



GÖTEBORGS
UNIVERSITET

Hur löser lärare problemet med problemlösning?

En intervjustudie av lärares undervisning om och med problemlösning i matematikämnet på gymnasiet.



Ebba Swahn
Ämneslärarprogrammet med inriktning mot
gymnasieskolan

Examensarbete: 15 hp
Kurs: LGMA2A
Nivå: Avancerad nivå
Termin/år: VT 2019
Handledare: Daniel Persson
Examinator: Hossein Raufi
Kod: VT19-3001-009-LGMA2A

Nyckelord: Problemlösning. Undervisning. Matematik. Gymnasielärare.
Matematikdidaktik. Problemlösningsstrategier. Problematisering. Undervisningsstrategier.

Abstract

The following study consists of interviews with Swedish mathematics teachers regarding their teaching practice when working with problem solving in upper secondary school. One of the goals for the Swedish curriculum in upper secondary school is for students to develop their ability for problem solving, in mathematics as well as in other areas. Research shows that problem solving has positive effects on mathematical learning, but the actual teaching of the subject appears to be a hard task. To study how teachers deal with this task, eight certified mathematics teachers were interviewed about how they plan and implement their teaching of problem solving, what goals they have surrounding this content, what difficulties they experience and how they deal with them. The transcribed interviews were analysed based on grounded theory starting with open coding followed by thematizing based on the interview questions. The differences in the teachers' interpretations of the *concept of problem solving* seemed to have less effect on their teaching practice than the differences in their perception of the *purpose of problem solving*. One difficulty experienced by most teachers, and which affected the content concerning problem solving, was lack of time. Teachers who *did not* consider the problem solving ability to be applicable in subjects other than mathematics, still believed the aim of their teaching to be fulfilled even with less time dedicated to problem solving. The teachers who *did* consider this ability to be useful in other areas as well, either dedicated more teaching time to, or wished they could dedicate more time to, problem solving and viewed the lack of time as an obstacle. Many other difficulties were mentioned, such as balancing differences in previous knowledge, lack of motivation among the students, and students not daring to take chances when choosing and testing different methods. As a group the informants had suggestions for ways of overcoming most of these problems. It seems that by allowing teachers to cooperate when planning and implementing problem solving in their practice, many of these obstacles could be overcome, and education in problem solving could develop to into what the curriculum aims at rather than what the teachers find it possible to accomplish.

Förord

Jag vill börja med att tacka de åtta lärare som har ställt upp och deltagit i intervjuer för detta examensarbete. Det har varit både roligt och givande att få del av alla deras tankar och erfarenheter, och denna inblick har gett mig nya perspektiv inför mitt framtida arbete som lärare. Jag vill också tacka min handledare som kommit med välbehövd feedback och uppmuntrat mig under arbetets gång.

Innehållsförteckning

1	Inledning	1
1.1	Syfte och frågeställningar	1
1.2	Avgränsningar.....	2
1.3	Bakgrund och teoretiskt ramverk.....	3
1.3.1	Vad är problemlösning?	3
1.3.1.1	Problemlösning som mål.....	3
1.3.1.2	Problemlösning som medel.....	4
1.3.2	Varför undervisa i problemlösning?	4
1.3.3	Hur bör undervisningen se ut?	6
1.3.3.1	Välja lämpliga problem.....	6
1.3.3.2	Undervisning om ett problemlösande arbetssätt.....	7
1.3.3.3	Lärarens roll i undervisningen.....	9
1.3.3.4	Skolverkets stödmaterial.....	9
2	Metod.....	11
2.1	Metod för datainsamling.....	11
2.2	Utarbetande av intervjuguide.....	11
2.3	Urval	11
2.4	Forskningsetik.....	12
2.5	Trovärdighet	12
2.5.1	Reliabilitet	12
2.5.2	Validitet	12
2.6	Analysmetod.....	13
3	Resultat.....	14
3.1	Lärarnas syn på problemlösning.....	14
3.1.1	Definitioner av begreppen <i>problem</i> och <i>problemlösning</i>	14
3.1.2	Syftet med att undervisa i problemlösning	15
3.1.2.1	Nationella proven	16
3.1.3	Centralt innehåll och förmåga	16
3.1.4	Fördelar med problemlösning	17
3.2	Planering av undervisningen.....	18
3.2.1	Välja lämpliga problem.....	18
3.2.2	Problemlösningsstrategier	19
3.2.3	Lärobokens roll i undervisningen	20
3.2.4	Bedömning av problemlösning.....	21
3.2.5	Exempel på undervisningsupplägg	22

3.2.5.1	Introduktion av problemlösning	22
3.2.5.2	Arbete med ett problem	23
3.2.5.3	Samarbete mellan lärare.....	23
3.2.5.4	Veckoredovisningar	23
3.2.5.5	Problematisering av det centrala innehållet	24
3.2.5.6	Programmering för att träna problemlösningförmågan	24
3.2.5.7	Problemlösning med tävlingsmoment	24
3.2.5.8	Filmredovisning av problemlösningprocessen	25
3.3	Under lektionen	25
3.3.1	Ställa frågor.....	26
3.3.2	Stimulera och stödja alla elever	26
3.3.3	Lyfta elevernas ”mattesjälvförtroende”	27
3.3.4	Problemlösning och förkunskaper.....	28
3.3.4.1	Strategier för olika förkunskaper och ambitionsnivå	28
3.3.4.2	Olika kurser och nivåer	29
3.4	Sammanfattning: svårigheter och lösningar	30
4	Diskussion	32
4.1	Metoddiskussion	32
4.1.1	Trovärdighet.....	32
4.1.2	Analys	32
4.2	Resultatdiskussion	33
4.2.1	Lärarnas syn på problemlösning	33
4.2.1.1	Vad är problemlösning?	33
4.2.1.2	Syftet med att undervisa i problemlösning	33
4.2.1.3	Centralt innehåll och förmåga	34
4.2.2	Planering och genomförande av undervisning i problemlösning	35
4.2.2.1	Undervisning i problemlösningstrategier	35
4.2.2.2	Vikten av samarbete	36
4.2.3	Svårigheter och lösningar	37
4.3	Slutsatser.....	38
4.4	Didaktiska konsekvenser	38
4.5	Framtida forskning.....	39
	Referenslista.....	40
	Bilaga 1: Missivbrev och informerande mejl.....	42
4.6	Missivbrev	42
4.7	Informera mejl	42

Bilaga 2: Intervjuguide	43
--------------------------------------	-----------

Tabellförteckning

Tabell 1: Svårigheter med undervisning i problemlösning och förslag på lösningar.....	30
--	-----------

1 Inledning

Som matematiklärare i dagens gymnasieskola ställs man inför en mängd utmaningar, och läraruppdraget innefattar många skilda mål som ska uppfyllas. Inte minst uppdraget att genom gymnasieutbildningen ge eleverna en stabil grund att stå på inför kommande studier och arbetsliv. I läroplanen för gymnasieskolan anges de mål som elever förväntas uppnå genom sin gymnasieutbildning. Bland annat ingår målet att de efter utbildningen ska ha utvecklat sin förmåga i *problemlösning* (Skolverket 2011c), en förmåga som tycks alltmer efterfrågad allteftersom automatiseringen i samhället ställer högre krav på just problemlösning inom yrkeslivet (Autor, 2015). Vidare speglas detta mål även i läroplanen för matematikämnet, och är inkluderat i samtliga matematikkurser på gymnasiet (Skolverket, 2011c).

Inom didaktisk forskning förespråkas problemlösning i stor utsträckning som arbetsmetod inom matematikundervisningen. Lester (2013) förklarar att mycket forskning har bedrivits om problemlösning och dess många positiva effekter på elevers lärande, men uttrycker vidare att forskningen brister när det kommer till *hur* sådan undervisning bör se ut. Det finns en del råd och riktlinjer för hur lärare kan integrera problemlösning i undervisningen på olika sätt, men utan koppling till studier av vare sig framgång eller effektivitet hos dessa upplägg.

Skolverket (2011a) menar att problemlösning och övrigt centralt innehåll inte ska ses som separata delar utan att de bör integreras. Problemlösning kan användas som ett verktyg för att undervisa om övrigt innehåll, men det kan också vara det övriga centrala innehållet som används för att träna problemlösningens förmågan. I teorin låter detta kanske självklart och det harmonierar också med samtida forskning om hur matematikundervisningen bör bedrivas för största möjliga framgång. Det är först när dessa teorier ska översättas till faktisk handling som det uppstår problem. Detta kan härledas till att anvisningarna i läroplanen för *vad* som ska undervisas inte innehåller instruktioner för *hur* det ska undervisas. Således uppstår frågan: *Hur gör lärare för att implementera problemlösning i sin undervisning?* Följande studie består av intervjuer med åtta verksamma lärare i matematik och undersöker frågor om hur lärares undervisningspraktik rörande problemlösning ser ut, samt vilka svårigheter lärare upplever i samband med sådan undervisning.

1.1 Syfte och frågeställningar

Syftet med följande studie är att undersöka hur gymnasielärares undervisning i problemlösning i matematikämnet ser ut i förhållande till läroplanen utifrån de olika förutsättningar och synsätt som lärare har. Följande frågeställningar har undersökts:

1. Hur ser gymnasielärare på vad problemlösning innebär och vilka anser de vara målen med problemlösning i undervisningen?
2. Hur planerar och genomför gymnasielärare undervisning i problemlösning?
3. Vilka svårigheter upplever gymnasielärare i samband med undervisning i problemlösning?
4. Hur hanterar gymnasielärare de eventuella svårigheter som de ställs inför?

1.2 Avgränsningar

I studien har enbart lärares erfarenheter, ståndpunkter och upplevelser tagits i beaktande. Elevers perspektiv har alltså inte undersökts annat än så som lärarna har uppfattat och återgivit det. De utsagor som ligger till grund för att beskriva lärares undervisningspraktik har heller inte kompletterats och bekräftats med observationer.

1.3 Bakgrund och teoretiskt ramverk

Nedan redogörs för definitioner av några relevanta begrepp inom ämnesområdet och för några lärandeteorier, som tillsammans kan ses som en grund för arbete med problemlösning. Med hjälp av tidigare forskning och Skolverkets styrdokument och kompletterande material redogörs för vad problemlösning är, varför det ingår i matematikundervisningen samt hur arbetet med och undervisningen i problemlösning skulle kunna se ut.

1.3.1 Vad är problemlösning?

I forskningslitteraturen som behandlar problemlösning finns en mängd olika förslag på hur *problemlösning* kan och bör definieras. Nedan följer en genomgång av resultat och synsätt på problemlösning i skolan hämtad från både svenska och internationella forskare. I läroplanen för matematikämnet beskrivs problemlösning både som ett centralt innehåll och som en matematisk förmåga (Skolverket, 2011c). Distinktionen mellan innebörden av dessa två termer görs inte i läroplanen. Skolverket (2011a) har dock kompletterat ämnesplanen för matematikämnet med ett kommentarmaterial där problemlösning beskrivs närmare.

1.3.1.1 Problemlösning som mål

I Skolverkets kommentarmaterial betonas bland annat att problemlösning ska införlivas både som ett medel och ett mål för matematikundervisningen (Skolverket, 2011a).

Uppdelningen pekar på två olika syften för problemlösning i undervisningen, och de kräver också olika arbetssätt. Undervisning med problemlösning som *mål* sammanfattas som träning och utveckling av problemlösningsförmågan. Det medvetna användandet av problemlösningsstrategier beskrivs som en del av förmågan, tillsammans med färdigheter i att *kunna analysera och tolka problem* (Skolverket, 2011a, s. 2). Genom introduktion av och arbete med problemlösningsstrategier ges eleverna konkreta verktyg som kan användas vid problemlösande arbete, och därmed utvecklas elevernas *problemlösningsförmåga*. Nedan följer en sammanställning av en del av den forskningslitteratur där problemlösning framför allt beskrivs som ett mål för undervisningen.

En forskare som tidigt uppmärksammade problemlösning i sitt arbete var George Pólya (1945). Han var en ungersk-amerikansk forskare inom matematik och utbildning som har lämnat avtryck även i modern forskning. Inom matematikdidaktiken är han känd för sin text *How to solve it*. Där formulerar han bland annat *fyra faser av problemlösning*, som beskrivs under avsnitt 1.3.3.2.1. Någon klar definition av vad ett problem eller vad problemlösning är gör han inte i boken, det framgår dock att Pólya ser problemlösning som *upptäckande* arbete och att problemet i någon mening därför bör vara nytt och okänt för problemlösaren.

A great discovery solves a great problem but there is a grain of discovery in every problem.
(Pólya, 1945, s. V)

Pólya beskriver problemlösning som en *heuristisk* förmåga som kräver träning för att uppnås. Heuristik förklaras av Pólya som förmågan att kombinera välgrundade gissningar med strategiskt valda metoder för att söka lösningar på matematiska problem. Likheter med Pólyas beskrivningar av problemlösning återfinns i Skolverkets kommentarmaterial till matematikämnet. Där framställs problemlösning som arbete med en *uppgift som inte är av standardkaraktär och där det inte på förhand för eleven finns en känd lösningsmetod* (Skolverket, 2011a, s. 2). Båda beskrivningar förutsätter att eleven ställs inför ett nytt problem med okänd lösningsmetod. Vidare förklarar Skolverket att problemlösning är en *icke-linjär process* som kräver att eleven *själv och i samspel med andra* kan tolka problem (Skolverket,

2011a, s. 9). Det förutsätter också att eleven kan värdera och använda olika problemlösningstrategier, tillämpa lämpliga procedurer samt reflektera kring sina resultat och resonemang för att dra slutsatser och utveckla sina kunskaper vidare.

Alan Schoenfeld (1985) är en amerikansk professor i matematik och undervisning som forskat om *matematiskt tänkande* och problemlösning sedan 1970-talet. I sitt arbete, *Mathematical Problem Solving*, kommenterar han bland annat Pólyas (1945) *How to solve it*, och instämmer i Pólyas beskrivning av problemlösning som en heuristisk förmåga. Schoenfeld påpekar också att problemlösning är relativt, och att beroende på problemlösarens tidigare kunskaper och erfarenheter kommer en och samma uppgift fungera som ett problem för en person men som en rutinuppgift för en annan.

1.3.1.2 Problemlösning som medel

Problemlösning som medel har som syfte att träna de övriga sex matematiska förmågor som ingår i läroplanen för matematik. I detta avseende ses problemlösning som ett centralt innehåll, där medvetet arbete med problemlösningstrategier ska ge eleverna möjlighet att införliva och systematisera kunskaper inom flera olika områden av matematikämnet (Skolverket, 2011a).

Eva Taflin (2007) är en svensk forskare i matematikdidaktik och hon skriver i sin forskning bland annat om så kallade *rika problem*. De sju kriterier som Taflin formulerat för rika problem återfinns i skolverkets stödmaterial om problemlösning, och beskrivs närmare under avsnitt 1.3.3.1. Problemlösning kan enligt Taflin innebära olika saker beroende på syfte och sammanhang. Det kan vara ett sätt för elever att testa och för att testa och förvärva nya kunskaper om begrepp, metoder, strategier och representationsformer. Det kan också vara ett sätt att öva på sitt matematiska språk eller sin resonemangsförmåga genom diskussion och samtal med andra. Taflin påpekar även att metakognition är en viktig del i problemlösningens förmågan och att eleven, med hjälp av läraren, behöver skapa en medvetenhet om sitt eget lärande. Schoenfeld (1991) framställer, i likhet med Taflin (2007), problemlösning som nyckeln till *matematiskt meningsskapande*. Detta skildrar synen på problemlösning som ett verktyg för matematiskt lärande.

Jo Boaler (2002) är en brittisk forskare i matematikdidaktik och har sedan 1990-talet bland annat forskat om vilka effekter ett öppet och problemlösningbaserat arbetssätt i undervisningen har på elevernas lärande och på likvärdigheten i utbildningen. Boaler beskriver problemlösning som ett öppet arbete med kontextualiserade problem, där det går att använda olika metoder som sedan kan diskuteras för att skapa större matematisk förståelse. Gemensamt för ovan nämnda forskares synsätt är att de inte enbart belyser problemlösning som en förmåga för sig, utan även som ett medel för att förvärva matematiska kunskaper inte minst en väg till ökad förståelse för matematiska samband.

Vidare kommer problemlösningbaserad undervisning där både undervisning med problemlösning som medel och undervisning med problemlösning som mål åsyftas beskrivas som *undervisning i problemlösning*.

1.3.2 Varför undervisa i problemlösning?

Läroplanen för gymnasieskolan består av två delar, där den första delen tar upp skolans värdegrund och uppgifter. Den andra delen utgörs av övergripande mål och riktlinjer, där Skolverket (2011c) har formulerat allmänna mål som elever efter utbildning i gymnasieskolan

ska ha uppnått. Lärarens uppdrag blir här att se till så att båda delar i läroplanen genomsyrar alla år av gymnasieutbildningen. Bland de allmänna målen anges bland annat att elever efter avslutad utbildning ska kunna *använda såväl digitala som andra verktyg och medier för kunskapssökande, informationsbearbetning, problemlösning, skapande, kommunikation och lärande* (Skolverket, 2011c, s. 5). Alltså är problemlösning ett gemensamt lärandemål för samtliga gymnasieelever och på samtliga program. Problemlösning ingår också i avsnittet om matematikämnets syfte i gymnasieskolan. Där står det att

Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. (Skolverket, 2011b, s. 90).

