av obeforskade perspektiv. Det är spännande att erfara hur ett upplevt fenomen, ur mitt perspektiv, kan erfaras på ett helt annat sätt av andra och hur de nya perspektiv som informanterna presenterat stegvis förändrar mina egna. Studien har på ett metakognitivt plan öppnat upp min egen begreppsförmåga. Samtidigt som informanternas syn på begreppsförmågan kartlagts kring det centrala begreppet funktion, har även min egen begreppsbild av funktionsbegreppet förändrats och breddats. Allt eftersom byggandet av min egen förståelse för teorier kring hur begrepp byggs upp har konkretiserats, har jag upplevt en begreppsuppbyggnad inom mig själv, vilket är en mycket häftig upplevelse. Jag har internt fått se, förstå och utveckla precis det som jag försöker studera. Det har gett mig perspektiv kring hur ett vetenskapligt förhållningsätt i praktiken kan stärka både lärares egen kunskap och undervisningen för eleverna.

6.2.4 Didaktiska konsekvenser

Hur kan då resultatet kopplas till didaktikens vad? när? hur? och varför?. Fenomenet, *konflikt mellan begreppsdefinitioner inom matematiken och programmeringen med fokus på funktionsbegreppet*, återspeglar didaktikens grundfrågor genom resultatet på följande sätt.

Vad? I bakgrunden presenteras funktionsbegreppen som centralt tröskelbegrepp för begreppsförmågan i både matematik och programmering (Pettersson & Brandell, 2017), (Kallila & Sentance, 2017). I enlighet med Timmermans och Meyer (2019) värderande av begreppsdefinitioner som centrala för att lära sig tröskelbegrepp kan ett didaktiskt ”vad” kopplat till fenomenet utgöras av ”kopplingar mellan de olika definitionerna”. Vad resultatet konstaterar är att detta troligtvis inte kommer utgöra ett ”vad” för den didaktiska praktiken. De matematiska definitionernas ställning inom informanternas upplevda verklighet, utgjorde inte en så pass stor del att jämförelse mellan definitioner skulle utgöra ett realistiskt ”vad” för informanternas didaktiska praktik (se 5.2). Samtidigt uppgavs att ett ”vad” skulle kunna skapas om förutsättningarna inom vilka undervisningen bedrivs, anpassas än mer mot en integration mellan programmering och matematik (se 5.3.1).

När? Resultatet visar på att fenomenet inte upplevs som aktuellt i de tidiga kurserna på gymnasiet, dock framkom det att konfliktens möjlighet att aktualiseras stärks ju högre upp i utbildningsväsendet den uppmärksammas (se 5.4). Synen på definitioner från resultatet, som något som teoretiskt inte behandlas under stora delar av gymnasiet, kan ställas mot Pettersson och Brandell (2017) & Skolverket (u.å) framställning av vikten i att tydliga definitioner av bland annat funktionsbegreppet ska vara en central del av matematikundervisningen. I resultatet framkom det dock att definitioner av begrepp förekom i alla informanternas matematikundervisning men enbart på ett mer intuitivt plan (se 5.2). Skillnaden i när begreppskonflikt mellan programmering och matematik verkligen har möjlighet att introduceras och vara en del av undervisningen är starkt kopplat till varje lärares syn på matematiken som ett ämne riktad mot teoretisk eller tillämpad kunskap (se 5.5).

