



GÖTEBORGS UNIVERSITET

Subtraktion i matematikläroböcker för årkurs 1-3

Emma Lindvall

Självständigt arbete L3XA1A

Handledare: Hoda Ashjari

Examinator: Kristoffer Larsson

Rapportnummer: VT17-2930-035-L3XA1A

Sammanfattning

Titel: Subtraktion i matematikläroböcker för årskurs 1-3.
Subtraction in mathematics textbooks grade 1-3.

Författare: Emma Lindvall

Typ av arbete: Examensarbete på avancerad nivå (15 hp)

Handledare: Hoda Ashjari

Examinator: Kristoffer Larsson

Rapportnummer: VT17-2930-035-L3XA1A

Nyckelord: Subtraktion, matematikläroböcker, kontextbundna subtraktionsuppgifter.

Syftet med denna studie är att bidra med kunskap om på vilket sätt subtraktion framställs i svenska matematikläroböcker. Utifrån det syftet har två forskningsfrågor formulerats enligt följande; På vilket sätt framställs subtraktion i matematikläroböckerna, *Eldorado*, *Favorit matematik* och *Prima matematik* för årskurs 1-3? Vilka typer av kontextbundna subtraktionsuppgifter finns i matematikläroböckerna *Eldorado*, *Favorit matematik* och *Prima matematik* för årskurs 2, och hur ser fördelningen mellan dessa uppgifter ut? För att besvara forskningsfrågorna har en innehållsanalys av de tre matematikläroböckerna gjorts. Totalt har 18 matematikläroböcker för årskurs 1-3 och 3 lärarhandledningar för årskurs 1 analyserats. Böckerna har analyserats utifrån följande viktiga aspekter vid lärandet av subtraktion: uppdelning av tal, likhetstecknets betydelse, relationen mellan addition och subtraktion, uppställning av subtraktion med växling samt olika typer av kontextbundna subtraktionsuppgifter; *ta bort*, *kombinera* och *jämföra*. Resultaten visar att samtliga tre matematikläroböcker svarar mot att ge eleverna möjlighet att tillägna sig kunskaper om tals uppdelning och relationen mellan addition och subtraktion. Samtliga böcker lyfter även fram att subtraktion kan innefatta olika situationer och att det är av vikt att eleverna förstår det för att utveckla olika beräkningsstrategier för subtraktion. Resultaten indikerar dock att de olika kontextbundna subtraktionsuppgifterna, i de analyserade matematikläroböckerna, tenderar att domineras av två av kategorierna för kontextbundna subtraktionsuppgifter, och där resterande kategorier i betydligt lägre frekvens är representerade. Att matematikläroböckerna brister på vissa områden samt att matematikundervisningen i Sverige domineras av matematikläroböcker (Skolinspektionen, 2009, TIMSS, 2012), påvisar vikten av att lärare har den matematiska och matematikdidaktiska kunskapen för att granska matematikläroböcker.

Förord

Nu har min tid på lärarutbildningen lidit mot sitt slut och att skriva detta examensarbete har varit ett mycket bra sätt att avsluta utbildningen på. Det har varit väldigt intressant och lärorikt att få möjligheten att fördjupa sig i och analysera några matematikläroböcker. Genom detta arbete har jag också tillägnat mig nyttig kunskap gällande vad forskning pekar på är viktiga aspekter vid lärandet av subtraktion, som jag kommer ha användning för nu när jag snart tar steget ut i läraryrket. Ett stort tack vill jag rikta till min handledare Hoda, för att du har lagt ner mycket tid på att hjälpa och vägleda mig i mitt arbete. Jag vill också tacka mina fantastiska klasskompisar Susete, Desirée och Matilda för att ni funnits vid min sida i vått och torrt genom dessa fyra år på lärarutbildningen. Jag ser nu fram emot att dela läraryrket med er.

Innehållsförteckning

INLEDNING	1
SYFTE OCH FRÅGESTÄLLNINGAR	2
TEORETISK ANKNYTNING	2
LÄROMEDEL.....	2
<i>Matematikläroboken som forskningsområde</i>	2
SUBTRAKTION	3
<i>Uppdelning av tal och likhetstecknet</i>	3
<i>Relationen mellan addition och subtraktion</i>	4
<i>Uppställning av subtraktion med växling</i>	4
<i>Att förstå olika kontextbundna subtraktionsuppgifter</i>	5
<i>Elevens upplevelser av subtraktion</i>	7
METOD	8
VAL AV METOD OCH STUDIENS TILLFÖRLITLIGHET	8
URVAL	9
ANALYSVERKTYG OCH TILLVÄGAGÅNGSSÄTT.....	11
ETISKA HÄNSYN	12
RESULTAT OCH ANALYS	12
<i>ELDORADO</i>	12
<i>FAVORIT MATEMATIK</i>	14
<i>PRIMA MATEMATIK</i>	16
OLIKA KONTEXTBUNDNA SUBTRAKTIONSUPPGIFTER	17
SUMMERING AV RESULTAT	18
DISKUSSION OCH SLUTSATSER	19
<i>Slutdiskussion</i>	20
VIDARE FORSKNING	21
REFERENSER	22