I matematikämnet ska gymnasieelever få utrymme att träna på problemlösning, och det är dessutom en av de sju förmågor som bedöms i ämnet (Skolverket, 2011b). Till sist står det i kommentarmaterialet till matematikämnet att dessa kunskaper *kan användas för att lösa problem inom olika områden både inom och utanför matematikens områden* (Skolverket, 2011a, s. 9). Utifrån de styrdokument och tilläggsmaterial som Skolverket riktar till matematiklärare på gymnasiet framgår problemlösning som ett viktigt innehåll. Nedan motiveras vikten av problemlösning utifrån forskningslitteraturen.

I framtiden kommer allt fler yrken att bli automatiserade, det innebär att människor inte längre kommer att behövas för att utföra många arbetsuppgifter. I ett sådant samhälle blir det särskilt viktigt att medborgare utbildar sig på områden där deras förmågor fortfarande behövs, eftersom det fortfarande finns flera mänskliga förmågor och egenskaper som maskiner inte kan ersätta. Bland dessa förmågor ingår problemlösning (Autor, 2015; Brynjolfsson & McAfee, 2015).

Inom didaktisk forskning framhävs även flera fördelar för elevernas lärande med problemlösning i undervisningen. Inom socialkonstruktivismen, ett lärandeperspektiv med stort inflytande över den svenska skolan, anses språket vara ett nödvändigt redskap för lärande (Säljö, 2014). Därför måste kommunikationen emellan människor tas i beaktande vid problemlösning och samarbete. Lev Vygotskij, som tidigt blev ett viktigt namn inom socialkonstruktivismen, menar att lärande framför allt sker i samspel med andra, och att först efter detta samspel kan individuellt kunskapande ske (Säljö, 2014). Problemlösning beskrivs ofta just som ett socialt arbetssätt som skapar goda förutsättningar för lärande. Eleverna får träna på att förklara olika begrepp och metoder för varandra i olika kontexter, och så småningom kan deras matematiska kunskaper med lärarens hjälp organiseras på ett sätt som är användbart i elevernas fortsatta lärande (Boaler, 2002; Cobb, Yackel & Wood, 1992).

Earna Yackel och Paul Cobb (1996) har i en studie undersökt hur *sociomatematiska normer* i klassrummet påverkar elevens lärande och förhållningssätt till matematik. Enligt dem bidrar det problemlösande arbetet till ett *undersökande* matematiskt arbetssätt hos eleverna, något de menar är ett eftersträvanvärt och fördelaktigt förhållningssätt till matematikämnet. Vidare har Boaler (2002) i en longitudinell studie undersökt hur elever på olika sätt påverkas av problembaserat lärande i matematikämnet. Detta gjordes genom jämförelser av elevgrupper på två olika skolor som deltagit i olika typer av undervisning. Den ena undervisningsformen som testades utgjordes av ”traditionell” katederundervisning, och jämfördes sedan med problembaserad undervisning. Boaler menade att dessa studier visade tydligt positiva effekter av problembaserat lärande, såsom minskad differentiering mellan olika socioekonomiska grupper, större intresse för matematikämnet bland eleverna och högre resultat på examinationer och kunskapstester. Hur undervisningen bör anpassas för att uppnå sådana

resultat menar Lester (2013) dock att forskning om problemlösning ännu inte behandlat i någon större utsträckning.

1.3.3 Hur bör undervisningen se ut?

För att uppnå de mål som läroplanen tar upp för matematikämnet menar skolverket att lärare bör erbjuda varierade undervisningsformer, bland annat genom undersökande arbete (2011c). Variationen kan bestå av arbete i olika typer av gruppkonstellationer, eller genom olika uttrycksformer, verktyg och undervisningsupplägg (Skolverket, 2011a). Det här menar Skolverket ska bidra till elever lärande och förståelse, eftersom flera sinnen stimuleras i samband med undervisningen och fler möjligheter ges till olika tankesätt. Problemlösning kräver i regel ett utforskande arbetssätt och kan därmed vara ett medel för läraren att variera undervisningen. Vidare redogörs för de olika moment av undervisningen som läraren kan påverka för att ge eleverna goda förutsättningar att utveckla sin problemlösningförmåga.

1.3.3.1 Välja lämpliga problem

En del i planeringen av problemlösningbaserade lektioner handlar om att välja lämpliga problem för eleverna att arbeta med. Forskare inom fältet har olika teorier om vilka egenskaper ett bra problem ska ha. Schoenfeld (1991) har i sin forskning kommit fram till följande fyra kriterier som ett problem bör uppfylla för att bidra till matematiskt meningsskapande.

1. Problemet ska vara relativt lättillgängligt, och det ska inte krävas alltför stor förkunskap och ordförråd för att förstå och börja arbeta med problemet.
2. Problemet ska gå att lösa på flera sätt.
3. Problemet ska introducera viktiga matematiska idéer, antingen i form av ett nytt område eller för att träna elevernas heuristiska förmågor.
4. Problemet ska vara öppna och ge utrymme för undersökande arbete, och gärna vara generaliserbara.

Vidare uttrycker Schoenfeld att bra problem har förmågan att skapa fler problem, och på så sätt väcka nyfikenhet hos elever inför att fortsätta det utforskande arbetet.

Taflin (2007) har med hjälp av olika definitioner av vad som utgör lämpliga matematiska problem för problemlösning som formulerats i tidigare forskning, bland annat utifrån Schoenfelds fyra kriterier, sammanställt sju kriterier för så kallade *rika problem*.

1. Problemet ska introducera till viktiga matematiska idéer.
2. Problemet ska vara lätt att förstå och alla ska ha en möjlighet att arbeta med det.
3. Problemet ska upplevas som en utmaning, kräva ansträngning och tillåtas ta tid.
4. Problemet ska kunna lösas på flera olika sätt, med olika matematiska idéer och representationer.
5. Problemet ska kunna initiera till matematiska resonemang utifrån elevernas skilda lösningar, ett resonemang som visar på olika matematiska idéer.
6. Problemet ska kunna fungera som brobyggare.
7. Problemet ska kunna leda till att elever och lärare formulerar nya intressanta problem. (Taflin, 2007, s. 11-12)

Skolverket hänvisar till Taflins sju kriterier för rika problem i en modul som utgivits för att stötta lärare i undervisning utifrån problemlösning (Cronhjort & Thunberg, 2014).

Frank Lester (2013) är en amerikansk forskare inom didaktik och utbildning, som framhåller risker med att många lärare ofta definierar problem som *textuppgifter*. Lester menar att denna syn är alltför snäv och att textuppgifter dessutom inte nödvändigtvis tränar problemlösningsförmågan utan snarare *modelleringsförmågan*. Taflin (2007) påpekar också att problem ska vara lätta att förstå, och att onödig text som skulle kunna hindra en del elevers förståelse därför bör undvikas.

1.3.3.2 Undervisning om ett problemlösande arbetssätt

Då läraren valt ut lämpliga problem för undervisningen är nästa steg att lyfta fram det arbetssätt som elever behöver anamma för att arbeta med problemen. Taflin (2007) pratar om att eleverna behöver göras medvetna om de val som görs under problemlösningsprocessen, och att olika typer av val har olika effekter på lärandet. *Taktiska val* menar Taflin skapar kortsiktiga lösningar som inte har en generell användning bortom det problemet som eleven arbetar med i stunden. *Strategiska val* har större tillämpningsmöjligheter, och utgör därför en värdefull grund för elevens problemlösningsförmåga även på längre sikt. Genom att träna på att göra strategiska val menar Taflin att elevens metakognition aktiveras, vilket i sin tur ökar förståelsen för problemlösningsprocessen och det egna lärandet.

1.3.3.2.1 Pólyas fyra faser

Något om att det är viktigt att känna till för lärare som ska undervisa i problemlösning är hur problemlösningsprocessen ser ut. Pólya (1945) formulerade tidigt ett antal steg som han ansåg alltid bör ingå i det problemlösande arbetet. Han kallade dem *fyra faser av problemlösning*, och dessa faser har nedan sammanfattats i punktform. Till var och en av faserna hörde även ett antal frågor som Pólya menar att problemlösaren bör ta med sig under sitt arbete.

1. Skapa förståelse för problemet.

Frågor som problemlösaren bör ställa sig själv under denna fas kan vara: *Vad är känt? Vad ska undersökas? Är informationen tillräcklig? Är all information relevant?*

2. Utforma en plan.

Här bör problemlösaren fråga sig hur tidigare erfarenheter och kunskaper kan tillämpas: *Är problemet bekant sedan tidigare? Hur löstes det då? Vilka strategier kan användas nu?*

3. Genomföra planen.

De frågor som bör tas upp här handlar framför allt om huruvida planen leder dit problemlösaren avsett att den ska leda: *Fungerar strategierna? Har de använts på rätt sätt?*

4. Återkoppling.

I den fjärde och sista fasen är det viktigast att fundera över vad den framtagna informationen eller svaret faktiskt säger, och inte enbart om svaret är korrekt. Återkopplingen har också som syfte att problemlösaren ska reflektera över nya kunskaper inför framtida användning. *Hittades den information som söktes? Finns det mer information att hitta? Var den valda metoden den mest effektiva? Behöver något steg göras om?*

Pólya menar att lärarens presentation av dessa fyra faser fyller två olika funktioner i undervisningen. För det första kan läraren genom att hänvisa till respektive fas hjälpa eleven

vidare i sitt arbete med ett problem. Dessutom får eleven genom sina kunskaper om dessa faser ett verktyg att hantera framtida problem som hen ställs inför.

1.3.3.2.2 Problemlösningstrategier

Schoenfeld (1992) har i sin forskning formulerat fem *kognitiva processer* som han beskriver som centrala för matematiskt tänkande och problemlösningssarbete. De första två processerna utgörs av problemlösarens förkunskaper och tidigare erfarenheter som Schoenfeld kallar för *kunskapsbasen*, och *problemlösningstrategier* som beskrivs vidare nedan. Den tredje processen *självreglering och metakognition* handlar om att problemlösaren måste kunna reflektera kring sitt eget matematiska tänkande och kunna omvärdera eventuellt felaktiga föreställningar och *övertygelser*, som är den fjärde punkten. Slutligen tar Schoenfeld upp *undervisningspraktiken*, som han menar bör överensstämma med den matematiska syn som ska läras ut.

Bland dessa fem processer är den andra punkten, problemlösningstrategier, ett återkommande ämne inom forskningsfältet (Pólya, 1945; Schoenfeld, 1992; Taflin, 2007; Lester, 2013). Problemlösningstrategier presenteras ofta som en lista över steg som eleverna kan ta för att komma igång med sitt arbete, eller ”knep” för att komma vidare när de har fastnat. Skolverket ger förslag på strategier som skulle kunna användas under arbete med matematisk problemlösning. Nedan anges en lista över strategier som föreslås i kommentarmaterialet till matematikämnet:

- Jämföra med liknande problem
- Gissa, försöka och förbättra
- Förenkla problemet
- Använda ekvation
- Göra lista eller tabell
- Arbeta baklänges
- Dramatisera problemet
- Rita en bild eller graf
- Göra en modell
- Göra simuleringar
- Prova alla möjligheter
- Söka efter undantag
- Om en lösningsmetod inte fungerar, börja om med en annan (Skolverket, 2011a, s. 10).

Vidare innehåller Matematik 5000, som är ett av de mest använda läromedlen i matematikundervisningen på svenska gymnasieskolor, ett uppslag med problemlösningstrategier i läroböckerna för kurs 1. Strategierna kan härledas till Pólyas fyra faser men har förenklats något för att enklare kunna tillämpas av elever.

1. Förstå
 - Vad ska lösas eller räknas ut?
 - Var finner jag de tal som krävs?
 - Kan svaret uppskattas?
2. Planera
 - Rita en figur och ställ upp de tal du vet.
 - Vilka beräkningar kan du göra?
3. Genomföra
 - Gör beräkningarna och få fram ett resultat.
 - Avrunda svaret och välj lämplig enhet.
 - Presentera en lösning som är lätt att följa.
4. Värdera
 - Är svaret rimligt?

- Finns det andra sätt att lösa problemet? (Alfredsson, Bråting, Erixon & Heikne, s. 67)

Schoenfeld (1992) menar att det är viktigt att eleverna själva får diskutera och värdera olika strategier för att verkligen förstå varför de används, och hur de används på ett effektivt sätt.

1.3.3.3 Lärarens roll i undervisningen

Trots att problemlösning i stor utsträckning förutsätter självständigt arbete och tänkande hos eleven menar de flesta forskare på området att lärarens roll är väsentlig. Pólya (1945) menar att det är viktigt att läraren tilldelar eleven en rimlig arbetsbörda. Det innebär att eleven varken får för mycket eller för lite hjälp av läraren. Läraren måste kunna sätta sig in i elevens tänkande för att ställa frågor eller hänvisa till eventuella tankegångar som eleven skulle kunna ha kommit att tänka på även på egen hand. Här menar Pólya att det handlar om att lärarens roll ska vara både så naturlig och diskret som möjligt för att lägga fokus på elevens tankeprocess i första hand. En sådan syn på lärarens roll återfinns även i Schoenfelds (1992) forskning, som visar på att läraren bör vara observant och inse när hen ska ta en aktiv roll och när hen bör förhålla sig mer avvaktande.

Yackel och Cobb (1996) anser däremot att läraren hela tiden bör ha en aktiv roll i klassrummet under problemlösningssammanhang, och att hen bör influera elevernas förhållningssätt samt rådande normer relaterade till matematiken. De menar att läraren är en viktig del i att forma elevernas uppfattningar om *sociomatematiska normer*, såsom vad som är en *effektiv metod* eller hur två metoder kan vara *matematiskt olika*. För att eleverna ska kunna förstå och värdera skillnaderna mellan olika lösningar och metoder måste läraren aktivt delta i skapandet av dessa normer.

Lester (2013) beskriver lärarens roll som komplex, inte minst ska hen kunna utforma en bra lektion genom val av lärorika aktiviteter och problem. En lämplig aktivitet för att undervisa nya metoder och strategier bör till exempel enligt Lester innehålla gruppdiskussioner i mindre grupper. Vid val av problem påpekar Taflin (2007) att olika problem kommer fylla olika syften för problemlösningen, och det måste därför vara tydligt både för läraren och för eleven vad syftet med det aktuella arbetet är. Läraren måste då ha förmåga att välja och anpassa lämpliga problem som belyser just de kunskaper hen avser. Lester (2013) menar dessutom att läraren ska vara observant på när hen bör ingripa i elevernas arbete och hur hen ska ingripa, samt när det är lämpligt att avvakta. För att lyckas med detta är det viktigt att läraren själv är insatt i det aktuella innehållet och problemen som presenteras. Läraren bör också ha förmågan att ställa rätt frågor för att hjälpa eleven vidare. För att ställa rätt frågor utan att avslöja för mycket menar Pólya (1945) att läraren bör inleda med en generell fråga. Om denna fråga inte hjälper eleven vidare kan man ställa en mer specifik fråga, och så fortsätter läraren till eleven har fått den hjälp hen behöver.

1.3.3.4 Skolverkets stödmaterial

Skolverket har tagit fram ett antal moduler som lärare ska kunna använda för att utveckla sin undervisningspraktik. För att lyfta arbete med problemlösning har Mikael Cronhjort och Hans Thunberg (2014) satt ihop ett material, *Att undervisa centralt innehåll genom problemlösning*. I materialet framhävs olika aspekter att ta hänsyn till som lärare i arbetet med problemlösning. Till exempel anser Cronhjort och Thunberg (2014) att problemlösning kontinuerligt bör integreras med undervisningen i övriga centrala innehåll i matematiken snarare än att presenteras som ett fristående moment, och påpekar att fördelarna med detta förhållningssätt också kan uttolkas ur styrdokumentet. De belyser också vikten av att låta samtliga elever

arbete med problemlösning och inte bara de mer ambitiösa eleverna. För att lyckas lyfta fram något av de centrala innehållen med hjälp av ett undersökande och problemlösande arbetssätt menar Cronhjort och Thunberg (2014) att det är viktigt att ta fram ”bra” problem. Exempel på sådana problem kan vara:

- **Kontextualiserade problem** eller textproblem ges ofta utan matematiska modeller och lämpliga modeller måste därför i någon mån tas fram av eleven för att lösa problemet.
- **Öppna problem** ger utrymme för många olika typer av lösningsmetoder och kan ge olika svar.
- **Rika problem** kan också lösas på flera sätt och uppfyller de sju kriterier som beskrivs under avsnitt 1.3.3.1.
- **”Kluringar”** måste inte alltid lösas med matematiska verktyg utan snarare med särskilda strategier.

Genom arbete med sådana problem kan eleverna samtidigt träna på andra matematiska förmågor. Om målet är att leda arbetet fram till någon särskild matematisk metod är det mindre lämpligt att använda problem som ger oönskat utrymme för många olika typer av metoder. För att ”styra” eleverna in på rätt innehåll kan läraren använda en serie problem eller uppgifter som eleverna får arbeta med, för att sedan avsluta med en gemensam slutsats om nya procedurer eller begrepp. Exempel ges på hur en sådan lektion kan se ut, nedan följer en generell sammanfattning i fyra steg av det planeringsförslag som presenteras.

