”Som en lärare… fast i boken”

En kvalitativ studie om introduktionsrutor i grundläggande matematikböcker för årskurs 7-9

Namn Maria Nordin Skoglund & Terese Fahlgren Wallskog
Program Speciallärarprogrammet

Uppsats/Examensarbete: 15 hp
Kurs: SLP610
Nivå: Avancerad nivå
Termin/år: VT/2019
Handledare: Susy Forsmark
Examinator: Yvonne Karlsson

Nyckelord: Introduktionsrutor; Missuppfattningar; Bråkräkning; Matematik; Läroböcker; Kvalitativ textanalys; Fokusgrupper

Abstract

Studiens syfte var att undersöka hur grundläggande läroböcker i matematik för högstadiet kan undvika att eleven får missuppfattningar eller till och med kan korrigera sina eventuella tidigare missuppfattningar inom bråkräkning. Syftet var också att få en uppfattning om hur eleverna använder introduktionsrutorna och vad eleverna lär sig av innehållet.
Studien har sin grund i det sociokulturella perspektivet och mer specifikt i aktivitetsteorin. En didaktisk tetraeder med ett matematiskt läromedel som artefakt i centrum har varit utgångspunkten. Studien baseras också på didaktiska teorier om hur missuppfattningar förebyggs inom bråkräkning.
Data har samlats in genom en kvalitativ textanalys där grundläggande matematikböcker har undersökts. Fyra böcker på grundläggande nivå för årskurs 7-9 valdes ut för analys. Fem vanligt förekommande missuppfattningar enligt forskningen valdes ut och blev basen i analysverktyget.

I studien har också ingått tre fokusgruppssamtal med totalt nio elever som kan sägas befinna sig i matematiksvårigheter. Gemensamt för de här eleverna är att de arbetar i en grundläggande matematikbok medan den övriga klassen har en annan matematikbok.
Resultatet visade att läromedlen inte alltid, tagit hänsyn till eller haft kunskap om den forskning som handlar om hur missuppfattningar kan undvikas inom bråkräkning, när de konstruerat introduktionsrutorna. Vidare visade resultatet på att eleverna läser introduktionsrutorna i olika stor utsträckning och att de läser dem först och främst för att lära sig en metod för att på så sätt kunna lösa de efterföljande talen. Ett annat resultat från fokusgrupperna var att eleverna har svårt att förstå innehållet i introduktionsrutorna, framför allt tycker de att texten är svår att förstå.

Förord

Efter snart tre års intressanta och berikande halvtidsstudier vid sidan om våra ordinarie arbeten är vi snart i mål. Det har varit tre intensiva men mycket lärorika år. Vi minns med skräckblandad förtjusning kursintroduktionen för tre år sedan, då vi undrade vad vi gett oss in på. Men under dessa tre år har vi fått med oss så mycket kunskap, både från föreläsningar och seminarier. Vi minns med glädje våra givande och ofta livliga diskussioner om allt så som inkludering, en skola för alla, matematiksvårigheter och mycket annat.

Vi startade redan hösten 2018 med att diskutera vilket ämnesval till examensarbetet vi skulle göra flera kasserades och nya tillkom. Vi var energiska, taggade och målmedvetna, och tanken var att vi skulle vara väl förberedda och ligga långt framme när vi skulle starta vår examenstermin.

På resans gång har arbetet kantats av en del svårigheter, av personlig karaktär. Arbetet har också kantats av andra svårigheter. Vårt tilltänkta ämne visade sig inte vara ett bra val att bygga vidare på. Vi bytte också handledare. Istället för att ligga i framkant har detta även inneburit en kamp mot tiden. Denna erfarenhet har trots allt bara stärkt oss och vi har fått en bättre insikt i hur våra elever kan känna det och ha det i skolan.

När vi valde ämne var vi båda överens om att vi ville skriva om något praktiknära som vi skulle kunna ta med oss in i vårt arbete som speciallärare. Vi trodde att det skulle bli ett intressant ämne att studera, men att det skulle ge oss så mycket som det gjort på vägen kunde vi inte föreställa oss. Vi har fått stor insikt i att det är av vikt att noga granska vilka läromedel vi ger våra elever samt att vi vet hur läromedlen kan kompletteras. Samtalen med eleverna i fokusgrupperna där eleverna vågade öppna sig och förklara hur de tänker kring introduktionsrutorna gav mycket mer än bara svar på våra forskningsfrågor. Vi tänker med glädje och tacksamhet på dessa elevsamtal.

Det har blivit ett givande samarbete mellan oss genom hela uppsatsen men vi har haft olika huvudansvar. Terese har fokuserat på det teoretiska i bakgrunden, bråkmodeller, didaktisk teori och har också organiserat den kvalitativa textanalysen. Maria har koncentrerat sig på teoretiska utgångspunkter, Litteraturgenomgången förutom bråkmodeller och har dessutom hållit ihop fokusgruppssamtalen. Vi har arbetat tätt tillsammans så metod, resultat och diskussion är ett verk av gemensamma resonemang och ansträngningar.

Med denna kunskap vi fått under tre år studier till speciallärare går vi nu in med andra ögon i vår roll som speciallärare!

Vi vill först och främst tacka vår handledare Susy Forsmark som handlett oss på ett professionellt sätt. Hennes erfarenhet och gedigna intresse har varit värdefull för oss i vårt arbete, speciellt när vi svävat iväg.

Tack även till Eva Brunö och Jennifer Malmgren som utifrån andra ögon gett oss respons och korrekturläst vårt arbete, vilket fått oss att bli ännu tydligare. Vi vill också tacka Natasja Pettersson som testade vårt analysverktyg och som gav oss betydelsefull information som vi använde oss av vid utformandet av analysverktyget. Ett stort tack även till alla andra som funnits i vår närhet och som stöttat och uppmuntrat oss i med och motgång, ni är alla guld värda.

Maria Nordin Skoglund & Terese Fahlgren Wallskog

Innehållsförteckning

1 Inledning

Som matematik- och speciallärare kommer vi dagligen i kontakt med elever i så pass stora matematiksvårigheter att de för närvarande inte har förmågan att följa den ordinarie klassens undervisning. I Medelstastudien visar Engström och Magne (2006) att en elev som går i årskurs nio kan befinna sig på en matematisk nivå motsvarande årskurs fyra. Studien visade också att det i varje klass var i genomsnitt 15 procent av eleverna som tillhörde gruppen elever med ett Särskilt Utbildningsbehov i Matematik (SUM). Ett liknande resultat kom Cockcroft fram till i en undersökning gjord 1982 i Storbritannien, vilken Dowker (2005) refererar till. Den undersökningen visade att det kan skilja på 7 årskurser i aritmetiska kunskaper i en medelmåttlig klass med 11-åringar.

De elever som ligger så långt efter målen för respektive årskurs befinner sig i matematiksvårigheter av någon eller flera anledningar. Som speciallärare är vårt uppdrag enligt Examensförordningen att arbeta för elever i behov av särskilt stöd (SFS 2011:186). En hård pressad skolbudget, men även schematekniska aspekter, omöjliggör ofta att ge de här eleverna särskilt stöd mer än en eller ett par gånger i veckan. Ibland sker stödet i helklass, ibland i liten grupp och ibland på elevens val. Enligt skolverket (2016) anser fler än 50 % av rektorerna i undersökningen att huvudmannen inte ger rektorerna de rätta förutsättningarna för elever i behov av särskilt stöd.

När eleverna i matematiksvårigheter inte kan följa den ordinarie undervisningen får de ofta en annan matematikbok. De här böckerna sammanfattar ofta kunskapsinnehållet för årskurs 7-9 och kallas ofta för en matematikbok på grundläggande nivå, av läromedelsförlagen. Enligt vår och våra kollegors erfarenhet får eleven en sådan grundläggande bok som "råkar finnas i skåpet", och någon närmare analys av bokens matematiska och didaktiska innehåll görs inte på grund av brist på tid och analysverktyg. Lärarnas riksförbund (2012) studie visar på att lärarna inte har tid för att undersöka vilka läromedel som är bra.

Som blivande speciallärare ställs frågan, hur matematiken presenteras i läromedelsbolagens grundläggande böcker. Brändström (2005) har gjort läroboksanalyser men inte tittat på introduktionstexterna som inleder varje kapitel. Johansson (2003) gjorde en läroboksanalys utifrån om läroboken speglar kursplanen och föreslår som vidare forskning att *"One could for instance look into the way textbooks introduce a certain mathematical topic..."*Då det är matematikboken som är det som i huvudsak medierar matematiken för elever som har ett särskilt utbildningsbehov i matematik, bör matematikboken förklara matematiken för eleverna så de undviker kända missuppfattningar. Forskning från Bentley och Bentley (2016), McIntosh (2008) och Chinn (2012), visar att det är av vikt på vilket sätt det matematiska illustreras för att missuppfattningar ska undvikas.

En textanalys kan omfatta en hel läroboksserie eller bara enstaka övningar (Johansson, 2006). I den här uppsatsen vill vi med hjälp av en kvalitativ textanalys undersöka det som vi i den här uppsatsen kallar "introduktionsrutor". Med begreppet avser vi de rutor eller inledningar med förklaringar, vilka kan innehålla metod, begrepp och exempeltal och som inleder de flesta avsnitt i en matematikbok. I vår textanalys vill vi fokusera på hur dessa introduktionsrutor försöker få eleven att undvika kända missuppfattningar inom matematiken. Vi har valt att titta närmare på avsnitten om bråktal, då det utifrån vår erfarenhet är ett område där elever som befinner sig i matematiksvårigheter ofta har med sig missuppfattningar eller lätt skaffar sig nya missuppfattningar. Även Bentley och Bentley (2016) McIntosh (2008) och Chinn (2008) vittnar om att bråk är det område som de flesta elever har svårast för.

Även om en introduktionsruta försöker få eleven att undvika missuppfattningar kring ett specifikt tema, måste introduktionsrutan läsas och ha ett budskap i form av ord, bilder och exempel som eleven kan ta till sig för att eleven ska kunna undvika missuppfattningar. Vi vill därför i den här studien använda oss av metoden fokusgrupper för att fråga elever när de använder introduktionsrutorna och hur de uppfattar innehållet.

Introduktionsrutorna blir särskilt centrala för elever som använder en annan matematikbok än den övriga klassen, eftersom de kanske inte kan följa med i genomgångar och övningar som görs i klassen. Det kan nämnas att läroboksanvändningen i matematik är högre i Sverige än i övriga OECD:länder enligt TIMSS, (2012). Enligt undersökningen så använder 97 % av lärarna i Sverige matematikboken som basmaterial medan medeltalet i OECD:länderna är 71%. För eleverna innebär den höga procentsiffran många timmar på egen hand med matematikboken.

Vi tror att våra två delstudier kan ha stor relevans för specialläraren både när det gäller att rekommendera lärobok och hur undervisningen med hjälp av denna bok kan organiseras. Vi har hittills inte läst om något analysverktyg som utgår från elever i matematiksvårigheter och vi tror därför att vår utgångspunkt att bygga ett verktyg utifrån elevernas missuppfattningar inom matematiken kan vara värd att utvärderas. Lika betydelsefullt som att titta på läromedlet och hur introduktionsrutorna är uppbyggda är naturligtvis att ta reda på hur elever, som befinner sig i matematiksvårigheter, använder informationen i introduktionsrutorna och hur mycket av den som de får med sig. Även om den här studien är begränsad i omfattning tror vi att den här ingången kan ge uppslag till nya idéer om hur elever tillgodogör sig innehållet i matematikböcker.

2 Syfte och forskningsfrågor

Syftet med studien är att öka kunskapen om hur så kallade grundläggande läroböcker i matematik för högstadiet försöker, genom förklaringar och exempel i introduktionsrutorna, undvika att eleven får missuppfattningar eller hur eleverna till och med kan korrigera sina eventuella tidigare missuppfattningar. Det är av vikt för speciallärare att få en uppfattning hur eleverna som arbetar självständigt i matematikboken använder den, och vad de får med sig av innehållet i introduktionsrutorna.

Våra forskningsfrågor är:

- Hur förhåller sig modeller och förklaringar i introduktionsrutor i grundläggande matematikböcker mot det som forskningen visar är centralt för att undvika och korrigera missuppfattningar inom bråkräkning?
- Hur berättar elever som har grundläggande matematikböcker att de använder introduktionsrutor under självständigt arbete?
- Hur berättar elever som har grundläggande matematikböcker om vad de får med sig av innehållet i introduktionsrutorna?

3 Bakgrund

I bakgrunden kommer vi kortfattat ta upp läromedlen i matematiks historia, hur läroboken är styrd av stat och marknad samt några definitioner av centrala begrepp.

3.1 Läromedel i matematik

Den första läroboken i matematik i Sverige var Arithmetica som skrevs av Aegidius Aurelius år 1614 (Wyndhamn, Riesbeck och Schoultz, 2000). Boken var den mest använda läroboken i matematik under nästan 100 år. Fler läroböcker började produceras och ges ut under 1800-talet och en kommitté tillsattes efter att den allmänna folkskolan startade 1842, för att ta fram förslag på hur läromedel kunde utvecklas. Vid mitten av 1900-talet, enligt Grevholm, Nilsson och Bratt (1988) att matematikläromedlet består mer av exempelsamlingar, där varje samling innehöll 100 sidor. Det fanns nästan aldrig någon förklarande text, och om det fanns någon bild var den ytterst liten. Från mitten av 1900-talet och fram till 1980-talet skedde en förändring av läromedlen. Då introducerades lösningar på hur en uppgift kunde lösas. Även bilderna skiftade fokus till att bli stora och informativa utifrån uppgiften (ibid.).

I början av 1800-talet var det brist på utbildade lärare och ekonomiska resurser, därför framstod växelundervisningen som den bästa metoden (Skott, Jess, Hansen & Lundin, 2010). Växelundervisningsmetoden innebar att barnen undervisade varandra. 1860 blev det i lag förbjudet för barn att undervisa andra barn, undervisningen skulle utföras av lärare. J.P. Velander, som verkade i början på 1900-talet, uttryckte att läroböckerna skulle utformas så att eleverna utan hjälp av lärare självständigt och under tystnad kunde räkna. Det här har, enligt Skott m.fl. (2010), påverkat att undervisningen i matematik än idag är så läroboksstyrd. När skolan kommunaliserades på 1990-talet innebar det att skolan fick ett större ansvar för inköp av läroböcker (Lundgren, 2012). Pedagogen fick möjlighet att själv bestämma över vilket läromedel som skulle användas (ibid).

3.2 Läroboken, både statligt styrd och en marknadsprodukt

Kvaliteten på läroböckerna, ansågs på 1930-talet vara en politisk angelägenhet enligt Harrie Johnssons (2009) studie. Granskning av läromedel före 1938 gjordes endast genom stickprovskontroller men efter ett riksdagsbeslut bestämdes att alla läromedel skulle förhandsgranskas av staten. Mellan 1938-1974 granskade staten alla läromedlen för att godkänna eller underkänna. Granskningen genomfördes av staten utvalda personer som bland annat tittade på bokens pris, att språket var anpassat till rätt ålder, att innehållet stämde mot kursmoment och kursplan samt att innehållet var opartiskt och tillförlitligt. Efter 1974 granskades läromedlen i efterhand för att 1991 helt avskaffa granskning av läromedlen (ibid). När läromedelsgranskningen upphörde 1991 fick pedagogen ett större ansvar och när SOU:s utredning (2008) kom, gavs det förslag på att läromedelskunskap skulle finnas med i lärarutbildningen.

Skolinspektionens granskning (2009) visar att hur läroböcker väljs ut varierar stort men ofta väljs böcker med övningar av procedurell karaktär. Lärare litar på att innehållet i läroboken uppfyller kursplanen (ibid). Rezat (2006) betonar att läroboken inte bara är ett hjälpmedel utan också en marknadsprodukt som måste tillfredsställa sina kunder, i huvudsak lärare.

Lärarnas riksförbund (2012) gjorde en undersökning om vad som påverkade lärarnas val vid inköp av läromedel. Resultatet visar att den faktorn som påverkar allra mest är den ekonomiska. I sin studie uppger Harrie Johnsson (2009) att sponsrade läromedel ökar och det ekonomiska kan vara en orsak. En annan faktor enligt Lärarnas riksförbund (2012) som påverkar valet av läromedel är lärarnas kompetens och tid. Lärarna säger sig inte ha tid för att hitta bra läromedel. Det är dock rektorn som har det yttersta ansvaret. I de svenska styrdokumenten för grundskolan (Skolverket, 2018) står det att rektor har ansvar för att eleven "… får tillgång till och förutsättningar att använda läromedel av god kvalitet samt andra lärverktyg för en tidsenlig utbildning...".

Johansson (2006) anser att det svenska systemet är ganska passivt, då det inte har någon statlig kontroll av läroböcker och där läraren inte får någon särskilt detaljerad eller aktiv guidning i läroplanen om hur kursen ska läggas upp. Det finns alltså ingen särskild garanti för att läroböckerna täcker in det som läroplanerna avser.

3.3 Bråkräkningens möjligheter och svårigheter

När det gäller undervisning av bråkräkning anser McIntosh (2008) att undervisningen inte gett eleverna tillräckligt med tid för att hinna förstå innehållet. McIntosh betonar vidare att en orsak till att många elever har svårt med bråkräkning kan vara det att vi inte längre i vårt vardagsliv använder bråk i så stor utsträckning. Svårigheter med bråk genom bristande vardagserfarenhet nämner även Kilpatrick, Swafford och Findell (2001) och anser att det innebär en utmaning för eleverna och även för lärarna. En av Kilborns (2014) förklaring till att elever har svårigheter med bråk är att bråk kan förekomma och förklaras i många olika situationer och beskrivas på många sätt. McIntosh (2008) förklarar att genom att skifta enhet, till exempel att byta 1 meter till 100 centimeter kan vi undvika bråk samt att bråk, kan ersättas med ett decimaltal, till exempel $\frac{1}{2}$ gör vi till decimaltalet 0,5. Dock ser McIntosh (2008) att det inte bara är fördelar med att skifta till decimaltal utan att det finns tillfällen då bråktal inte kan uttryckas exakt med decimaltal. En annan svårighet enligt Bentley och Bentley (2017) är när elever ska tolka bråktal. Eleverna ser täljaren och nämnaren som två separata naturliga tal, helt oberoende av varandra och inte som beroende av varandra.

3.4 Definition av centrala begrepp

De centrala begreppen inom matematik är många. De centrala begrepp vi kommer att ta upp i uppsatsen är rationella tal, stambråk, bråkenhet och liknämnighet.

Rationellt tal, "bråktal": Tal som skrivs som kvoten av två heltal eller tal som kan skrivas på det sättet. TN= Q (Vejde & Roth, 1999).

Stambråk: Stambråk är ett bråk där täljaren är talet 1, till exempel $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ och $\frac{1}{7}$ (Vejde & Roth, 1999).

Bråkenhet: Bråkenhet definieras som synonym till nämnare i bråkräkning (Bentley & Bentley, 2017).

Liknämnighet: Liknämnighet innebär att vid addition och subtraktion av bråk göra nämnarna lika (Bentley & Bentley, 2017).

4 Litteraturgenomgång

Under rubriken litteraturgenomgång kommer vi att belysa tidigare forskning om elever i matematiksvårigheter, läroboken i matematik som forskningsobjekt, missuppfattningar i bråkräkning samt bråkmodeller. Vår sammanställning gör inte anspråk på att vara heltäckande, utan vi har som bakgrund till vår studie tagit upp aspekter som vi anser har betydelse för matematikundervisningen.