Inledning

Subtraktion är centralt i matematikundervisningen för årkurs 1-3. Tillsammans med addition lägger subtraktion grunden för att elever senare ska tillägna sig andra matematiska begrepp såsom multiplikation, division, bråk, algebra och statistik (Ministry of Education, 2012). Gällande lärandet av subtraktion är det essentiellt att eleverna utvecklar effektiva beräkningsstrategier (Zhou & Peverly, 2005, Skolverket, 2011b, Fuson 1992, Larsson, 2011). Att kunna välja beräkningsstrategi beroende på situation, menar Zhou et al. (2005) nämligen kännetecknar en framgångsrik matematiker. För att eleverna ska ges möjlighet att utveckla den förmågan, pekar forskare på en rad viktiga aspekter som följer; uppdelning av tal, likhetstecknets betydelse, relationen mellan addition och subtraktion, positionssystemet samt olika kontextbundna subtraktionsuppgifter (Fuson, 1992, Zhou, 2005, Ma, 1999, Kilpatrick et al. 2001, Torbeyns, Peters, De Smedt, Ghesquière, Verschaffel, 2016, Kilhamn 2011).

Sett utifrån både en nationell undersökning av Skolinspektionen (2009) samt en internationell studie av Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS 2012), domineras den svenska matematikundervisningen i huvudsak av matematikläroboken. Därför är det rimligt att matematikläroböckerna har ett betydande inflytande på elevernas lärande av subtraktion. Johansson (2003) framhåller dessutom att matematikläroboken är lärares främsta resurs vid planeringen av matematikundervisning. Det medför enligt Johansson (2003) att ämnen som inte belyses i matematikläroboken, sannolikt inte heller presenteras i matematikundervisningen. Vidare finns det i dag inga statliga granskningar av läromedel. Det är istället lärares ansvar att kvalitetsgranska läromedlen (Skolverket, 2015a). Dessvärre visar en undersökning om 1500 lärares uppfattningar kring tillgången och kvaliteten på läromedel gjord av Lärarnas riksförbund, att 8 av 10 lärare inte har tid för granskning och val av läromedel (Lärarnas riksförbund, 2015).

Givet att matematikundervisningen domineras av matematikläroboken, ämnar jag i denna studie undersöka huruvida matematikläroböcker för årskurs 1-3 svarar mot de ovan nämnda viktiga aspekterna vid lärandet av subtraktion.

Syfte och frågeställningar

Denna studie syftar till att bidra med kunskap om hur subtraktion framställs i svenska matematikläroböcker. Mer specifikt ställs följande forskningsfrågor:

1. På vilket sätt framställs subtraktion i matematikläroböckerna, *Eldorado*, *Favorit matematik* och *Prima matematik* för årskurs 1-3?
2. Vilka typer av kontextbundna subtraktionsuppgifter finns i matematikläroböckerna *Eldorado*, *Favorit matematik* och *Prima matematik* för årskurs 2, och hur ser fördelningen mellan dessa uppgifter ut?

Teoretisk anknytning

I följande avsnitt kopplas denna studie till tidigare forskning. Avsnittet inleds med att definiera begreppet läromedel. Därefter ges en kortfattad beskrivning av matematikläroboken som forskningsområde. Avslutningsvis presenteras viktiga aspekter vid lärandet av subtraktion.

Läromedel

Enligt Skolverket (2015b) är läromedel alla de resurser vilka är möjliga att använda i undervisningen. I dag innebär det att ett läromedel inte enbart tar sin gestaltning i böcker, utan läromedel kan även utgöras av andra medier såsom film och dataspel (Skolverket, 2015b). Läromedel är således ett brett begrepp vilket innefattar en mängd olika resurser för undervisning. Vidare säger läromedel någonting om vår kunskapskultur; ”När vi läser en lärobok lär vi oss inte endast nya saker utan också vad som räknas som kunskaper i ett undervisningssammanhang.” (SOU 2003:15 s 184) På så sätt påverkar läromedel vad som anses central kunskap i undervisningen. Denna studie ämnar analysera läromedlet matematikläroböcker. Med det menas elevböcker med matematikuppgifter.