1. Läraren repeterar relevant innehåll för dagens lektion.
2. Eleverna får gruppvis arbeta utforskande med konkreta uppgifter och leta efter mönster, en generell formulering av eventuella mönster eller bevis kan göras.
3. Eleverna får presentera vad de kommit fram till. Läraren leder helklassdiskussionen och sammanfattar tillsammans med eleverna eventuella nya lagar, metoder eller begrepp.
4. Eleverna arbetar med kontextuella och tillämpade problem för att konkretisera sina nya kunskaper.

Den här typen av undervisning tas upp som ett alternativ till ett mer traditionellt arbetssätt där läraren först presenterar nya begrepp och procedurer och sedan låter eleverna träna med angivna metoder. Cronhjort och Thunberg (2014) nämner också att lektioner kan anta en mer öppen karaktär genom att läraren uppmuntrar användandet av olika strategier och låter eleverna förklara och motivera sitt val av strategi. För att eleverna ska kunna skapa förståelse kring nytt innehåll menar Cronhjort och Thunberg (2014) att det är viktigt att eleverna själva får undersöka eventuella mönster och samband genom diskussion med kamrater och med lärarens ledning.

2 Metod

2.1 Metod för datainsamling

I syfte att studera lärares undervisningspraktik valdes en kvalitativ metod som lade stor vikt vid informanternas egna uppfattningar och upplevelser. Studien har därmed sin utgångspunkt i informanternas livsvärld, något som Kvale och Brinkman (2009) beskriver som centralt i en kvalitativ studie. Den empiriska datainsamlingen gjordes genom intervjuer med gymnasielärare i matematik, som var och en tog mellan 40 minuter och en timme. Intervjuerna gjordes utifrån en intervjuguide, varvid samtalen spelades in för att sedan transkriberas. De transkriberade intervjuerna utgjorde sedan rådata för analysarbetet som presenteras under avsnitt 3.

2.2 Utarbetande av intervjuguide

En intervju kan vara mer eller mindre öppen beroende på vad den avser att undersöka. Inför denna studie konstruerades en intervjuguide med de teman som skulle behandlas under intervjun, men innehöll även med frågor av mer öppen karaktär, och kan därmed definieras som semistrukturerad (Kvale & Brinkman, 2014). Till att börja med formulerades några öppna frågor som berörde den aktuella forskningsfrågan rörande lärares undervisningspraktik i problemlösning. Efter handledning omformulerades några frågor och några frågor av mer specifik karaktär lades till för att undvika eventuella mångtydigheter (Dalen, 2015) och för att fånga upp fler aspekter av ämnet. Guiden delades sedan in i tre avsnitt. Den första delen utgjordes av bakgrundsfrågor, såsom undervisningserfarenhet och aktuella matematikkurser som respektive lärare ansvarade för. Den andra delen rörde ett exempel från lärarnas egen undervisning, som varje lärare ombads ha förberett inför sin intervju. Det kunde vara ett lektionsupplägg eller en uppgift som de arbetat med i sin undervisning och som hade anknytning till problemlösning (se mejl i bilaga 1). För de flesta intervjuer blev ett specifikt upplägg utgångspunkten, och diskussioner utifrån ett sådant exempel utgjorde en stor del av intervjun. I ett fåtal intervjuer talades om en typ av upplägg som informanten ofta använde, snarare än om ett specifikt undervisningstillfälle. Den tredje delen av intervjuguiden utgjordes av mer generella frågor om lärarnas erfarenheter av och syn på problemlösning i undervisningen (se intervjuguide i bilaga 2).

2.3 Urval

Det urval som gjordes inför studien kan liknas vid vad Dalen (2015) kallar ett kriterieurval. De kriterier som bestämdes när det gällde valet av de informanter som skulle delta var att de skulle ha tagit lärarexamen med behörighet i matematik. Det krävdes att de hade någon undervisningserfarenhet i matematik på gymnasiet, och att de vid något tillfälle hade gjort en medveten planering för undervisning i problemlösning. Ett sista urvalskriterium var att lärarna skulle arbeta i Göteborgsregionen, detta av tillgänglighetsskäl. Ett tiotal matematiklärare på två olika gymnasieskolor i Göteborg kontaktades via en bekant på respektive skola. Sju av dessa lärare tackade ja till att ställa upp på en intervju och kontaktades därefter via mejl (se bilaga 1). Ytterligare tre lärare på tre andra skolor kontaktades via mejl varav en tackade ja till intervju. Totalt intervjuades alltså åtta lärare vid tre olika gymnasieskolor i

Göteborgsregionen, tre av dem var kvinnor och fem var män. De intervjuade lärarna hade tagit examen vid kompletterande eller längre lärarutbildning, eller i samband med ingenjörsutbildning. Lärarnas undervisningserfarenhet i matematik varierade mellan strax under ett år och upp till tjugo års arbete i gymnasieskola, och några av dem hade även erfarenhet från grundskola.

2.4 Forskningsetik

Följande undersökning har följt de förordningar som anges i lagen om etikprövning av forskning som avser människor (SFS 2003:460) trots att undersökningar som görs inom ramen för högskoleutbildning inte omfattas av ovanstående lag. Detta gjordes för att få en inblick i och för att följa den forskningsetik som råder inom området. I studien har krav på samtycke, krav på att bli informerad och krav på konfidentialitet följts. Informanterna har givit sitt samtycke antingen i mejl eller muntligt vid intervjutillfället, till att delta i studien och de har blivit informerade om att de när som helst kan återkalla sitt samtycke. De har även innan intervjun blivit informerade om vad deras uttalanden kommer att användas till och att de i presentationen av deras svar kommer att vara anonyma, se utgående mejl i bilaga 1. Information som skulle kunna avslöja någon av deltagarnas identitet har uteslutits från uppsatsen, som till exempel vilken skola lärarna arbetar vid eller eventuella namn som nämnts i intervjuerna, detta för att tillgodose konfidentialitetskravet.

2.5 Trovärdighet

För att bedriva trovärdig och tillförlitlig kvalitativ forskning behöver både den miljö och situation som informanten befinner sig i och forskningens kontext synliggöras (Dalen, 2015). Två viktiga punkter för att försäkra sig om trovärdighet hos en studie är att försäkra sig om att det som mäts verkligen är det som man avser att mäta med undersökningen, och också att det steg för steg går att genomföra samma studie igen och få liknande resultat (Dalen, 2015). Nedan definieras detta förhållningssätt genom termerna *reliabilitet* och *validitet*.

2.5.1 Reliabilitet

Reliabilitet hos en studie innebär i vilken grad det går att göra om studien under samma förutsättningar som originalstudien, och få samma eller liknande resultat (Kvale & Brinkmann, 2014). Följande intervjustudie är baserad på en intervjuguide som formulerats innan några intervjuer genomförts, och urvalet har beskrivits så detaljerat som har varit möjligt utan att avslöja lärarnas identitet. Därmed kan studien reproduceras under liknande förhållanden vilket gör det möjligt att pröva dess reliabilitet.

2.5.2 Validitet

Validitet handlar enligt Kvale och Brinkmann (2014) om huruvida studien faktiskt mäter det som den avser att mäta. Syftet med denna studie är att undersöka hur undervisning i problemlösning bedrivs i matematiken på gymnasiet. Genom urvalet avgränsades informanterna till verksamma matematiklärare, frågorna i intervjun berörde framför allt dessa lärares erfarenheter av sin egen undervisning och genom att i huvudsak ställa öppna frågor fick lärarna möjligheter att berätta utifrån sitt eget perspektiv i stället för endast intervjuarens synvinkel. Ett sätt att ytterligare öka validiteten hos en undersökning är enligt Dalen (2015)

att vara medveten om, och transparent med, de val som görs under hela processen. Forskarens förförståelse kan påverka både intervjuernas utfall och analysen av dem.

2.6 Analysmetod

Enligt Dalen (2015) påbörjas analysarbetet i en kvalitativ studie redan vid intervjutillfället. Informanten tolkas kontinuerligt av den intervjuande forskaren. För att fånga upp potentiellt intressanta observationer menar Dalen därför att det kan vara lämpligt att föra fältanteckningar under intervjuens gång. Detta undveks dock under de intervjuer som genomförts för denna studie för att behålla en så bekväm och naturlig samtalsituation som möjligt med informanterna. För att ändå få med intressant information som inte hade upptagits i ljudfilen gjordes transkriberingen av respektive intervju så nära inpå själva intervjutillfället som möjligt. En del överflödiga information som fanns med i ljudfilerna skalades bort vid transkriberingen, till exempel oavsiktliga upprepningar av ord direkt efter varandra, eller grammatiska felaktigheter och också talspråkliga uttal av många ord. Inga betydelsebärande ord eller uttryck har manipulerats eller skalats bort. Vid transkriberingen har vissa förtydliganden gjorts av information som inte uttalats verbalt under intervjun, till exempel då informanten visar citationstecken med fingrarna vid ett uttryck, pekar på något utan att uttala det eller gör en beskrivande gest.

Analysarbetet har gjorts utifrån grundad teori, som är vanlig vid kvalitativa studier där inbördes jämförelse av det insamlade materialet analyseras för att formulera nya teorier (Glaser & Strauss, 2006). För att undvika inverkan från tidigare formulerade teorier vid analysarbetet bör de frågeställningar som används vara öppna, och forskaren bör vara så objektiv som möjligt till det insamlade materialet (Glaser & Strauss, 2006). Här menar Braun och Clarke (2006) att det är viktigt att notera att forskarens subjektiva tolkningar spelar en viktig roll för vilka slutsatser som dras, och att kvalitativa undersökningar därför bör vara transparenta i vilka antaganden och val som har gjorts under analysprocessen. Genom kodning av det empiriska materialet, det vill säga intervjuvaren, sorteras materialet så att eventuella likheter, olikheter och samband kan urskiljas (Dalen, 2015).

Till att börja med gjordes en första öppen kodning för att sortera rådata genom kategorisering med utgångspunkt i frågorna i intervjuguiden. De transkriberade svaren delades sedan in efter lämplig kategorifråga. Härefter har tematisering använts som analysmetod enligt Braun och Clarkes (2006) beskrivning av tematisering som att söka mönster inom ett kvalitativt datamaterial. I detta steg påbörjades identifieringen av mönster i intervjuvaren. De teman som urskildes utgjordes framför allt av olika perspektiv, erfarenheter och strategier som lärare sa sig utgå från i sin undervisning. Dessa teman har i sin tur utgjort underkategorier till de övergripande kategorierna som bestod av *lärarnas syn på problemlösning, planering av undervisningen, under lektionen* samt *svårigheter och lösningar*. Analysen av intervjuvaren utgör resultatet och redovisas tillsammans med utvalda citat från intervjuerna.

3 Resultat

Nedan följer författarens analys av intervjusvaren från de åtta informanterna. Övergripande kategoriseringar som presenteras har gjorts utifrån intervjufrågorna, med underkategorier utifrån de svar som givits i intervjuerna. Citaten är tagna från transkriberingarna med några omskrivningar för att ta bort talspråk och upprepningar, men betydelsebärande begrepp och formuleringar är bevarade. Valet av vilka citat som har tagits med har gjorts utifrån de likheter och skillnader som synliggjorts mellan lärarnas intervjusvar, där liknande utsagor oftast representeras av enbart ett citat från en enskild person. I redogörelsen för resultatet markeras även ord och uttryck som tagits direkt från informanterna uttalanden med citattecken i den löpande texten.

3.1 Lärarnas syn på problemlösning

I syfte att belysa de olika syner på problemlösning som rådde bland de intervjuade lärarna har resultatet inlett med en beskrivning av olika synsätt som lyfts fram genom intervjuerna. Lärarnas definitioner av begreppet problem och problemlösning och deras syn på syftet med problemlösning i undervisningen har redogjorts för. Vidare har de intervjuade lärarnas tolkningar av läroplanens beskrivning av problemlösning som en förmåga respektive som ett centralt innehåll återgivits och analyserats, följt av några fördelar som lärarna anser att undervisning i problemlösning har.

3.1.1 Definitioner av begreppen *problem* och *problemlösning*

De intervjuade lärarnas uppfattning om vad som definierar ett problem visade på viss spridning. En del lärares definition låg nära den som Skolverket (2011) använder och som återges under avsnitt 1.3.1.1. Nedan följer några av de kriterier som angavs av olika lärare:

- Eleven ska inte ha löst ett exakt likadant problem tidigare.
- Det ska inte finnas någon uppenbar metod förknippad med uppgiften.
- Eleven ska inte veta exakt hur man går tillväga.
- Det ska vara något som är nytt.
- Allt som inte är en rutinuppgift är ett problem.
- Målet ska vara känt men inte vägen dit.
- Problemet kan ofta ge olika svar, som alla är ”rätt”.
- Vad som är ett problem beror på elevens förkunskaper.

En tydlig likhet mellan lärarnas definitioner tycks ligga i det *okända* i problemet. Det ska inte finnas en utstakad väg mellan start och mål, utan på något sätt ska eleverna utsättas för något nytt som de inte tidigare stött på eller vet hur de ska lösa. Så här beskriver en lärare som refererar till Alan Schoenfeldts litteratur vad ett problem är:

[...] jag tycker att ett problem kan vara problem för en elev, men inte för en annan. [...] jag definierar problem som en fråga som eleven inte har någon metod eller algoritm att lösa, då är det ett problem för respektive elev.

En annan lärare med liknande syn på att olika uppgifter kan vara problem för en person men inte för en annan, lade även till att ”det måste vara möjligt att lösa den (uppgiften) på flera olika sätt”. Problemlösning handlar i detta fall och utifrån snarlika definitioner om att ta sig an en typ av uppgift som man inte löst eller sett lösas tidigare genom att välja en av flera fungerande metoder. En av lärarna beskriver problemlösningsprocessen så här:

[...] jag ser problemlösning som en serie av beslutfattande, där jag först gör en strategi, sen väljer jag en metod, sen en algoritm [...].

En lärare hade en definition som skiljde sig något från de som nämnts ovan. Enligt denna uppfattning var ”textuppgifter” synonymt med problem, och läraren ansåg att problemlösning handlade om att arbeta med textuppgifter där eleven först måste utläsa vad som efterfrågas och vilken information som är given, därefter översätta detta till matematiska termer och sedan välja rätt ”räknesätt” för att till sist kunna tolka svaret.

Man tar ner texten, man avkodar den och så måste man liksom fundera på hur ska jag använda det jag vet, vilket räkningsätt ska jag använda, vad ska jag göra med svaret.

En lärare motsatte sig antagandet att alla textuppgifter utgjorde problem, då hen ansåg att om det framgick av texten hur eleven skulle gå tillväga så försvann det problemlösande momentet. Hen beskrev i stället problem som ”tillämpade uppgifter”, men påpekade att för att få ”riktig problemlösning” så var tillämpade uppgifter i läromedel ofta för tydligt anknutna till en förutbestämd metod. Det gick trots dessa skilda synsätt på problemet som sådant att finna vissa likheter i de två lärarnas beskrivningar av det problemlösande arbetssättet, och därmed tycktes de skilda definitionerna ändå ge liknande utfall i själva arbetet med och undervisningen i problemlösning. Till exempel använde båda lärare sig av problemlösningstrategier på likartade sätt i undervisningen.

3.1.2 Syftet med att undervisa i problemlösning

Problemlösning ansågs av flera lärare beskriva matematiken så som den ser ut i verkligheten. En lärare menade att det just är därför det är viktigt att visa detta för eleverna som i många fall har svårt att se meningen med matematiken utanför klassrummet. Så här beskrev hen sin syn på syftet med att undervisa i problemlösning:

För att visa dels att matematiken är användbar och att man behöver [...] kunna omformulera vardagliga problem eller händelser till en matematisk uträkning.

Flera lärare ansåg att syftet med att undervisa i problemlösning sträckte sig utanför själva matematikämnet och såg förmågan som användbar även inom andra områden. Genom att träna problemlösning på matematiska problem kunde man alltså enligt dessa lärare även bli en bättre problemlösare både i vardagen och inom andra skolämnen. Matematiken kan då ses som ett verktyg för att träna eleverna att hantera problem även i andra sammanhang.

Det är så konkret i matten för att du ställer upp vad du vet [...]. Men det är ju samma metod man kan använda överallt där man stöter på något problem.

En lärare använde en snickarmetafor för att formulera sin syn på syftet med problemlösning, där matematiska verktyg kunde likställas med hammare, spik och såg, och problemlösningens förmåga kunde ses som förmågan att kombinera dessa verktyg för att faktiskt bygga någonting. Oavsett om detta gäller problemlösningens förmåga i eller utanför klassrummet, är det enligt detta synsätt just problemlösning som binder samman de olika procedurer och begrepp som lärs ut i matematiken.

En annan lärare uttryckte i motsats till detta synsätt att för att bli bättre på matematisk problemlösning är det just det man ska träna på, och vill man bli bättre på problemlösning i vardagen eller utanför matematiken så måste man träna på det explicit. Hen ansåg alltså inte

att problemlösningsförmågan i matematiken skulle gå att tillämpa på andra områden, utan gällde uteslutande inom matematikämnet.