4.1 Elever med särskilt utbildningsbehov i matematik

I Medelsta-studien (Engström & Magne, 2006) studerades den matematiska prestationsnivån hos grundskoleelever vid tre olika tidpunkter mellan 1977-2002, i en svensk kommun med ca 25 000 invånare. Då beräknades det att ungefär 15% av eleverna har ett särskilt utbildningsbehov i matematik och elevgruppen kallades SUM. Det framkom i Medelsta-studien att SUM-gruppen hade godtagbara kunskaper i taluppfattningen när det gäller naturliga tal, men taluppfattning uppvisade brister när det gäller rationella tal i form av bråk och procent. När det gällde räkning med de fyra räknesätten med traditionella uppställningar uppvisade SUM-gruppen också mycket svaga resultat. Låga genomsnittsvärden för elever i den här gruppen blev det också när det gäller mätning och geometri, algebraiska problem samt problemlösning och språkuppfattning (ibid).

Ett annat resultat i denna undersökning som är värd att notera är att det visade sig att SUM-gruppen lärde sig mer matematik de fyra första åren i skolan, därefter blev progressionen mycket långsam (Engström & Magne, 2006).

Tabell 4.1 SUM-elevers genomsnittliga matematikkunskaper. Tabell skapad efter Engström och Magne, (2006).

När SUM-eleven går i årskurs	har SUM-eleven motsvarande matematikkunskaper som en genomsnittselev i
3	slutet av årskurs 1
6	årskurs 3
9	årskurs 4

När den elevgrupp som i Medelsta-studien kallas SUM-gruppen börjar högstadiet kan det skilja tre årskurser i matematik mellan dem och övriga klasskamrater. Engström och Magne (2006) pekade ut tre huvudsakliga orsaker till SUM-elevernas låga matematikprestationer, nämligen att matematikstoffet var för komplext, att det var för mycket procedurräknande och att läroplanerna var för akademiskt inriktade istället för att innehålla mer vardagsmatematik.

Det kan vara rimligt att anta att merparten av de drygt 10 % av eleverna som läsåret 2017/18 inte nådde minst betyget E i matematik (Skolverket, 2018a), skulle kunna klassificeras som SUM-elever. Elever som inte får betyget E eller högre har alltså inte fullt ut lyckats utveckla sina förmågor i matematik, enligt vad som anges i Skolverkets kursplan för matematik (2018b), här återgivna i en något förkortad version.

- Förmåga att formulera och lösa problem med hjälp av matematik.
- Förmåga att kunna använda och se samband mellan matematiska begrepp
- Förmåga att följa och föra resonemang
- Förmåga att kunna använda matematikens olika uttrycksformer för att argumentera och redogöra för beräkningar och slutsatser.
- Förmåga att använda rätt metod vid rutinuppgifter

Ett begrepp som skulle kunna användas om de här eleverna är att de inte uppnått *"mathematical literacy"*. Begreppet saknar ett exakt motsvarande uttryck i svenska språket, enligt Forsmark (2011) men hon hänvisar till begreppet matematiskt litterat som ett nära likvärdigt begrepp. Vi väljer att använda det engelska begreppet. *"Mathematical literacy"* kan enligt OECD (2009) vara en smal definition, där det räcker med att kunna göra aritmetiska beräkningar med siffror skrivna i en text, till en mycket bred definition där den matematik som kan komma behövas i sitt liv som vuxen inkluderas. OECD (2009) definierar *"mathematical literacy"*, i Programmet för internationell bedömning av elever (PISA), som totalen av den matematiska kunskapen en 15-åring kan använda funktionellt i en mängd olika sammanhang.

4.2 Fyra olika forskningsinriktningar för att förklara hur matematiksvårigheter uppkommer

Vi kommer här att ge en kortare orientering kring fyra olika forskningsinriktningar som Lunde (2011) ringar in, då det gäller att försöka hitta orsaker till att matematiksvårigheter uppkommer. Vi avser inte att göra någon heltäckande analys av dessa olika forskningsinriktningar, då det ligger utanför den här uppsatsen ram. Vi kommer också att komplettera med rapporter och annan litteratur inom ämnesområdet.

4.2.1 Kognitiva förklaringar inklusive den emotionella aspekten

I OECD:s rapport från 2009 konstateras att det inte är troligt att kunna ha en *"mathematical literacy"* utan att ha en viss grad av självförtroende, intresse för och en önskan att förstå saker inom matematiken. Dowker (2005) har i sin sammanställning av forskning över individuella olikheter när det gäller den aritmetiska förmågan, döpt ett av sina kapitel till den talande rubriken "Maths doesn't like me anymore." efter en dikt av en nioårig pojke, David Woodrow. I kapitlet refererar Dowker bland annat till en forskningsstudie, som hon gjorde tillsammans med Thomsson år 2000, av 6- och 9-åringars inställning till matematik. I den studien framkom det att matematikångest inte påverkades eller var en följd av dåliga resultat i matematik, låg självkänsla eller att ogilla matematik. Studien indikerade att ett sådant samband blir befäst vid senare ålder eller att matematikångest behöver nå en viss nivå, för att kunna skada den matematiska förmågan.

När det gäller att skapa ett intresse och självförtroende för matematiken hos eleven så skulle det kunna vara till hjälp för pedagogen att veta om elever tycker illa om eller känner rädsla för matematiken därför deras resultat i matematik är dåliga. Eller gör de dåliga resultat därför de ogillar matematik och har en betydande ängslan för aritmetiska uppgifter. Dowker (2005) konstaterar att det kan bli svårt att få bekräftat vilket av dessa förhållanden som gäller, eftersom det saknas longituella forskningsstudier om vilket som påverkar vad. Dowker refererar också till Ashcraf och Kirk forskning som 2001 kom fram till att matematikångest påverkade arbetsminnet i matematiska beräkningsuppgifter.

Minnet och matematikångest samt tankestrategier, språkförmåga och begreppsutveckling är kognitiva förklaringar som Lunde (2011), pekade ut i sin sammanställning av forskningen om varför matematiksvårigheter uppkommer. Kognitiva förklaringar tolkar han som att elevens "yttre miljö" stör den "inre miljön" så att svårigheter uppkommer. Lunde poängterade att matematik är ett sammansatt ämnesområde och att vi därför måste fokusera på minst fyra olika områden vid bedömning av de kognitiva funktionerna.

1. Kunskap om barnets informella matematikkunskap
2. Beror barnets problem på tillfälliga fel, missuppfattningar eller felaktiga strategier.
3. Hur fungerar barnets minne när det gäller lagring och att hämta fram fakta.
4. Hur barnets förståelse är av de matematiska operationerna och därmed också barnets begreppsförmåga.

4.2.2 Medicinska och neurologiska förklaringar

Medicinska och neurologiska förklaringar är ytterligare en av forskningsinriktningarna för att hitta orsaker till matematiksvårigheter som Lunde (2011) beskriver. Ett begrepp som Lunde lyfter är subitisering, som innebär att kunna uppfatta ett litet antal objekt utan att behöva räkna dessa. Subitisering hävdar Butterworth i en vetenskaplig artikel (2005) påverkar möjligheten att lära in och komma ihåg talfakta samt utföra matematiska operationer. Vissa forskare hävdar att subitisering är grunden för dyskalkyli medan andra forskare hävdar att begreppet dyskalkyli inte finns. Begreppet dyskalkyli kallas ibland också specifika (Butterworth, 2005) eller primära matematiksvårigheter (Ljungblad, 2016; Lunde 2011) detta till skillnad mot generella (Lunde 2011) eller sekundära (Ljungblad, 2016) matematiksvårigheter. Om eleven har generella eller sekundära matematiksvårigheter innebär det att eleven även har svårigheter med inlärningen i andra ämnen. Ljungblad och Lennerstedt (2011) tar upp att elever med primära matematiksvårigheter har svårigheter redan med räkning inom antalsområdet 1-20 och att eleven ofta behöver använda fingrarna för att räkna. Även Butterworth och Yeo (2010) påstår att det inte handlar om hur många rätta svar ett barn räknar när diagnosen dyskalkyli, ska ställas, utan det gäller att titta om barnet har möjlighet att plocka fram svaret ur minnet eller om barnet är tvungen att använda primitiva strategier, som att räkna på fingrar, för att komma på rätt svar.

Under medicinska och neurologiska förklaringar tar också Lunde (2011) upp begreppet *kormobiditet*, vilket innebär att en elev som har någon typ av lärsvårigheter också har stor sannolikhet för att ha ytterligare andra inlärningsproblem. Lunde identifierar bland annat att vid specifika matematiksvårigheter så är det inte ovanligt att också ha ADHD. Bland annat tycks arbetsminnet vara påverkat vid ADHD, vilket påverkar förmågan att automatisera talfakta men även att lösa textuppgifter eftersom arbetsminnet då måste användas till att både hålla kvar information och översätta den till numerisk information. En annan hög komorbiditet som Lunde tar upp är kombinationen av läs- och matematikproblematik och skriver bland annat att det är möjligt att svårigheter med att läsa får större konsekvenser för matematiken efter tredje klass då det blir mer problemlösnings- och textuppgifter i matematikböckerna. Malmer (2002) lyfter i sin bok resonemanget att dyslektiker ofta får problem med matematik eftersom språket och symbolerna har en stor betydelse även i matematiken.

4.2.3 Didaktiska förklaringar

Lunde (2011) lyfter som tredje forskningsinriktning när det gäller att hitta orsaker till matematiksvårigheter, olika didaktiska förklaringar. I Engström och Magnes forskningen (2006) kring Medelsta tolkades det att elevernas låga matematikprestationer i huvudsak berodde på att matematikstoffet var för komplext, att det var för mycket procedurräknande och att läroplanerna var för akademiskt inriktade istället för att innehålla mer vardagsmatematik. Inom specialpedagogiken idag lyfts ofta fram att undervisningen ska anpassas till eleven och inte tvärtom (Asp-Onsjö, 2006). Det här synsättet kallas ofta inkluderande och har påverkat den specialpedagogiska inriktningen i Sverige men även utomlands, sedan 1994 då UNESCO:s deklaration undertecknades i Salamanca. Deklarationen (UNESCO, 1994) framhåller att det ska vara en skola för alla och att olikheter ska ses som en tillgång.

Asp-Onsjö (2006) lyfter i sin doktorsavhandling inkludering utifrån en rumslig, en social och en didaktisk aspekt. Med rumslig inkludering innefattar hon att eleven är i samma lektionssal som sina klasskamrater. En social inkludering handlar om eleven är delaktig i socialt fungerande nätverk med elever såväl som lärare. Slutligen avser hon med didaktisk inkludering att de material och de arbetssätt läraren använder sig av erbjuder en positiv utveckling på elevens lärande.

Själv framhåller Lunde (2011) att en didaktisk orsak är att matematikundervisningen är för fokuserad på det verbala vilket missgynnar elever som i första hand lär genom visuell bearbetning och i form av mentala bilder. I sin sammanställning över forskning om aritmetik framhåller Dowker (2005) att det har visats sig att barn resonerar mer när de får räkna i huvudet jämfört med då de räknar på papper då de ofta enbart använder en inlärd procedur som om de ska följa ett recept. Detta har, enligt Dowker, påverkat att i Tyskland, Schweiz och Nederländerna sker undervisning huvudräkning, före undervisning skriftlig räkning. Barn i dessa länder, har i internationella studier, visat sig ha goda aritmetiska kunskaper (ibid).

Lunde (2011) går också igenom Sharmas forskning från 1998 kring kvantitativ och kvalitativ lärstil. Den kvantitativa lärstilen har sin bas i det språkliga och verbala, och delar upp problem i mindre delar och löser dem var för sig och sätter sedan ihop dem. Den kvalitativa lärstilen sker visuellt genom att hitta mönster och upptäcka relationer, och innebär att man går från helhet till detaljer. De flesta av oss, konstaterade Lunde, använder båda lärstilarna, men inte alla. De som bara använder den ena lärstilen kan då få problem om undervisningen enbart fokuserar på den andra lärstilen.

4.2.4 Sociologiska förklaringar

Språkets betydelse för matematiken, in i den fjärde forskningsinriktningen för att hitta orsaker till matematiksvårigheter som Lunde (2011) tar upp, nämligen sociologiska förklaringar. Lunde exemplifierar t.ex. att elever som kommer från miljöer med ett torftigt språk eller som är tvåspråkiga kan få problem med matematikuppgifter där vi ena gången säger att temperaturen föll till 10 grader, nästa gång att temperaturen föll med 10 grader och ytterligare en gång skriver att temperaturen föll från 10 grader. Dowker (2005) redogör för forsknings-studier gjorda av Jordan, Huttenlocher och Leviner 1992 och 1994 där det framkom att det inte hittades några skillnader för medelklassbarn och arbetarklassbarn i förskoleåldern när det gällde addition och subtraktion med siffror. Däremot var medelklassbarnen bättre på addition och subtraktion i uppgifter skrivna med ord. Detta tolkar Dowker att det kan bero på att medelklassbarnen är mer vana vid ett traditionellt matematiskt språk än arbetarbarnen.

Lunde (2011) presenterar också Zevenbergens forskning från 2000, som argumenterar för att om eleven ska kunna behärska matematiken behöver eleven kunna behärska tre faktorer i den kulturella och sociala situationen:

- Språket - en god generell språkförståelse
- Kunna delta i en god klassrumskommunikation
- Kunna relatera problemställningar i matematik till vardagssituationer eller andra sammanhang eleven har kännedom om.

Lunde pekar ut att sociologin i huvudsak vill förklara matematiksvårigheter som ett utslag av händelser i den sociala miljön som eleven befinner sig i, snarare än att hitta en defekt hos eleven.

4.3 Läroboken som forskningsobjekt

Vi har inte hittat någon forskning som handlar specifikt om grundläggande matematikböcker, däremot finns studier om antingen innehåll och struktur i en matematikbok eller hur lärare och/eller elever använder läroboken (Johansson, 2003). Både Johansson (2003) och Brändström (2005) utgår från Pepin och Haggartys analys från 2001 i vilken det framkommer att det i huvudsak finns fyra fokus när innehåll och struktur studeras i matematikböcker.

- Matematiskt innehåll
- Pedagogiskt innehåll
- Sociologisk kontext
- Kulturella traditioner

När det gäller det matematiska innehållet gjordes en digital datasökning på 44 "papers" som var publicerade mellan 1953-2015 vilket visade att det hade gjorts flest studier, 14 stycken, inom området "tal och räknesätt" och ett något mindre antal, 8 studier, på "arithmetic och algebra" inom vilket område bråkräkning ingår i (Chang & Silalahi, 2017). De flesta undersökningarna enligt deras forskning var gjorda i 5th grade i Elementary school och 8th grade i Junior High School.

Beträffande det pedagogiska innehållet hänvisar Brändström (2005) åter till Pepin och Haggarty och visar att i dessa studier fördjupar forskaren sig i hur läroboken hjälper eleven genom texten, vilka metoder som finns beskrivna i texten och vilken retorisk röst som används i texten. Sönnerhed (2011) refererar till Shulman och noterar att *"pedagogical content knowledge"* som hon genomgående förkortar PCK, inkluderar de bästa representationerna, illustrationerna, exemplen, förklaringarna och demonstrationerna, det vill säga det som gör ämnet förståeligt för andra. Utöver detta skriver Sönnerhed att det i PCK också ingår att veta vilka delar av ämnet som är lätta respektive svåra för elever att lära sig.

Om de representationsformerna som finns med i en matematikbok syftar till att ge en instruktion till det matematiska begreppet eller om representationsformerna användes som mer eller mindre stegvis hjälp att lösa ett problem, undersöktes med avsikt att se hur detta kan påverka elever med inlärningssvårigheter i matematik (van Garderen, Scheuermann & Jackson, 2012). Med representationsformer inkluderades till exempel diagram, grafer, teckningar/foton som är till hjälp vid lösning av ett matematiskt problem men även hänvisningar till att använda laborativt material. De matematikböcker som undersöktes var avsedda för "6th and 7th grade" i USA. Studien visade att endast cirka 24% av de representationsformerna i de undersökta matematikböckerna, avsåg det matematiska innehållet medan de resterande 76% av representationsformerna syftade till själva tillämpningen vid lösande av ett specifikt problem. Forskarna i denna studie framhåller att det kan vara ett problem om eleven bara har representationsformer som ska användas stegvis vid problemlösning. De hävdar att eleverna även behöver representationsformer i vilka de kan inordna gammal kunskap med ny (van Garderen, Scheuermann & Jackson, 2012, s. 34).

> If students are constantly provided with representations that are completely generated to solve problems, a finding supported in this study, it is possible that they may look as though they understand what is going on but in reality are following the steps they are provided and not developing understanding as to how best to solve problems.

Vidare anför forskarna (van Garderen m.fl., 2012) i studien att svagt utvecklade representationsformer kan vara en bidragande faktor till låga resultat för elever med inlärningssvårigheter i matematik. Därför föreslår de att det kan vara nödvändigt att ge elever flera instruktioner kring hur olika representationer kan användas än vad de flesta böcker visar.

För att återgå till Pepins och Hagartys fyra kategorier, om hur den sociologiska kontexten ska analyseras, kan det innebära en närmare titt på hur kön, etnicitet, klass och ideologi belyses (Brändström, 2005). När det gäller kulturella traditioner kan man titta på hur matematikböcker är utformade i olika länder. Här finns t.ex. en studie gjord på matematikböcker i Taiwan, Singapore och Finland som visade att finska matematikböcker har kortare beskrivningar och demonstrationer när det gäller hur exempelproblem skall lösas, än i Taiwan och Singapore (Hsu & Ko, 2014).

4.4 Missuppfattningar

Det finns missuppfattningar inom taluppfattning och tals användning (Chinn, 2012, Bentley & Bentley, 2016, McIntosh, 2008). Dessa missuppfattningar är enligt McIntosh (2008) viktiga att förstå, dels för eleverna så att de kan utveckla sitt kunnande, dels för pedagogen så att pedagogen kan planera sin undervisning så att dessa missuppfattningar förebyggs. De flesta missuppfattningar är enligt Bentley och Bentley (2016) av strukturell karaktär där många elever gör samma misstag. Det är sällan som eleverna gör misstag genom slarvfel, utan den största orsaken är att eleverna inte förstått det matematiska innehållet (ibid). Bäst lär sig eleven enligt McIntosh (2008) genom att arbeta med utmaningar, diskutera både med kompisar och läraren samt att få arbeta praktiskt. Genom att läraren ställer öppna frågor om sådant läraren anar eleven missuppfattat, skapar det konflikt mellan elevens svårighet och kunskapen och kan då få eleven uppmärksam på missuppfattningen (ibid).