Matematikläroboken som forskningsområde

Fan, Zhu & Miao (2013b) lät i sin metastudie sammanställa forskningsstudier angående matematikläroböcker från de senaste 60 åren. De kategoriserade forskningsstudierna i följande kategorier; läromedelsanalys, läromedelsjämförelse, användningen av läromedel och övrigt. Från sammanställningen framkom att den mest representerade forskningen är läromedelsanalys (34 %) följt av läromedelsjämförelse (29 %) och användningen av läromedel (25 %). Forskningsfältet har således dominerats av analyser och jämförelser av matematikläroböcker. Av den anledningen identifierar Fan et al. (2013b) ett gap inom forskningsområdet när det gäller matematikläroboken, i termer av att den har behandlats isolerad från dess kontext. Innebörden av det ligger i att faktorer såsom elevers motivation, lärarens sätt att använda matematikläroboken och lärarens matematiska kunskaper, påverkar hur matematiklärobokens matematiska innehåll tas i uttryck i undervisningen (ibid). Fan (2013a) föreslår att framtida studier av matematikläroboken bör inkludera såväl intervjuer av lärare och elever, som observationer av matematiklektioner, för att på så vis kunna studera läroboken i sin kontext. Dock utgör läromedelsanalyser fortfarande en betydelsefull del av forskningsområdet (Fan, 2013a).

Subtraktion

Kiselman & Mouwitz, (2008 s. 27) definierar subtraktion som: ”operation i aritmetiken som innebär att ett tal eller uttryck dras ifrån ett annat tal eller uttryck”. Ytterligare benämningar är att subtraktion är inversen till addition, vilket matematiskt kan visas som följder: $3+2=5$, $5-2=3$, $5-3=2$. (Kilhamn, 2011, Larsson 2011, Zhou et al., 2005). I en subtraktion kallas de tal som subtraheras termer och svaret benämns differens (Larsson 2011). I det centrala innehållet i kursplanen för matematik i årskurs 1-3 ingår de fyra räknesätten addition, subtraktion, multiplikation och division (Skolverket, 2011). På så sätt är subtraktion centralt inom skolmatematiken. En djup förståelse för addition och subtraktion är dessutom avgörande för att elever senare ska kunna tillägna sig andra matematiska begrepp såsom multiplikation, division, bråk, algebra och statistik (Ministry of Education, 2012). Forskning pekar på följande viktiga aspekter vid lärandet av subtraktion; uppdelning av tal, likhetstecknets betydelse, relationen mellan addition och subtraktion, uppställning av subtraktion med växling samt olika kontextbundna subtraktionsuppgifter. I följande avsnitt redogörs för dessa viktiga aspekter. Avslutningsvis lyfts också forskning kring elevers upplevelser av subtraktion fram.

Uppdelning av tal och likhetstecknet

Zhou & Peverly (2005) ämnade undersöka hur lärare i Kina arbetar med addition och subtraktion i de tidiga åldrarna. Att undersökningen gjordes på kinesiska lärare beror på att de påstås bedriva en framgångsrik matematikundervisning. Studiens resultat visar på att kinesiska lärare lägger stor vikt vid att eleverna ska ges möjlighet att upptäcka hur tal kan delas upp på olika sätt. Uppdelning av tal är nämligen grundläggande för lärandet av subtraktion. Det kan förklaras genom att kunskapen om att exempelvis talet 5 består av 2 och 3, kan användas vid subtraktiva beräkningar som följer: $5-3=2$ och $5-2=3$. Inledningsvis kan uppdelningen av tal innebära att eleverna ska förstå att exempelvis talet 6 består av 6 ettor. Följaktligen kan det utvecklas till att reflektera över hur talet 6 kan delas upp på andra sätt (ibid). Vidare pekar även Neuman (2013) på vikten av att förstå vilka olika delar ett tal består av. Han uttrycker att uppdelning av tal bör vara ett av de högt prioriterade målen för matematikundervisningen i tidiga åldrar. Även Ma (1999) poängterar att uppdelning av tal utgör en väsentlig del i förarbetet mot att eleverna ska lära sig uppställning av subtraktion med växling. Uppdelning av tal ingår även i det centrala innehållet i kursplanen i matematik för årskurs 1-3 (Skolverket, 2011).

Likhetstecknets betydelse utgör också en väsentlig del vid lärandet av subtraktion. Dess korrekta betydelse är det ska vara lika mycket på båda sidor om det. Flertalet forskare (Ministry of Education, 2012, Kieran, 1981, Capraro, Capraro, Ding, & Li, X., 2007) hävdar dock att elever tenderar att missförstå likhetstecknets betydelse som att ”svaret blir”. Detta kan enligt Skolverket (2011c) benämnas som en dynamisk förståelse av likhetstecknet. Men för att elever ska kunna tillämpa effektiva beräkningsstrategier på till exempel operationen: $34-6$, behöver de få en statisk förståelse för likhetstecknet, att det ska vara lika på båda sidor, så att de förstår att: $34-6=34-4-2$. En dynamisk förståelse av likhetstecknet kan dessutom leda till att elever kommer uppleva svårigheter med ekvationer i den framtida matematikundervisningen. För att bryta elevers missuppfattning är det lämpligt att uppmärksamma att likhetstecknet kan förekomma på många olika sätt, som exempelvis: $19-__=9$, $__=10-9$, $10=10$. (Ministry of Education, 2012, Kieran, 1981, Capraro, Capraro, Ding, & Li, X., 2007, Skolverket, 2011c)