Det (syftet) är att bli bättre på att lösa problem, det är inte svårare än så tycker jag. Man blir bra på det man övar på. [...] jag tänker att det är kontextbundet. Om du är bra på problemlösning i matte så behöver du inte vara det i fysik. Om du är bra på problemlösning i samhällskunskap så behöver du inte vara det i matte. Jag menar att det går inte att generalisera det, det är ingen generisk förmåga som går att dra nytta av i andra ämnen menar jag. Den är specifikt kontextbunden.

3.1.2.1 Nationella proven

Samtliga lärare var medvetna om det utrymme problemlösning har i de nationella proven, men de uttryckte i allmänhet inte att detta utgjorde någon särskilt drivkraft för deras undervisning i problemlösning. Det rådde skilda meningar om huruvida eleverna var förberedda för de öppna problem som ingår i de nationella proven. En strategi som en av lärarna använde sig av var att repetera kursens innehåll genom att träna på gamla nationella prov med eleverna.

Vi brukar göra gamla nationella för att förbereda oss, både för hur upplägget är, att det är olika delar och att det är en ren problemlösningsdel, så att där måste man ju ha en strategi. [...] när de väl gör provet sedan så är det väldigt sällan som det går att se att det skulle vara svårt bara för att det är blandade uppgifter.

En annan lärare upplevde att problemlösningsuppgifter på de nationella proven börjat gå bättre för eleverna då hen lagt mer undervisningstid på att träna procedurer och mindre tid på öppna problem som liknar dem som förekommer i de nationella proven. Hen trodde att detta skulle kunna bero på att eleverna blev mer säkra på sina metoder och därmed också blev bättre på att tillämpa dem i nya situationer.

[...] det paradoxala i det hela, vad jag har märkt är att ju mindre jag gör problemlösning och ju mer jag fokuserar på saker som inte är problemlösning, ju bättre verkar det gå. [...] Och det var ingenting jag förväntade mig, men det är något jag har lärt mig nu genom åren. [...] Jag tror det beror på att det är omöjligt att vara en bra problemlösare om du inte känner att du har självförtroende nog att kunna räkna rätt.

Läraren i fråga påpekade att detta inte var baserat på ”beprövad erfarenhet” och att hen inte har dokumenterat något, och kommenterade att det skulle kunna bero på många andra faktorer också. Till exempel nämndes mer undervisningserfarenhet som en möjlig bidragande faktor, och att det snarare kan ha varit bättre undervisning som indirekt hjälpt eleverna utveckla sina förmågor.

3.1.3 Centralt innehåll och förmåga

De flesta lärare hade tankar om *varför* problemlösning finns med både som ett centralt innehåll och som en förmåga i läroplanen. Detta faktum verkade dock i allmänhet inte ha någon särskild betydelse för utformningen av undervisningen. De flesta sa sig undervisa i och testa problemlösning som en förmåga i första hand, men att det hände att de även tog upp problemlösningstrategier i undervisningen och att det då kunde ses som ett centralt innehåll. Informanterna uttryckte något skilda inställningar till det faktum att problemlösning omnämns i läroplanen både som en förmåga och som ett centralt innehåll. Flera lärare upplevde att uppdelningen fanns för att betona hur ”viktigt” problemlösning är inom matematikämnet. En av dessa lärare ansåg att uppdelningen kunde ses som en fördel, då hen fick ytterligare

utrymme att ägna sig åt problemlösning även utan att blanda in annat centralt innehåll, vilket hen ansåg gav läraren mer spelutrymme snarare än att ställa större krav på undervisningen.

En lärare upplevde i stället att det var besvärligt med denna uppdelning, eftersom hen inte visste hur det skulle förverkligas i undervisningen. Hen tolkade det som att problemlösning som ett centralt innehåll borde ha ett eget utrymme i undervisningen, och att det därmed blev en ”extra grej” både att undervisa i och att examinera. Det upplevdes alltså som ”krångligt” för läraren att behöva ge ytterligare utrymme för att explicit behandla problemlösning som ett eget moment och som ett centralt innehåll i undervisningen. Hen föredrog i stället att ta upp strategier kontinuerligt under kursens gång och att träna problemlösningens förmågan med hjälp av det övriga centrala innehållet. En annan lärare uttryckte att hen inte trodde att det fanns någon tanke bakom uppdelningen i läroplanen utan att Skolverket snarare skrivit hela läroplanen på ett sätt som skulle gynna dem ”juridiskt”.

En av informanterna gjorde skillnad på dessa två aspekter av problemlösning som tas upp i läroplanen och speglade även dessa skillnader i sin undervisning. Hen ansåg att problemlösning som centralt innehåll handlade om att undervisa *om* problemlösning, det vill säga att man lär ut problemlösningstrategier respektive metoder för problemlösning som eleverna kan behöva ha kännedom om. Problemlösningens förmågan handlar däremot om att *kunna använda* dessa strategier och metoder, samt att veta var, när och hur en metod eller strategi är lämplig att använda men också om att kunna värdera vilken som är effektivast just för det avsedda ändamålet. Så här uttryckte sig läraren ifråga:

[...] det är en sak att ha kännedom om någonting och en annan sak att ha förmågan att applicera det på rätt sätt, rätt ställe, välja ut den effektivaste om jag känner till flera strategier. Hur ska jag göra, vilket är det effektivaste sättet att lösa problemet? Så på det sättet har jag en förståelse för att de tar upp det på två ställen [...] centrala innehållet kanske innebär att jag ska lära ut ett visst antal delar, ett visst antal innehåll av matematiken. Sen måste jag kunna, räknefärdigheten måste sitta, och begreppen måste förstås och problemlösningen [...] på alla delar av centrala innehållet.

3.1.4 Fördelar med problemlösning

Förutom de många svårigheter som lärarna upplevde med att arbeta med problemlösning i undervisningen har informanterna också nämnt många fördelar med problemlösning. När de tillfrågades om vilka de största fördelarna med att undervisa i problemlösning är gav de många olika svar. Flera lärare upplevde att eleverna generellt tyckte problemlösning var roligare än mer traditionell undervisning, att det blev ett ”avbrott” mot den vanliga undervisningen. En fördel var också att eleverna blev mer engagerade och ”taggade”, vilket en lärare menade gjorde att eleverna kom ihåg vad de hade lärt sig bättre. En lärare tyckte även att hen såg skillnader när det gällde elevernas förståelse.

[...] att de förstår det bättre och då kommer de ihåg och lär sig det. [...] just om man använder problemlösning för att bevisa tillsammans eller ta fram svar tillsammans, så förstår de lättare varför de gör det än om de bara får ”det här är pq-formeln, använd er av den”. Då blir det väldigt svårt och man har hoppat över några steg. Så en djupare förståelse tycker jag ju verkligen är en av fördelarna med det.

En annan fördel som nämndes var att eleverna genom att arbeta tillsammans med problemlösning fick se att de gemensamma kunskaperna var större än de individuella, och att det därför fanns en poäng i att samarbeta och lära av varandra. En annan lärare uttryckte att när hen själv hade läst kurser i problemlösning under sin utbildning var det just dessa kurser som varit mest lärorika. Hen upplevde att lektioner som var ägnade åt problemlösning för att

lära sig nya metoder ofta var roligare och mer givande än mer traditionella undervisningsmetoder. Problemlösning ansågs också av en lärare ”synliggöra elevernas lärande” på ett värdefullt sätt.

[...] för mig som lärare är det att jag får mer insyn i elevers tänkande. Så jag har lättare att planera nästa lektion för att jag har mer kunskap om var de står. Kontra om [...] alla jobbar själva.

Flera lärare upplevde också att problemlösningsförmågan gick att tillämpa även utanför matematikklassrummet. De ansåg att det var en fördel att problemlösning synliggjorde för eleverna att matematiken faktiskt är ”användbar”, att de kunde koppla matematikämnet till ”det dagliga livet” och att nyttan av problemlösning blev synlig även inom andra ämnen. Dessutom, menade en lärare att eleverna insåg att de kunde mer tillsammans än de kunde på egen hand, och att de kunde ”komplettera varandras kunskaper personer emellan”.

3.2 Planering av undervisningen

Informanternas olika syn på vilka målen är för problemlösning i undervisningen speglas på olika sätt i deras planering av undervisningen. Några gemensamma moment förekommer i planeringen, såsom att välja relevanta problem. Hur dessa problem valts ut och vilka egenskaper de bör uppfylla har det dock rätt skilda meningar om. Teman som kunnat utläsas vid analysen av informanternas svar består av utsagor om hur de valt problem, om och i så fall hur problemlösningsstrategier förekommer i undervisningen samt vilken roll läromedel i matematik har för olika lärare.

3.2.1 Välja lämpliga problem

Flera lärare sökte sig till källor utanför skolans läromedel för att hitta lämpliga problem för undervisningen. Enligt en av lärarna kunde var det generellt svårt att hitta ”lämpliga problem”, och hen menade därför att det kunde vara fördelaktigt att bygga en ”problembank” av samlade problem som tidigare använts i undervisningen eller som framkommit i olika sammanhang. En informant uttryckte att det var svårt att välja för öppna problem eftersom det dels var svårt att hinna med och dessutom kändes som en ”chanstagning” om problemen inte använts tidigare. Så här svarade informanten i fråga om varför hen sällan valde att arbeta med ”större problem”.

Det är nog tiden, och [...] ska man designa sådana lektioner som verkligen ska kretsa kring ett problem, då är det ju lite en chanstagning också. Eller man får gärna ha hört från någon innan hur det föll ut, eller så där. Eller också får man hinna planera det ordentligt. Så att man märker att det funkar tidsmässigt. Så att man inte har några som knäcker problemet på fem minuter och några som inte kommer någonbart [...] då blir det svårt.

Andra lärare hade lite olika sätt att hantera svårigheter med att hinna med planeringen och att hitta bra problem. En lärare berättade att hen brukar begränsa sig till att arbeta med ”papper och penna och textuppgifter från boken”. I en intervju med en annan lärare gavs ett förslag på hur man kan använda läroboken för att göra om uppgifter till problem för att på så sätt minska planeringskravet.

[...] beroende på vilken grundkunskap man har kan samma fråga vara ett problem eller inte för olika elever. Så därför tycker jag att undervisa om problemlösning handlar inte bara om att ta en jättekonstig, avancerad sammansatt uppgift utan det beror på hur du ställer frågan, det kan bli ett problem eller icke-problem för respektive grupp eller elev eller klass. [...] egentligen, du kan formulera om en fråga från boken så att den blir ett problem. Kanske ta bort någon information

som är given och låta elever fundera kring vilka antaganden som behöver tas för att kunna lösa och ge ett svar. Så gör man om det till ett problem direkt, en enkel fråga också. Så jag tror att det finns möjligheter där att använda boken på ett roligare sätt.

Ytterligare en lärare pratade om ”tillämpade uppgifter” från boken, och att det kunde räcka med denna typ av uppgifter så länge läraren under tiden pratade om strategier och metodval för att betona att det är detta som är viktigt i dessa sammanhang och inte att få rätt svar.

3.2.2 Problemlösningsstrategier

Förhållningssättet till användandet av problemlösningsstrategier varierade en hel del mellan de intervjuade lärarna. Flera lärare undervisade medvetet om problemlösningsstrategier, men på vilket sätt de gjorde detta och hur ofta varierade inom denna grupp. Några av de lärare som medvetet undervisade i problemlösningsstrategier planerade endast att aktivt presentera och arbeta med strategier vid enstaka tillfällen under kursen, men sa att de sedan dök upp naturligt även under senare delar av kursen. Här användes alltså strategierna på ett *implicit* sätt kontinuerligt under kursens gång, medan ett *explicit* arbete med problemlösningsstrategier endast planerades vid några få tillfällen.

Andra lärare gjorde problemlösningsstrategierna till en explicit del av undervisningen under hela kursen. Några av dessa lärare hänvisade till läroboken Matematik 5000, som har ett uppslag som beskriver strategier, se avsnitt 1.3.3.2.2.

[...] problemlösningsstrategi brukar jag försöka både skriva ned och påminna om hela tiden [...] det brukar vara några punkter som återkommer i läromedlen. [...] att de ska skriva ner vad de vet [...] rita figur, fundera på ett rimligt svar och vad frågas det efter. [...] göra om det till ett liknande enklare problem.

Pólyas fyra faser, som behandlas i avsnitt 1.3.3.2.1, togs upp av en annan lärare.

Jag brukar prata lite om Pólyas fyra faser, och gå igenom det. När det dyker upp problemlösning i första mattekursen. [...] det är strategi att man ska försöka göra en plan och testa ifall den funkar [...] hur den där planen ser ut, vad det är man gör, det kan ju variera väldigt mycket.

Ett par lärare uttryckte också att de undermedvetet använde dessa strategier hela tiden i sitt eget matematiska arbetssätt, men utan att explicit uttala dem.

- Har du undervisat i problemlösningsstrategier för eleverna?
- Nej det har jag inte gjort. Jag känner väl till att det finns. [...] det är väl kanske det som är problemet, många av de här grejerna är ju så internaliserade för någon som är van vid det. Men det kanske man behöver göra explicit.

En lärare gav exempel på undervisningsupplägg där eleverna själva fick reflektera över hur de gick till väga i sin problemlösning för att så småningom kunna diskutera och eventuellt namnge de strategier som hade använts under arbetets gång. När en strategi väl hade formulerats kunde eleverna medvetet välja en strategi de kände till sedan tidigare. Här utgick alltså läraren från elevernas kunskaper och började med att ta upp strategier som eleverna redan kände till, men inte tidigare hade satt namn på. Allteftersom eleverna stötte på mer ”sammansatta problem” kunde läraren behöva ta upp även mindre intuitiva strategier som eleverna kanske inte skulle använda på egen hand.

Till exempel i ettan när jag börjar då namnger jag inte utan jag låter dem först lösa på olika sätt. Visa för varandra, diskutera det i klassen, visa att man kan närma sig en fråga på olika sätt. Sen

kan man namnge då, jaha ni ritade upp någonting då ”visualiserade” ni något. Så visualisering är en bra strategi. Eller, okej ni grupperade er information, gruppera data är en känd strategi, eller hitta mönster det är också en (strategi) vi använder i vardagssituationer också. Så det finns vissa strategier [...] som vi känner till från vardagslivet. Fast vi har inte namngett, och har inte visat att det går att använda inom matematiken i väldigt många fall. Så man börjar med de strategier som står närmast elevers [...] kunskap. [...] Sen introducerar man senare andra också, när man jobbar med mer sammansatta frågor, tänker jag.

Ett konkret exempel som togs upp i samband med problemlösningstrategier var att eleverna ofta hade svårt att bedöma *rimligheten* i sina svar. En sådan bedömning är en av de strategier som kan användas vid problemlösning. Genom att först fråga eleverna vilka svar som *inte var* rimliga lyckades en lärare stimulera elevernas matematiska tänkande på ett sätt så att de tillslut kunde resonera kring vilka svar som då *var* rimliga.

3.2.3 Lärobokens roll i undervisningen

För flera av informanterna utgjorde skolans läromedel i matematik en viktig del av undervisningen, av andra beskrevs läromedlet snarare som ett ”komplement” till undervisningen. Tre olika läroboksserier i matematik användes av de åtta informanterna, *Origo-*, *Matematik 5000-* och *Matematik Numerus-*serien. Den sistnämnda var ett digitalt läromedel och Matematik 5000 förekom både som fysisk och digital bok. Informanternas uppfattning om respektive bok var inte samstämmig utan skiljde sig åt på flera sätt.

Bland de lärare som såg läroboken som ett komplement till undervisningen hämtades problem som användes i undervisningen ofta från en annan källa. Problem och uppgifter i boken kunde sedan användas av eleverna för att träna på egen hand. En lärare menade att genom att huvudsakligen utgå från ett och samma läromedel tränades eleverna framför allt i att ”tänka som boken”.

Det blir ju mycket det med hur uppgifter är formulerade, att det kan vara lite otydligt hur de menar, lite mångtydigt. [...] då blir det ju lite så här ’gissa vad vi menar’, och ’lär dig förstå vad vi menar när vi skriver så här’. Och det är ju inte det man är ute efter i första hand.

Det var också flera informanter som uttryckte att problemlösningen var av lägre nivå i läromedlet. Detta berodde på att problemen oftast vara sammankopplade med ett visst matematiskt område i boken. Eftersom analoga lösningar i regel hade redovisats tidigare i kapitlet ställdes lägre krav på elevens förmåga att välja en relevant metod.

Ett problem [...] med bokens uppgifter är ju att svaret finns ofta i själva boken, eller en lösning. Eller så framgår det väldigt tydligt utav var uppgiften står någonstans i boken hur det är tänkt att man ska lösa den.

Ett par lärare menade att även om bokens uppgifter sällan var av lika öppen karaktär som de önskade, kunde de själva ”utöka” problemen för att göra dem ”mer generella” eller ”mer utmanande”.