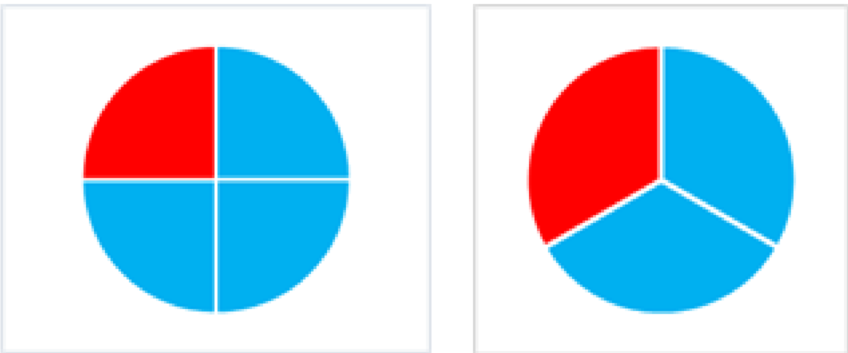
McIntosh, (2008) Bentley och Bentley (2016) och Chinn (2012) vittnar om att det finns kända missuppfattningar inom bråk samt att det är det området i matematiken som orsakar elever flest svårigheter. Grundläggande kunskaper i bråk är en förutsättning för att eleverna ska kunna lära sig algebra (McIntosh, 2008). Generellt har undervisning av bråk inte gett eleverna tillräckligt med tid för att eleverna ska få möjlighet att förstå bråk (ibid). En orsak till varför elever har så svårt med bråk kan enligt McIntosh (2008) vara, att bråk inte längre används i så stor utsträckning i dagens vardagsliv. Genom att skifta enheter vid mätning kan vi till exempel undvika bråk (McIntosh, 2008) men att vi inte använder bråk i den utsträckning som vi gjorde förr, innebär inte att vi ska tona ner bråkundervisningen (Kilborn, 2014). Tvärtom menar Kilborn att de allra flesta elever fortsätter till gymnasiet och då måste vara matematiskt förberedda. Bråk är enligt Löwing (2004) det moment som bland annat ligger till grund för fortsatta matematiska kunskaper inom områdena procenträkning, decimaltal och algebra. Många författare är överens om att en anledning till bråkets komplexitet är att det finns flera perspektiv av begreppet bråk, del/helhet, kvot, förhållande och mätning (Bentley & Bentley, 2016; McIntosh, 2008). Bråket $\frac{1}{4}$ kan tolkas som en andel utav fyra lika stora delar eller som kvot där bråket ses som en division Bråket kan också tolkas som ett förhållande mellan ett och fyra, 1:4, samt representeras som en punkt på en tallinje.

4.5 Bråkmodeller

Bentley (2008) har i sin forskning visat på betydelsen av vilka modeller som används vid elevernas inlärningsprocess. Modellerna visar matematiska begrepp på ett förenklat sätt som underlättar elevers förståelse för olika områden i matematiken (Bentley 2008). De tre vanligaste modellerna för tal i bråkform är enligt Bentley och Bentley (2016) pizzamodellen, kvadratmodellen och andelsmodellen. Nedan görs en förklaring av de tre olika modellerna utifrån Bentley och Bentley.

4.5.1 Pizzamodellen

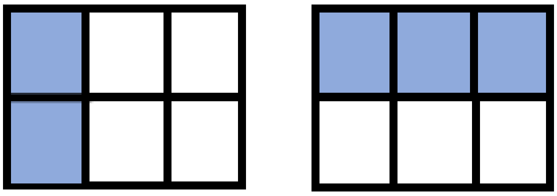
Pizzamodellen är en rund, cirkulär modell som delas in i lika stora delar. Denna modell är en bra modell när stambråk förklaras samt vid addition och subtraktion av bråk med samma nämnare. Modellen kan också användas för att åskådliggöra 3 tredjedelar, 4 fjärdedelar, 5 femtedelar och så vidare, av en helhet.



Figur 4.1 Pizzamodell av stambråk $\frac{1}{4}$ och $\frac{1}{3}$. Figur med stöd utifrån Bentley och Bentley (2016).

4.5.2 Kvadratmodellen

Kvadratmodellen är en modell som består av en kvadrat (även rektangel) som delas i lika stora delar. Denna modell används med fördel vid förklarandet av subtraktion och addition av bråk med olika nämnare. Om nämnaren ska bli liknämnig kan detta illustreras genom att kvadraterna läggas ovanpå varandra.



Figur 4.2 Kvadratmodell som kan läggas på varandra vid addition och subtraktion. Figur med stöd utifrån Bentley och Bentley (2016).

4.5.3 Andelsmodellen

Denna modell förklarar hur stor andelen utgörs av det hela. Modellen kan skapa problem vid bråkräkning. Ett exempel där andelsmodellen kan skapa svårigheter är när $\frac{1}{2}$ ska adderas med $\frac{1}{2}$. Eleven får ”en av två” plus ”en av två” till ”två av fyra”. Talen i både täljaren och nämnaren adderas med varandra.

Exempel på missuppfattning vid andelsmodell:

1 av 2

+ 1 av 2

= 2 av 4

Andra nackdelar med andelsmodellen är att den inte går att använda på bråktal större än ett. Bråket $\frac{9}{5}$ skulle uttryckas som 9 av 5 vilket inte går att föreställa sig.

5 Didaktiska teorier och teoretiska utgångspunkter

Under rubriken didaktiska teorier kommer studien att ta upp forskning som finns kring elevens missuppfattningar kring bråkräkning. Studien kommer att belysa några aspekter ur det sociokulturella perspektivet och aktivitetsteorin, vilka utgör en bas för studien, under rubriken teoretiska utgångspunkter. Studien avser inte att göra en fullständig analys av begreppen artefakter, mediering och appropiering inom sociokulturell teori utan endast belysa några aspekter som kan ha betydelse för studien.

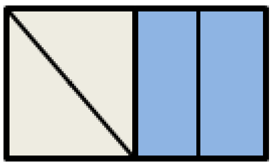
5. 1 Didaktisk teori

Under didaktisk teori redovisas fem missuppfattningar inom bråkräkning.

Missuppfattning 1

Eleverna förstår inte att delarna i ett bråktal måste vara lika stora

En av de grundläggande aspekter eleverna måste kunna för att förstå bråk är att delarna i bråk måste vara lika stora. Däremot måste inte alla delarna se likadana ut till form (McIntosh, 2008).



Figur 5.1 Olika form på delarna. Figur utifrån Bentley och Bentley (2016).

En del i täljaren, en halv, en tredjedel, en fjärdedel, en femtedel och så vidare definierar ett stambråk. Det måste eleverna förstå för att förstå bråkform. När elever kommer till skolan har de erfarenhet av bråk när det gäller att till exempel dela en pizza eller att de ska dela på någonting annat. Då finns förståelse att delarna ska vara lika stora, en rättvis delning av något. När det gäller mer abstrakt delning av bråk blir det mer problematiskt. Oftast är delning av en hel till halvor och fjärdedelar inga problem. Däremot kan det bli problem när någonting ska delas i tredjedelar. Först delar eleven det hela på mitten. Sedan delar eleven bara den ena halvan en gång. Detta innebär att delarna inte blir lika stora utan resultatet blir $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ och $\frac{1}{4}$. Samtidigt kan det förbrylla eleverna ytterligare då elevers erfarenhet av att ordet tredje är ett ordningstal (McIntosh, 2008).

För att undvika missuppfattningen är det en fördel att pedagogen startar med att muntligt uttrycka bråk. Exempel: -hälften av en halv. En annan fördel är att istället för att säga –dela säga –dela i **lika stora** delar (McIntosh, 2008). En bra modell enligt Bentley och Bentley (2016) är att visa att delarna ska vara lika stora med kvadratmodellen.

Faktorer som kan undvika missuppfattning 1

- använda kvadratmodellen
- text som poängterar att helheten ska delas i **lika stora** delar

Missuppfattning 2

Eleverna tror att det bråktal som har minst nämnare alltid är störst.

När eleverna arbetat med stambråk stämmer den procedurella regeln (Bentley & Bentley, 2016). När eleverna sedan fortsätter med andra bråk, speciellt bråk större än 1, tar de inte hänsyn till täljaren (ibid). Missuppfattningen att det bråktal som har minst nämnare alltid är störst, beror på att eleverna inte har förståelse för att även täljaren påverkar ett bråktals storlek (McIntosh, 2008; Bentley & Bentley, 2016; Chinn, 2012). Exempel på bråktal där eleven tror att talet med minst nämnare är störst: $\frac{1}{2}$ och $\frac{2}{3}$.

Faktorer som kan undvika missuppfattning 2

- använda kvadratmodellen
- poängtera nämnaren som bråkenhet

Missuppfattning 3

Eleverna kan inte se att två bråk som ser olika ut kan ha samma värde, att de är utbytbara

Många elever har svårt att förstå att två utbytbara bråk har lika värde. $\frac{1}{2}$ tårta är matematiskt samma sak som $\frac{50}{100}$ tårta men i verkligheten blir det en viss skillnad. Ett sätt att se att bråken är utbytbara är att göra bråken liknämniga för att kunna jämföra bråken. Det är av vikt att eleverna får förståelse för liknämnighet speciellt då kommande steg är att kunna se att det finns tal mellan $\frac{3}{5}$ och $\frac{4}{5}$. När eleven kan se sambandet $\frac{6}{10}$ och $\frac{8}{10}$ blir det lätt att finna andra tal mellan $\frac{3}{5}$ och $\frac{4}{5}$ (McIntosh). När bråk görs liknämniga ändras inte värdet. Om bråket förlängs med 3, multipliceras/divideras både täljaren och nämnaren, detta innebär att bråket multipliceras/divideras med 1 vilket innebär att värdet inte ändras (McIntosh, 2008).

Faktorer som kan undvika missuppfattning 3

- kvadratmodellen
- förklara begreppet liknämnighet
- förklara att förlängning/förkortning är med talet 1

Missuppfattning 4

Elever har svårighet med övergångarna från bråkform till decimalform och procentform.

Ett tal kan skrivas i olika former, bråk-, decimal- och procentform (McIntosh, 2008). Skillnaden mellan dessa tre former är att procentform utgår från helheten hundra medan bråk- och decimalform utgår från helheten ett (ibid). Läromedlen visar hur bråk kan växla mellan de olika formerna men det är av betydelse hur dessa exempel väljs ut för att undvika skenmönster (Bentley & Bentley, 2016). Genom att göra parallella tallinjer med de olika formerna kan sambandet visas och skenmönster undvikas (McIntosh, 2008).

I Tabell 5.1 ges ett exempel på skenmönster som elever kan uppfatta.

Tabell 5.1 Skenmönster. Tabell utifrån Bentley och Bentley (2016).

Bråkform	decimalform	procentform
$\frac{1}{10}$	0,10	10%
$\frac{1}{15}$	0,15	15%
$\frac{1}{20}$	0,20	20%

Faktorer som kan undvika missuppfattning 4:

- genomtänkta uppgifter vid övergångarna bråk- decimal- och procentform
- tallinje med både decimal- och bråktal
- förklaring att bråk- och decimaltal utgår från helheten 1
- förklaring att procenttal utgår från helheten 100

Missuppfattning 5

Eleverna adderar och subtraherar såväl täljare som nämnare vid addition och subtraktion av bråk.

När två bråktal adderas/subtraheras med varandra, är ett vanligt fel att även nämnaren adderas/subtraheras. Nämnaren och täljaren ses fungera oberoende av varandra, som två tal var för sig (Bentley & Bentley, 2016).

Exempel: $\frac{4}{5}$ - $\frac{1}{5}$ = 3 ($\frac{4-1=3}{5-5=0}$ = 3

För att minska abstraktionsnivån vid addition och subtraktion av bråk introduceras bråk med fördel genom att skriva talen med bokstäver. Eleverna har lättare att uppfatta en femtedel adderat med två femtedelar i skrift än symbolerna, $\frac{1}{5}$ + $\frac{2}{5}$ (Bentley & Bentley, 2016). Ett annat sätt att tydliggöra är enligt Bentley & Bentley (2016) att visa på nämnaren som en enhet. Om ett bråk har nämnaren 5 så är bråkenheten $\frac{1}{5}$, en femtedel. En parallell kan göras till våra andra enheter. Vi kan addera 2 kr + 3 kr = 5 kr men vi kan inte addera 2 cm + 3 mm. Vid bråk med samma nämnare kan pizzamodellen användas och vid olika nämnare kvadratmodellen (ibid). McIntosh (2008) nämner också att en orsak att eleverna har så svårt vid addition och subtraktion av bråk är att det är flera steg och att eleverna behöver förstå att bråk kan skrivas på olika sätt.

Faktorer som kan undvika missuppfattning 5

- skriv bråket med bokstäver
- poängtera nämnaren som enhet
- använda kvadratmodellen vid bråk av olika nämnare
- använda pizzamodellen vid bråk av samma nämnare

5.2 Teoretiska utgångspunkter

Aktivitetsteorin i ett sociokulturellt perspektiv

I ett sociokulturellt perspektiv är en av de styrande tankarna att sätta fokus på hur människor växelverkar kring artefakter, kulturella redskap, utifrån en lärande aspekt (Jakobsson, 2012).

Artefakter kan vara både fysiska redskap såväl som psykologiska verktyg till exempel idéer, kunskap och värderingar enligt M.W. Wartofsky (Johansson, 2006; Rezat och Strässer, 2012). Wartofsky kategoriserade artefakterna hierarkiskt i primära, sekundära eller tertiära verktyg (Jakobsson, 2012; Johansson, 2006; Sönnerhed, 2011; Jakobsson, 2012). I primära artefakter inkluderas verktyg som hammare och yxa men också tekniska hjälpmedel (Jakobsson, 2012; Johansson, 2006) vilket i skolmatematikens värld skulle kunna inkludera laborativt material. Enligt Jakobsson (2012, s156) har sekundära artefakter som uppgift att "*... utvidga vad vi kan hålla aktuellt i minnet och underlättar därmed vårt tänkande om världen"* exempelvis kalendrar. Johansson (2006) menar att läroböcker är sekundära artefakter därför att de behåller och överför kunskap. Slutligen är de tertiära artefakterna avsedda för att vi ska kunna förstå och analysera världen vetenskapligt eller konstnärligt i imaginära eller fiktiva världar, med hjälp av exempelvis teorier, räknesystem, notsystem eller språkregler (Jakobsson, 2012). Sönnerhed (2011) föreslår att den matematiska kunskapen, med dess regler och funktioner, i matematikboken kan betraktas som en tertiär artefakt.

Enligt Jakobsson (2012) införde J.V. Wertsch begreppet *medierande means* om de artefakter, begreppsmässiga och materiella, som finns tillgängliga i lärmiljön. Enligt Jakobsson skulle begreppet kunna översättas till medierande resurser. Jakobsson poängterar att därav är begreppet mediering, i vilket han lägger att vi kan tänka med hjälp eller via artefakterna, ett centralt begrepp i det sociokulturella perspektivet.

När det gäller hur medierande verktyg organiseras i en lärmiljö, menar Ahlberg (2013) att det är av extra stor betydelse för elever i behov av särskilt stöd. Ljungblad och Lennerstad (2012) påpekar att lärare inte ska räkna med att alla elever arbetar med artefakter lika lätt eller lika länge. Ett exempel på det är att vissa elever behöver arbeta med konkreta artefakter längre medan andra kan gå över till mer abstrakta artefakter tidigt i lärprocessen (ibid).

I det sociokulturella perspektivet finns också begreppet appropriering, vilket innebär hur ny kunskap tillägnas (Jakobsson, 2012). Han utvecklar resonemanget med att det är skillnad mellan att appropriera fakta, exempelvis att lära sig att Paris är huvudstaden och att appropriera de medierande resurser till exempel att lära sig att hantera en kartbok.

Det sociokulturella perspektivet består av flera sociokulturella teorier (Jakobsson, 2012). En av teorierna är aktivitetsteorin, vars band till den sociokulturella teorin blivit tydligare allteftersom forskare funnit att teorierna kompletterar varandra och de därför kan användas ihop som en enhet (Edwards & Daniels, 2004).

Aktivitetsteorin syftar till att studera objekt, artefakter, och aktiviteterna för att förstå människor och deras samhällen (Rezat, 2006; Ploettner & Tresseras, 2016). I aktivitetsteorin finns en analysenhet, exempelvis en artefakt, som sätts i centrum av aktivitetssystemet som ska studeras. Rezat (2006) presenterar en modell i form av en tetraeder om hur läroboken i matematik betraktas som en artefakt och dess användning som en aktivitet med olika relationer. Tetraedern består av fyra trianglar, och därmed fyra olika relationer. En kort och fri översättning utifrån Rezats tetraedermodell följder nedan (2006):

Elev - lärare - lärobok

Elev är subjekt

Lärobok är objekt

Läraren förmedlar (orkestrerar) användningen av läroboken

Elev - lärobok - matematisk kunskap

Elev är subjekt

Matematisk kunskap är objekt

Läroboken förmedlar kunskap

Lärare - lärobok - matematisk kunskap

Läraren är subjekt

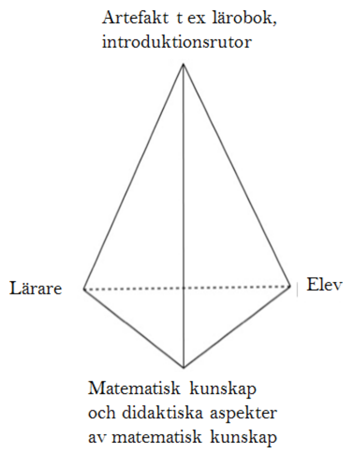
Didaktiska aspekter av matematikinnehållet i boken är objektet

Läroboken förmedlar

Elev - lärare - matematisk kunskap

Det är ett underordnat system till lärarens användning av läroboken alltså ett komplement till triangel 3. Läraren använder didaktiskt kunskap från triangel 3 men inte öppet. Enligt Rezat finns flera studier som bekräftar detta sättet att använda läroböckerna på.

I den här modellen av Rezat (se figur 5.2), är artefakten läroboken i centrum, och det är läroboken som medierar kunskap enligt Johansson (2006). Läroboken kan betraktas som ett psykologiskt verktyg, då det inte ska förändra subjektet, till skillnad från ett tekniskt verktyg, exempelvis en såg som förändrar objektet (Rezat och Strässer, 2012).



Figur 5.2 Bild baserad på Rezats modell över läroboksanvändning (2006) samt Rezat och Strässer tetraedermodell över den didaktiska situationen (2012)

Artefakter förändras hela tiden ur ett historiskt perspektiv (Ljungblad & Lennerstad, 2012). Rezat och Strässer (2012) tar även upp den här utvecklingen utifrån att det idag förekommer många digitala läromedel samtidigt som de påpekar att det alltid funnits många olika artefakter inom matematikundervisningen, exempelvis linjaler, kompasser, tabeller men även språk och gester. I en ny modell som presenteras av Rezat och Strässer (2012) är ordet “textbook” utbytt mot artefakt och modellen kallas nu en tetraedermodell över den didaktiska situationen.

Modellen avser endast artefakter inom matematik, och modellen kan därför inte direkt överföras till didaktiska situationer i andra ämnen (Rezat & Strässer, 2012). Johansson (2006) uppmanar till mer empiriskt arbete utifrån den här modellen (Rezat, 2006) för att kunna utveckla den vidare.

6 Metod

Studien är tvådelad, dels en kvalitativ textanalys om hur några läroböcker på grundläggande nivå i introduktionsrutorna behandlar det matematiska innehållet om bråktal utifrån den forskning som är gjord kring missuppfattningar, som elever i matematiksvårigheter kan ha. Dels en studie i form av fokusgrupper kring hur elever som använder en annan matematikbok än resterande elever i klassen använder, och hur eleverna uppfattar introduktionsrutorna som ofta inleder varje nytt avsnitt i matematikboken. Båda delarna i studien, den kvalitativa textanalysen och fokusgruppsintervjuer, ligger inom det kvalitativa undersökningsfältet.