Hur? Fenomenet aktualiseras enligt resultatet när lärare själva anlägger en mer teoretisk syn på matematikundervisningen (se 5.5). Då fenomenet i denna studie är iakttaget ur en teoretisk syn på matematiken måste även undervisningen bedrivas på samma teoretiska grund för att fenomenet ska bli en del av undervisningen. Ett sätt att komma närmare den teoretiska matematiken och aktivt jobba med begrepp och definitioner är att bygga sin undervisning kring tröskelbegreppsteorin (Timmerman & Meyer, 2019). Bland informanterna var det dock mycket få som ens hört begreppet ”tröskelbegrepp” tidigare. Kopplingen mellan hur undervisningen om tröskelbegreppen skulle kunna ge positiva synergieffekter på begreppsförmågan i matematiken är inget som resultatet i denna studie närmare visar. Ett annat sätt för att besvara ”hur” fenomenet kan bli en del av undervisningen är att lyfta resultatets del 5.4. Genom att identifiera hur funktionsbegreppet kronologiskt behandlas mellan ämnena matematik och programmering skapas öppningar kring hur fenomenet yttrar sig.

Varför? Existensen av fenomenet beror enligt resultatet på hur skolan väljer att utveckla skolmatematiken. Om fler och tydligare direktiv ges för hur programmering bör användas i skolmatematiken kan även fenomenet i större utsträckning aktualiseras (se 5.3.1). Möjligen kan en framtida revidering av läroplanen tydliggöra programmeringens roll i matematiken. Från resultatet blir ”varför” synligt i informanternas framställning av eventuella positiva synergieffekter (5.3.1). Programmeringen och den tvärvetenskap som den för in i matematiken genom att göra matematiken tillämpningsbar, talar för sig själv kring varför programmeringen i stort ska ta en plats i undervisningen. Då fenomenet är nära kopplat till programmeringens allmänna inflytande på skolmatematiken aktualiseras fenomenets ”varför” genom programmeringens ”varför”.

Kortfattat kan det studerade fenomenet i den form som det framställts i denna studie anses ha få didaktiska konsekvenser. Fenomenet anses delvis som frånvarande från den upplevda skolpraktiken men utgör fortfarande ett potentiellt didaktiskt problem då skolan befinner sig i en förändringsprocess. Fenomenet är nära sammankopplat med programmeringens plats i matematiken, vilken fortfarande kan ses som odefinierad. Skolverket (u.å.) förmedlar programmeringen som ett verktyg för matematiken men presenterar även, i likhet med informanterna till denna studie, egenvärdet av programmering utanför den matematiska kontexten.

Personligen tar jag från detta arbete, med mig, in i min egna undervisningspraktik en del lärdomar och iakttagelser som jag anser vara berikande för hela matematiklärarprofessionen. Det första jag tar med mig är vikten av att internt ta ställning kring hur programmeringen ska vara en del av undervisningen. Genom att bestämma vad, när, hur och varför rörande programmeringens ställning i gymnasie matematiken förtydligas potentialen av programmeringen. Exempelvis kan det genom ett tydligt och grundat val av programmeringsspråk öppnas upp perspektiv rörande ämnets effekter på varandra och tydligheten av hur det går att främja lärandet, genom den valda praktiken, förtydligas. Det andra jag tar med är att synen som lärare har på matematiken i stort påverkar relevansen för olika didaktiska grundade teorier och metodiker. Genom den individuella lärarens syn på matematik har olika teorier olika lätt att användas och bli en del av lärares klassrumspraktik. Att uppmärksamma grunden för den individuella lärarens syn på matematiken kan därigenom bidra till att förstå vetenskapens koppling till det egna klassrummet och även den diskrepans som jag ibland kan känna finns mellan klassrumspraktiken och vetenskapen. Det tredje jag tar med mig är att komplexiteten som funktionsbegreppet utgör inte får presenteras så att det blir ett avskräckande begrepp. För funktionsbegreppet i matematiken är svårt och gymnasie matematikens mål varken är eller bör vara att få eleverna att definitionsmässigt bemästra begrepp. Istället kan begreppen nivåanpassas så att läraren kan bedöma elevens begreppsförmåga mot den aktuella nivån och inte mot ett fullständigt bemästrande av begreppens innebörd och definition. För att göra detta krävs det ett stort kunnande från lärarens sida beträffande begrepp och dess definitioner. Denna kunskap krävs för att inte den begrepps bild som byggs upp hos eleverna kraftigt avviker från de definitioner som de senare kommer stöta på, om den matematiska utbildningen fortsätter vid universitet eller högskola.