Capraro et al. (2007) lät göra en undersökning om amerikanska och kinesiska elevers förståelse av likhetstecknet. I studien deltog 105 amerikanska elever och 145 kinesiska elever

i 12-års åldern. Studien bestod av att eleverna skulle besvara fyra olika operationer liknande $6+9=__+4$. En del av studien handlade också om att granska matematikläroböcker för de yngre åldrarna. Av resultatet framkom det att de kinesiska eleverna presterade mycket högre än de amerikanska eleverna. Exempelvis svarade 98,6% av de kinesiska eleverna rätt på $6+9=__+4$ medan 28,6% av de amerikanska eleverna gjorde det. En möjlig anledning till det resultatet kan vara att likhetstecknet presenteras som ”lika på båda sidor” i kinesiska matematikläroböcker men inte i amerikanska matematikläroböcker. (ibid.) Studien indikerar således att matematikläroböcker har en inverkan på elevernas förståelse för likhetstecknet.

Relationen mellan addition och subtraktion

Kilpatrick, Swafford & Findell (2001) särskiljer sex viktiga principer för addition och subtraktion. En av de principerna motsvarar relationen mellan addition och subtraktion som matematiskt kan förklaras på följande sätt: $a+b=c$, $c-b=a$, $c-a=b$. Flertalet forskare pekar på vikten av att eleverna ska förstå relationen mellan addition och subtraktion. Skälet till det är att det hjälper eleverna att utveckla effektiva beräkningsstrategier i subtraktion. (Kilpatrick et al. 2001, Fuson, 1992, Zhou, 2005, Torbeyns, Peters, De Smedt, Ghesquière, Verschaffel, 2016, Kilhamn 2011)

Som tidigare nämnts lät Zhou et al. (2005) göra en studie om kinesiska lärares arbete kring addition och subtraktion i de tidiga åldrarna. Utöver att lärarna lade mycket fokus på uppdelningen av tal, visade studien att relationen mellan addition och subtraktion var viktigt för lärarna att belysa. Dessutom påpekar Kilhamn (2011) betydelsen av att eleverna ska förstå sambandet mellan addition och subtraktion. Hon uttrycker att det är en nödvändighet för att eleverna ska kunna utföra effektiva beräkningar av addition och subtraktion. Även Skolverket (2011, s. 15) lyfter fram att eleverna ska ”*få kunskaper om hur räknesätten förhåller sig till varandra*”. Zhou et al. (2005) föreslår att man som lärare kan visa på sambandet mellan räknesätten genom en bild med 6 insekter vilka är indelade i grupper om 2 och 4. Då kan läraren fråga eleverna vad dessa tal (6, 4, 2) har gemensamt. Det kan sedan avslutas genom att läraren pekar på sambandet mellan addition och subtraktion enligt följande: $2+4=6$, $6-4=2$, $6-2=4$.

Ytterligare en aktör inom forskningsområdet addition och subtraktion är Torbeyns et al. (2016) som genomförde en undersökning med fokus på barns förståelse av relationen mellan addition och subtraktion. Deltagarna i studien var 67 elever i 9-års åldern från två olika lågstadieskolor i Belgien. Studien genomfördes genom att eleverna skulle utföra 33 additions- och subtraktionsuppgifter. Alla uppgifterna var kontextlösa och bestod av tvåsiffriga tal. Exempel på uppgifter var: $61-35=26$, $61-26=35$. Torbeyns et al. (2016) menar att det endast finns begränsad forskning inom elevers förståelse för relationen mellan addition och subtraktion vilket är överraskande eftersom en förståelse av den principen anses öka elevers matematiska förmåga. Speciellt om eleverna behärskar att räkna ut subtraktion genom addition. Den strategin innebär att man i exempelvis operationen $81-79$ räknar från 79 upp till 81. Resultatet från studien visar på att många elever tenderar att inte förstå relationen mellan addition och subtraktion (ibid)

Uppställning av subtraktion med växling

Även förståelsen av positionssystemet utgör en viktig del i förståelsen av subtraktion. I detta avsnitt beskrivs först vad positionssystemet innebär. Därefter kopplas det till subtraktion genom uppställning.