6.1 Kvalitativ textanalys

Det finns flera skillnader mellan kvalitativa forskningsmetoder och kvantitativa, bland annat att den kvalitativa forskningen är mer inriktad på ord än på siffror och att den är tolkningsinriktad (Bryman, 2018). För att undersöka hur informationsrutor i ett visst undervisningsmaterial ser ut, gjordes en kvalitativ textanalys. En textanalys är en systematisk genomgång av en text som genom att läsa noggrant och systematiskt får fram det väsentliga i texten (Esaiasson, Gilljam, Oscarsson & Wängnerud, 2012). Fokus ska ligga på helheten mer än på delarna för att få fram det centrala i innehållet (ibid). De frågor som ställs till texten är grunden i undersökningens analysverktyg, och antingen används förhandsdefinierade svar på frågorna som ställs eller ett förhållningssätt där svaren på frågorna avgörs av vad som finns i forskningsmaterialet (ibid). Om en studie baseras på förhandsdefinierade svar ställer det mycket stora krav på analysredskapet då det gäller att hitta kategorier som är intressanta och relevanta för studien (ibid). I en studie där öppna svarsalternativ tillåts kommer undersökningen att styras mer av vad som hittas i de aktuella texterna, vilket gör att analysen kan bli mer förutsättningslös, samtidigt som det kan vara svårt att behålla fokus på studiens problemställning (ibid).

6.1.1 Analysverktyg

Det har inte gått att hitta någon liknande studie som analyserat introduktionsrutor därför har ett analysverktyg konstruerats. Analysverktyget utgår från forskningen främst av Bentley och Bentley (2016), McIntosh (2008) och Chinn (2012). Utifrån de tre studierna/rapporterna listades ett antal missuppfattningar. På ett tidigt stadium valdes missuppfattningar bort som behandlar multiplikation och division av bråk. En snabb kontroll av läromedel på grundläggande nivå noterades att dessa sällan eller i mycket begränsad omfattning tar upp multiplikation och division med bråktal. Sju missuppfattningar som är mest frekventa i vår verksamhet valdes ut.

Utifrån den forskning studien utgått från (Bentley & Bentley, 2016, McIntosh, 2008 Chinn, 2012) plockades centrala representationsformer och förklaringar ut som bör visas och användas för att eleven ska undvika de aktuella missuppfattningarna. Ett exempel kan vara en tallinje med bråktal och decimaltal (Bentley & Bentley, 2016, McIntosh, 2008 Chinn, 2012). För att erhålla kategorier i svarsalternativen som är ömsesidigt uteslutande enligt Esaiasson m.fl. (2012), så gjordes för varje representationsform eller förklaring två svarsalternativ, nämligen finns och finns inte (se bilaga 2-5). Som tidigare nämnts har, efter en litteratursökning, inget analysverktyg baserat på missuppfattningar eller annan liknande forskning på introduktionsrutor hittats. För att öppna upp för andra svarsalternativ än de som på förhand tänkts ut, valdes att i studien ha öppet svar på den allmänna beskrivningen av introduktionsrutorna. I studien har en kombination av förhandsdefinierade frågor och öppna svarsalternativ använts.

6.1.2 Urval av matematikböcker

Nästa steg var att göra ett urval av matematikböcker på grundläggande nivå för högstadiet, en nivå som ska räcka för betyget E. Tre böcker var sedan tidigare kända av undersökarna:

- Matte Direkt Bryggan (kallad Bryggan i fortsättningen i den här uppsatsen) från Sanoma. I texten på baksidan av Bryggan har Sanoma skrivit, att Bryggan är skriven på ett tydligt och elevnära språk och att den riktar sig till elever som ännu inte uppnått kunskapskraven för betyget E i grundskolans matematik.
- Fokus på Matematik, 2 (kallad Fokus i fortsättningen i den här uppsatsen) från Sanoma. I baksidestexten på Fokus har Sanoma skrivit, att Fokus är ett lättarbetat läromedel på grundläggande nivå och den sammanfattar det centrala innehållet till och med åk 9.
- Summit Matematik (kallad Summit i fortsättningen i den här uppsatsen) från Natur & Kultur. I texten på baksidan av Summit har läromedelsbolaget skrivit, att Summit är till för de elever som vill få behörighet till gymnasiet och att boken sammanfattar grundskolans matematik på en grundläggande nivå.

Därefter gjordes en sökning på kända läromedelsbolag efter liknande böcker och följande hittades:

- Matematikboken Länken från Åk 9 till Gy 1 (kallad Länken i fortsättningen i den här uppsatsen) från Liber. I baksidestexten på Länken har Liber skrivit att boken är skriven för de elever som riskerar att inte uppnå E-nivå i grundskolan, saknar E-betyg från grundskolan eller vill ha grundläggande träning inför de nationella proven.

I bilaga (nr 1) finns baksidorna av dessa läromedel, där det går att läsa mer om kapitelindelning, bredvidläsningsmaterial, övriga böcker i bokserien etc.

Gleerups är ett annat etablerat läromedelsbolag som har boken Corda men där finns uppgifter med inriktning på betygsnivå C. Det gör att man kan anta att förklaringarna och exempel i introduktionsrutorna även kan avse den betygsnivån. Ett val gjordes därför att inte ta med den boken i analysen.

6.1.3 Vidareutveckling av analysverktyget för att stärka reliabilitet

Vid analysen av de två första böckerna, Bryggan och Fokus, analyserades böckerna var för sig av de båda undersökarna för att sedan kunna jämföra resultaten. Genom att undersöknings-teamet kommer överens om hur de ska göra tolkningen av insamlat material, kan enligt Bryman (2018) den interna reliabiliteten säkras upp. Svaren överensstämmer i stort sett med varandra, utom på missuppfattning nummer sju som var snarlik nuvarande missuppfattning nummer två. Därför valdes missuppfattning nummer sju bort. För att stärka upp reliabiliteten ytterligare, som enligt Bryman (2018) handlar om hur resultatet i en studie blir samma om studien upprepas igen, ombads en matematiklärare att testa analysverktyget på Bryggan. Det är den boken som använts vid fokusgruppsintervjuerna. Den tillfrågade matematikläraren är en välutbildad och erfaren lärare i matematikundervisning. De svar hen fick överensstämde i stort sett med de svar som de båda undersökarna fått, bortsett från den sjätte missuppfattningen. Därför ströks den missuppfattningen och det återstod nu fem missuppfattningar.

6.2 Fokusgrupper

I den här studien användes fokusgrupper, det vill säga en planlagd gruppintervju vilket också tillhör det kvalitativa forskningsfältet. En fokusgrupp enligt Esaiasson m.fl. (2012) kräver att gruppens sammansättning är genomtänkt utifrån syftet, att samtalets fokus är ett på förhand bestämt tema och att det finns en samtalsledare som styr samtalet. Syftet med fokusgrupperna var att få reda på hur eleverna använde introduktionsrutorna men även andra informations-insamlingssätt som enkäter, intervjuer eller att genomföra en matematiklaboration diskuterades.

6.2.1 Urval av elever

Vid urvalet av elever till fokusintervjuerna användes ett bekvämlighetsurval, det vill säga ett urval av elever som är tillgängliga för undersökarna. Eleverna hade varit eller är elever till undersökarna. Ett krav vid urvalet var att eleven skulle arbeta självständigt under de flesta lektionerna med en grundläggande matematikbok, en annan matematikbok än resterande klassen använde. De flesta av de elever som undersökarna kände till använde matematikboken Bryggan. I urvalet ingick elever som arbetade självständigt med Bryggan, men hade klassens lärare att tillgå vid frågor. Därutöver träffade eleverna en annan lärare eller speciallärare en eller möjligen två gånger per vecka för att få en anpassad undervisning utifrån där eleverna befinner sig kunskapsmässigt.

Alla de intervjuade eleverna befann sig i matematiksvårigheter eftersom de för närvarande inte klarade att följa klassen undervisning. Nästan samtliga hade ganska långt kvar innan de kunde nå betyget E. Några av eleverna hade minst betyget E i alla eller nästan alla ämnen förutom matematik. Andra elever hade flera eller många ämnen där de inte uppnått betyget E. Ett antagande utifrån den här enkla betygsstatistiken skulle kunna vara att det i gruppen, ingick både elever som har primära matematiksvårigheter men även de som hade sekundära matematiksvårigheter (Ljungblad, 2016). Ingen av eleverna som ingick i gruppen var eller hade varit så kallade “hemmasittare”, det vill säga haft långa perioder av frånvaro från skolan. De flesta eleverna hade svenska som andraspråk, vilket är ett konstaterande och inte ett urvalskriterium.

Eleverna gick på högstadieskolor i kommunal regi och grupperna har satts ihop utifrån klasstillhörighet så att eleverna skulle känna trygghet av varandra. Tre grupper sattes ihop.

Grupp 1 - 3 elever från en klass i årskurs 8

Grupp 2 - 3 elever från en klass i årskurs 8

Grupp 3 - 4 elever från en klass i årskurs 9

En av eleverna i Grupp 1 var frånvarande vid det aktuella tillfället, i den fokusgruppen deltog två elever. Både Bryman (2018) och Esaiasson m.fl. (2012) framhåller att det bara behövs så många grupper att en teoretisk mättnad uppstår. Esaiasson m.fl. säger att det ofta räcker med 3 grupper med 4-6 personer i varje grupp.

6.2.2 Förberedelser

Eleverna informerades skriftligt och muntligt innan intervjutillfället och vårdnadshavare informerades skriftligt (se bilaga 6). Eleverna var nyfikna och positiva, noga att förhöra sig om vilka andra elever som skulle vara med i gruppen och att de inte skulle vara ensamma. Detta skulle kunna tolkas som om fokusgrupper är bättre än individuella intervjuer när det handlar om elever som är unga och ovana vid att bli intervjuade. Undersökaren som har haft eller har en relation med eleverna har varit med vid uppstart och presentation, men har under själva samtalet suttit i ett angränsande rum för att vara tillgänglig om eleverna haft frågor eller funderingar kring själva studien. Några dylika frågor hade dock inte eleverna. Undersökaren som inte haft någon tidigare relation till eleverna har varit samtalsledare i fokusgrupperna, just för att eleverna inte ska vara påverkade av en tidigare relation när de samtalade kring temat.

Skillnaden mellan en intervju och en fokusgrupp är att i fokusgruppen finns inga färdigformulerade frågor utan att samtalet utgår från ett tema eftersom man vill få fram hur deltagarna gemensamt tänker kring ett visst fenomen Esaiasson m.fl.(2012). Studien utgick utifrån forskningsfrågorna om hur elever använder och tar hjälp av introduktionsrutorna. Nedanstående frågor har varit en grund med avsikt att få igång samtalet i fokusgrupperna.

När läser du rutorna?

På vilket sätt hjälper rutorna?

Förstår du allt i rutorna?

Vad är viktigt att det finns med i rutorna (begrepp, exempel, text, bilder)?

Saknar du något i rutorna?

6.2.3 Genomförande, bearbetning och analys

Samtalsledaren höll sig inte strikt till frågorna under samtalet, utan försökte inrikta sig på att få igång ett gruppsamtal kring introduktionsrutorna. Halkier (2010) framhåller att, för att främja samtalet, kan samtalsledaren använda sig av olika hjälpmedel som tidningar, fotografier och varor som deltagarna kan titta på. Vid intervjun fanns på bordet några exemplar av Bryggan så att eleverna skulle kunna titta i dem under samtalet.

Nackdelar med fokusgrupper är att utskrivningen av intervjuerna kan vara svåra, då flera personer hörs samtidigt på bandet (Esaiasson m.fl., 2012; Bryman, 2018; Kvale & Brinkman, 2014). Samtalsledaren bör därför försäkra sig om att ha bra kvalitet på inspelningsanordningen och vara medveten om att utskriften av intervjuerna kan generera många sidor med transkriberad skrift enligt Esaiasson m.fl. (2012) och Bryman (2018). Innan varje intervju gjordes en provinspelning, för att säkra upp att alla som ingick i fokusgruppen hördes på inspelningen. Vid transkriberingen av intervjun upplevdes inga svårigheter att särskilja de olika rösterna men vid ett tillfälle pratade eleverna i mun på varandra vilket gjorde det svårt att höra ordagrant vad de sa. Den händelsen bedömdes inte ha haft någon avgörande betydelse för resultatet.

Vid transkriberingen hade eleverna fått fiktiva namn i bokstavsordning, de innebär att eleverna i grupp 1 fick namn på A och B, i grupp 2 namn på C, D och E och i grupp 3 namn på F, G, H och I.

Kvale och Brinkmann (2014) framhåller att det finns ingen helt korrekt utskrift av en intervju och en litterär utskriftsstil kan underlätta för läsaren. Vid transkribering av fokusgruppssamtalen har det funnits en strävan att skapa läsbara utskrifter och punkt har därför använts för att skapa satser som är begripliga.

Utskrifterna av samtalen har lästs flera gånger. Därefter fastställdes kategorier dels efter det som framkom i materialet och dels utifrån de frågor som ställdes i fokusgruppssamtalen. Kategoriseringen tjänar syftet att ge en överblick över och att undersöka skillnader i intervjumaterialet (Kvale & Brinkmann, 2014). Tre huvudkategorier utkristalliserades:

- När läser eleverna (introduktions)rutorna?
- Hur förstår eleverna innehållet i (introduktions)rutorna?
- Saknar eleverna något i introduktions(rutorna)?

Därefter färgkodades de olika delarna av utskrifterna av fokusgruppssamtalen med hjälp av färgpennor, för att markera vilka delar av samtalet som hörde hemma i respektive kategori. Utifrån de här tre huvudkategorierna redovisades resultaten av fokusgrupperna. Esaiasson m.fl. (2012) framhåller att fördelarna med fokusgrupper är att ett samtal kan komma igång mellan deltagarna där de ställer frågor eller påstående till varandra vilket ger fler reflektioner. Bryman (2018) menar att de svar som anges av deltagarna kan komma att modifieras och utökas och deltagarna kan komma att tänka på nya saker när deltagaren hör de övriga deltagarnas diskussion och svar. I redovisningen finns därför inte enbart enstaka repliker utan även längre samtal återgivna där det varit lämpligt. Det är också centralt att fokusera på variationen av svar som växer fram genom samtalen i fokusgrupperna konstaterar Dahlin-Ivanoff (2015). I redovisningen i den här studien, har därför olika svar och infallsvinklar lyfts fram.

6.2.4 Kommunikativ validitet för att stärka giltigheten

Istället för det mer traditionella begreppet validitet argumenterar Halkier (2010) för kommunikativ validitet istället, vilket innebär att forskaren försöker finna en samstämmighet mellan studiens resultat och den gemensamma upplevda verklighet vi lever i. Kommunikativ validitet innebär att forskaren tänker igenom och argumenterar för hur valet av antalet fokusgrupper och antalet deltagare gått tillväga, hur en lämplig introduktion har skapats till samtalen samt hur transkribering och kodning gått till (ibid). Undersökarna har i ovanstående beskrivning haft som mål att noga berätta om hur insamlingen och bearbetningen av data gått till, just för att möjliggöra en kommunikativ validitet.

6. 3 Etik

Vetenskapsrådet (2017) konstaterar att efter andra världskriget startade en diskussion kring forskningsetiska frågor och olika kodexar samt hur etiska regelsamlingar utvecklades. De olika kodexarna informerade om vad forskaren ska beakta innan, under och efter forskningens genomförande. Information och samtycke är exempel på aspekter som rör förarbetet av forskningen medan publicering och förvaring av materialet rör efterarbetet av forskningen.

Under vår den del av studien som berör fokusgrupper så hade vi innan genomförandet börjat med att informera och fått ett godkännande från berörda rektorer. Därefter formulerades ett missivbrev (se bilaga 6), som handledaren av den här uppsatsen granskat. Eleverna fick sedan brevet i samband med att de fick muntlig information om studien och då blev de också upplysta om att det var frivilligt att delta. Missivbrevet skickades också till vårdnadshavare. I brevet fanns adressuppgifter till undersökarna, ifall elever eller vårdnadshavare ville ta del av resultatet i framtiden. Beträffande kravet på konfidentialitet som är viktig vid publicering så informerades eleverna om att deras svar kommer vara avidentifierade vad gäller kommun, skola och namn. En annan etisk aspekt efter studiens genomförande var kravet på förvaring av forskningsmaterial och eleverna informerades om att inspelningarna kommer att raderas efter slutförandet av uppsatsen.

Beträffande etiska aspekter under studien för fokusgrupper betonar Halkier (2010) att det är av vikt att samtalsledaren uppträder respektfullt, så att inte fokusdeltagarna känner att samtalsledaren talar ner till dem eller inte tar dem på allvar. Eleverna skulle känna sig välkomna till samtalen och att de skulle förstå på vilket sätt deras tankar och åsikter var av betydelse för studiens resultat. Av den här anledningen anpassade samtalsledaren också språket till tonåringarna genom att ha ett relativt informellt språk och exempelvis användes ordet "rutor" istället för introduktionsrutor under samtalen.

Beträffande textanalysen i vår studie berördes den inte i samma grad av Vetenskapsrådets (2017) rekommendationer då den delen av studie inte handlade om individer. Däremot kan det vara av betydelse att de aktuella läromedelsbolagen får en sammanfattning av resultaten, enligt nyttjandekravet.

6.4 Studiens validitet, reliabilitet och relaterbarhet

Vissa forskare inom det kvalitativa fältet hävdar att deras studier bör få ett omdöme kring validitet och reliabilitet på andra kriterier än inom kvantitativ forskning och de föreslår begreppet trovärdighet istället (Bryman, 2018). Även Halkier (2010) betonar att begreppen validitet och reliabilitet uppfattas lite annorlunda om man använder sig av kvalitativa metoder jämfört med kvantitativa metoder. Reliabilitet kvarstår fortfarande som en förutsättning för studiens giltighet det vill säga validiteten. Halkier argumenterar för att idag handlar reliabilitet inom kvalitativa studier om att göra sina metoder av produktion och bearbetning av data så tydliga och transparanta, så andra kan bedöma studiens kvalité. Bryman (2018) skrev att kvalitativa forskare strävar efter en ökad genomsynlighet när det gäller hur studien genomförts. För att skapa en genomsynlighet i den här studien har det funnits en strävan att noggrant precisera urvalsmetoder och tillvägagångssätt vid insamling och bearbetning av data.

Bryman (2018) tar upp begreppet ekologisk validitet, vilket handlar om att resultatet från samhällsvetenskapliga studier kan användas i människors dagliga liv och i de sociala miljöer de vistas i. Begreppet pekar på betydelsen av att forskningen sker nära människors naturliga miljö och inte enbart har en hög teknisk validitet. Bryman ger exemplet att besvara en enkät. Det kan ha både en hög intern och extern validitet men genom en konstlad situation där frågor ska besvaras skriftligt ge en låg ekologisk validitet. Den här studien har ett praktiknära fokus för speciallärare som undervisar på högstadiet. En undersökning har gjorts av tänkbara läromedel för de elever vi kommer att undervisa. Eleverna har tillfrågats om vilka åsikter och synpunkter de har på delar av läromedlet i en ambition för att studien skulle uppnå en god ekologisk validitet.