6.3 Vidare forskning

Detta arbete kan se som en inledning, en första formulering eller en påbörjad granskning av de bakomliggande problem som programmeringen, enligt Lärarnas riksförbund (2020), fört med sig till matematikundervisningen. Programmeringen har, enligt författaren, en tydlig framtid inom den svenska skolan och det är därför viktigt att identifiera på vilka plan ämnenas olika delar kommer i konflikt med varandra. Under studien har det flera gånger lyfts att tröskelbegreppet funktion inte är det begrepp som tydligast skapar en konflikt under gymnasiekurserna (se 5.2.1, 5.2.2, 5.4.2). Funktionsbegreppet ses istället som ett begrepp där den möjliga begreppskonflikten uppstår vid ett senare stadie i matematikutbildningen. Framtida forskning inom området borde enligt mina slutsatser från denna studie istället inriktas mot semantiska skillnader där begrepp i form av bland annat semantiska symboler granskas.

För att komplettera denna studie på ett bra sätt skulle jag gärna se forskning bedrivs där de positiva och negativa synergieffekterna på begreppsformågan i elevgrupper studeras utifrån perspektivet att vi har två ämnen med skilda begreppsdefinitioner. Ett intressant begrepp med tydlig koppling till skolan som skulle kunna ligga till grund för vidare studier kring definitionskonflikter är som Erik uttrycker det:

Det är annorlunda, i programmering är ju, lika med lika med, lika med, lika med.

(Erik)

6.4 Slutsats

Utfallsrummet kopplat till erfandet av fenomenet visar att upplevelsorna och åsikterna, även från den lilla population som studerats, inte är samstämmiga. Informanternas utsagor kring fenomenets effekter på lärandet eller själva existens går isär. Det intressanta är just bredden av hur fenomenet erfars och hur åsikterna divergerar. De skilda utsagorna stärker Lärarnas riksförbunds (2020) presenterade data. Denna studie visar att även lärare med erfarenhet av programmering och matematik finner det svårt att samstämmigt förklara hur ämnenas relation till varandra bör hanteras för att hjälpa eleverna att utveckla sin begreppsformåga men även på ett generellt plan utveckla kunskaper kring matematik. Vad beträffar begreppen, har studien haft som ingång att begreppet funktion är två olika begrepp för de olika ämnena. Denna tes har omprövats många gånger och slutsatsen blir att själva tolkningen av begreppet funktion liksom fenomenet är situationsbetingat. Om läraren väljer att skilja på begreppen eller inte, kan i förlängningen resultera i olika syn på programmeringens och matematikens koppling till varandra. Det enda som resultatet i denna studie visar på är att båda tolkningarna förekommer vid dagens gymnasieutbildningar.

Vad som slutligen kan sägas med säkerhet är att begreppen som behandlats i denna studie och som förekommer i gränslandet mellan programmering och matematik på något sätt, enligt expertisen och tidigare forskning, kommer att påverka eleverna. Men för att förstå hur och varför, krävs det ytterligare fördjupning i hur tvärvetenskap, tröskelbegrepp och definitionskonflikt påverkar elevers begreppsformåga och förståelse för ämnet matematik.

Litteratur

Dalen, M. (2015). *Intervju som metod*. Malmö: Gleerups.

Frame, S., & Coffey, J. W. (2014). A comparison of functional and imperative programming techniques for mathematical software development. *Journal of Systemics, Cybernetics and Informatics*, 12(2), 49-53.