Fuson (1990) beskriver att det engelska talsystemet är ett så kallat 10-bassystem. Det systemet har vi även i det svenska språket. 10-bassystemet består av 10 siffror från 0-9. Med dessa

siffror kan man skapa oändligt många olika tal. Detta är möjligt på grund av positionssystemet, där siffror kan ha olika betydelse beroende på var i talet de är placerade. Exempelvis kan siffran 3 betyda 3 stycken hundratal (300) i talet 327 eller 3 stycken tiotal (30) i talet 2735. Positionen som en siffra har i ett tal avgör således vilket värde den representerar. (Fuson, 1990). Att förstå positionssystemet är en del av att kunna utföra subtraktiva beräkningar av flersiffriga tal. (Fuson 1990, Ma, 1999,)

Ma (1999) ägnade en del av sin forskning till att undersöka hur lärare i Kina respektive USA förklarar uppställning av subtraktion med växling för elever. Uppställning av subtraktion är en algoritm som innebär att man placerar talen som ska subtraheras ovanpå varandra. Därefter börjar man med att från höger subtrahera entalen. Sedan förflyttas beräkningen ett steg till vänster och då subtraherar man tiotalen följt av hundratalen och så vidare. Växling krävs vid tal av typen $72-26$ där det översta entalet (eller även tiotal, hundratal o.s.v.) är lägre än det undre. För att beräkningen ska stämma för $72-26$ behövs en växling av ett tiotal till tio ental så att man istället för $2-6$, får $12-6$. Detta kan tyckas vara ett enkelt och basalt matematisk område men faktum är att det krävs en djup matematisk förståelse för att kunna undervisa om det (Ma, 1999)

Ett framgångsrikt sätt att förklara uppställning med växling menar Ma (1999) är att peka på att det handlar om att ändra om i ett tal utan att förändra talets värde. Därför förutsätter en förståelse av uppställning med växling att elever har kunskap om positionssystemet, att placeringen av siffran i ett tal avgör dess värde. Dessvärre visade Mas (1999) undersökning att flertalet lärare, framförallt amerikanska, inte lyckades förklara uppställning med växling på ett framgångsrikt sätt. De tenderade istället att ge förklaringar som endast visade på själva proceduren. Några lärare förklarade bland annat växlingen genom att det inte går att subtrahera exempelvis 2 ental med 5 ental och därför behöver vi låna från tiotalen. Till att börja med är det inte matematisk korrekt att säga att 2 inte går att subtrahera från 5. Matematiskt sett är det möjligt, och svaret blir då ett negativt tal. Detta är ingen kunskap som krävs av elever i årskurs 1-3. Men däremot är det ett matematiskt innehåll som eleverna med säkerhet kommer att möta i den framtida matematikundervisningen. På så sätt kan en sådan kommentar om att 2 inte går att subtraheras från 5, skapa förvirring. Dessutom är det missvisande att uttrycka att man lånar från tiotalen. Det kan då uppfattas som att man lånar någonting utifrån, snarare än att man ändrar om i samma tal utan att förändra dess värde. Att föredra är istället att använda ordet växla, eftersom det tydligare visar på att man ändrar om i talet. Sammantaget är det således avgörande att lärare besitter en djup matematisk förståelse för att på ett fördelaktigt sätt kunna förklara uppställning med växling (ibid).

Att förstå olika kontextbundna subtraktionsuppgifter

Avslutningsvis har kontextbundna subtraktionsuppgifter en betydande roll i förståelsen av subtraktion. En kontextbunden uppgift betyder att uppgiften sätts in i ett sammanhang där talen symboliserar någonting. Ett exempel på en kontextbunden subtraktionsuppgift är: Tina har 8 bollar. 4 är röda och resten är gula. Hur många bollar är gula? Här symboliseras då talen av bollar. (Fuson, 1992) Skolverket formulerar att eleverna ska ges förutsättningar att: *”utveckla kunskaper för att kunna tolka vardagliga och matematiska situationer samt beskriva och formulera dessa med hjälp av matematikens uttrycksformer”*. (Skolverket, 2011 s. 62) Ett sätt att förhålla sig till det kan vara att arbeta med kontextbundna uppgifter i matematikundervisningen.

Fuson (1992) belyser att varje kontextbunden subtraktionsuppgift består av tre mängder där en av dem är okänd. Eftersom alla de tre kan vara den okända, finns det många olika typer av kontextbundna subtraktionsuppgifter. Därför delar Fuson (1992) in subtraktionsituationer i tre kategorier: *ta bort*, *kombinera* och *jämföra*. Riley et al. (1984) beskriver att *ta bort*-situationer kan ses som aktiva. Med det menas att man från början har en mängd som förändras av att något tas bort. Till skillnad från det är *kombinera* och *jämföra*-situationer statiska eftersom det där snarare handlar om relationen mellan två fasta mängder (ibid). Fuson (1992) presenterar även en mer utförlig kategorisering av subtraktionsuppgifter som inkluderar underkategorier för varje huvudkategori. Nedan presenteras de här kategorierna i *tabell 1*. Alla exempel är direktöversatta (med undantag för att namn och objekt kan ha ändrats) från Fuson (1992 s. 246).