Generalisbarhet på en kvalitativ studie på ett relativt litet urval kan ske genom att resultatet utläser från sociala kategorier och en generalisering sker alltså med hjälp av variabler (Halkier, 2010). Bryman (2018) påpekar att generalisering i kvalitativa studier handlar om en förståelse för de värderingar som finns hos det urval som gjorts och i det sammanhang som studien genomförts. Bryman framhåller att kvalitativ forskning och dess resultat ska generaliseras till teori och inte till befolkningsgrupper. Stukat (2011) tar upp termen relaterbarhet som en svagare form av generalisering och som är en mer korrekt benämning när det gäller vissa kvalitativa studier. Det gäller framförallt studier där resultatet avser ett begränsat antal respondenter. Då den här studien är begränsad i omfattning vad gäller fokusgrupper, kan inte resultat generaliseras men däremot går det att relatera till andra liknande sammanhang. Beträffande textanalysen kommer resultatet i första hand att gälla de analyserade delarna av läroböckerna.

7 Resultat

Under den här rubriken kommer först resultatet från vår kvalitativa textanalys av fyra matematikböcker, på grundläggande nivå för högstadiet, att redovisas. Analysenheten är introduktionsrutorna, det vill säga de rutor med förklaringar och exempel som inleder de flesta avsnitt i en matematikbok. Analysverktyget bygger på de missuppfattningar i bråkräkning som redovisas under 5.1. Därefter redovisar resultatet från de tre fokusgrupperna som samtalat kring hur de använder introduktionsrutor och hur mycket de förstår av innehållet.

7.1 Resultat kvalitativ textanalys

De introduktionsrutor som har analyserat utifrån de fem utvalda missuppfattningarna har återfunnits i följande kapitel.

Bryggan i kapitel 3, Bråk och procent

Fokus i kapitel 2, Decimalform och Bråk samt i kapitel 6, Samband och förändring

Länken i kapitel 1, Taluppfattning samt i kapitel 5, Samband och förändring

Summit i kapitel 1, Aritmetik samt i kapitel 2, Procent

Den här informationen underlättar för läsaren att orientera sig bland olika böcker och introduktionsrutor.

7.1.1 Missuppfattning 1 -"Eleverna förstår inte att delarna i ett bråktal måste vara lika stora"

Vid en närmare granskning av introduktionsrutorna i Fokus och Bryggan, där innehållet behandlade att i ett bråktal måste delarna vara lika stora, var det små skillnader mellan läroböckerna vad gäller det matematiska innehållet. Formuleringar och uppbyggnaden skiljde sig däremot mellan de två böckerna. I läroböckerna fanns text som förklarade att delarna ska vara lika stora, men orden "lika stora" var inte i någon bok betonat genom exempelvis fet eller kursiv stil. I båda böckerna fanns också en matematisk symbol i form av ett bråktal, där täljare och nämnare var utsatta och begreppen täljare och nämnare förklarades. Däremot hade läromedlen valt olika modeller för att illustrera de olika delarna i ett bråktal, i Fokus var det pizzamodellen och i Bryggan var det kvadratmodellen.

Även i Summits introduktionsruta fanns två figurer i form av kvadratmodellen som anses lämplig enligt forskningen (se 5.1.Missuppfattning 1). Den första kvadratmodellen i Summit var inte uppdelad i lika stora delar och den andra visade med streck att det går att dela de små kvadraterna i halvor för att få lika stora delar. I texten angavs att delarna måste vara lika stora delar och om det inte är så, kan eleven själv dela in figuren så kvadraten får lika stora delar. Precis som i Bryggan och Fokus var även begreppen täljare och nämnare förklarade.

I Länken fanns ingen introduktionsruta gällande betydelsen av att bråkdelarna är lika stora.

7.1.2 Missuppfattning 2 -Eleverna tror att det bråktal som har minst nämnare alltid är störst

Även de introduktionsrutor som behandlade att bråktal med minst nämnare inte alltid är störst var tämligen lika i Fokus och Bryggan. Vad som skiljde introduktionsrutorna åt i böckerna var att det i Fokus fanns en text som poängterar att hänsyn måste tas till både täljaren och nämnaren. I Bryggan återfanns ingen sådan text. Båda böckerna har illustrerat jämförelsen $\frac{2}{3}$ och $\frac{2}{5}$ med hjälp av två kvadratmodeller. En modell som rekommenderas av forskningen (se 5.1. Missuppfattning 2).

I Summit fanns två figurer i form av pizzamodellen och utifrån dem ställdes frågan om $\frac{1}{3}$ eller om $\frac{2}{5}$ är störst. Därefter förklarades i text att för att få samma nämnare måste bråken förlängas. Förlängningen visades också matematiskt. Två smårutor i anslutning till den matematiska uträkningen pekade ut att den gemensamma nämnaren blir 15.

I Länken återfanns ingen ruta som behandlade att bråktal som har minsta nämnare inte alltid är störst.

7.1.3 Missuppfattning 3 - "Eleverna kan inte se att två bråk som ser olika ut kan ha samma värde"

Resultatet i tabellen visar om de kriterierna, som enligt forskningen (se 5.1 missuppfattning 3) ska hjälpa eleverna att inte utveckla liknämnighetsfel, återfanns eller ej i respektive boks introduktionsrutor. I Bryggan fanns tre introduktionsrutor som berörde denna missuppfattning och innehållet i de här tre rutorna har lagts samman när vi fyllde i tabellen nedan.

Tabell 7.1 Resultat av missuppfattning 3.

M3	**Finns**	**Finns inte**
Kvadratmodell	Fokus / Bryggan	Summit /Länken
Begreppet liknämnighet förklaras	Fokus / Bryggan / Länken	Summit
Förlängning och förkortning av bråktal är en multiplikation eller division med talet 1		Fokus / Bryggan/Summit/ Länken

I Länken visades två exempeltal på förlängning. Begreppet MGN, minsta gemensamma nämnare, togs upp i en ruta i anslutning till det första exemplet. I Summit hade istället valts att visa förkortning med två matematiska exempel. I det ena exemplet förkortades bråket två gånger. Text förklarade att vid förkortning av bråk så divideras täljare och nämnare med samma tal. Varken i Länken eller Summit fanns någon bild som illustrerade förlängningen respektive förkortningen.

I Fokus visades förkortning och förlängning i en ruta, och en inledande text förklarade att talets värde inte förändras i förkortning och förlängning. I detta läromedel förklarades förkortning med matematiska symboler $\frac{9}{12}$ till $\frac{3}{4}$ men illustrationen i form av kvadratmodellen visade endast $\frac{9}{12}$. Det samma gällde vid förklaringen av hur förlängning går till, matematiska symboler visade $\frac{2}{5}$ till $\frac{6}{15}$ men en kvadratmodell visade endast $\frac{6}{15}$.

Den första informationsrutan i Bryggan visade ett bråkplank där det framgick att $\frac{1}{2}$ är lika mycket värt som $\frac{2}{4}$ eller $\frac{3}{6}$. De två andra introduktionsrutorna i Bryggan förklarade förkortning respektive förlängning genom varsitt exempel där det i texten poängterades att bråken har samma värde efter förkortning och förlängning. Förkortning illustrerades med kvadratmodellen och förlängning med pizzamodellen.

7.1.4 Missuppfattning 4 - "Elever har svårighet med övergångarna från bråkform till decimalform och procentform"

En annan typ av svårigheter med bråkräkningen är övergångarna mellan bråkform, decimalform och procentform där eleven lätt kan få missuppfattningar. För att få eleven att undvika missuppfattningar här använde alla läromedlen mellan två och fyra introduktionsrutor för att förklara övergångarna mellan dessa talformer. I Bryggan och Summit återfanns de aktuella introduktionsrutorna i samma kapitel, medan introduktionsrutorna i Fokus och Länken förekom i två kapitel. När nedanstående tabell blivit ifylld, är det utifrån summan av innehållet i aktuella introduktionsrutor som funnits i respektive läromedel.

Tabell 7.2 Resultat av missuppfattning 4.

M4	**FINNS**	**FINNS INTE**
Genomtänkta uppgifter utan skenmönster	Fokus / Bryggan/Summit /Länken	
Tallinjen med decimaler och bråktal	Fokus / Bryggan	Summit/ Länken
Bråktal utgår från helheten 1		Fokus / Bryggan/Summit/ Länken
Decimaltal utgår från helheten 1		Fokus / Bryggan/Summit / Länken
Procenttal utgår från helheten 100	Fokus / Bryggan/Summit	Länken

En av de saker som lyftes i forskningen för att undvika denna missuppfattning är att det finns genomtänkta uppgifter utan skenmönster, som vi ger exempel på under 5.1. missuppfattning 4. Övergångarna till decimalform och procentform visades i lite olika utsträckning men i alla böcker hade bråken $\frac{1}{10}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ valts ut och i Bryggan även $\frac{1}{3}$ och $\frac{2}{3}$.

I Fokus - visades övergångarna mellan bråk-, decimal- och procentform i en introduktionsruta. I Bryggan och i Länken visades övergångarna mellan bråk- och decimalform i en introduktionsruta och mellan bråk- och procentform i annan. I Summit visades övergången mellan bråk- och procentform.

En tallinje med decimaler och bråktal är av vikt för att undvika missuppfattningar (se 5.1. Missuppfattning 4) och en sådan tallinje med tal mellan noll och ett återfanns i Bryggan såväl som Fokus. Ett konstaterande är att när det ska förklaras att procent betyder hundradel och utgår från helheten 100 fanns i Bryggan, Fokus och Summit illustrationer i form av kvadratmodellen med förklarande text om detta. I Länken återfinns ingen introduktionsruta om detta tema.

7.1.5 Missuppfattning 5 - "Eleverna adderar och subtraherar såväl täljare som nämnare vid addition och subtraktion av bråk"

Den sista missuppfattningen som studerades var beräkning med bråktal.

Tabell 7.3 Resultat av missuppfattning 5.

M5	Finns	Finns inte
Skriva additionen/subtraktionen av bråket med bokstäver	Summit	Fokus / Bryggan/ Länken
Nämnare som bråkenhet	Fokus / Bryggan /Summit/ Länken	
Kvadratmodellen vid olika nämnare		Fokus / Bryggan /Summit/ Länken
Pizzamodell vid samma nämnare	Summit	Fokus / Bryggan/ Länken

Först presenteras resultatet av den enklare typen av addition och subtraktion då nämnarna är samma. Den här typen av addition och subtraktion visades i Bryggan, Fokus och Summit med förklarande text. I Summit illustrerades det aktuella exemplet av tre figurer i pizzamodellen samt var utskriven i text "Två fjärdedelar plus en fjärdedel är tre fjärdedelar". Bägge dessa förklaringsmodeller anser forskningen (se 7.1. Missuppfattning 5) vara två bra förklaringsmodeller för att elever ska slippa missuppfattningar vid addition och subtraktion av bråktal med samma nämnare.

Den svårare typen av addition och subtraktion av bråktal, då nämnarna inte är lika och det antingen krävs en förlängning eller förkortning för att kunna slutföra räkneoperationen återfanns i samtliga undersökta läromedel. Exemplen var rent matematiska i alla fyra böckerna.

I Bryggan fanns två exempeltal på förlängning, båda vid addition. I Fokus och i Länken fanns två exempeltal på förlängning, en vid addition och en vid subtraktion. I Summit fanns två exempeltal på förlängning, båda avser först en addition. Exemplen innehöll också en fortsättning som visade att summan från addition skulle subtraheras från 1 vilket i det ena exemplet omvandlades till $\frac{6}{6}$ och symboliserade hela sträckan av en fjällvandring.

Ingen av böcker illustrerade detta med kvadratmodellen, vilket enligt forskning (se 7.1.5) skulle kunna hjälpa eleven att undvika missuppfattningar vid addition och subtraktion när bråktalen har olika nämnare.

Sammanfattning av resultatet av den kvalitativa textanalysen.

Genom detta resultat kan skönjas några intressanta punkter.

Analysen av de fem missuppfattningarna har gett många skiftande och väldigt sällan samstämmiga svar. I detta resultat kan skönjas några intressanta punkter som skulle kunna sammanfattas kortfattat på följande sätt.

- De fyra analyserade böckerna, vissa mer än andra, lyfte aspekter av vikt för att undvika missuppfattningar. En fundering resultatet väcker är om detta är ett medvetet val av läromedelsförfattarna och i så fall vilka andra faktorer som styr valet av illustrationer och förklaringar i introduktionsrutorna.
- Resultatet är ur didaktisk synpunkt centralt att känna till för lärare/speciallärare när böcker ska väljas ut för elever i matematiksvårigheter

Det finns vissa åtgärder som undviker missuppfattningar som alla läromedelsproducenter tar upp, medan andra åtgärder inte lyfts av någon läromedelsproducent. Det skulle kunna visa på att läromedelsproducenterna saknar kunskap om vanliga missuppfattningar i bråkräkning och hur dessa på bästa sätt förebyggs.

Vid granskningen av användningen vid de olika modellerna som forskningen anser hjälper eleven att undvika missuppfattningar vid bråkräkning, finns inte heller något gemensamt mönster. Här är svårt att se vilken tanke läromedelsproducenterna har när de väljer modell.

7.2 Resultat fokusgrupper

För att få svar på forskningsfrågorna om hur elever använder introduktionsrutor och vad de lär sig av innehållet i dessa introduktionsrutor så genomfördes fokusgruppssamtal med tre grupper av elever. Under den här rubriken kommer begreppet introduktionsrutor förkortas till "rutor", eftersom detta ord användes under samtalen i fokusgrupperna. Svaren är grupperade under tre teman.

7.2.1 När läser eleverna rutorna?

Första frågan till eleverna att fundera kring var om och när de i så fall läser rutorna. Här angav ett par elever att de läser rutorna innan de börjar arbeta med övningarna på en sida och ibland läser de rutorna flera gånger.

> Varje gång de kommer. (Claudia)
>
> Oftast brukar jag när jag kommer till en ny sida, brukar jag läsa det som står i rutan och sen göra det, talen. Fattar jag inte så läser jag om det. (Felicia)

Några av eleverna angav att de läser rutorna först när de får problem med uppgifterna på samma sida.

Ja, tror jag hoppar över dem ibland och kollar bara på talen. Om jag inte kan något brukar jag gå till rutorna. (Bianca)

Ja, jag läser också om det om jag har något problem med någon uppgift eller nåt. (Gina)

Enligt eleverna använde de alltså i huvudsak rutorna så de får kunskap om den metod som de behöver för att lösa uppgifterna, medan det matematiska innehållet i rutorna inte verkade beaktas i samma grad.

När vi har lite svårt med en uppgift så kan vi läsa från rutorna, ah ser hur dom förklarar det och kan ta hjälp av det rutorna….när jag fastnar på en uppgift tar jag hjälp av en ruta. Den förklarar hela… (paus) uppgiften. (Isak)

En annan elev förklarade att det var hans personlighet, som gjorde att inte använde sig så mycket av rutorna.

Jag är faktiskt inte så noga med det döra. Så jag kollar inte så mycket på det… Alltså nej men, jag är sån som person, alltså jag vill klara det direkt, men om jag inte förstår så går så klart på rutorna eller frågar. (Edward)

En notering är alltså att en del elever sa sig läsa rutorna innan de börjar uppgifterna medan andra använde rutorna först när de får problem med uppgifterna. En del av eleverna förklarade att de i huvudsak läser rutorna för att lära sig metoden för de kommande uppgifterna.

7.2.2 Hur förstår eleverna innehållet i rutorna?

Resonemanget i fokusgrupperna kom också att handla om i vilken grad eleven förstår rutorna. Flera av eleverna uppgav att de förstår rutorna delvis eller ibland.

Alltså det brukar vara lite svårt när det är mycket text men annars brukar jag kolla. (Anna)

Ja, för dom hjälper ganska mycket... Alltså ibland ger dom tips, sen då hjälper det ganska mycket. (Claudia)

Claudia utvecklade därefter sitt svar och sa att om läroboken visar en metod som är svårare än den hon brukar använda, så blir det svårt för henne att förstå innehållet i rutorna. En lite längre del av samtalet kring vad eleverna förstår av innehållet i rutorna följer här.

Nej, ibland kan det vara komplicerat. Jag tycker att eftersom jag själv har svårt med matte så tycker inte jag att den där rutan hjälper mig särskilt mycket, när det kommer till vissa kapitel. (Felicia)

Jag tycker den hjälper. (Isak)

Samtalsledaren frågar här vad det är som är svårt i rutan.

Det kan vara själva beskrivningen, liksom hur dom beskriver och visar upp. För eftersom för mig tar det väldigt lång tid att förstå grejor, så liksom ibland tycker jag inte den förklarar tillräckligt bra. Jag blir väldigt irriterad när jag inte förstår. (Felicia)

Samtalsledaren försöker leda samtalet vidare genom att fråga om vad det är som är svårt att förstå.

Jag tycker det är texten. (Felicia)

Ah, det går bra. Jag tycker det brukar hjälpa men det beror på om de beskrivit det bra. (Gina)

Ja, det beror på hur bra det beskrivit det. (Isak)

Ibland kanske det går mycket bättre, ibland kanske det går mycket sämre. (Felicia)

Precis. (Isak)

Samtalsledaren frågar vad en bra beskrivning innebär.

> Att dom visar så man förstår, att dom visar det enkla men visar dom på svåra sätt kommer jag inte fatta. (Henry)

Samtalsledaren frågar vad ett svårt sätt innebär.

> Alltså att dom skriver på ett komplicerat sätt, ah det är typ, gör det på ett svårare sätt, dom förklarar väldigt dåligt. (Henry)

Ett konstaterande utifrån samtalet är alltså att elever som arbetar självständigt med Bryggan i den här studien, uppenbarligen inte alltid förstår innehållet i introduktionsrutorna. Värt att notera är att de intervjuade eleverna alla har haft boken Bryggan som läromedelsbolaget Sanoma presenterar som en lärobok skriven på ett elevnära språk. Ändå var det enligt de här eleverna just texten som orsakade dem flest problem när det gäller förståelsen.

Samtidigt ger introduktionsrutorna hjälp också och Diana beskrev på följande sätt hur hon uppfattar hjälpen och förklaringarna.

> Det är som en lärare som snackar till dig, fast i boken. (Diana)

Resultat innehåller alltså, både elever som uppfattade att de får hjälp av introduktionsrutorna men också de som uppfattade att de endast får hjälp ibland, medan de andra gånger tycker att texten och förklaringarna är för svåra och komplicerade.

7.2.3 Saknar eleverna något i rutorna?

En tredje och sista fråga som ställdes i fokusgrupperna var om eleverna saknade något i rutorna. Några av eleverna framförde att de vill ha fler bilder och en av dem även bättre bildförklaringar. De här eleverna hävdade att bilderna hjälper dem att förstå bättre.

> Figurer hjälper också mycket, så… (Diana)

Däremot var det svårt att under samtalet få fram om eleverna föredrog någon speciell typ av bilder, vilket kanske beror på att eleverna inte riktigt reflekterat kring detta tidigare. Åsikter hade däremot eleverna om hur många exempeltal det ska finnas i rutorna. Vi kan här några repliker kring detta från samtalet.

> Jag tycker det räcker med en eller två. (Claudia)
>
> En eller två. (Diana)
>
> Jag tycker minst tre. (Edward)

Samtalsledaren frågar om exemplen ska vara utformade på något speciellt sätt.