Kallia, M., & Sentance, S. (2017). Computing Teachers' Perspectives on Threshold Concepts: Functions and Procedural Abstraction. *Proceedings of the 12th Workshop in Primary and Secondary Computing Education: WIPSCCE '17*, 15-24. DOI: <https://doi.org/10.1145/3137065.3137085>

Land, R., & Meyer, J. (2010). Threshold concepts and troublesome knowledge (5): Dynamics of assessment. In J. H. F. Meyer, R. Land, & C. Baillie (Eds.), *Threshold concepts and transformational learning*, 61-79. Rotterdam: Sense.

Lärarnas riksförbund, (2020). *Programmering - en skolreform utan program. En lägesbeskrivning efter två år med obligatorisk undervisning i programmering*. Stockholm: Lärarnas riksförbund.

Marton, F., & Booth, S. (2000). *Om lärande*. Lund: Studentlitteratur.

Mattecentrum. (u.å.) *Matteboken.se - Matte 1- Funktionsbegreppet*. Hämtad 2020-05-07, Från: <https://www.matteboken.se/lektioner/matte-1/funktioner/funktionsbegreppet>

Meyer, J., & Land, R. (2003). *Threshold concepts and troublesome knowledge: Linkages to ways of thinking and practising within the disciplines*, 412-424. Edinburgh: University of Edinburgh.

Mitchell, J. C., (2003). *Concepts in programming languages*. New York: Cambridge University Press.

Pettersson, K., & Brandell, G. (2017) *Att utveckla elevers begreppsförmåga*. Stockholm: Skolverket.

Scott, D. (1971, November). Mathematical concepts in programming language semantics. In *Proceedings of the May 16-18, 1972, spring joint computer conference*, 225-234

Skolverket. (2011, reviderad 2018). *Ämne - Matematik för gymnasieskolan*. Hämtad 2020-05-06 från: <https://www.skolverket.se/undervisning/gymnasieskolan/laroplan-program-och-amnen-i-gymnasieskolan/gymnasieprogrammen/amne?url=1530314731%2Fsyllabuscw%2Fjsp%2Fsubject.htm%3FsubjectCode%3DMAT%26tos%3Dgy&sv.url=12.5dfce44715d35a5cdfa92a3>

Skolverket. (u.å). *Kommentarmaterial till ämnesplanen i matematik i gymnasieskolan*. Hämtad: 2020-05-06 från: https://www.skolverket.se/download/18.6011fe501629fd150a2893a/1530187438471/Kommentarmaterial_gymnasieskolan_matematik.pdf

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational studies in mathematics*, 12(2), 151-169. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00305619>

Timmermans, J., & Meyer, J. (2019) A framework for working with university teachers to create and embed 'Integrated Threshold Concept Knowledge' (ITCK) in their practice, *International Journal for Academic Development*, 24:4, 354-368.

Uljens, M. (1989) *Fenomenografi: Forskning om uppfattningar*. Lund: Studentlitteratur.

Ursini-Legovich, S. (1994). *Pupil's approaches to different characterizations of variable in logic*. (Doctoral dissertation, Institute of Education, University of London). Hämtad från: <https://discovery.ucl.ac.uk/id/eprint/10021519/>

Vetenskapsrådet (2017). *God forskningsed, Vetenskapsrådets rapportserie 1:2011*. Stockholm: Vetenskapsrådet

Bilagor

Bilaga 1

Inbjudan till intervju

Hej, Jag heter Simon Sandell och studerar till ämneslärare vid Göteborgs universitet.

Som avslutande moment på mina studier till matematiklärare söker jag yrkesverksamma lärare som kan ställa upp på en intervju.

Examensarbetet handlar framförallt om begreppsförmågan och om hur programmeringens inkludering i vissa kurser på gymnasiet kan påverka begreppsuppfattningen hos elever. Studien riktar sig därför till ämneslärare på gymnasienivå med erfarenhet och kompetens inom både matematiken och programmering.

Passar du in i beskrivningen och är intresserad att medverka, tveka inte att svara.