Tabell 1. Kategorisering av kontextbundna subtraktionsuppgifter

	1. Slutet okänt, T1	2. Förändring okänd, T2	3. Början okänd, T3
Ta bort	Joe har 8 äpplen och han ger 5 till Fred. Hur många äpplen har han nu?	Fred har 11 godisbitar. Nu har han 4 st. Hur många godisbitar försvann?	Fred har ett antal godisbitar. Han fick 22 st av Sara och nu har han 79 st. Hur många hade han från början?
	1. Delen okänd, K1	2. Skillnaden okänd, K2	3. K2
Kombinera	Joe och Fred har tillsammans 8 äpplen. Joe har 3 st, hur många har Fred? Pål har 14 blommor. 8 av dem är röda och resten är gula. Hur många gula blommor har han?	Ida har 8 äpplen och Sara har 5 äpplen. Hur många äpplen fattas för att Sara ska ha lika många som Ida? Pia har 7 kakor och Ann har 3. Hur många kakor måste Pia äta upp för att ha lika många som Pia?	Det är 11 glas på bordet. Jag tar bort 4 glas för att det ska bli lika många tallrikar som glas. Hur många tallrikar finns det på bordet?
	1. Skillnaden okänd, J1	2. Delen okänd, J2	3. J2
Jämföra	Joe har 3 ballonger och Klara har 5. Hur många fler ballonger har Klara än Joe? Tina har 8 bollar och Tom har 2. Hur många färre bollar har Tom än Tina?	Mjölkbilen levererade 11 kannor med mjölk på söndagen. På måndagen levererade den 4 färre. Hur många kannor levererade den på måndagen?	Jim har 5 äpplen. Han har 8 färre än Ida. Hur många äpplen har Ida?

Fuson (1992) betonar vikten av att eleverna ges möjlighet att möta alla de olika kontextbundna subtraktionsuppgifterna i matematikundervisningen. Detta på grund av att de olika kontextbundna uppgifterna bjuder in till olika beräkningsstrategier. Ett exempel på det är att *ta bort*-situationer uppmuntrar till beräkningsstrategin räkna bakåt, där man givet benämningen räknar bakåt från det talet vilket något ska tas bort ifrån. *Kombinera*-situationer kan uppmuntra en beräkningsstrategi där man räknar ut hur mycket det fattas för att det lägre talet ska komma upp i samma värde som det högre. (ibid.) Att behärska många olika beräkningsstrategier ger eleverna redskap för att kunna välja effektiva beräkningsstrategier i olika situationer. Att förmå välja effektiva beräkningsstrategier, menar Zhou et al. (2005)

kännetecknar en framgångsrik matematiker. Även Skolverket (2011a) knyter an till detta genom att poängtera att eleverna behöver lära sig olika beräkningsmetoder för att kunna välja lämpliga metoder. Sammanfattningsvis är det alltså viktigt att matematikundervisningen inkluderar alla de olika kontextbundna subtraktionsuppgifterna.

Elevers upplevelser av subtraktion

I ovanstående avsnitt redogjordes för viktiga aspekter vid lärandet av subtraktion. Relevant att belysa i denna teoretiska anknytning är också hur elever upplever subtraktion. Därför presenteras i nedanstående avsnitt vad forskning lyfter fram kring elevers uppfattningar om subtraktion samt elevers upplevelser av de olika kontextbundna subtraktionsuppgifterna.

Neuman (2013) menar att subtraktion generellt sätt upplevs som svårare än addition. Även Larsson (2011) hävdar att tidigare både nationell och internationell forskning indikerar att många elever upplever svårigheter med subtraktion. En möjlig förklaring till det skriver Neuman (2013) kan vara att många elever har missuppfattningen att subtraktion endast kan beräknas genom att räkna bakåt. Därför är det återigen av vikt att elever ges möjlighet att möta olika typer av kontextbundna subtraktionsuppgifter för att inse att subtraktion kan beräknas på andra sätt.

Riley et al. (1984) lät göra en översikt över tidigare studier om elevers förmåga att lösa aritmetiska textuppgifter. Alla de genomgångna studierna indikerar att textuppgifter som leder till samma räkneoperation, men som formuleras på olika sätt (ex. Tina har 10 äpplen och hon äter upp 2, hur många har hon kvar? Tina har 2 äpplen men hon behöver 10 st. Hur många fattas? $10-2$) uppfattas som olika svåra. Mer specifikt återkommer det i flera tidigare studier att *jämföra*- situationer upplevs som svårare för barn i de tidiga åldrarna än *ta bort*- situationer. Generellt sett är även *kombinera*- situationer svårare än *ta bort*- situationer. (ibid.) Även Fuson (1992) framhäver att *ta bort*- situationer upplevs enklare än *kombinera*- och *jämföra*- situationer. Vidare tyder Riley et al. (1984) meta-studie på att barn har enklare för att lösa kontextbundna subtraktionsuppgifter där början och det som tas bort är känt, och vi söker det som är kvar. Problem uppstår oftare med uppgifter där det vi hade från början söks. Ett exempel på detta var att 61 % av barnen svarade rätt på: John hade 5 äpplen. Han fick några till och nu har han 8 st. Hur många äpplen fick han? Till skillnad från det svarade 9 % av barnen rätt på: John hade några äpplen. Han fick 5 till. Nu har han 8 st. Hur många äpplen hade han från början? (ibid.)