Matematik 5000 användes av flera lärare, och en fördel som nämndes var att boken hade ett uppdrag med problemlösningstrategier. Boken var, enligt en lärare, uppbyggd av 4-6 kapitel som var och ett tog upp ett nytt område kopplat till det centrala innehållet. I slutet på varje kapitel behandlades problemlösning med problemuppgifter på olika nivå. En lärare såg detta som en förutsättning eftersom eleverna först måste lära sig procedurer och sedan tillämpa dessa med hjälp av problemlösning, eller ”textuppgifter”.

det dyker oftast upp i slutet av varje kapitel, när man har lärt sig alla procedurer och så. Den här boken är upplagd så i alla fall, min känsla är att de flesta böcker har det upplägget att först kommer en procedur och sen kommer alltid lite problemlösning i slutet på kapitlet.

En annan lärare använde dessa avsnitt som repetition på olika kapitelns innehåll. Hen menade att det fanns gott om problemlösningssuppgifter i boken, men att de ofta var kopplade till ett specifikt område och därmed fick eleverna direkt en hint om vilka metoder som var relevanta för problemen. Samma lärare menade att detta gjorde att problemen inte var ”på högsta nivå kunskapskravsmässigt”, eftersom eleverna från början vet vilken metod de ska använda. En annan lärare nämnde också att en nackdel med problemlösningssuppgifterna i boken var att de ofta utgjordes av just textuppgifter, vilket kunde bli ett hinder för elever som hade dyslexi.

Det digitala läromedlet numerus användes av tre av informanterna, och en av dem beskrev upplägget för problemlösning i boken som relativt integrerat med övrigt innehåll. Läraren i fråga föredrog detta upplägg över det mer uppdelade upplägg som hen menade var vanligt i andra läromedel.

Jag tycker att den här blandar in det i annat [...] Den visar till exempel det också [...] att här är det proceduruppgifter, här kommer lite begrepp, och sen kommer någon problemlösningssuppgift. Så att den har det liksom involverat i varje del i stället. Och det gillar jag bättre än så som 5000 är upplagd, när det är så här ”nu har ni lärt er all teori, nu gör vi problemlösning”.

En funktion hos digitala läromedel, som flera lärare tog upp, var att eleven med en gång fick se om hen har svarat korrekt på en uppgift eller inte. Det här ansåg en lärare vara fördelaktigt eftersom det kan upplevas som motiverande för eleven, om hen har svarat korrekt. Är svaret felaktigt kan eleven i stället läsa ett lösningsförslag under uppgiften. En ”risk”, som belystes av en lärare, med en sådan funktion är att eleven kan välja att se lösningsförslag utan att själv först ha löst uppgiften. Därmed utgår elevens syn på uppgiften och lösningen av den helt och hållet från boken, snarare än från sitt eget tänkande.

3.2.4 Bedömning av problemlösning

Bland de intervjuade lärarna var det få som valde att planera in bedömningsmoment under lektioner som behandlade problemlösningssinnehåll eller tränade problemlösningssförmågan. En lärare uttryckte att eleverna behöver få ”tänka i lugn och ro” när de arbetar med problemlösning eftersom stress, som kan uppstå vid bedömningsmoment, inte ger dem ”tillgång till hela sitt tänkande”. En annan lärare tog upp liknande argument om att eleverna måste få tillfälle att träna sina matematiska förmågor utan att hela tiden bli bedömd och att de ”måste ha en chans att i lugn och ro göra fel”. Det var också en lärare som uttryckte att bedömningsmomentet påverkade utformningen av undervisningen till viss del.

Det kan vara svårt tycker jag att ha det här stöttande och att vi jobbar fram ett tänk [...] samtidigt som man ska bedöma. För där upplever jag att jag ställer olika frågor faktiskt, om det ska vara att jag ska kolla vad de kan eller om jag ska stötta dem till att göra mer.

En annan lärare uttryckte liknande tankar som de som beskrivits ovan, och lade till att elevernas rädsla för att misslyckas i samband med bedömning skapar dåliga förutsättningar för problemlösning.

[...] om jag säger att det kommer gå på betyget för jag tar med allt ni kan, och jag ska ta hänsyn till allt ni har visat och sådär, då gömmer sig många. [...] Men då blir det ju ingen problemlösning heller, för de står i konflikt med varandra. För om du ska bli en bra problemlösare så måste du

våga misslyckas. Om du aldrig vågar ta risken att kunna misslyckas så kommer du ju bara göra saker som är enkla, som du lyckas med varje gång. Och då blir det ju ingen problemlösning av det.

Ytterligare en lärare, som avstått från att blanda in bedömning i dessa undervisningsmoment, fokuserade på att försöka få eleverna att lita på sin förmåga genom att ta bort facit från det utdelade materialet. Då var eleverna tvungna att reflektera över rimligheten i sina lösningar, i stället för att förlita sig på bekräftelse från facit.

I några av lärarnas exempel på lektionsupplägg med problemlösning ingick det visserligen bedömningsmoment, men det var sällan just problemlösningens förmågan som skulle bedömas. I ett exempel var det centralt innehåll om geometri samt kommunikationsförmågan som testades. I ett annat exempel var det också kommunikationsförmågan som testades, men inget specifikt innehåll, dock ingick problemlösning i arbetsprocessen. Bedömning av problemlösningens förmågan hamnade då för de flesta i stället på skriftliga prov. Genom att lägga in problem på varje svårighetsgrad, E, C och A, och inom varje område av det centrala innehållet testades elevernas problemlösningens förmåga flera gånger och med olika verktyg. Det var också en lärare som jämförde sina prov med nationella, för att bedöma svårighetsgraden på respektive problem. Så här beskrev en lärare, som använde skriftliga prov för att testa problemlösningens förmågan, sin bedömningsprocess:

[...] när jag rättar ett prov tittar jag dels på vilka frågor som motsvarar ett visst stoff, och bedömer då hur de har klarat dem. Och sen försöker jag också skilja på vad som är procedurfrågor och vad som är problemlösningens frågor, då sätter jag också en nivå på vad man har gjort som är tydliga procedurer och hur man förstått problemlösning. [...] om de har haft högt på procedurer men inte klarat så många textuppgifter, så får de feedbacken ”träna på textuppgifter”. Du är säker på hur man räknar, du behöver också förstå när man använder det här som du är säker på.

En lärare kommenterade dock att skriftliga prov för att testa problemlösningens förmågan upplägg inte kändes rättvist mot eleverna, eftersom de hamnar i en ”pressad situation” som skapar sämre förutsättningar för att eleverna ska lyckas lösa problemen.

3.2.5 Exempel på undervisningsupplägg

Respektive informant hade inför intervjun förberett ett undervisningsupplägg som de någon gång använt i sin undervisning. Ett par av informanterna beskrev liknande upplägg, som därmed har presenterats under samma tema.

3.2.5.1 Introduktion av problemlösning

Flera lärare berättade om upplägg de haft där de introducerade problemlösning i en matematik 1-kurs, och tog upp problemlösningens strategier som ingick i deras läromedel. Läraren gick först gemensamt igenom de strategier som nämndes i boken, och diskuterade lite kring hur de kunde användas i olika sammanhang. I ett av exemplen fick eleverna sedan arbeta med problem från läroboken, och samtidigt träna på att använda problemlösningens strategier. Läraren gick runt och stöttade och uppmuntrade och återkopplade hela tiden till strategierna som hade introducerats.

En lärare beskrev att hen brukade använda denna typ av introduktion i början av matematik 1, efter att ha repeterat de fyra räknesätten och annat från högstadiet. Hen upplevde att det var fördelaktigt att skriva olika problemlösningens strategier som steg i en checklista som eleverna kunde arbeta utifrån och bocka av allteftersom. På så sätt var det mindre risk att eleverna hoppade över vissa steg som de kanske upplevde som ”onödiga”.

3.2.5.2 Arbete med ett problem

Flera lärare tog upp exempel på lektionsupplägg där de hade valt ut ett ”större” problem som eleverna fick arbeta med en hel lektion. Ett exempel var ”Eratosthenes såll” som användes i matematik 1b där eleverna skulle arbeta med att förstå primtal, genom att få en tabell över en talföljd, där eleverna stegvis skulle stryka över tal som var delbara med 2, sedan tal som var delbara med 3 och så vidare. Läraren som använde detta upplägg hade dock valt att ta bort instruktionerna för att försöka få eleverna att tänka själva över olika metoder att ta sig framåt. Hen menade dock att detta inte fungerade för gruppen i fråga, eftersom bristen på tydliga instruktioner gjorde dem passiva. Med mer tydliga instruktioner trodde läraren dock att upplägget skulle gå att återanvända, och att hen då i stället skulle lägga fokus på att diskutera och resonera kring primtal i efterhand.

En annan lärare tillägnade en lektion till att arbeta med ett lite större problem gruppvis, som kunde lösas på olika sätt. Problemet utgjordes av en bild med olika geometriska figurer som överlappade varandra, och med fält i olika färger samt information om vissa avstånd och vinklar mellan linjer. Uppgiften var att beräkna den sammanlagda arean av vissa markerade fält i bilden. Här hade läraren en egen tanke om att problemet kunde lösas med hjälp av integraler, vilket visade sig vara omständligt och tidskrävande, och ansågs därmed vara en ineffektiv lösningsmetod. Eleverna som inte gått igenom integraler än arbetade mer utifrån de geometriska samband som syntes i bilden. Det fanns fortfarande olika sätt att lösa problemet, och elevernas lösningar var enligt läraren mer effektiva. Här menade hen att det blev tydligt att olika förkunskaper ger olika associationer till problemlösaren, som kan hjälpa eller stjälpa problemlösningssprocessen. Genom att ta upp samma problem vid ett senare tillfälle menade läraren i fråga att samma elever skulle kunna ge helt andra lösningsförslag.

3.2.5.3 Samarbete mellan lärare

Ett annat upplägg som beskrevs utgjordes av ett samarbete mellan två lärare, som reserverade en förmiddag för elever som ville repetera och träna på problemlösning. Syftet var att ge extra stöd till elever som tyckte problemlösning var svårt, men även för elever som ville ha extra träning. Lektionen var frivillig och elever från båda lärarnas klasser i matematik 3b deltog. Lektionen började med genomgång och repetition av strategier och steg som eleverna kan ta när de arbetar med problemlösning. Sedan utdelades ett antal ”tillämpade uppgifter” som eleverna fick arbeta med under lektionen. Lärarna stöttade framför allt genom att ”specia upp” stegen i processen, och avgränsa det som eleverna upplevde som stora svåra uppgifter till något mer hanterbart. Efteråt diskuterade lärarna också lektionen med varandra, vilket den intervjuade läraren påpekade som mycket värdefullt och lärorikt.

3.2.5.4 Veckoredovisningar

En lärare beskrev ett upplägg som använts i matematik 2, där hen kombinerat problemlösning med repetition av geometri. Eleverna fick blandade problem i geometri, och skulle förbereda lösningar på 6-7 problem. En elevgrupp i taget fick sedan i uppgift att redovisa sina lösningar varje vecka. Genom att använda blandade problem blev det inte lika tydligt för eleverna vilka metoder som kunde höras ihop med vilket problem. Eftersom eleverna inte visste i förväg vilken grupp som skulle redovisa vilken vecka var alla tvungna att arbeta aktivt med problemen och förbereda sig på att redovisa sina lösningar.

3.2.5.5 Problematisering av det centrala innehållet

En lärare berättade att hen valt att helt göra om sin undervisning i matematik 1. Dels hade hen, tillsammans med kollegor på skolan, börjat implementera ”aktivt lärande” i undervisningen. Där menade hen att problemlösning ingick i stor utsträckning eftersom lektionerna baserades på öppna frågor med mycket elevdiskussion, och problematisering av hela kursens centrala innehåll. Grupparbete var centralt i dessa upplägg, som generellt gick ut på att elevgrupper om 3-4 personer stod vid varsin tavla, som monterats på varje vägg i klassrummet. Varje elev i gruppen har varsin roll som de antingen valt själva, som slumpats fram eller som de tilldelats av läraren. Rollerna som finns är ”ordföranden” som berättar om gruppens lösningar, ”sekreteraren” som antecknar och skriver lösningsprocessen på tavlan, en ”skeptiker” som har som uppgift att ifrågasätta de val som görs, och till sist en ”spion” som kan ställa frågor till andra grupper om den egna gruppen fastnat. Läraren hade också i förväg formulerat tips eller ”ledande frågor” som fanns på katedern, som eleverna kunde efterfråga om de behövde hjälp. Rollerna roterade inom grupper mellan olika lektioner för att alla elever skulle få träna på alla dessa olika uppdrag. Alla grupper tilldelades generellt samma problem som de arbetade med under lektionen.

Fördelar med detta upplägg menade läraren var att elevernas lärande synliggjordes under lektionens gång, så att hen fick en överblick över deras kunskaper men även deras missuppfattningar. Detta kunde hen sedan ta hänsyn till i planeringen av nästa lektion. Dessutom gjorde den här typen av aktivt lärande, enligt läraren i fråga, att eleverna fick skapa sina egna uppfattningar och forma sitt matematiska tänkande utan att styras lika mycket av hur man ”bör” tänka. Eleverna fick fundera över sitt ”strategigörande”, som denne lärare menade är en viktig del i problemlösning, och kunde även jämföra med andra grupper.

3.2.5.6 Programmering för att träna problemlösningsförmågan

En av de åtta lärarna beskrev ett upplägg där hen hade använt programmering för att träna problemlösningsförmågan. Uppgiften gjordes i ett färdigt program som eleverna fick ladda ner, och gick ut på att rita olika mönster av linjer med två enkla kommandon i Python. Det första kommandot ”`t.forward()`” talade om hur lång en linje skulle vara, genom att ange sträckans längd i parentes. Det andra kommandot var ”`t.left()`” och avgjorde hur mycket linjen skulle ”svänga” genom att mata in ett antal grader i parentes. Genom att kombinera dessa kommandon kunde eleverna sedan testa att rita olika mönster.

Till att börja med tilldelades specifika former som eleverna skulle rita, till exempel en liksidig triangel och en likbent triangel. Nivån på respektive deluppgift ökade sedan stegvis och till sist skulle eleverna rita ett pentagram. Efter lektionen fick eleverna skicka in koden till läraren. Eleverna kom olika långt och fick träna på både programmering och problemlösning utifrån sina egna förutsättningar. Eftersom eleverna själva fick utforska hur de kunde kombinera de tillgängliga kommandona på olika sätt gav de också olika lösningar på uppgifterna, som alla fortfarande ledde fram till det mönster som efterfrågats. Det här såg läraren som en fördel med upplägget. Dessutom berättade läraren att eleverna efter lektionen hade fortsatt att experimentera med programmet och hittat på egna mönster att rita som de hade skickat in till läraren.

3.2.5.7 Problemlösning med tävlingsmoment

För att motivera eleverna att utmana sig själva valde en lärare att kombinera problemlösning med ett tävlingsmoment. Upplägget fungerade som uppföljning på ett studiebesök som klassen hade gjort på Renova, och upptog en lektion. Under besöket hade läraren skrivit upp

ett antal påståenden som gjordes av Renovas guide under rundturen. Dessa påståenden, i kombination med några följdfrågor, skulle eleverna sedan resonera kring. Två huvudfrågor utgjorde uppgiften, där huvudfrågan som ställdes kunde vara ”Hur kan man veta det här?” och följdfrågorna utgjorde delsteg som då hade som mål att hjälpa eleverna på vägen till att kunna besvara den större frågan.

I instruktionerna till uppgiften gavs tydliga riktlinjer för hur samarbetet skulle fungera. Eleverna hade dock frihet i hur de valde att dela upp arbetet, och läraren upplevde att elever som arbetade gemensamt med samtliga uppgifter generellt kom längre än elever som delade upp uppgifterna sinsemellan. Dessutom tilldelades varje grupp tre ”dollar”, som de kunde använda för att ”köpa” svar på frågor av läraren. Eleverna fick då först formulera en fråga de ville ställa, och sedan angav läraren priset för att få svar på frågan så att eleverna kunde välja att genomföra köpet eller inte. Ett problem med detta menade läraren var att eleverna var fega med att spendera sina pengar, och många satt med alla sina tre dollar på slutet av lektionen utan ha lyckats lösa uppgifterna fullständigt.

Efter lektionen lämnade eleverna in sina lösningar till läraren som sedan skulle kora en vinnare. Vinnaren utsågs dels utifrån vilken grupp som hade mest kreativa lösningar, men också baserat på vilken grupp som valt fyndigast gruppnamn. Vinnargruppen blev vid ett senare tillfälle bjuden på fika av läraren i skolans café. Ingen bedömning gjordes i samband med detta upplägg.

3.2.5.8 Filmredovisning av problemlösningsprocessen

Ett upplägg som använts av en av lärarna gick ut på att eleverna fick redovisa sina lösningar genom att filma sig själva. Eleverna arbetade i grupper om tre, där alla skulle vara delaktiga i lösningen av problemen, men de hade olika uppgifter i själva filmredovisningen. En elev filmade, en förklarade och en elev ställde frågor och interagerade med den som förklarade. Under lektionerna fick eleverna tid att arbeta med de utdelade problemen som bestod av logikuppgifter som läraren hämtat från nätet, och de fick även tid att filma sina redovisningar. Läraren ställde under arbetets gång motfrågor till eleverna för att de skulle utveckla sina motiveringar och resonemang kring sina lösningar. Dessutom hade eleverna en chans att göra om sin redovisning igen efter att ha skickat in filmen, då läraren gav respons på delar som de behövde förtydliga eller tänka om. Eftersom fokus låg på hur eleverna kommunicerade sina lösningar valde läraren problem på ganska grundläggande nivå.