Tillvägagångssätt: Videosamtal

Tidsåtgång ca:45 min

Önskas ytterligare information kan du nå mig på:

Telefon: 070-6820530

mail: gussansib@student.gu.se

Tack på förhand.

Med vänlig hälsning Simon Sandell

Bilaga 2

Missivbrev

Imorgon kommer du medverka i en intervju om begrepp inom matematik och programmering. Syftet med studien är att undersöka lärares resonemang kring hur de olika ämnens gemensamma begreppsförråd med skilda begreppsdefinitioner kan påverka elevernas förståelse av matematik. Populationen som är av intresse för undersökningen består av yrkesverksamma lärare med dokumenterad lärarkompetens inom både programmering och matematik. Det är därför som du blivit tillfrågad att medverka.

Tid som är avsatt för intervjun är 45 min. Intervjun kommer att spelas in för att sedan analyseras tillsammans med svar från andra informanter. Dina svar kommer, efter analysen, att anonymiseras och vid framställning presenteras med fingerat namn.

Gå in i mitt mötesrum: (Länk till mötesrum) följ länken så kommer jag att starta mötet på utsatt tid: (Tid och datum för mötet)

Har du några frågor inför morgondagen är jag tillgänglig på

Telefon: 070-6820530

mail: gussansib@student.gu.se

Tack på förhand.

Med vänlig hälsning Simon Sandell

Bilaga 3

Intervjuguide

Utformad 6/4-20

Forskningsfråga:

Syftet med denna studie är att undersöka hur gymnasielärare som undervisar i matematik med programmering som ett aktivt verktyg, resonerar kring och upplever hur fenomenet att de olika ämnenas gemensamma begreppsförråd med skilda begreppsdefinitioner kan påverka elevernas förståelse av matematik. Undersökningens huvudfokus är att kartlägga om lärarna upplever att integreringen av programmering i gymnasiets matematikkurser, i deras upplevda praktik, bidrar till positiva eller negativa synergieffekter på begreppsförståelsen för ämnet matematik. För att nå syftet används följande frågeställningar:

- *Uppfattar matematiklärare på gymnasienivå med programmeringskompetens att konflikt mellan begreppsdefinitioner inom de båda ämnena finns?*
- *Om det finns en konflikt mellan begreppsdefinitioner, hur uppfattar matematiklärare på gymnasienivå med programmeringskompetens att de olika definitionerna kring det gemensamma tröskelbegreppet, funktion, påverkar elevers begreppsförståelse i matematiken?*

Information att ge till informant innan intervju:

(Innehåll: information om intervjun, tidsåtgång, etiska principer)

Den här intervjun genomförs för att ta fram ett empiriskt underlag för ett examensarbete vid ämneslärarprogrammet med inriktning mot matematik. Syftet med denna studie är att undersöka hur gymnasielärare som undervisar i matematik med programmering som ett aktivt verktyg, resonerar kring och upplever hur de olika ämnenas gemensamma begreppsförråd med skilda begreppsdefinitioner kan påverka elevernas förståelse av matematik. Undersökningens huvudfokus är att kartlägga om lärarna upplever att integreringen av programmering i gymnasiets matematikkurser, i deras upplevda praktik, bidrar till positiva eller negativa synergieffekter på begreppsförståelsen för ämnet matematik.

Tid avsatt för intervjun är 45 min. Intervjun kommer att spelas in för att sedan analyseras tillsammans med svar från andra informanter. Dina svar kommer, efter analysen, att anonymiseras och vid framställning presenteras med hjälp av fingerat namn. Känns intervjuens upplägg bra för dig?

Introduktionsfrågor

Vad heter du?

Hur gammal är du?

Vilken utbildningsbakgrund har du?

Vad fick dig intresserad av matematik och programmering?

Vilka kurser undervisar du? med koppling till matematik och programmering.

Hur länge har du undervisat på gymnasiet?