> Nä, nej, bara det finns flera exempel, så löser det sig. (Edward)

I den här diskussion framhöll ett par av eleverna att de tyckte att det räckte med ett eller två exempeltal medan en elev föredrog tre eller mer. Detta mönster framkom även i de andra fokusgrupperna. Felicia var en av de eleverna som ville ha fler exempel, vilket hon motiverade på följande sätt.

> Om man kanske inte förstår den första, kanske det finns en mycket enklare förklaring på exempel två eller exempel tre. Då kanske man får in det i huvudet. (Felicia)

Som nämndes tidigare uppfattade några av eleverna texterna som svåra i rutorna och inte så förvånande efterlyste därför några elever enklare texter när de fick frågan om deras önskemål kring rutorna.

> Bara inte texten blir för svår, så blir det säkert bra. (Bianca)

Sammanfattningsvis kan sägas att eleverna önskade sig flera figurer och exempeltal samt enkel text i rutorna.

8 Diskussion

Diskussionen börjar med en resultatdiskussion utifrån tre forskningsfrågorna, därefter en metoddiskussion uppdelad på den kvalitativa textanalysen och fokusgruppsamtalen. I den avslutande delen av diskussionen lyfter vi vilken relevans resultatet har för speciallärarens verksamhet och ger förslag på vidare forskning.

8.1 Resultatdiskussion

8.1.1. Korrigering av missuppfattningar i introduktionsrutor

Resultatet i textanalysen indikerar att grundläggande matematikböcker inte är konstruerade efter kännedom om kända missuppfattningar och inte tar hänsyn till dessa vid området bråkräkning. Studiens resultat visar också att läroböckerna endast ibland använder de modeller som visar det matematiska för att missuppfattningar ska undvikas alternativt korrigeras (Chinn, 2012; Bentley & Bentley, 2016; McIntosh, 2008).

I alla fyra böcker som analyserats, lyfts någon gång en modell eller matematisk information för att någon av de fem missuppfattningarna ska undvikas. Men vi ser inget mönster i vår studie, när modellerna används eller när de inte används, vi uppfattar det som en slump om vilken modell som väljs ut. Forskning utifrån Bentley och Bentley (2016), Bentley (2017), McIntosh (2008) och Chinn (2012) visar att det är centralt vilka modeller och på vilket sätt det matematiska presenteras för att undvika missuppfattningar och att kunna korrigera tidigare missuppfattningar. TIMSS (2012) visar att Sverige är det land bland alla OECD-länder som använder läroboken allra mest som basläromedel. Det innebär att eleven sitter många timmar utan stöd från läraren med sin grundläggande matematikbok. Detta kan innebära att eleven istället för att undvika missuppfattningar kan få fler missuppfattningar och svårigheter med matematiken. Det understryker vikten av ett basläromedel där missuppfattningar kan undvikas. Enligt Bentley och Bentley (2016), Bentley (2017), McIntosh (2008) och Chinn (2012) kan detta ske genom en väl planerad undervisning där kända missuppfattningar förebyggs och korrigeras. Ahlberg (2013) påpekar att elever i behov av särskilt stöd har ett större behov av hur medierande verktyg organiseras i lärmiljön. Därför blir speciallärarens uppdrag att ”leda utvecklingen av det pedagogiska arbetet med att möta behoven hos alla barn och elevers matematikutveckling” än viktigare (Högskoleförordningen, SFS 1993:100, 1993). Elever som arbetar i grundläggande matematikböcker får endast hjälp någon gång per vecka av specialläraren. Därför blir arbetet med att planera undervisningen extra centralt. Enligt Lärarnas riksförbund (2012) säger sig lärarna inte ha tid för att hitta bra läromedel. Med kunskap kan specialläraren ge tips till pedagogen om vilka läromedel som ska väljas och hur de behöver kompletteras för att undvika de kända missuppfattningarna.

Förr kontrollerades läromedlen av staten men sedan 1991 finns inte längre någon kontroll (Harrie Johnsson, 2009). Enligt Högskoleförordningen (SFS 1993:100, 1993) ska en speciallärare bland annat kritiskt ”visa kunskap om områdets vetenskapliga grund och insikt i aktuellt forsknings- och utvecklingsarbete”. Där har speciallärarna en mycket viktig roll. Samtidigt vore det önskvärt att någon, oavsett om ansvaret ligger på staten eller någon annan myndighet, kontrollerar att läromedlet vilar på vetenskaplig grund när det gäller metoder och modeller. Ur ett specialpedagogiskt perspektiv vore det centralt med tanke på att de elever som använder grundläggande matematikböcker när de börjar på högstadiet redan kan ligga tre årskurser efter sina klasskamrater.

Om grundläggande matematikböcker inte förebygger missuppfattningar kan det innebära att eleven får dålig självkänsla och matematikångest uppstår. Matematikångesten kan i sin tur leda till att eleven kan få matematiska svårigheter som bland annat kan påverka arbetsminnet. Speciallärarens arbete blir som det står i Högskoleförordningen, (SFS 1993:100, 1993) att kunna ”visa förmåga att kritiskt och självständigt ta initiativ till, analysera och medverka i förebyggande arbete och bidra till att undanröja hinder och svårigheter i olika lärmiljöer” för att kunna förebygga att matematikångest inte blir bestående. Matematikångest påverkas inte av dåliga resultat eller av dålig självkänsla i de tidiga årskurserna (Dowker, 2012). Däremot ser Dowker att detta samband kan inträffa senare i årskurserna.

8.1.2. Användning av introduktionsrutor vid självständigt arbete

Delstudien med fokusgrupper visade att flera av eleverna läste introduktionsrutorna i huvudsak för att lära sig en metod så att de kunde lösa de efterföljande talen. Ibland började de med att läsa introduktionsrutorna när det var dags för ett nytt avsnitt men eleverna sa också att ibland läste de introduktionsrutorna först när de fick problem med de efterföljande talen.

Forskning gjord av van Garderen m.fl. (2012) som redovisas tidigare (se 4.3) visade att 76% procent av representationsformerna i de undersökta böckerna för “6th och 7th” grade i USA avsåg metoden och endast resterande 24% avsåg begrepp. Det går inte att säga att svenska matematikböcker har samma procentuella uppdelning. Däremot om resultaten från den här studiens kvalitativa textanalys relateras, så går det att konstatera att vissa representationsformer i form av figurer och modeller saknades helt eller delvis under ett par av de undersökta missuppfattningarna. Exempelvis var det ingen lärobok i studien som illustrerade addition med olika nämnare och bara en lärobok som illustrerade addition av bråk med samma nämnare. Läroboken i Sverige har från mitten av 1900-talet utformats för att ge eleven exempeltal med lösningar till skillnad från de tidigare exempelsamlingarna som i princip var utan bilder och förklarande text (Grevholm m.fl.,1988). Forskarteamet van Garderen m.fl. (2012) fann att representationsformer som är svagt utvecklande skulle kunna vara en orsak till att elever får inlärningssvårigheter i matematik. De rekommenderade därför att ge eleverna fler representationer än de flesta matematikböcker visar.

I den här studien under fokusgruppsamtalen framkom också att det bland de deltagande eleverna fanns en spridning av det önskade antalet exempeltal från ett till tre exempel. Felicia argumenterade för två eller tre exempeltal och motiverade sitt ställningstagande med att det kanske finns en enklare förklarning på något av talen vilket skulle göra det lättare att få *“in det i huvudet”.* Det går inte att dra några slutsatser utifrån en elevs uttalande men en notering kan göras, nämligen att eleven är fokuserad på att lära sig metoden och nämner inte något om det matematiska innehållet. Ingen av de andra eleverna pratade om det matematiska innehållet utan bara om metod och någon nämnde begrepp. Ett antagande utifrån den här studien skulle kunna vara att eleverna som arbetar självständigt med grundläggande matematikböcker huvudsak använder introduktionsrutorna när de vill lära sig en metod. Det tål att observeras att detta endast är en av fem förmågor i matematik, enligt Skolverkets kursplan (2018b).

Jakobsson (2012) poängterar att i det sociokulturella perspektivet är det en sak att kunna appropriera fakta, vilket i den här studien är det matematiska innehållet i introduktionsrutorna. En annan sak är att appropriera de medierande resurserna, som i den här studien skulle kunna vara att lösa uppgifter med hjälp av introduktionsrutorna. Utifrån resultatet av fokusgruppssamtalen skulle ett antagande kunna vara att de flesta av de tillfrågade eleverna endast approprierat introduktionsrutorna för att kunna lösa de kommande uppgifterna. En av orsakerna som angavs i Medelstastudien, vars resultat tidigare beskrevs översiktligt (se 4.1), var att SUM-eleverna hade kommit så långt efter sina klasskamrater därför att det varit för mycket procedurräknande. Om procedurräknande fortsätter på bekostnad av att träna andra förmågor, som resultatet i den här studien pekar på, skulle det kunna leda till att gapet mellan SUM-eleverna och de övriga klasskamraterna bara fortsätter att öka ännu mer.

8.1.3. Förståelse av innehållet i introduktionsrutorna

Ett resultat av fokusgruppssamtalen är att eleverna i studien inte alltid sa sig förstå innehållet i introduktionsrutorna. Några berättade att de förstår rutorna ibland och ibland inte. Det som eleverna framhöll är att de framförallt uppfattar texten som svår och att de inte jämt förstår beskrivningarna.

I den här studien hade de flesta elever svenska som andrahandsspråk, vilket diskuteras i metoddiskussionen under 8.2.2. Lunde (2011) påtalar att elever som är tvåspråkiga kan få problem med matematikuppgifter språkmässigt och detta torde även gälla språket i introduktionsrutorna. Läromedelsbolaget Sanoma, som har gett ut Bryggan, vilken är den bok som eleverna i studien använt sig av, hävdar att boken är skriven med ett tydligt och elevnära språk. Trots det visade den här studien att eleverna uppfattar språket som svårt. Lunde (2011) påpekar att det finns en kormobiditet mellan lässvårigheter och matematiksvårigheter. Likaså tar Malmer (2002) upp att dyslektiker ofta finner matematiken problematisk. Om orsaken till problemen eleverna i studien har beror på en tvåspråkighet, dyskalkyli eller andra lässvårigheter besvarar inte studien bara att de aktuella eleverna ibland upplever texten som svår att förstå och att de efterlyser enkel text.

Eleverna i studien lyfte däremot fram att bilder och figurer hjälpte dem att förstå. Lunde (2011) påstår att en didaktisk förklaring till matematiksvårigheter är att dagens undervisning ofta är mycket verbal. Detta blir en nackdel för de elever som föredrar inlärning via visuell bearbetning i form av mentala bilder (ibid). Bentley och Bentley (2016) visar också att det är av vikt att använda sig av genomtänkta modeller för att undvika missuppfattningar vid bråkräkning. Lunde (2011) fortsätter resonemanget kring Sharmas forskning 1998 om kvantitativ och kvalitativ lärstil, där den förstnämnda lärstilen är mer verbal och uppgifterna löses genom att små delar kluras ut och sätts ihop till en helhet. Den kvalitativa lärstilen är mer visuell och där utgår den kvalitativa lärstilen från helhet som bryts ner till detaljer i stället (ibid). När eleverna i studien sa att de är hjälpta av bilder och figurer, så kan en tolkning vara att de här eleverna hade en kvalitativ lärstil. En annan tolkning kan vara att de bara har enklare att ta till sig en förklaring om den är visuell.

Det skulle i studien kunna finnas flera tänkbara förklaringar till varför eleverna har en tendens att önska enklare text och fler figurer och bilder. Ett möjligt antagande i studien kan vara att eleverna som kan sägas befinna sig i matematiksvårigheter, överlag skulle gynnas av bilder och figurer istället för förklarande text, när de ska arbeta självständigt med sin matematikbok.

8.2 Metoddiskussion

I den här studien har metoder inom det kvalitativa forskningsfältet använts då den kvalitativa forskningen ger resultat som är mer inriktad på ord och tolkning (Bryman, 2018) vilket passade bra med studiens syfte och forskningsfrågor, jämfört med kvantitativa metoder.

8.2.1 Kvalitativ textanalys

Analysverktyg har, som säkert noterats omarbetas ett flertal gånger vilket varit en nödvändighet då vi inte hittat något tidigare använt analysverktyg baserat på missuppfattningar. Det har inte varit självklart vilka missuppfattning som skulle vara grunden i vårt analysverktyg eller vilka representationsformer eller förklaringar som skulle kontrolleras under respektive missuppfattning. För att göra dessa val har utgångspunkten varit tillgänglig forskning i form av Bentley och Bentley (2016), McIntosh (2008) och Chinn (2012). Genom att utgå från forskningen har avsikten varit att skapa ett analysverktyg baserat på samlad kunskap istället för egna erfarenheter. Det går inte att utesluta, att i en annan situation eller med andra undersökare, skulle andra missuppfattningar väljas ut och därmed påverkat resultatet.

För att stärka den interna reliabiliteten (Bryman, 2018) valde vi att analysera böckerna var för sig och därefter jämföra våra respektive analyser av de två första böckerna, Bryggan och Fokus. Vi valde att stryka en missuppfattning som var snarlik en annan. För att ytterligare öka reliabiliteten tillfrågades en erfaren och välutbildad lärare i matematik om att ge sina synpunkter på analysverktyget på läroboken Bryggan. Efter att läraren hade använt analysverktyget ströks en av missuppfattningarna då den var svårtolkad. Det är möjligt att en rutinerad forskare hade haft andra synpunkter på vårt analysverktyg, än den tillfrågade läraren. Utvecklandet av analysverktyget kan sägas ha varit en integrerad process i den här studien och efter att arbetet med att stärka reliabiliteten utförts, bedömdes analysverktyget vara klart.

8.2.2 Fokusgrupper

I delstudien med fokusgrupperna har vi använt oss av ett bekvämlighetsurval, vilket har både för och nackdelar. I den här studien ansåg vi det som en förutsättning med bekvämlighetsurval eftersom vi hade ett specifikt urvalskriterium. Det innebar att de elever som skulle delta i samtalen skulle ha en grundläggande matematikbok som de använder relativt självständigt på lektionerna medan resten av klassens undervisning utgick från en annan bok. Att kontakta skolor där vi inte var kända och välja ut elever bedömdes som ett mindre troligt sätt att hitta elever som skulle vilja delta i fokusgrupper och som samtidigt uppfyllde vårt urvalskriterium.

Att vi använde oss av bekvämlighetsurval begränsade urvalet till kommunala högstadieskolor som har 3-4 parallella klasser i varje årskurs. Skolorna har såväl gemensamma som olika sociala bakgrundsfaktorer. En faktor är att båda skolorna har en stor andel elever med annat modersmål än svenska. Nästan alla elever som ingick i vår studie hade annat modersmål än svenska och detta kan givetvis ha påverkat resultatet. Det går dock inte att utesluta att om en grupp elever hade valts ut på ett mer slumpmässigt sätt, så skulle det kunnat ha resulterat i en liknande fördelning av elever med annat modersmål än svenska.

Esaiasson m.fl. (2012) anger att det ofta räcker med 3 fokusgrupper om 4-6 personer för att nå teoretisk mättnad. Det är möjligt att studien inte riktigt har nått en teoretisk mättnad, men vi hade inte kännedom om fler elever som föll inom vårt urvalskriterium. Vi diskuterade att tillfråga flera elever om att delta i vår studie men då skulle det bli enstaka elever i en klass, som då inte skulle kunna få trygghet av varandra vid en intervju. En annan grupp elever använde endast arbetsbladen i Bryggan. Det fanns en grupp elever som använde Bryggan men där läraren hade genomgångar utifrån läroboken. Vi begränsade därför urvalet till tio elever som uppfyllde vårt urvalskriterium. Det finns dock en sannolikhet att vi nådde en teoretisk mättnad, då få nya svarsalternativ dök upp i det sista fokusgruppsamtalet.

Eleverna som deltog i studien verkade uppskatta att ha blivit tillfrågade och det var endast en elev som var frånvarande. Vi hade lagt största vikt vid att eleverna skulle vara välinformerade om syftet med studien och att de under samtalen skulle känna att deras tankar och funderingar var viktiga vilket är av stor betydelse enligt Halkier (2010). Det är möjligt att vi skulle kunnat utöka antalet temaområden och infallspunkter i samtalen för att få fram ytterligare information, exempelvis skulle en jämförelse mellan introduktionsrutor i olika böcker kunna göras. Däremot är det inte säkert att en snabb jämförelse mellan introduktionsrutor verkligen hade gett välgrundade svar om eleven har kort tid att fundera och reflektera över helt nya läromedel.

8.2.3 Avslutande reflektion

En avslutande reflektion i metoddiskussion är att studien började med den kvalitativa textanalysen och att tillverkningen av analysredskapet tog längre tid än beräknat. Frågan är om studien skulle vunnit på att fokusgruppssamtalen hade placerats i centrum från starten av undersökningen, vilket då skulle inneburit att det funnits tillgång till elevernas åsikter när konstruktion av analysverktyget påbörjades. Det är tänkbart att det hade lett till att analysverktyget hade blivit kompletterade med ytterligare aspekter. Exempelvis hade analysverktyget då kunnat byggas så det hade kunnat fånga upp svåra ord i de matematiska förklaringarna och just språket kan enligt Lunde (2011) vara en orsak till att eleverna kan få problem att förstå matematiken.

8.3 Relevans för speciallärarens verksamhet

De elever som har ingått i den här studien befinner sig på de flesta matematiklektionerna i samma lektionssal som sina klasskamrater. Det innebär att de kan sägas vara rumsligt inkluderade (Asp-Onsjö, 2006). De här eleverna har också fungerande nätverk med elever i sin klass, med undervisande lärare och eventuella speciallärare vilket krävs för en social inkludering (ibid). Enligt Asp-Onsjö innebär den tredje delen av inkludering nämligen att de didaktiska aspekterna ska erbjuda eleven ett lärande med en positiv utvecklingskurva. Frågan är då om eleverna i studien kan sägas vara didaktisk inkluderade. Vi känner en tveksamhet här. Eleverna använder ett läromedel som inte undanröjer missuppfattningar på ett systematiskt sätt inom bråkområdet och vi skulle våga oss på ett antagande att det även kan gälla för övriga kapitel i matematikboken. Dessutom verkar eleverna i huvudsak använda introduktionsrutorna för att inhämta en metod som gör att de kan fortsätta räkna de kommande talen. En fråga utifrån studiens resultat är om inte de här eleverna hamnar i ännu större matematiksvårigheter än de var från början, om en grundläggande matematikbok används utan större eftertanke.

I vårt uppdrag som speciallärare ingår att förbättra den didaktiska situationen för elever som befinner sig i matematiksvårigheter. Faktorer som budget och schema, vilket kan påverka tillgången till speciallärarresurser, är inte alltid möjliga att påverka åtminstone inte på kort sikt. Däremot om vi relaterar vårt resultat i studien till Rezats och Strässer didaktiska tetraeder (se 5.1) och tittar på hur en artefakt, i detta fall introduktionsrutor, skulle kunna användas kan vi konstatera följande:

Elev - lärare - lärobok

Specialläraren skulle kunna förmedla en lärobok, som är utvald då den i så stor utsträckning som möjligt undanröjer missuppfattningar, gärna ha enkel text och många ändamålsenliga figurer och modeller.

Elev – lärobok - matematisk kunskap

Eleverna skulle kunna lära sig av specialläraren hur introduktionsrutorna används på ett mer effektivt sätt vid självständigt arbete, d.v.s. hur både innehåll och funktionen approprierar.