3.3 Under lektionen

Lärarens roll i klassrummet under problemlösningsarbetet tycktes för de flesta lärare vara ganska lågmäld. Utöver att skapa ramar för undervisningen, så som att planera en lektion och välja ut lämpliga problem, behövde läraren även under lektionens gång tänka på hur de skapade förutsättningar för elevernas lärande. Eftersom det lades stor vikt vid att eleverna skulle ta egna initiativ och träna på att hantera problem utan en känd metod var det enligt flera lärare viktigt att läraren inte ”sade för mycket”. För att se till att eleverna inte gav upp på vägen var det dock viktigt att läraren var närvarande. En lärare betonade att det krävdes både tid och tålamod för att ge eleverna det utrymme som behövs för att lösa ett problem på egen hand. En roll som läraren då fick var att hjälpa eleverna vidare då de fastnade i arbetet. Teman som framgick av intervju svaren består i hur lärarna ställer frågor, hur de jobbar för att balansera elevers olika förutsättningar samt vad som kan göras för att hjälpa elever med lågt självförtroende i förhållande till matematikämnet.

3.3.1 Ställa frågor

Flera av de intervjuade lärarna berättar att det under arbete med problemlösning händer att eleverna kör fast, och då ofta ställer frågan ”hur gör man här?” till läraren. En lärare betonade att det är viktigt att låta eleverna göra fel, och sedan ”använda deras fel för att förklara matematiken”. Flera lärare nämnde också att det var bra att ställa motfrågor till eleverna. Det här beskrivs som ett sätt att komma runt svårigheten att ”inte säga för mycket” eller ge dem svaret.

Ja, jag tycker det är en jättebra strategi i stället för att ge svar, ställa frågor tillbaka. Och i början tycker de väl att man är lite jobbig men jag tror att elever vänjer sig rätt snart och märker väl att det ändå är upp till dem att räkna, så att säga. Jag tycker inte att jag ska ge dem några svar, jag tycker i så fall att jag ska försöka hjälpa dem med hur de ska tänka för att komma vidare.

Det gavs under intervjuerna många exempel på vilka frågor läraren kan ställa för att hjälpa elever vidare. Många lärare använde problemlösningstrategier både implicit, då de inte omnämndes uttryckligen men samma tankar speglades i lärarnas utsagor, och explicit, det vill säga att lärarna hänvisade till problemlösningstrategierna i sina beskrivningar. Genom att formulera strategierna som frågor riktade till eleverna kunde de ofta ta sig vidare. Exempel på frågor som togs upp:

- Hur börjar du?
- Vad är det du ska komma fram till?
- Vad har du gjort hittills?
- Titta på formelbladet, finns det något som liknar det du håller på med just nu?
- Vad har du för information?
- Kan du ta fram mer information?
- Kan du rita en figur?

Alla dessa frågor kan ses som ett sätt att *konkretisera* problemlösningstrategierna, genom att omformulera dem till frågor och gärna frågor som gäller just det problem eleven arbetar med. Om det till exempel ingår vinklar i problemet kan läraren ställa frågorna ”Vilka vinklar känner du till? Kan du ta reda på fler vinklar?”. En annan lärare tog upp vikten av att elever kan ställa bra frågor till sig själva eller till läraren, för att lyckas med problemlösning.

Elever som är duktiga på att ställa bra frågor, de kommer ju ofta vidare i problemlösningen. Och det kan ju vara frågor som man internt ställer till sig själv eller externt till någon annan. [...] det är så jag själv gör när jag löser ett problem, då sitter jag och har interna frågor "okej nu har jag gjort det där steget, vad betydde det, vad saknar jag". Det är ju en miljard frågor man har under tiden man jobbar, och det kommer inte alltid naturligt. Utan det är något man måste öva in, och jag vet inte hur man explicit övar det. [...] Och där känner jag väl lite att den biten är central för problemlösning. Att åtminstone kunna formulera frågan.

3.3.2 Stimulera och stödja alla elever

Det var i samtliga intervjuer tydligt att ett av de största problemen som lärarna upplevde var tidsbrist. Eftersom det ofta var många elever per undervisningsgrupp blev det svårt att få tiden att räcka till. En tydlig skillnad syntes då mellan större och mindre elevgrupper, där de mindre klasserna generellt hann längre i undervisningen på samma tid eftersom de kan få mer tid en och en med läraren. En lösning som nämndes då var att låta eleverna hjälpa varandra.

I min matte 2-grupp har jag bara 14 elever, och då kan jag dels hålla koll på dem och stanna lite längre eller återkomma oftare. I matte 1, där de är 30 ofta, där är det en annan femma för då har jag kanske inte så mycket tid på mig. Så då vill man att de ska hjälpa varandra.

Eftersom eleverna är många och alla har lite olika behov uttryckte flera lärare att det var svårt att planera och genomföra problemlösning baserade lektioner eftersom eleverna arbetade så olika snabbt. Om eleverna inte fick stöd eller stimulerades hela tiden blev det i stället stökigt i klassrummet.

Om man har en uppgift och det är några som inte kan, några som är klara och några som man då vill visa mer, och de vet att man kommer ta upp det på tavlan, alltså det blir väldigt stökigt i den klassen då. Det är ju det som är det stora problemet tycker jag med att jobba så här problembaserat, att de elever som antingen är klara eller de som absolut inte fattar [...] det stökar till det i klassrummet. [...] Men jag skulle ju helst vilja att vi jobbar med problemlösning för att ta fram till exempel vad 'alternativinklar' är från början. Men då blir det att det på helt fel nivå för några, och då blir det stökigt.

Efter att ha observerat svårigheter bland eleverna under arbete med problemlösning beskrev en lärare hur eleverna ofta behöver hjälp med att begränsa och organisera sina metoder och möjligheter. Ofta räckte det då att läraren hjälpte till med att ställa upp informationen i en uppgift och visa att möjligheterna inte var oändliga utan att det fanns sätt att välja en lämplig metod. En lärare beskrev svårigheter hen hade då vissa elever aldrig ställde frågor, och att det därför var svårt att fånga upp dem när de hade fastnat eller behövde nya utmaningar. Så här beskrev hen hur hen gjorde med elever som aldrig frågade läraren.

Vissa av de eleverna går jag fram till och frågar dem, och ibland säger de att de har fastnat, och ibland så säger de "nej det är lugnt". Så det beror på vad det är för typ av elev. Vissa elever vill ju inte fråga, och de kan allt [...] Utan det är ju de eleverna som fastnar och inte kan, de kanske riskerar att få F. [...] jag brukar också ge dem i uppgift att komma och fråga mig, "idag ska du komma och ställa en fråga till mig". Och så övar vi på det, för det måste komma åt båda håll också. [...] och det brukar de uppskatta.

3.3.3 Lyfta elevernas "mattesjälvförtroende"

Ett återkommande problem som dök upp i matematikundervisningen enligt de intervjuade lärarna, och kanske särskilt i samband med problemlösning, var att eleverna inte var uthålliga nog att fortsätta försöka när det blev svårt. Flera lärare pratade om att eleverna "ger upp" när de inte vet hur de ska komma vidare. Det förekom olika tankar om vad detta kunde bero på, till exempel att det var för hög tröskel på problemen, att eleven arbetade själv och inte hade någon att bolla idéer med eller att de redan från början föreställde sig att de skulle misslyckas. En lärare pratade om att en viktig del av lärarens uppdrag är att uppmuntra och motivera eleverna. Hen nämnde att elever på exempelvis naturvetenskapliga programmet generellt hade både större intresse för matematikämnet och kände sig mer motiverade att fortsätta arbeta med problem även när det blev svårt. Det här ansåg läraren i fråga kunde bero på flera faktorer. Dels kunde elever som studerar på naturvetenskapligt program se en mer direkt användning för matematiken inom andra ämnen på sitt program, vilket tycktes ha en motiverande effekt på eleverna, det "att förstå varför de ska kunna detta". Hen trodde också att elever som inte ansåg sig själva vara duktiga på matematik generellt lockades bort från naturvetenskapliga programmet, eftersom det innehåller mycket matematik. På så sätt hamnar, enligt läraren i fråga, många elever med "lågt självförtroende" i matematik på mer samhällsinriktade program. I dessa sammanhang har läraren då ett viktigt uppdrag att lyfta elevernas självförtroende i ämnet.

[...] motivationen att ta an sig en uppgift om man tror att man inte kommer klara den, den är ju väldigt låg. Därför så tycker jag att man ser en stor skillnad på de som [...] tror att de kan det, eller de som har lite bättre självförtroende [...] de ger inte upp då för att de ändå, de har ett självförtroende i att de kommer lösa det tillslut.

Däremot kunde hen se att elever med ett bra självförtroende inom ämnet inte gav upp lika lätt och dessutom i större utsträckning tyckte att just problemlösning var roligt, än elever med lägre självförtroende som snarare såg det som ”jobbigt” och ”onödigt”. För att kunna arbeta med problemlösning, på ett sätt som var givande för samtliga elever, menade alltså denne lärare att ”mycket handlar om att få tillbaka deras mattesjälvförtroende”. Så här beskrev samma lärare hur hen arbetade med de elever som hade lågt självförtroende i matematikämnet.

[...] bara om de har kommit något steg så är ju det superbra. Att man på något sätt motiverar dem i att de förstod hur de skulle påbörja en uppgift, och visar att då är det inte alls mycket kvar, har du kommit så här långt så är det en jättebra start.

Flera andra lärare beskrev hur de försökte uppmuntra eleverna att fortsätta även när det blir svårt, och förklara för dem att bara för att det är svårt och tar tid så betyder det inte att de inte kan. I de lägena ville en lärare särskilt att de skulle ta hjälp av varandra och inte försöka klara allt på egen hand.

[...] jag försöker säga till dem att det får ta tid, vi jobbar med det här för att försöka lära oss och för att det är svårt. Det ska vara svårt, för då får vi chansen att utvecklas och hitta möjligheter att tänka i andra banor som vi inte hade gjort om vi hade haft en färdig metod till att göra det. [...] få dem att försöka diskutera med varandra, och känna att de inte behöver göra allting ensamma alltid utan dela med er av era tankar och förklara för varandra hur ni tänker.

3.3.4 Problemlösning och förkunskaper

Något som var återkommande i lärarnas utsagor var att de upplevde svårigheter med att balansera de olika förkunskaper och ambitionsnivåer som finns inom en elevgrupp. Dessutom ansåg de att en del matematikkurser var svårare att undervisa i än andra och att det var särskilt svårt när problemlösning skulle behandlas i undervisningen i någon av dessa kurser. I följande avsnitt analyseras orsakerna till och hanterandet av dessa svårigheter utifrån de intervjuade lärarnas perspektiv.

3.3.4.1 Strategier för olika förkunskaper och ambitionsnivå

”En fråga kan vara ett problem för en elev och inte för en annan”, som en informant uttryckte sig. Med utgångspunkt i detta synsätt kommer innehållet i en lektion fylla olika syften för olika elever beroende på deras aktuella kunskapsnivå, som dessutom är blandad inom klassen. Några lärare såg denna variation av förkunskaper bland eleverna som problematisk, eftersom problemlösningssupplägg generellt tycktes fungera bättre för vissa elever än för andra. Det här upplevdes också av vissa lärare som krävande eftersom det då krävdes mer planeringstid för att anpassa undervisningen efter de olika förkunskaper och ambitionsnivåer som fanns i en klass. En av lärarna som intervjuats beskrev hur hen anpassade undervisningen efter elevernas olika förutsättningar, men ändå kunde ge samma problemformulering till samtliga elever.

Varje fråga kan bli ett problem om du säger att ni ska lösa den på olika sätt. Så även om man är en svag elev eller en väldigt duktig elev i klassen blir det en utmaning, som kräver att man tänker till. För man kanske känner igen en metod och löser den, men om du säger att du ska lösa den på 2-3 olika sätt, då blir det automatiskt ett problem för alla. Så därför väljer jag många gånger en fråga som går att lösa på olika sätt, och då problematiserar jag frågan automatiskt.

En annan lärare menade att genom att ge likartade problem på prov som man gått igenom under undervisningen blev svårighetsnivån lägre. För de elever som tyckte att problemen i boken var för enkla var det då en fördel om problemen på proven såg annorlunda ut, eftersom detta ansågs av läraren i fråga vara en förutsättning för att testa kunskaper i problemlösning på högre nivå.

[...] på E-nivå då tycker jag att man ska kunna lösa ett problem under övning, och sen på provet ska man kunna lösa ett ganska så liknande problem. Då är man väl godkänd på E-nivå, tycker jag, i problemlösning. [...] de elever som kanske ligger på en A-nivå, eller strävar däråt, tycker ju ofta att bokens problem är för enkla för att sen dyker det upp någonting på provet som de inte kan. Men det är ju också det som är problemlösning, att man ska lösa något nytt. Jag brukar försöka tänka att det ska vara rimligt att de ska kunna det men det ska inte vara en kopia på en uppgift som de har gjort, utan det ska vara att de behöver hitta nya vägar.

Det framgick också av flera lärare att det var svårt att få med vissa elever från start och att det ofta fanns en ”tröskel” för dem som hindrade deras arbetsprocess. En lärare berättade om ett upplägg hen använt i sin undervisning där eleverna fick arbeta utforskande med problemlösning. Där kunde en tröskel vara att det fanns för många valmöjligheter av metod för eleven i början av uppgiften.

den allra första uppgiften, det kanske är lite för hög tröskel på den. Jag tycker den är jättelätt [...] men där är det ju öppet. Du får välja vilken metod du vill. Ja men hur ska jag veta vad som är rätt? Ja du kan räkna förändringsfaktor, du kan ställa upp en exponentialfunktion, du kan räkna det som en rät linje, och beräkna lutningen på den. Det finns ju massa sätt. Och för vissa [...] kanske den tröskeln är lite för stor. Jag tänkte "det är ju bara att välja, vad kul då får man äntligen välja själv", men det tror jag att jag ska ändra på. För då tror jag att det är lättare om man åtminstone kan börja.

3.3.4.2 Olika kurser och nivåer

Det framgick av flera intervjuer att lärarna tyckte att det var lättare att arbeta med problemlösning i en del matematikkurser och svårare i andra. En lärare beskrev hur hen upplevde matematik 2b som en svårare kurs att undervisa i allmänhet, och att det dessutom var svårare att göra problemlösning till en naturlig del av kursen.

[...] den är väldigt trögstartad den kursen. Och det är nödvändigt att den börjar med mycket algebra, när man kommer in på mycket andragradsekvationer och funktioner sedan och då måste man ju ha koll på hur man jobbar med både uttryck och faktorisering och mycket sådant. Så att den skulle inte kunna börja på något annat sätt. Den är trög, och det är svårt att prata problemlösning tidigt. Man måste ha gått igenom massa procedurer först.

En annan lärare höll med om att det var svårare att integrera problemlösning i matematik 2 eftersom hen ansåg att den innehöll mycket mer ”stoff” än exempelvis matematik 1 och matematik 3. Hen upplevde att matematik 1-kurserna bestod av mycket repetition från högstadiet, och att eleverna därför generellt var mer bekväma med de metoder och begrepp som behandlades i kursen. I matematik 3, menade samma lärare, ingick större och mer sammanhängande matematiska områden så att det fanns tid att ”nöta” procedurer och innehåll i större utsträckning än i matematik 2 där nytt innehåll presenterades mer frekvent.

Flera lärare uttryckte att de lade störst vikt vid att undervisa i problemlösning i matematik 1-kurserna, genom att introducera problemlösningstrategier explicit i början av kursen. Därefter togs problemlösning upp kontinuerligt men fick generellt mindre eget utrymme. En lärare tyckte att eleverna bör ha förstått ”hur man jobbar matte bäst” i slutet av matematik 2,

och hen ställde därför något högre krav på användandet av problemlösningstrategier i matematik 2-kursen.

3.4 Sammanfattning: svårigheter och lösningar

Nedan har de olika svårigheter som de informanterna beskrivit, i samband med sin undervisning om och med problemlösning, sammanställts i en tabell. För varje svårighet har sedan olika strategier för att hantera dessa svårigheter angivits, som någon eller flera av de intervjuade lärarna på ett eller annat sätt nämnt under intervjuerna. Flera lärare uttryckte om problemlösning baserad undervisning att de ”önskar de gjorde det mer”, och de svårigheter de pratade om i samband med problemlösning var för några av dem en anledning till varför de inte gjorde mer.

Tabell 1: Svårigheter med undervisning i problemlösning och förslag på lösningar.