Kinda (2010) undersökte 446 elever i grundskolan i Japans förståelse av de tre olika kontextbundna subtraktionsuppgifterna *ta bort*, *kombinera* och *jämföra*. För att belysa elevernas förståelse utformades ett arbetshäfte. Det häftet bestod av uppgifter där eleverna skulle formulera räknehändelser till ett uttryck. Vidare innehöll även häftet färdiga textuppgifter som eleverna skulle besvara. Liksom Riley et al. (1984) och Fuson (1992) lyfter fram, visade resultatet en tendens hos eleverna att ha enklare för *ta bort*- situationer än *kombinera* och *jämföra*. Exempelvis var det 92 % av alla elever i årskurs 1 som skrev en *ta bort*- räknehändelse när de skulle skriva en räknehändelse till ett givet subtraktionsuttryck. Följaktligen inkluderade studien också en läromedelsanalys av sex olika japanska matematikläroböcker. I den analysen undersöktes förekomsten av de olika kontextbundna subtraktionsuppgifterna. Utfallet visar en stor brist på *kombinera*- situationer men en relativt jämn fördelning mellan *ta bort*- och *jämföra*- situationer. (ibid.)

Carpenter & Moser (1984) genomförde en tre år longitudinell studie där de följde 88 barn från årskurs 1-3 i USA. I studien undersöktes elevernas lösningar på enkla additiva och subtraktiva kontextbundna uppgifter. Syftet var att beskriva de huvudsakliga nivåerna eleverna går igenom mot förståelsen av additiva och subtraktiva kontextbundna uppgifter. Studien resulterade i fem utvecklingssteg vilka barnen tog enligt följande:

- Nivå 0- Barnet kan inte lösa några additiva eller subtraktiva textuppgifter.
- Nivå 1- Barnet kan lösa additiva eller subtraktiva textuppgifter med hjälp av konkret material.
- Nivå 2- Nu använder sig barnet av både konkret material och beräkningsstrategier.
- Nivå 3- Det konkreta materialet behövs inte längre och endast beräkningsstrategier används.
- Nivå 4- Barnet har automatiserat.

Vidare visade deras studie att barn som befinner sig på nivå 1 kan lösa *ta bort*- situationer. Däremot var det 2/3 av eleverna på nivå 1 som lyckades lösa textuppgifter i kategorin *jämföra* och 13 % av elever på nivå 1 kunde lösa *kombinera*- situationer. Det framkom även att många elever nådde nivå 3 innan de kunde lösa *kombinera*- situationer. På så sätt tyder även den studien på att *jämföra*- och *kombinera*- situationer upplevs som svårare än *ta bort*- situationer (ibid.).

Skolverket (2011c) analyserar hur elever i årkurs 4 lyckades med textuppgifter i TIMSS nationella ämnesprov. En uppgift eleverna skulle besvara var: ”Förra året var det 92 pojkar och 83 flickor i Mariaskolan. I år är det 210 elever, och 97 är pojkar. Hur många fler flickor är det i år än det var förra året? Visa din uträkning” (Skolverket, 2011c s. 54) Den uppgiften inkluderar först en *kombinera*- situation, då eleverna vet att 97 personer av 210 är pojkar, men söker hur många som då är flickor? $210-97=113$. Därefter behöver eleverna jämföra hur många fler flickor det är än förra året: $113-83$. Av de deltagande eleverna lyckades 24,3 % tolka och korrekt besvara uppgiften. Vidare menar Skolverket (2011c) att eleverna generellt sett visade på svårigheter med tolkningen av kontextbundna subtraktionsuppgifter av typen *jämföra*. Därför föreslår Skolverket (2011c) att de olika kontextbundna subtraktionsuppgifterna, på ett systematiskt sätt, bör inkluderas i matematikundervisningen.

Metod

I följande avsnitt behandlas denna studies metod. Val av metod, studiens tillförlitlighet samt urvalet av matematikläroböcker utgör de första delarna av avsnittet. Därefter tillkommer en beskrivning av studiens analysverktyg samt tillvägagångssätt. Till sist belyses etisk hänsyn.

Val av metod och studiens tillförlitlighet

Syftet med denna studie är bidra med kunskap om hur subtraktion framställs i matematikläroböcker för årskurs 1-3. För att finna svar på det togs beslutet att göra en innehållsanalys av några matematikläroböcker samt deras tillhörande lärarhandledningar. Det skulle också vara av intresse att undersöka matematikläroboken i dess kontext, vilket Fan (2013a) menar kan göras genom intervjuer av lärare och elever samt observationer av matematiklektioner. En sådan studie skulle kunna visa på hur läroboken används i matematikundervisningen samt vilka konsekvenser det får för elevernas lärande av subtraktion. Vad denna studie däremot kan tillföra är sättet på vilka matematikläroböckerna ger eleverna möjlighet, eller inte möjlighet, att utveckla kunskaper om subtraktion.