Lärare - lärobok - matematisk kunskap

Specialläraren skulle kunna gå igenom innehållet i introduktionsrutorna, för att se utifrån vilka didaktiska förklaringar och figurer läromedelsförfattarna belyser av olika missuppfattningar. Specialläraren skulle också kunna komplettera elevens bok med hjälp av material, genomgångar och laborativt material beroende på i vilken form och omfattning specialläraren träffar eleven.

Student - lärare - matematisk kunskap

Eftersom eleven tillbringar större delen med klassen, skulle det vara av största vikt att specialläraren informerar den ordinarie läraren om att eleven i huvudsak får med sig metodkunskap från introduktionsrutorna i sin lärobok. Utifrån detta skulle den ordinarie läraren i samråd med specialläraren kunna planera undervisningen så eleven även får träna andra förmågor i matematik, fast på elevens kunskaps- och abstraktionsnivå.

Med en genomtänkt didaktisk tanke som har sin utgångspunkt i tetraederns fyra trianglar/relationer (Rezat och Strässer, 2012) skulle läraren kunna förbättra lärsituationen för eleven som befinner sig i matematiksvårigheter. De här eleverna som tillbringar mycket lektionstid på egen hand med en grundläggande matematikbok skulle då förutom att vara rumsligt och socialt inkluderade, även kunna bli didaktiskt inkluderad i större utsträckning. En didaktisk inkludering är i sin tur en viktig förutsättning för att elever ska kunna nå en bred definition av *"mathematical literacy"* (OECD, 2009) det vill säga att kunna så mycket matematik att beslut rörande siffror och ekonomi kan tas i vardagen som vuxen.

8.4 Vidare forskning

Resultatet av vår studie visade på att de grundläggande matematikböckerna, i de avsnitt vi undersökt, inte var uppbyggda utifrån kända missuppfattningar. De modeller som visas i introduktionsrutorna verkade inte heller ha valts ut efter något speciellt mönster. Därför skulle det vara intressant att jämföra ordinarie matematikböckers introduktionsrutor mot de grundläggande. Här skulle en studie kring hur introduktionsrutorna i de här två typerna av läromedel skiljer sig åt, ge svar på frågor som vilka metoder som lyfts, språkskillnader, antalet exempeltal och bilder/figurer.

Ett annat exempel på vidare forskning skulle kunna vara att i fokusgrupper intervjua elever där de får jämföra olika introduktionsrutor. Fokusgrupperna skulle då kunna ha teman där eleverna får bedöma vilken metod som fungerar bäst för dem och inte minst hur det matematiska innehållet och begrepp förklaras. Förutom att den här studien varit intressant då vi fått svar på de frågeställningar vi ställde, känner vi att det gav ett stort mervärde att få genomföra fokusgrupper med de utvalda eleverna. Det är därför något vi gärna rekommenderar blivande speciallärare att ta reda på och lyssna på hur elever i matematiksvårigheter upplever olika läromedel eller så kallade artefakter, om vi håller oss till ett sociokulturellt språkbruk.

9 Referenser

9.1 Analysmaterial

Alberthson, L-G. Aspeling, O. Torbjörnson, L. (2016). *Fokus på Matematik 2 – grundläggande nivå.* Stockholm: Sanoma Utbildning AB.

Carlsson, S. & Hake, K-B. (2012). *Matte Direkt Bryggan. Grundläggande matematik.* Stockholm: Sanoma Utbildning AB

Ristamäki, A. Angvik Hermanrud, G. (2018). *Summit 2 grundläggande matematik*. Stockholm: Natur & Kultur.

Undvall, L. Johnson, K. Welén, C (2014). *Matematikboken Länken för åk 9 till Gy*. Stockholm: Liber.

9.2 Referenser

Ahlberg, A. (2013). *Specialpedagogik i ideologi, teori och praktik - att bygga broar*. Stockholm: Liber.

Asp-Onsjö, L. (2006). *Åtgärdsprogram – dokument eller verktyg. En fallstudie i en kommun.* (Doktorsavhandling, Göteborgs Universitet, Institutionen för pedagogik och didaktik). Göteborg: Hämtad 2019-06-03 från https://gupea.ub.gu.se/handle/2077/16941

Bentley, P-O. (2008). *Mathematics Teachers and Their Conceptual Models. A New Field of Research*. Göteborg, Studies in Educational Sciences, 265. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Bentley, P-O., & Bentley, C. (2016). *Milstolpar och fallgropar i matematikinlärningen: Matematikdidaktisk teori om misstag, orsaker och åtgärder*. Stockholm: Liber.

Bentley, P-O., & Bentley, C. (2017). *Mattemissar orsaker och åtgärder*. Stockholm: Liber.

Bryman, A. (2018). *Samhällsvetenskapliga metoder*. Malmö: Liber ekonomi.

Brändström, A. (2005). *Differentiated Tasks in Mathematics Textbooks. An analysis of the levels of difficulty.* (Licentiate thesis, Luleå University of Technology, Department of Mathematics 2005:18). Luleå. Hämtad 2012-12-06 från http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:991116/FULLTEXT01.pdf

Butterworth, B. (2005, Jan). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, Vol.46(1), pp.3-18)*

Butterworth, B. & Yeo, D. (2010). *Dyskalkyli. Att hjälpa elever med specifika matematiksvårigheter.* Stockholm: Natur och Kultur

Chang, C.C. & Silalahi, S.M. (2017). A review and content analysis of mathematics textbooks in educational research. *Problems of education in the 21st Century, Vol 75(3), pp 235-251*.

Chinn, S. (2012). *The Trouble with Maths: A Practical Guide to Helping Learners with Numeracy Difficulties*. 2Ed. London: Routledge.

Dahlin-Ivanoff, S. (2015). Fokusgruppsdiskussioner. I Ahrne, G. & Svensson, P. (Red.), *Handbok i kvalitativa metoder* (s 81-92). Stockholm: Liber.

Dowker, A. (2005). Individual Differences in Arithmetic: Implications for Psychology, Neuroscience and Education. Hove: Psychology Press.

Edwards, A. & Daniels, H. (2004, June). Using sociocultural and activity theory in educational research. *Educational Review, Vol 56 (No 2).* Hämtad 2018-12-14 från https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/0031910410001693191?src=recsys&journalCode=cedr20

Enström, A. & Magne, O. (2006). *Medelsta-Matematik III. Eleverna räknar.* (Rapporter från Pedagogiska Institutionen, Örebro Universitet, 12). Örebro: Pedagogiska Institutionen, Örebro Universitet Hämtad: 2019-05-01 från http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:135062/FULLTEXT01.pdf

Esaiasson, P. Gilljam, M. Oscarsson, H. Towns, A. Wängnerud, L. (2012). *Metodpraktikan: konsten att studera samhälle, individ och marknad.* Stockholm: Wolters Kluwer.

Forsmark, S. (2011). Att utveckla den matematiska kompetensen. I I-L. Jakobsson. & I. Nilsson (Ed.), *Specialpedagogik och funktionshinder. Att möta barn och unga med funktionsnedsättningar i en utvecklande miljö.* (s 110-135). Stockholm: Natur & Kultur

Grevholm, B. Nilsson, M. & Bratt, H. (1988). Läroböcker i matematik.

I Läromedelsöversynen. (1988). Skolböcker: rapport från Läromedelsöversynen. 3, *Den (o)möjliga läroboken*. Stockholm: Allmänna förlag.

Halkier, B. (2010). *Fokusgrupper.* Malmö: Liber.

Hansen, H C., Jess, K., Lundin, S., & Skott, J. (2010). *Matematik för lärare*. Stockholm: Gleerups Utbildning AB.

Harrie Johnsson, A. (2009). *Staten och läromedlen -En studie av den svenska statligaförhandsgranskningen av läromedel 1938-1991.* (Linköping Studies in Pedagogic Practices No. 10 Linköping Studies in Behavioural Science No. 142)

Linköping: Institutionen för beteendevetenskap och lärande. Hämtad 2019-02-17 från http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:217963/FULLTEXT02

Hsu, W-M., & Ko, F-Y. (2014, dec). A comparison of Geometry Content in Instructional Materials of Elementary School Mathematics Textbooks in Taiwan, Finland, and Singapore. *Journal of Textbook Research, Vol 7 (Issue 3), p 101-141.* Hamady 2018-02-01 farm http://web.b.ebscohost.com.ezproxy.ub.gu.se/ehost/detail/detail?vid=0&sid=f22520b3-8a04-4c50-9901-6ea9215684aa%40sessionmgr104&bdata=JnNpdGU9ZWhvc3QtbGl2ZQ%3d%3d#AN=100482922&db=ehh

Jakobsson, A. (2012). Sociokulturella perspektiv på lärande och utveckling. Lärande som begreppsmässig precisering och koordinering. *Pedagogisk Forskning i Sverige, arg 17 (2-4)*, s 152-170. Hämtad 2019-04-15 från http://muep.mau.se/bitstream/handle/2043/15890/sociokulturella_perspektiv.pdf

Johansson, M. (2003). *Textbooks in mathematics education, a study of textbooks as the potentially implemented curriculum.*(Licentiatuppsats, Luleå University of Technology, Department of Mathematics 2003:65). Hämtat 2018-11-18 från http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:991466/FULLTEXT01.pdf%20Luettu%2014.11.2017

Johansson, M (2006). *Teaching mathematics with textbooks: a classroom and curricular perspective.* (Doctoral thesis, Luleå: Luleå tekniska universitet, Department of Mathematics 2006:23) Hämtat 2018-11-18 från http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:998959/FULLTEXT01.pdf

Kilborn, W. (2014). *Om tal i bråk och decimalform – en röd tråd*. Göteborg: NCM

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). Adding it up: helping children learn mathematics. Washington, D.C.: National Academy Press, cop. 2001.

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2014). *Den kvalitativa forskningsintervjun.* Lund: Studentlitteratur.

Ljungblad, A-L. & Lennerstad, H. (2012). *Matematik och respekt - matematikens mångfald och lyssnandets konst.* Stockholm: Liber AB.

Ljungblad, A-L. (2016). *Matematikens grunder, kvalitativ kartläggning.* Nacka: Askunge AB.

Lunde, O. (2011). *När siffrorna skapar kaos: Matematiksvårigheter ur ett specialpedagogiskt perspektiv.* Stockholm: Liber.

Lundgren, U. (2012). Det livslånga lärandet. I Lundgren, P, Säljö, R & Liberg, C (red.) *Lärande skola bildning, grundbok för lärare*. 2 uppl., Stockholm: Natur & kultur.

Lärarnas riksförbund. (2012). *Makten över läromedlen — Lärarnas möjlighet att styra över läromedlen i undervisningen*. Stockholm: Lärarnas riksförbund. Hämtad 2019-03-15 från https://www.lr.se/download/18.2dafca6113a8ea45bd3b56d/1351606271267/RapportL%C3%A4romedel.pdf

Löwing, M. (2004). *Matematikundervisningens konkreta gestaltning. En studie av kommunikationen lärare elev och matematiklektionens didaktiska ramar.* Diss. Göteborg: Acta Universitatis Gothobourgensis.

Malmer, G. (2002). *Bra matematik för alla. Nödvändig för elever med inlärningssvårigheter.* Lund: Studentlitteratur

McIntosh, A. (2008). *Förstå och använda tal –en handbok*. Göteborg: Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM.

OECD. (2009). *Learning Mathematics for Life: A Perspective from PISA.*Paris: OECD Hämtad 2019-04-15 från https://ebookcentral-proquest-com.ezproxy.ub.gu.se/lib/gu/reader.action?docID=540163

Ploettner, J. & Tresseras, E. (2016, Nov-Dec). An interview with Yrjö Engeström and Annalisa Sannino on Activity Theory. *Bellaterra Journal of Teaching & Learning Language & Literature,, Vol.9(4), pp.87-98.* Hämtad 2019-03-01 från http://dx.doi.org/10.5565/rev/jtl3.709

Rezat, S. (2006). *A model of textbook use.* Paper presented at the PME 30, matematics in the centre, Prague, Czech Republic. Hämtad från www.researchgate.net/publication/237333491_A_model_of_textbook_use [2018-11-23]

Rezat, S. & Strässer, R. (2012). *From the didactical triangle to the socio-didactical tetrahedron; artifacts as fundamental constituents of the didactical situation. ZDM, vol 44(5), p 641-651*. Hämtat 2019-03-10 från https://link-springer-com.ezproxy.ub.gu.se/article/10.1007/s11858-012-0448-4

SFS 2011:186. *Förordning om ändring i förordningen (2010:542) om ändring i förordningen (2010:541) om ändring i högskoleförordningen (1993:100).* Stockholm: Justitiedepartementet.

Skolinspektionen. (2009:5). *Undervisningen i matematik –utbildningens innehåll och ändamålsenlighet*. Stockholm: Skolinspektionen: Hämtad 2019-03-15 från https://www.skolinspektionen.se/globalassets/publikationssok/granskningsrapporter/kvalitetsgranskningar/2009/matematik/granskningsrapport-matematik.pdf

Skolverket. (2016). *Tillgängliga lärmiljöer? En nationell studie av skolhuvudmännens arbete*

för grundskoleelever med funktionsnedsättning. Hämtad 2019-06-07 från https://www.skolverket.se/portletresource/4.6bfaca41169863e6a65d9f5/12.6bfaca41169863e6a65d9fe?file=3686

Skolverket. (2012). *TIMSS 2011. Svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv. Rapport 380.* Stockholm: Fritzes.

Skolverket. (2018a). *Andel som uppnått kunskapskraven per ämne årskurs 9, senaste tio åren.* Hämtad 2019-04-21 från https://siris.skolverket.se/siris/f?p=SIRIS:34:0::NO:::&amne=Matematik&bet=EUM&bet=UM&kon=S&diag=com&lan=0&kommun=0&jmf=i&jlan=&jkommun=&jkgrupp=C8

Skolverket. (2018b). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011: reviderad 2018.* Stockholm: Skolverket.

Skott, J., Jess, K., Hansen H. C., & Lundin, S. (2010). *Matematik för lärare, delta Didaktik.* Malmö: Gleerups.

SOU 2008:109. *En hållbar lärarutbildning*. Hämtad 19-05-16 https://www.regeringen.se/contentassets/d262d32331a54278b34861c44df8dbad/en-hallbar-lararutbildning-hela-dokumentet-sou-2008109

Stukát, S. (2011). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap*. 2 uppl. Lund: Studentlitteratur

Svenska Unescorådet. (2006). *Salamancadeklarationen och Salamanca* + 10. (Svenska Unescorådets skriftserie 2/2006). Hämtad den 2019-05-02 från http://www.unesco.se/wp-content/uploads/2013/08/Salamanca-deklarationen1.pdf

Sönnerhed, W.W. (2011). *Matehematics textbooks for teaching. An analysis of content knowledge and pedagogical content knowledge concerning algebra in mathematics textbooks in Swedish upper secondary education.* (Licentiatuppsats i ämnesdidaktik, inom ramen för forskarskolan CUL, Göteborgs Universitet, Institutionen för Pedagogik, Kommunikation och Lärande.)Göteborg.Hämtad 2018-01-20 från http://hj.diva-portal.org/smash/get/diva2:468576/FULLTEXT01.pdf

Van Garderen, D., Scheuermann, A. och Jackson, C. (2012, Feb). Developing Representational Ability in Mathematics for Students With Learning Disabilities; A

Content Analysis of Grade 6 and 7 Textbooks. *Learning Disability Quarterly, 35 (1), p 24-38.* Hämtad 2018-02-01 från http://web.a.ebscohost.com.ezproxy.ub.gu.se/ehost/pdfviewer/pdfviewer?vid=2&sid=03e76038-a350-4adc-9c0e-015d21b15dce%40sdc-v-sessmgr06

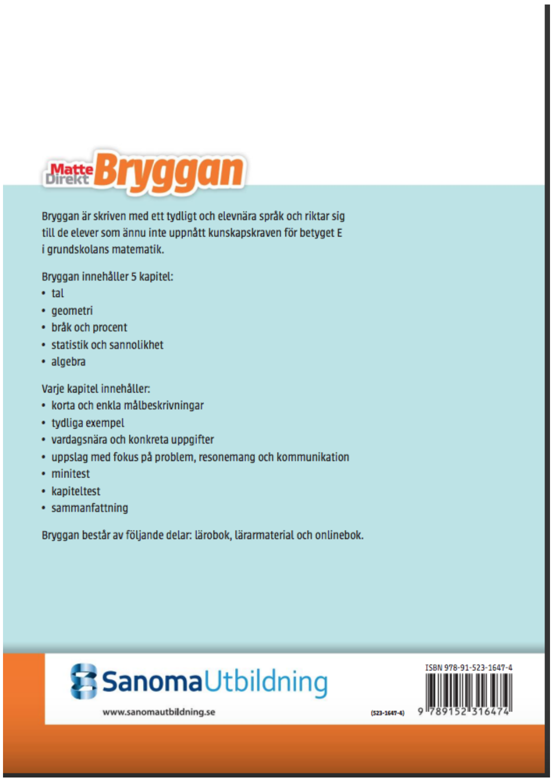
Vetenskapsrådet. (2017). Forskningsetiska principer inom humanistisk- samhällsvetenskaplig forskning. Hämtat från 2019-02-02 http://www.codex.vr.se/texts/HSFR.pdf

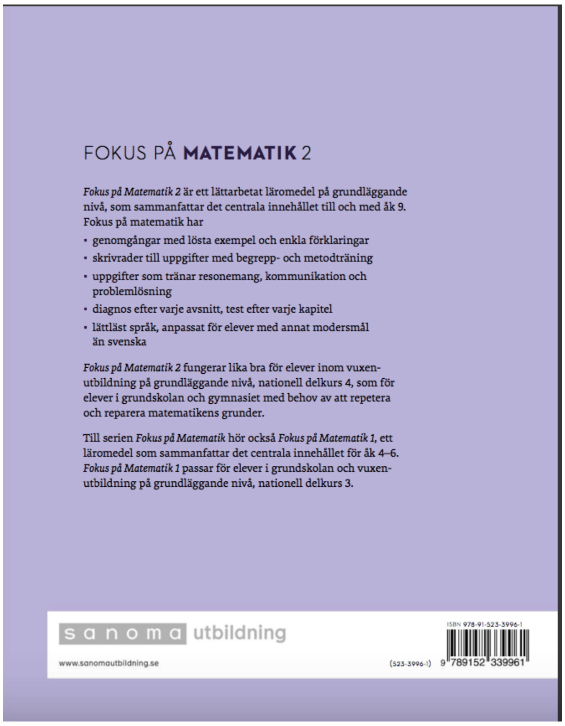
Wyndhamn, J, Riesbeck, E & Schoultz, J. (2000). *Problemlösning som metafor och praktik: studier av styrdokument och klassrumsverksamhet i matematik- och teknikundervisningen*. Linköpings universitet: Institutionen för tillämpad lärarkunskap. Lidköping: Univ.