Tema 1 (Hur behandlar du begreppsförmågan i din matematikundervisning, med fokus på funktionsbegreppet)

- Ställ dig inför situationen att du ska påbörja arbetet med funktioner i (någon matematikkurs hen undervisar i) hur brukar du gå tillväga för att hjälpa eleverna i arbetet med begreppsförmågan?
- Vilken ände börjar du i?
- Utifrån definition eller ska dom upptäcka begreppet själva?
- Vilka delar av definitionen lägger du störst vikt vid?
- Vad gör du?
- Hur gör du det?
- Varför gör du det?
- Hur brukar du definiera nya begrepp för klassen?
 - Upptäckande?
 - Utifrån definitioner?
 - Är du noga med att definiera nya begrepp för eleverna eller fokuserar du på att bära med dig definitionerna själv?

Tema 2 (Hur behandlar du det programmerings baserade funktionsbegreppet)

- Ställ dig inför situationen att du ska påbörja arbetet med funktioner i (någon programmeringsmoment hen undervisar i) hur brukar du väga in för att hjälpa eleverna i arbetet med begreppsförmågan?
- Tar du upp skillnaden mellan de olika begreppen för de olika ämnena i undervisningen?
- Hur hanterar du dom skillnaderna i undervisningen?
-

Ser du någon skillnad i hur du behandlar några av de begreppen som är gemensamma för de båda ämnena olika.

Tema 3 (Hur uppfattar du att arbetet med begrepp och semantiska skillnader inom programmeringen påverkar förståelsen för motsvarande begrepp inom matematiken?)

- Anser du att funktionsbegreppet, skiljer sig mellan programmering och matematik matematiken?(hur på vilket sätt?) (om inte funktionsbegreppet skiljer sig finns det andra begrepp eller semantiska skillnader som du sett?)
- upplever du att skillnaderna gör det förvirrande för eleverna?
- Hur hanterar du detta i undervisningen?
- Tar du upp, i undervisningen att samma begrepp har olika definitioner?
- Vilka effekter kan dessa eventuella skillnader få på elevernas lärande?
- (Fiska efter exempel), (Var provokativ) (skulle det kunna finnas fördelar för några grupper?)

Tema 4 (Tankar kring fenomenet med konflikt mellan begreppsdefinitioner)

- År 2003 lanserades en teori som kallas för Tröskelbegreppsteorin, Är detta något du känner igen?
- Meyer och Land heter forskarna som lanserade denna teori, men har översatts till följande definition:

Dessa begrepp kan fungera som en portal till ett i början problematiskt sätt att tänka om någonting. Tröskelbegrepp är ofta svåra att lära men när man väl kommit över tröskeln öppnar sig helt nya möjligheter. Det handlar inte bara om en ny förståelse för själva begreppet, förståelse för tröskelbegrepp öppnar upp för vidare lärande och förståelse av hela området. Förståelsen ger nya möjligheter och en ny syn på hela det område där begreppet finns.

- Anser du att funktionsbegreppet både inom matematiken och programmeringen stämmer in på beskrivningen?
- Anser du att det finns en konflikt mellan begreppsdefinitionerna?
- En annan teori som finns handlar om hur man bygger upp begreppsförståelsen kontinuerligt genom att jobba mot ett begrepps satta definition. Om vi tar ett begrepp som ”funktion” så har detta genom i många olika studier definierats som ett tröskelbegrepp både inom matematiken och inom datavetenskapen.
 - Vad är syftet att lära sig programmering?
 - Är det att lära sig ett verktyg för att förstå matematiken?
 - Har programmering en egen bäringskraft?

Avslutning

- Finns det några tankar som väckts hos dig under intervjun eller är det något du skulle vilja tillägga?
- Vill ändra på något du sa tidigt i intervjun, nu när du att bearbetat ämnet lite?

Då skulle jag vilja tacka dig för din medverkan, är du intresserad av att ta del av arbetet skickar jag det gärna efter färdigställande.