Svårigheter	Lösningar
1. Hitta lämpliga problem	- Omformulera uppgifter i boken - Ta påståenden från elevernas omvärld och låt dem bevisa eller motbevisa dem
2. Lågt ”mattesjälvförtroende”	- Dela upp problem i delsteg - Beröm de små framstegen - Låt eleverna träna in procedurer tills de är bekväma att använda dem
3. Bristande motivation hos eleverna/Förebygga att eleverna ger upp	- Arbeta i grupp, uppmuntra samarbete - Ta bort facit - Sänk ”tröskeln” på de första problemen - Svårt betyder att vi lär oss något nytt
4. Få tiden att räcka till/Planeringskrav	- Arbeta med textuppgifter från boken - Begränsa materialet till papper & penna - Problematiska uppgifter i boken - Börja med att problematisera ett moment i kursen
5. Få tiden att räcka till/Hinna med problemlösning och övrigt centralt innehåll	- Problematiska <i>utifrån</i> det centrala innehållet - Planera utifrån lärobokens upplägg
6. Få tiden att räcka till/Hinna hjälpa alla elever	- Låta eleverna hjälpa varandra - Blanda kunskapsnivåer inom grupper
7. Utmana och stötta elever med olika förkunskaper/stökigt i klassrummet	- Välj problem som kan lösas olika - Låt eleverna samarbeta - Tilldela olika roller i gruppen - Låt grupperna ’spionera’ på varandra
8. Inte säga för mycket	- Låta eleverna förklara för varandra - Hänvisa till problemlösningstrategierna - Förbereda lappar med tips

9. Göra eleverna bekväma med osäkerheten i problemlösning	<ul style="list-style-type: none"> - Visa att det får ta tid och man får göra fel - Varva blandade och nivåindelade grupper - Ge tydliga instruktioner
10. Träna eleverna i att ställa frågor externt och internt.	<ul style="list-style-type: none"> - Ge i uppdrag att ställa minst en fråga under en lektion - Träna problemlösningsstrategier
11. Textuppgifter och dyslexi	<ul style="list-style-type: none"> - Problematisera icke-textuppgifter - Ge muntliga uppgifter och instruktioner
12. Eleverna har ingen aning/för många valmöjligheter	<ul style="list-style-type: none"> - Ställ upp problemlösningsstrategier - Hjälptill att begränsa antalet möjligheter - Sänk tröskeln på första problemet

4 Diskussion

4.1 Metoddiskussion

I metoddiskussionen behandlas studiens trovärdighet med avseende på validitet och reliabilitet. Vidare diskuteras kvaliteten hos studien utifrån det material som samlats in och i förhållande till analysen som gjorts av materialet.

4.1.1 Trovärdighet

Eftersom urvalet bestod av lärare från tre olika skolor skulle studiens validitet kunna ifrågasättas. Då den geografiska spridningen mellan lärarna är relativt liten är det inte säkert att resultaten som tagits fram är representativt för en större grupp. Dock uttryckte de intervjuade lärarna i regel skilda meningar i de olika frågorna, och trots det smala urvalet visade resultaten på en viss bredd. Efter att i föregående examensarbete behandlat samma område som i det aktuella arbetet formulerades syftet och intervjufrågorna utifrån vissa förkunskaper. Detta kan ha haft betydelse för arbetets riktning. Några gånger ställdes mer eller mindre ledande frågor under intervjuerna med målet att komma åt ett visst svar. Detta gjordes inte avsiktligt utan frågorna styrdes troligtvis av de förväntningar som uppstått ur författarens bakgrund och förförståelse och är något som också minskar validiteten hos studien. Dessutom var samtalen fritt i förhållande till intervjuguiden, vilket också skulle kunna påverka reliabiliteten hos studien. Allteftersom intervjuerna blev mer obundna fick lärarna dock mer utrymme att prata utifrån sina egna reflektioner, och frågorna användes mer som ett sätt att fånga in undersökningsområdet i samtalet.

4.1.2 Analys

Syftet med studien var av en ganska bred karaktär, med fyra frågeställningar som var och en hade kunnat utgöra en egen studie. Eftersom åtta olika lärare intervjuats under ungefär en timmes tid grundades analysarbetet på ett stort och omfattande datamaterial. Stora avgränsningar gjordes därför av vilket material som i slutändan redovisades i resultatet, och en del intressanta utsagor kan ha försvunnit i den första grovkodningen av svaren. För att verkligen analysera lärarnas olika förhållningssätt till problemlösning till exempel vore det kanske mer lämpligt att enbart undersöka den första frågeställningen, *Hur ser gymnasielärare på vad problemlösning innebär och vilka anser de vara målen med problemlösning i undervisningen?* På så sätt hade en djupare analys kunnat göras av respektive lärares synsätt och hur de förhöll sig till varandra. Detsamma gäller för de övriga tre frågeställningarna. Utifrån den form som studien nu tagit har respektive frågeställning å andra sidan kunnat jämföras med varandra. Trots att sådana jämförelser framför allt har en övergripande karaktär har de öppnat för en diskussion om hur lärarnas synsätt påverkar deras undervisning och även hur dessa synsätt hänger samman med vilka svårigheter de upplever.

En risk som kan uppstå vid tematisering och kategorisering av kvalitativa data är att forskarens egen uppfattning om vilka svar som hör ihop och på vilket sätt blir det som styr grupperingen. Informanternas subjektiva och kanske dolda uppfattningar bakom utsagor kanske då inte skildras i forskarens analys. Eftersom denna studie dessutom utgick från en relativt stor mängd rådata har det varit svårt att utgå helt och hållet från varje informants unika berättelse utan att göra generaliseringar för olika utsagor. Eftersom studien framför allt sökte en övergripande bild av hur undervisningen av problemlösning ser ut framstår denna typ av generalisering dock som både godtagbar och nödvändig. Hade studiens fokus varit på *varför* en lärare väljer ett visst sätt att arbeta hade även analysprocessen behövt anpassas. För

att underlätta analysarbetet hade det kanske varit relevant att välja en annan ansats, till exempel en fenomenologisk ansats som satte tydligare ramar för analysarbetet utifrån ett teoretiskt ramverk (Dalen, 2015).

4.2 Resultatdiskussion

I resultatdiskussionen diskuteras de teman och kategorier som behandlats i resultatet med koppling till den teoretiska bakgrunden för studien. De övergripande teman som diskuteras är lärarnas syn på problemlösning, lärarnas planering och genomförande av undervisning i problemlösning samt svårigheter och lösningar som lärarna diskuterat.

4.2.1 Lärarnas syn på problemlösning

Lärarnas syn på problemlösning har delats in efter vad de anser att problemlösning är, vad de anser att syftet med undervisning i problemlösning är samt hur de skiljer på problemlösning som ett centralt innehåll respektive som en förmåga.

4.2.1.1 Vad är problemlösning?

Resultatet visar på att det finns en del skillnader i lärares bild av vad problemlösning faktiskt är. Vissa lärare gör definitioner av problem och problemlösning som är tydligt förankrade i forskningslitteraturen, ibland med hänvisning till kända forskare. Det faktum att en del lärare har förankring i forskning verkar dock inte alltid betyda att de har en klarare bild av hur de ska bedriva undervisning i problemlösning. De svårigheter som lärare upplever tycks snarare bli fler för lärare som ger nyanserade beskrivningar av begreppen. De lärare som hade både en öppen och en bred bild av vad problemlösning är men ändå lyckades implementera problemlösning på ett framgångsrikt sätt i klassrummet var i regel de lärare med längst undervisningserfarenhet. Det fanns också lärare med mindre erfarenhet som ansåg att de i undervisningen uppnådde de mål de strävade efter. Dessa informanter hade dock generellt något lägre ambitioner för vad de menade att undervisning i problemlösning skulle bidra med när det gällde elevernas lärande.

En lärare ansåg att problem kunde sammanfattas som *textuppgifter*. Det här menar flera forskare är en smal och missvisande definition av vad ett problem faktiskt är (Lester, 2013; Taflin, 2007). I de beskrivningar som samma lärare gjorde av sina mål med och undervisningsstrategier för problemlösning tycktes likheterna med forskningens beskrivningar vara betydligt större. Dessutom hade denne lärare en klar bild av hur hen skulle arbeta för att nå dessa mål. Hen tränade eleverna på att använda problemlösningstrategier, vilket kanske är viktigare än att ge en bred definition av begreppet problem. De begränsningar som eventuellt uppstår av en smalare definition skulle kunna kompenseras av ett medvetet arbete med strategier. Det verkar vara just problemlösningstrategier som forskare menar fyller en långsiktig funktion för elevernas lärande och inom det problemlösande arbetet (Schoenfeld, 1992; Taflin, 2007). Det förhållningssätt som forskare och Skolverket tycks förespråka kan ifrågasättas eftersom detta inte kompletteras med tydliga råd och riktlinjer för hur lärarna ska gå tillväga i sin undervisning.

4.2.1.2 Syftet med att undervisa i problemlösning

Vad lärarna ansåg vara syftet med problemlösning i undervisningen varierade från att eleverna skulle utveckla sin matematiska problemlösningförmåga till att eleverna skulle bli bättre problemlösare inom flera ämnen och även i sina vardagsliv. De flesta lärare verkade

positivt inställda till att problemlösning är en stor del av matematikundervisningen på gymnasiet och alla lärare berättade om flera fördelar med problemlösning i undervisningen. Hur sådan undervisning kan och bör se ut samt vad syftet med problemlösning är råder det dock skilda meningar om. Vissa lärare verkade se det som ett stort och viktigt område inom matematiken, men även som något man hade nytta av utanför matematikklassrummet. Andra lärare höll inte med om detta utan ansåg att problemlösningsförmågan var tillämpbar endast inom det ämnesområde som den hade tränats. Efter att ha analyserat hur de lärare med motsatta åsikter i frågan definierade problemlösning, och hur de beskrev sin undervisning, verkar kärnan i deras meningsskiljaktigheter finnas just här. Fokuserar läraren på att arbeta enbart med problem inom en matematisk kontext och pratar om problemlösning utifrån de matematiska verktyg som ingår i kursen kommer eleverna troligtvis bli duktiga matematiska problemlösare men kan kanske inte tillämpa dessa kunskaper på andra ämnesområden. Utgår läraren i stället från problemlösningsstrategier och visar hur dessa kan ha många användningsområden även utanför matematiken och i vardagslivet får eleverna en bredare syn på problemlösningsförmågan och dess användning inom olika områden.

Med utgångspunkt i forskningslitteraturen, lärarnas utsagor och egna erfarenheter verkar problemlösning vara en nyckel till att kunna kombinera och använda olika matematiska kunskaper både inom och utanför matematiken. Det är en sak att känna till något och en annan sak att kunna tillämpa det, som en av de intervjuade lärarna sa. Dessa resonemang kan också associeras till det som Boaler (2002) och andra forskare skriver om att arbeta för att skapa matematisk förståelse hos eleverna och inte enbart lära ut matematiska separata matematiskaprocedurer och begrepp. I slutändan finns kanske ingen större användning för verktygen om eleven inte vet hur hen ska använda dem. Det finns också en poäng i att träna eleverna på att själva bedöma rimligheten och trovärdigheten hos sina lösningar och svar, och samtidigt tränas i att bedöma rimligheten i andras påståenden. Detta fyller både ett syfte i att träna elevernas källkritik men ger också en inblick i hur vetenskapligt arbete bedrivs och hur olika påståenden som eleven stöter på i sin vardag kan verifieras. Med facit nära till hands är det lätt att tro att man kan mer eller mindre än man faktiskt kan. Genom att arbeta problematiserande måste eleverna lita på sin egen förmåga på ett annat sätt.

4.2.1.3 Centralt innehåll och förmåga

Informanterna beskrev framför allt problemlösning som en förmåga, och det var i regel förmågan de menade att eleverna skulle träna i undervisningen. En del lärare planerade både undervisning som hade som mål att träna elevernas förmåga genom arbete med problemlösningsstrategier och dessutom planerades lektioner där problemlösning användes för att lyfta fram andra centrala innehåll. Jämför man dessa två undervisningsupplägg med Skolverkets (2011a) distinktion mellan problemlösning som en förmåga och som ett centralt innehåll tycks båda åsyftningar tillfredsställas om de två uppläggen kombineras och blandas.

Om lärarna ser till att undervisa både med problemlösning som medel för annat centralt innehåll och att undervisa med problemlösning som mål, det vill säga om problemlösningsstrategier och användandet av dem för att träna problemlösningsförmågan, tycks skolverkets avsikter med uppdelningen i ämnesplanen tillgodoseas. Som det nu såg t var det dock vanligare att lärarna undervisade med problemlösning som mål, vilket skulle kunna härledas till det faktum att problemlösning som medel för undervisningen upplevs av många lärare som ett svårare undervisningsupplägg att införliva.

4.2.2 Planering och genomförande av undervisning i problemlösning

Vissa lärare såg som tidigare nämnts syftet med att undervisa i problemlösning som något rent ämnesspecifikt och menade att problemlösningsförmågan tränades enbart inom matematikämnet. Denna inställning speglades också i deras planering av undervisningen. Det övriga centrala innehållet, utöver problemlösning, fick mer utrymme och mer tid lades på att träna specifika begrepp och procedurer. Detta arbetssätt menade en lärare hade större effekt på elevernas problemlösningsförmåga när de skrev nationella proven i matematik än vad som hade upplevts tidigare när hen hade lagt mer tid på att träna problemlösningsförmågan mer explicit. Om eleverna känner sig trygga med de olika procedurerna och metoderna verkar det rimligt att de också kommer att vara mer trygga med att använda dem i nya sammanhang. Trots detta verkar det troligt att eleverna under läsåret på något sätt tränats i att veta när och hur olika metoder används eftersom de sedan visat på god problemlösningsförmåga på de nationella proven. Undervisningen kanske inte har utformats på ett sätt som läraren själv räknar som problemlösning men ändå på ett sätt som tränar dessa förmågor.

4.2.2.1 Undervisning i problemlösningsstrategier

Informanterna visade olika förhållningssätt till problemlösningsstrategier. Ju större medvetenhet läraren själv har kring vilka strategier som finns och hur hen själv använder dessa i sin egen problemlösning, desto tydligare struktur tycks undervisningen av sådana strategier få. De lärare som inte explicit pratade om problemlösningsstrategier verkade dock ha ett ”tänk” kring problemlösning som liknade användandet av strategier. En lärare sade till exempel att hen inte arbetar med problemlösningsstrategier, men sättet hen beskrev hur hen vill att eleverna ska arbeta och ställa interna frågor liknade arbetet med att träna eleverna i problemlösningsstrategier. Det framgick också att strategierna var användbara för att hantera många av de svårigheter lärarna upplevde i samband med problemlösningsbaserad undervisning. Till exempel kunde hänvisning till strategierna bli ett sätt för läraren att stötta eleverna och samtidigt uppmuntra att eleverna utgick från sina egna kunskaper och heuristiska förmågor för att ta sig vidare.

Problemlösningsstrategier verkade också för många fungera som ett sätt att introducera vad problemlösning innebär och på så sätt skapa en tryggare grund för de elever som var obekväma med det ”osäkra” i problemlösning. Det framgick också att om en lärare använde sig av ett läromedel där problemlösningsstrategier behandlades var de mer benägna att integrerar strategier i sin undervisning. Läromedlen verkar alltså spela en viss roll för hur läraren planerar och strukturerar sin undervisning. Därmed tycks det särskilt viktigt att innehållet i någon mån följer de råd och riktlinjer som Skolverket ger kring undervisning i problemlösning. Behandling av problemlösningsstrategier i läromedel för matematik borde snarare vara regel än undantag, eftersom dessa tycks ha så pass positiv effekt på undervisningen i och lärandet av problemlösning.

Hur problemlösningsstrategierna omnämns och bearbetas på lektioner är dock fortfarande upp till läraren. Enligt ett socialkonstruktivistiskt perspektiv (Säljö, 2014) skulle det arbetssätt som en lärare använde där eleverna själva får reflektera över sina valda strategier utan att de först formulerats eller hänvisats till av läraren vara att föredra. Detta förespråkas av flera forskare (Lester, 2013; Schoenfeld, 1991) och följer den syn på lärande som något som sker i samspel med andra och att kunskap skapas i detta samspel, snarare än förmedlas från en person till en annan. Det var särskilt en lärare som följde detta synsätt, men de flesta andra

lärare såg också vikten i att låta eleverna diskutera olika innehåll med varandra för att skapa större förståelse.

Genom att prata med eleverna om lärande som något levande och dynamiskt kan de själva få chansen att se sina egna svårigheter i ett nytt ljus, och inse att det är just då det känns som svårast som de lär sig mest. Här verkar det lämpligt att diskutera problemlösningsprocessen och även lärandeprocessen, och samtidigt försöka att uppmuntra dem till att se motgångar som ett utvecklande stadie i båda processer. Insikten om att den väg vi valt inte leder oss vidare till exempel är trots allt en insikt, även om den kan tyckas vara en oönskad insikt. Med den kunskapen kan slutsatser dras om problemet som inte tidigare var kända, och samtidigt har bättre förutsättningar skapats för att komma längre vid nästa försök. På detta sätt utvecklas även kunskap. Arbete för att motbevisa av en hypotes kan tyckas kontraproduktivt eftersom det är hållbara teorier som eftersöks för att beskriva olika fenomen, men det faktum att vi lyckats motbevisa en hypotes tyder på att vi har verktyg för att fortsätta söka och arbeta utifrån både gamla och nya kunskaper.