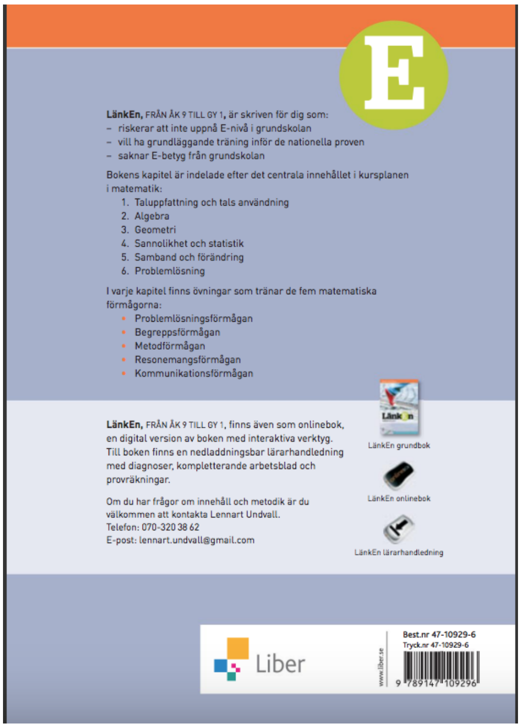
Vejde, O., Roth, G. (1999). *Liten ordbok i matematik*. Uppsala: Smedjebackens Grafiska AB.

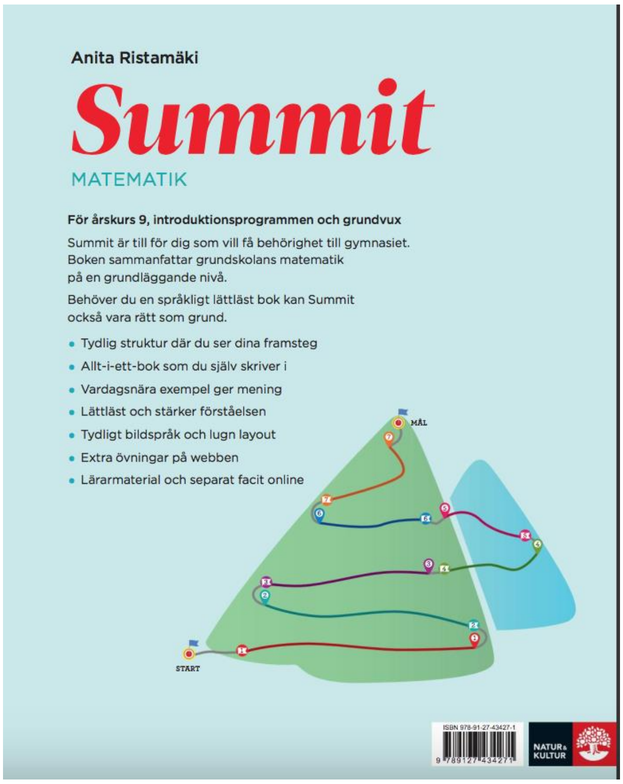
Bilagor

Bilaga 1 Läroböcker






E
LänkEn, FRÅN ÅK 9 TILL GY 1, är skriven för dig som:
– riskerar att inte uppnå E-nivå i grundskolan
– vill ha grundläggande träning inför de nationella proven
– saknar E-betyg från grundskolan
Bokens kapitel är indelade efter det centrala innehållet i kursplanen i matematik:
1. Taluppfattning och tals användning
2. Algebra
3. Geometri
4. Sannolikhet och statistik
5. Samband och förändring
6. Problemlösning
I varje kapitel finns övningar som tränar de fem matematiska förmågorna:
• Problemlösningsförmågan
• Begreppsförmågan
• Metodförmågan
• Resonemangsförmågan
• Kommunikationsförmågan
LänkEn, FRÅN ÅK 9 TILL GY 1, finns även som onlinebok, en digital version av boken med interaktiva verktyg. Till boken finns en nedladdningsbar lärarhandledning med diagnoser, kompletterande arbetsblad och provräkningar.
Om du har frågor om innehåll och metodik är du välkommen att kontakta Lennart Undvall.
Telefon: 070-320 38 62
E-post: lennart.undvall@gmail.com
LänkEn grundbok
LänkEn onlinebok
LänkEn lärarhandledning
Liber
www.liber.se
Best.nr 47-10929-6
Tryck.nr 47-10929-6
9 789147 109296


Anita Ristamäki
Summit
MATEMATIK
För årskurs 9, introduktionsprogrammen och grundvux
Summit är till för dig som vill få behörighet till gymnasiet. Boken sammanfattar grundskolans matematik på en grundläggande nivå.
Behöver du en språkligt lättläst bok kan Summit också vara rätt som grund.
• Tydlig struktur där du ser dina framsteg
• Allt-i-ett-bok som du själv skriver i
• Vardagsnära exempel ger mening
• Lättläst och stärker förståelsen
• Tydligt bildspråk och lugn layout
• Extra övningar på webben
• Lärarmaterial och separat facit online
MÅL
START
ISBN 978-91-27-43427-1
9 789127 434271
NATUR & KULTUR

Bilaga 2 Analys av Matte Direkt Bryggan

Missuppfattningar – analysverktyg

Lärobok: **Matte Direkt Bryggan** Datum: 22 mars 2019

M1

Sida: 82

a.	Kvadratmodellen	**Finns**	Finns inte
b.	Text som poängterar: dela i **lika** stora delar.	**Finns**	Finns inte

Beskrivning:

Som illustration av andelar används areamodellen, i form av en flagga. Bråktalen är utskrivna som matematiska tal och i textform. Begrepp poängteras med "fet skrift" och illustreras med hjälp av en matematisk symbol.

M2

Sida: s 83

a.	Nämnaren som bråkenhet poängteras i text.	Finns	**Finns inte**
b.	Kvadratmodell	**Finns**	Finns inte

Beskrivning

Ett exempeltal finns $\frac{2}{3}$ och $\frac{2}{5}$ och det illustreras med hjälp av två kvadratmodeller.

M3

Sida: 84, 85 (2 st)

a.	Kvadratmodellen	**Finns**	Finns inte
b.	Begreppet liknämnighet förklaras	**Finns**	Finns inte
c.	Förlängning och förkortning av bråk-tal är en multiplikation eller division med talet 1	Finns	**Finns inte**

Beskrivning

Olika bråk med samma värde illustreras med ett bråkplank. Ett exempel på olika bråk men med samma värde anges. (s 84)

Begreppet liknämnighet förklaras med ett exempel på förkortning och ett exempel på förlängning, dock utan att poängtera att man förkortar och förlänger med talet 1. (s 85)

M4

Sida: 90, 92 och 93

a.	Genomtänkta uppgifter utan skenmönster	**Finns**	Finns inte
b.	Tallinjen med decimaler och bråktal	**Finns**	Finns inte

c.	Bråktal utgår från helheten 1	Finns	**Finns inte**
d.	Decimaltal utgår från helheten 1	Finns	**Finns inte**
e.	Procenttal utgår från helheten 100	**Finns**	Finns inte

Beskrivning

Andel i decimalform illustreras med tallinje mellan 0-1 med decimaltal och bråktal. Det finns flera uppgifter där man växlar mellan decimalform och bråkform, utan underliggande skenmönster. (s 90)

Illustration att en hel är 100%. Kvadratmodellen används för att illustrera 100%, 50%, 25% och 75% samt motsvarande bråktal. Ett exempeltal finns. (s 92)

Kvadratmodellen används för att illustrera 1100 = 0,01= 1%. Två exempeltal finns. (s 93)

M5

Sida: 86

a.	Skriva bråket med bokstäver	Finns	**Finns inte**
b.	Nämnaren som bråkenhet	**Finns**	Finns inte
c.	Kvadratmodellen vid bråk av olika nämnare	Finns	**Finns inte**
d.	Pizzamodellen vid bråk av samma nämnare	Finns	**Finns inte**

Beskrivning

Addition och subtraktion med bråk med samma nämnare beskrivs med en mening och två exempeltal. Addition och subtraktion med bråk med olika nämnare beskrivs med en mening och två exempeltal.

Bilaga 3 Analys av Fokus

Missuppfattningar – analysverktyg

Lärobok: **Fokus** Datum: 29 mars 2019

M1

Sida: 48

a.	Kvadratmodellen	Finns	**Finns inte**
b.	Text som poängterar: dela i **lika stora** delar.	**Finns**	Finns inte

Beskrivning:

Pizzamodell illustrerar att delarna i bråken ska vara lika stora. Det finn en matematisk symbol med förklarande text med att det måste vara lika stora delar.

M2

Sida: 49

a.	Nämnaren som bråkenhet poängteras i text.	**Finns**	Finns inte
b.	Kvadratmodell	**Finns**	Finns inte

Beskrivning

Text förklarar att man måste beakta både nämnare och täljare när man jämför bråk. Kvadratmodell (rektangel) illustrerar bråk med samma nämnare och olika nämnare.

M3

Sida: 50

a.	Kvadratmodellen	**Finns**	Finns inte
b.	Begreppet liknämnighet förklaras	**Finns**	Finns inte
c.	Förlängning och förkortning av bråktal är en multiplikation eller division med talet 1	Finns	**Finns inte**

Beskrivning

Text förklarar att bråkets värde inte förändras vid förkortning och förlängning. Med matematiska symboler förklaras förkortning av 912 till 34 men kvadratmodellen visar endast 912. Med matematiska symboler förklaras förlängning av 25 och 615 men kvadratmodellen visar endast 615.

M4

Sida: 52, 160, 162 och 163

a.	Genomtänkta uppgifter utan skenmönster	**Finns**	Finns inte
b.	Tallinjen med decimaler och bråktal	**Finns**	Finns inte

c.	Bråktal utgår från helheten 1	Finns	**Finns inte**
d.	Decimaltal utgår från helheten 1	Finns	**Finns inte**
e.	Procenttal utgår från helheten 100	**Finns**	Finns inte

Beskrivning

Tallinje mellan 0-1 med bråktal och decimaltal finns. Det finns flera tal där man växlar mellan decimalform och bråkform utan underliggande skenmönster. (s 52)

Text förklarar att det hela är 100% och det illustreras med kvadratmodellen. (s 160)

Kvadratmodellen används för att illustrera 1100 = 0,01= 1%. (s 162)

Tabell med tal i bråkform, decimalform och procentform utan undanliggande skenmönster finns. (s 163).

M5

Sida: 51

a.	Skriva bråket med bokstäver	Finns	**Finns inte**
b.	Nämnaren som bråkenhet	**Finns**	Finns inte
c.	Kvadratmodellen vid bråk av olika nämnare	Finns	**Finns inte**
d.	Pizzamodellen vid bråk av samma nämnare	Finns	**Finns inte**

Beskrivning

Text förklarar att när nämnarna är lika adderar och subtraherar man täljarna. Två exempeltal visas. Addition och subtraktion med bråk med olika nämnare förklaras med två meningar och två exempeltal.

Bilaga 4 Analys av Summit

Missuppfattningar – analysverktyg

Lärobok: **Summit** Datum: 2019-04-24

M1

Sida:

a.	Kvadratmodellen	**Finns**	Finns inte
b.	Text som poängterar: dela i **lika** stora delar.	**Finns**	Finns inte

Beskrivning:

Två figurer i form av kvadratmodellen finns, där det i den första inte är lika stora delar och i den andra visar med streck att man då kan dela de små kvadraterna i halvor för att få lika stora delar. I texten bredvid står det att man måste ha lika stora delar och om det inte är så kan man själv dela in figuren så man får lika stora delar.

M2

Sida: 31

a.	Nämnaren som bråkenhet poängteras i text.	**Finns**	Finns inte
b.	Kvadratmodell	Finns	**Finns inte**

Beskrivning

Två figurer i form av pizzamodellen finns och utifrån dem ställs frågan om 13eller om 25är störst. Därefter förklaras i text att man måste förlänga bråken för att få samma nämnare. Förlängningen visas också matematiskt. Två rutor i anslutning till den matematiska uträkningen pekar ut att den gemensamma nämnaren blir 15.

M3

Sida: 33

a.	Kvadratmodellen	Finns	**Finns inte**
b.	Begreppet liknämnighet förklaras	Finns	**Finns inte**
c.	Förlängning och förkortning av bråk- tal är en multiplikation eller division med talet 1	Finns	**Finns inte**

Beskrivning

Ingen figur finns. Förkortning visas med två matematiska exempel. I den ena exemplet förkortas bråket två gånger. Text förklarar att vid förkortning av bråk så divideras täljare och nämnare med samma tal.

M4

Sida: 50, 51

a.	Genomtänkta uppgifter utan skenmönster	**Finns**	Finns inte
b.	Tallinjen med decimaler och bråktal	Finns	**Finns inte**
c.	Bråktal utgår från helheten 1	Finns	**Finns inte**
d.	Decimaltal utgår från helheten 1	Finns	**Finns inte**
e.	Procenttal utgår från helheten 100	**Finns**	Finns inte

Beskrivning

(s 50) I text förklaras att procent betyder hundradelar och att det hela är 100%. Fem figurer i form av pizzamodellen visar att 1=100 %, 12 = 50 %, 14 = 25 %, 15= 20 % och 110= 10 %. Det finns också en bild av två personer som pratar, där den ena säger “Du får 15 hundradelar i rabatt” och den andra säger “Du menar alltså att jag får 15% i rabatt”. Det finns också en bild av en 500 kronors sedel som är indelad i 100 rutor. Kopplat till figuren finns ett matematiskt exempel som visar att 1% av 500 kr är 5 kr.

(s 51) På en helsida som förklarar en av procentens basproblem, nämligen hitta delen, finns en ruta i mitten som visar 17 % = 17/100= 0,17.

M5

Sida: 34, 35

a.	Skriva bråket med bokstäver	**Finns**	Finns inte
b.	Nämnaren som bråkenhet	**Finns**	Finns inte
c.	Kvadratmodellen vid bråk av olika nämnare	Finns	**Finns inte**
d.	Pizzamodellen vid bråk av samma nämnare	**Finns**	Finns inte

Beskrivning

(s 34) Beskriver addition och subtraktion av bråk med samma nämnare. Text visar att detta är enkelt eftersom delarna är lika stora. Det finns ett exempel i form av 24+ 14= 34och tre figurer i pizzamodellen illustrerar detta samt ett fotografi på en chokladkaka eftersom exemplet handlar om detta. Under pizzamodellerna står också det matematiska exemplet skrivet med bokstäver alltså “Två fjärdedelar plus en fjärdedel är tre fjärdedelar”.

(s 35)

Beskriver addition och subtraktion av bråk med olika nämnare och text inleder sidan att man måste ha samma nämnare och därför får man förlänga ett eller båda bråken. Det första exemplet 12+ 14illustreras med två figurer av pizzamodellen. En textruta förklarar att det räcker att förlänga det ena bråket. Ett fotografi med pengar illustrerar själva uppgiften som handlar om studiebidrag. Exemplet visar också en subtraktion som utgår från att hela studiebidraget är 1 d v s 44och att summan från addition subtraheras från detta. Det andra exemplet visar att om man ska addera 12+13så måste bägge bråktalen förlängas och få nämnaren 6. Ett fotografi illustrerar fjällvandring vilket exemplet handlar om. Exemplet visar också en subtraktion som utgår från att hela fjällvandringen är 1 d v s 66och att summan från addition subtraheras från detta.

Bilaga 5 Analys av Länken

Missuppfattningar – analysverktyg

Lärobok: **Länken** Datum: 2019-04-23

M1

Sida: **<u>Finns inte</u>**

a.	Kvadratmodellen	Finns	Finns inte
b.	Text som poängterar: dela i **lika** stora delar.	Finns	Finns inte

Beskrivning:

M2

Sida: **<u>Finns inte</u>**

a.	Nämnaren som bråkenhet poängteras i text.	Finns	Finns inte
b.	Kvadratmodell	Finns	Finns inte

Beskrivning

M3

Sida: 27

a.	Kvadratmodellen	Finns	**<u>Finns inte</u>**
b.	Begreppet liknämnighet förklaras	**<u>Finns</u>**	Finns inte
c.	Förlängning och förkortning av bråktal är en multiplikation eller division med talet 1	Finns	**<u>Finns inte</u>**

Beskrivning

Två exempeltal på förlängning finns. Begreppet MGN, minsta gemensamma nämnare, tas upp i en ruta i anslutning till det första exemplet.

M4

Sida: 25, 113

a.	Genomtänkta uppgifter utan skenmönster	**<u>Finns</u>**	Finns inte
b.	Tallinjen med decimaler och bråktal	Finns	**<u>Finns inte</u>**
c.	Bråktal utgår från helheten 1	Finns	**<u>Finns inte</u>**
d.	Decimaltal utgår från helheten 1	Finns	**<u>Finns inte</u>**
e.	Procenttal utgår från helheten 100	Finns	**<u>Finns inte</u>**

Beskrivning

s 25 Sambandet mellan bråkform och decimalform visas i en ruta i form av talen:

12=0,5, 14 =0,25, 15=0,2, 110 =0,1, 1100 =0,01. Därefter ytterligare exempel på hur man går tillväga vid omvandling från bråk till decimaltal i form av 45= 0,8 och 620 =0,3.

s 113 återfinns en ruta med samma tal som på sidan 25 men nu är talen skrivna även i procentform. Inga bilder eller exempeltal.

M5

Sida: 27

a.	Skriva bråket med bokstäver	Finns	**Finns inte**
b.	Nämnaren som bråkenhet	**Finns**	Finns inte
c.	Kvadratmodellen vid bråk av olika nämnare	Finns	**Finns inte**
d.	Pizzamodellen vid bråk av samma nämnare	Finns	**Finns inte**

Beskrivning

Två exempeltal på förlängning finns. Inget av exemplen visar addition vid samma nämnare. Det första är 34+23där förlängning görs och nämnarna blir 12:e delar, adderas och görs om till blandad form. Begreppet MGN, minsta gemensamma nämnare, tas upp i en ruta i anslutning till exemplet. Det andra exempeltalet är 56-13 där förlängning av den andra termen görs så att nämnaren blir 6. Förlängningen och att differensen sedan går att förkorta med bråk finns i en anslutande ruta.

Bilaga 6 Missivbrev

Göteborg 2019-03-22

Till vårdnadshavare och elev

Vi läser på Speciallärarprogrammet med inriktning mot matematik på Göteborgs universitet. Under vårterminen genomför vi vårt examensarbete i specialpedagogik. Ett av våra syften är att vi vill studera hur elever använder introduktionsrutorna, de rutor som inleder varje avsnitt i matematikboken. Som speciallärare är det viktigt att få en uppfattning om hur elever som arbetar självständigt i matematikboken tillgodogör sig innehållet i introduktionsrutorna.

Vi kommer göra en gruppintervju där samtalet kommer att spelas in. Fokus i studien ligger på om böckerna är välformulerade och det är alltså eleverna som ska ge sina synpunkter på böckerna. Vi tror denna frågestund kan skapa en medvetenenhet hos elever på hur de kan använda introduktionsrutorna på ett effektivare sätt. Intervjun beräknas ta 20-30 minuter av lektionstid. Eleven kommer inte kunna identifieras i studiens resultat utan kommer att vara anonym. Om ni vill ta del av studiens resultat får ni gärna kontakta undertecknade.

Det är frivilligt att delta i studien men vi hoppas på ert samtycke då vi tror att resultatet kommer att hjälpa elever som är i behov av extra stöd i matematik. Om du inte vill att din son/dotter ska medverka i studien meddela genom mail XXX@XXX eller sms XXXX-XXXXX.

Med vänlig hälsning

Terese Fahlgren Wallskog

Högstadielärare matematik

Töreboda

Maria Skoglund Nordin

Speciallärare i matematik

Göteborg