4.2.2.2 Vikten av samarbete

Flera lärare beskrev att eleverna behöver kunna utstå motgångar under sin lärandeprocess och att problemlösning kräver att eleven kämpar på även om vägen fram är allt annat än rak. I det problemlösande arbetet är det svårt för en enskild elev att ta sig framåt smidigt och hitta effektiva metoder på egen hand. Arbetar man med samma problem i en grupp har man plötsligt många olika perspektiv och erfarenheter att dra nytta av, och dessutom kan eleverna på detta sätt vara resurser för varandra vilket kan fungera avlastande för läraren. Tillsammans kan gruppen nå mycket längre än vad var och en av medlemmarna hade gjort på egen hand.

Detsamma verkar gälla de problem och svårigheter som lärare upplever inför och under sin undervisning i problemlösning. Ingen lärare har svar eller lösningar på alla svårigheter hen stöter på i sin undervisningspraktik, men tillsammans kan de lösa en hel del svårigheter. De svårigheter som de åtta intervjuade lärarna tillsammans upplevde i samband med undervisning i problemlösning i mångt och mycket hade kunnat lösas bara med hjälp av de kollektiva kunskaper och erfarenheter som samma åtta lärare besitter. Det här tyder inte helt oväntat på att ett gemensamt arbete i planering och utvärdering av undervisningen som bedrivs av respektive lärare hade gett varje individ en betydligt stabilare grund att stå på. Det här hade också kunnat förebygga att lärare ger upp om lektionsupplägg eller undervisningsstrategier som de varit missnöjda med just för att de inte har någon att bolla vidare med när de själva fastnar. Om en lärare upplever en lektion som misslyckad är hen kanske inte angelägen om att testa samma upplägg igen utan går hellre vidare med något som hen vet "fungerar". I det här läget hade läraren i fråga säkerligen haft stor nytta av att samarbeta med en annan lärare och diskutera hur hen skulle kunna gå vidare.

I stället för att hantera problem med undervisningen genom att undvika dem bör man liksom inom problemlösning gå tillbaka och se vad som inte fungerade, fundera på hur det kommer sig, göra ändringar eller byta strategi och sedan börja om igen. För att detta ska fungera behöver lärare mer tid till att planera och reflektera över sin undervisning. I den mån det är möjligt kanske lärare ändå bör sträva efter att samarbeta till exempel vid planering av något gemensamt moment i en kurs eller genom att diskutera de olika upplägg de testat i vardera lärares undervisning.

4.2.3 Svårigheter och lösningar

Många olika svårigheter verkar uppstå i samband med undervisning i problemlösning. Det allra vanligast förekommande exemplet som togs upp under intervjuerna var tidsbristen. Dels upplevde många att tiden för att planera lektioner som behandlar problemlösning inte räckte till, eftersom detta tycks mer tidskrävande än ”traditionell” undervisning. Dessutom ansåg många lärare att själva lektionstiden inte räcker till för att genomföra fullständiga lektioner med öppna problem där eleverna får utrymme att utforska olika metoder och innehåll själva. Flera lärare uttryckte att dessa svårigheter hindrade dem från att arbeta med problemlösning så mycket som de hade önskat. De flesta lärare använde problem från boken för att minska planeringstiden, och några av dem formulerade gärna om bokens uppgifter för att göra dem mer öppna och problematiserande. På så sätt kunde dessutom övrigt centralt innehåll tas upp från boken i samband med att eleverna fick träna på problemlösning.

En strategi för att komma runt flera olika typer av svårigheter var att låta eleverna samarbeta och hjälpa varandra. Dels sänkte de kraven på läraren att hinna hjälpa alla elever på kort tid, dels fick eleverna chans att diskutera och motivera sina metodval, något som för många lärare var en central del av undervisningen. Dessutom kunde elever med olika förkunskaper och svårigheter i matematiken både stötta och utmana varandra. Aktivt arbete med problemlösning var för många ett sätt att stärka elevernas självständighet, dels att våga lita på sina egna idéer och lösningar i stället för att förlita sig på facit i boken, och dels för att komma vidare i arbetet när de körde fast. Generellt verkar de flesta problem som lärare stöter på i sin undervisning kunna lösas gemensamt, då alla lärare har olika erfarenheter och idéer om hur undervisningen skulle kunna förbättras i olika avseenden. Jag tror därför att det skulle behövas betydligt större utrymme för kollegialt samarbete, både bland matematiklärarna men även ämnesöverskridande. Lika väl som att vi tillsammans kan nå mycket längre med ett matematiskt problem inom problemlösningen, behöver vi som lärare även i detta sammanhang hjälpas åt för att ta oss framåt och förbättra vår undervisning där den kan förbättras.

4.3 Slutsatser

Alla lärare hade olika sätt att planera och genomföra sin undervisning i problemlösning, och det verkade delvis bero på att synen på vad problemlösning är skiljde sig. Det gick dock att urskilja att lärarnas uppfattning om syftet med att undervisa i problemlösning hade större inverkan på hur de utformade undervisningen. En lärare som anser att syftet är rent ämnesspecifikt och att vi tränar problemlösning för att bli bättre på vår matematiska problemlösningsförmåga planerar i regel inte att tillägna särskilda lektioner åt just problemlösning. Där hamnar i stället störst fokus på att träna procedurer, begrepp och metoder som då ska bygga grunden för elevernas kunskaper även inom problemlösning.

En lärare som i stället ser problemlösningsförmågan som något användbart även inom andra ämnen och utanför skolan planerar i större utsträckning lektioner där strategier för problemlösning bearbetas. Dessa menar man då att eleverna även har användning för i mer vardagliga situationer och problem. Genom att ta upp och träna problemlösningsstrategier kontinuerligt under kursens gång får eleverna verktyg att hantera nya obekanta situationer, oavsett det matematiska innehållet. Detta kan antingen göras genom att presentera ett antal existerande problemlösningsstrategier tidigt i en kurs och sedan påminna om dem regelbundet, eller genom att låta eleverna själva reflektera över vilka strategier de använde under problemlösningsarbetet.

Av dessa två synsätt och arbetssätt verkar det senare nämnda stämma bättre överens med de mål som framgår av Skolverkets styrdokument och kompletterande material. Eftersom Skolverket menar att de kunskaper och strategier eleverna lär sig kan användas även inom andra områden och ämnen bör detta främjas av själva undervisningen. Dock kanske detta borde ske i samarbete med andra skolämnen, då matematikläraren inte kan förväntas ha kunskap inom alla olika ämnen där problemlösningsförmågan är relevant och användbar. Dessutom bör Skolverket komplettera sina krav på lärarna med tydliga råd och riktlinjer för hur dessa mål ska kunna uppnås rent praktiskt.

Några av de mest förekommande svårigheter i informanternas utsagor var tidsbrist, att anpassa svårighetsgrad efter elevers olika förutsättningar inom en grupp samt att motivera eleverna i sitt arbete med problemlösning. De lösningar som föreslogs för att hantera dessa svårigheter bestod till att börja med av att utnyttja grupparbete för att göra eleverna till resurser för varandra och balansera deras olika förkunskaper, och dessutom avlasta läraren lika mycket tid inte behövde gå till att hjälpa eleverna. Dessutom nämndes problemlösningsstrategier som ett användbart verktyg i undervisningen, både för att stötta och motivera eleverna i deras arbete men också för att göra eleverna mer självständiga och medvetna om sitt eget matematiska tänkande och lärande.

4.4 Didaktiska konsekvenser

Efter samtalen med lärarna som ställt upp för denna studie har jag fått nya perspektiv på både de möjligheter och de begränsningar som finns i praktiken. Inför min framtida yrkesverksamhet kommer jag ta med mig att det är okej att misslyckas. Det kommer inte bli perfekt första gången man planerar ett upplägg och det går inte att styra över alla faktorer som påverkar utfallet av planeringen. Under min VFU begränsade jag mig själv för att jag inte ville ta risker med min undervisning som skulle kunna gå ut över eleverna. Nu tror jag dock att det är nödvändigt att ta dessa risker både för att kunna utvecklas som lärare, men också för att ge eleverna varierad undervisning som skapar goda förutsättningar för lärande. I början

kanske det räcker att testa ett ”osäkert” och oprövat upplägg inom ett avskilt moment, och ju mer trygg jag som lärare känner mig med innehållet i kursen och det problematiserande arbetssättet, desto mer kan jag använda det genom hela kursens gång. Jag kommer också ta alla chanser jag får att diskutera undervisning med mina ämneskollegor. Som en av de intervjuade lärarna påpekade kan en kollega ge en mer anpassad och specifik feedback på mina lektioner och funderingar, jämfört med det som går att läsa sig till i forskning och Skolverkets material. Därför tror jag att gemensamma planeringar och diskussioner kring utfallet av dem, är ett sätt att utveckla sin undervisning i samarbete med andra lärare.

4.5 Framtida forskning

För att komplettera den studie som har genomförts skulle det vara intressant att göra en kvantitativ studie och undersöka om de teman och resultat som vuxit fram ur denna studie är representativa för en större grupp lärare.

Utifrån de svårigheter och lösningar som sammanfattats i denna studie skulle det även vara intressant att se om lärarnas gemensamma erfarenheter och idéer kan vara kommande nytta för varje enskild lärare i deras undervisningspraktik. Genom att ge lärarna den sammanställda informationen och sedan följa upp med en intervjustudie om ett år skulle effekterna av lärarnas kollektiva kunskaper kunna studeras. Vidare hade teorin om att samarbete mellan lärare är centralt för utvecklingen av respektive lärares undervisningspraktik kunnat studeras närmare genom att jämföra med en kontrollgrupp som inte fått samma information.

Det vore också värdefullt att få en inblick i vad elever uppfattar som problemlösning i förhållande till hur läraren väljer att prata om det i klassrummet. Till exempel kan olika sätt att presentera och arbeta med problemlösningsstrategier jämföras för att undersöka om det har betydelse för hur elever tänker kring problemlösning.

Referenslista

- Alfredsson, L., Bråting, K., Erixon, P. & Heikne, H. (2011). *Matematik 5000 Kurs 1b Grön lärobok*. Stockholm: Natur & Kultur. ISBN: 978-91-27-42161-5.
- Autor, H. D., (2015). Why are there still so many jobs? The history and future of workplace automation. *Journal of economic perspectives*, 29(3), 3-30.
- Boaler, J. (2002). Learning from teaching: Exploring the relationship between reform curriculum and equity. *Journal of Research in Mathematics Education*, 33(4), 239-258.
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3 (2), 77-101.
- Brynjolfsson, E., & McAfee, A. (2015). *Den andra maskinåldern: Arbete, utveckling och välstånd i en tid av lysande teknologi*. Göteborg: Daidalos.
- Cobb, P., Yackel, E., & Wood, T. (1992). A constructivist alternative to the representational view of mind in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(1), 2-33.
- Cronhjort, M. & Thunberg, H. (2014). *Att undervisa centralt innehåll genom problemlösning*. Skolverket, Lärarlyftet. Hämtad 2019-04-17 från: https://larportalen.skolverket.se/#/modul/1-matematik/Gymnasieskola/440_undervisamatematikutifranproblemlosning%20GY/2_problemlosningochcentraltinnehall/
- Dalen, M. (2015). *Intervju som metod*. Malmö: Gleerups.
- Glaser, B., & Strauss, A. (2006). *The discovery of grounded theory : Strategies for qualitative research*.
- Kvale, S., & Brinkmann, S. (2014). *Den kvalitativa forskningsintervjun* (3. [rev.] uppl.). Lund: Studentlitteratur.
- Lester, F. K. Jr. (2013). Thoughts About Research On Mathematical Problem- Solving Instruction. *Mathematics Enthusiast*. 10(1). 245-278.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it - A new aspect of mathematical method*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Schoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1991) What's all the fuss about problem solving? *Zentrallblatt fur didaktik der mathematik*, 91(1), 4-8.

- Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Gruws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.
- SFS 2003:460. *Lag om etikprövning av forskning som avser människor*. Stockholm: Utbildningsdepartementet.
- Skolverket. (2011a). Kommentarmaterial till ämnesplanen i matematik i gymnasieskolan. Hämtad 2019-04-17 från:
<https://www.skolverket.se/undervisning/gymnasieskolan/laroplan-program-och-amnen-i-gymnasieskolan/laroplan-gyl1-for-gymnasieskolan?url=1530314731%2Fsyllabuscw%2Fjsp%2Fcurriculum.htm%3Ftos%3Dgy&sv.url=12.6011fe501629fd150a2714f>
- Skolverket. (2011b). *Läroplan, examensmål och gymnasiegemensamma ämnen för gymnasieskola 2011*. Hämtad 2019-04-17 från:
<https://www.skolverket.se/undervisning/gymnasieskolan/laroplan-program-och-amnen-i-gymnasieskolan/laroplan-gyl1-for-gymnasieskolan?url=1530314731%2Fsyllabuscw%2Fjsp%2Fcurriculum.htm%3Ftos%3Dgy&sv.url=12.6011fe501629fd150a2714f>
- Skolverket. (2011c). *Läroplan för gymnasieskolan*. Hämtad 2019-04-17 från:
<https://www.skolverket.se/undervisning/gymnasieskolan/laroplan-program-och-amnen-i-gymnasieskolan/laroplan-gyl1-for-gymnasieskolan?url=1530314731%2Fsyllabuscw%2Fjsp%2Fcurriculum.htm%3Ftos%3Dgy&sv.url=12.6011fe501629fd150a2714f>
- Säljö, R. (2014). Den lärande människan – teoretiska traditioner. I U. P Lundgren, R. Säljö, C. Liberg (Red.), *Lärande, skola, bildning: grundbok för lärare* (s. 251-309). Stockholm: Natur & kultur.
- Taflin, E. (2007). *Matematikproblem i skolan : för att skapa tillfällen till lärande* (Doktorsavhandling, Department of Mathematics and Mathematical Statistics). Umeå: Print & Media. Tillgänglig:
<http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:umu:diva-1384>
- Vygotskij, L.S. (1978). *Mind in society: the development of higher psychological processes*. Cambridge, Mass.: Harvard U.P..
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for research in mathematics education*, 458-477.

Bilaga 1: Missivbrev och informerande mejl

4.6 Missivbrev

Hej XX!

Jag heter Ebba och [...]. Jag läser sista terminen på ämneslärarprogrammet på Göteborgs Universitet, och i april ska jag börja skriva mitt examensarbete. Det kommer bestå av en intervjustudie om problemlösning i matematikundervisningen på gymnasiet.

XX har tipsat om att du kan tänka dig att ställa upp på intervju. Jag undrar nu om du fortfarande är intresserad?

Datum för intervjun kan vi anpassa, men gärna under april månad och den tar upp till en timme. Jag tänker mig i så fall att vi ska diskutera kring ett exempel från din egen undervisning där problemlösning varit i fokus. Det vore jätteroligt att få ta del av dina tankar! Tack på förhand!

Vänliga hälsningar
Ebba Swahn

4.7 Informerande mejl

Hej XX!

På måndag har vi ju bokat tid för en intervju kl. XX så jag tänkte stämma av att tiden fortfarande fungerar för dig?

Sedan vill jag be dig ta fram ett problem eller ett lektionsupplägg med problemlösning som du använt om du har möjlighet, detta blir då utgångspunkten för intervjun. Om du inte har ett sådant exempel kan vi diskutera fritt i stället!

Till sist undrar jag om det går bra att jag spelar in intervjun? Det är enbart ljudupptagning och den är bara stöd för mig vid transkriberingen, sedan raderar jag den, och du är anonym i själva uppsatsen.

Tack igen för att du ställer upp!
Vänliga hälsningar
Ebba

Bilaga 2: Intervjuguide

Frågor:

1. Förbered ett bra problem/upplägg som du använt, detta blir utgångspunkten för intervjun.
2. Bakgrund:
 - a. Hur lång undervisningserfarenhet har du?
 - b. Vilka program/kurser undervisar du?
 - c. Problemlösning är både en förmåga och ett centralt innehåll, skiljer du på dessa två i undervisningen?
3. Berätta om ett lyckat exempel:
 - a. Vad var det för problem?
 - b. Hur lade du upp arbetet i klassen?
 - c. Hur ville du att eleverna skulle arbeta tillsammans?
 - d. Använde du dig medvetet av någon särskild strategi? Motfrågor etc.
 - e. Hur bedömde du eleverna?
 - f. Vad var svårt med lektionen?
 - g. Vilka fördelar hade lektionen?

Frågor jag vill lyfta genom diskussionen ovan, eller efter:

Organisatoriska omständigheter

4. Skiljer det sig mellan olika årskurser?
5. Skiljer det sig mellan olika grupper? Till exempel beroende på program.
6. Är läroboken ett stöd för undervisning i problemlösning?
 - a. Vilken lärobok?
7. Problemlösning är en viktig del av nationella proven, hur speglar sig detta i undervisningen?
8. Påverkar bedömningen utformandet av undervisningen?
9. Hur ofta undervisas problemlösning under ett läsår/en termin?

Vad tänker du kring problemlösning?

1. Vad är ett problem?
2. Hur gör du när du tar fram ett problem?
3. Vad gör du om eleven kör fast? Hur ställer du frågor för att leda eleven vidare?
4. Får eleverna lära sig problemlösningstrategier?
5. Vad är syftet med att undervisa i problemlösning?
6. Sammanfatta de största för- och nackdelarna med problemlösning.