Fördelen med en innehållsanalys menar Bryman (2013) är att det är en konkret forskningsdesign som därav är enkel att replikera. Nackdelen kan dock vara att det är svårt att göra en objektiv innehållsanalys, eftersom man som forskare tolkar innehållet utifrån tidigare erfarenheter och kunskaper. Ytterligare en svaghet i denna studie ligger i det Fan (2013a) lyfter fram om att matematikläroböcker i större utsträckning bör studeras i dess kontext. Denna studie tar inte hänsyn till att matematikläroböcker används i en kontext där lärare och elever påverkar. Exempelvis kan en elev som är motiverad till matematik tillägna sig det matematiska innehållet i en matematiklärobok på ett annat sätt än en elev som saknar motivation. Likaså kan en kompetent lärare kompensera för en matematikläroboks brister. Därför kan denna studies resultat inte generaliseras till huruvida matematikundervisningen i årkurs 1-3 svarar mot de viktiga aspekterna vid lärandet av subtraktion. Men med bakgrund mot att läroboken dominerar matematikundervisningen (Skolinspektionen 2009, TIMSS 2012) samt att lärarens främsta resurs vid planeringen av matematikundervisningen är läroboken (Johansson, 2003), kan denna studie ändå ge en indikation på vilka konsekvenser användandet av de, i denna studie analyserade matematikläroböckerna, kan få för elevernas lärande av subtraktion. Fan (2013) påpekar dock också att läromedelsanalyser utgör en viktig del i forskningen vilket understödjer denna studies relevans. Genom att vara medveten och öppen om studiens svagheter och begränsningar stärker det studiens tillförlitlighet (Bryman, 2013). För att dessutom säkerställa studiens validitet, har jag i analysen exkluderat avsnitt i matematikläroböckerna som behandlar andra matematiska områden.

Denna studie ämnar jämföra tre olika matematikläroböcker vilket enligt Bryman (2013) gör denna studie till en komparativ forskningsdesign. Denna komparativa analys fördelas sedan i två olika typer av analyser. Den första delen består i att analysera hur subtraktion framställs i läroböckerna och lärarhandledningarna utifrån de ovan presenterade viktiga aspekterna vid lärandet av subtraktion. Den andra delen utgörs av en kvantitativ innehållsanalys där jag undersöker i vilken utsträckning de olika kontextbundna subtraktionsuppgifterna förekommer i matematikläroböckerna.

Urval

Urvalsprocessen av matematikläroböcker tog sin början i att exkludera alla böcker utgivna innan 2011, för att avgränsa till böcker relevanta i relation till Lgr11. Därefter listades alla matematikläroböcker utgivna efter år 2011 från de större förlagen som distribuerar läromedel, nämligen, Gleerups, Sanoma, Majema, Natur & Kultur, Liber och Studentlitteratur. Följande böcker hittades:

Tabell 2. Matematikläroböcker utgivna efter 2011

Förlag	Läromedel (utgivningsår)
Gleerups	Mästerkatten- (2012) (andra upplagan) Lyckotal- (2012) Prima matematik- (2014) Mondo- (2016)
Liber	Nya matematikboken- (2013)
Majema	Mitt i prick – (2017)
Natur & Kultur	Pixel- (2015) Eldorado- (2016)
Studentlitteratur	Favorit matematik- (2013)

Därefter gjordes ett bekvämlighetsurval som Bryman (2013) menar innebär ett val utifrån vad som är tillgängligt. Några läroböcker fick väljas bort eftersom alla böcker i årkurs 1-3 inte är

färdigskrivna än. Dessa böcker var: *Mitt i prick* och *Mondo*. Även *Koll på matematik* och *Lyckotal* fick väljas bort eftersom det inte gick att få tag på deras respektive bok 2B på biblioteket. Efter bekvämlighetsurvalet kvarstod följande böcker:

- *Prima matematik*- Gleerups (2014)
- *Mästerkatten*- Gleerups (2012) (andra upplagan)
- *Nya matematikboken*- Liber (2013)
- *Eldorado*- Natur & Kultur (2016)
- *Pixel*- Natur & Kultur (2015)
- *Favorit matematik*- Studentlitteratur (2013)

Under urvalsprocessen eftersöktes statistik som visar på hur vanligt förekommande ovanstående matematikläroböcker är i grundskolan. Dessvärre hittades ingen sådan statistik. Men däremot hittades en facebook- undersökning där en annan student undersökt vilka matematikläroböcker lärare använder. Den undersökningen visar i alla fall vilka matematikläroböcker som används av 133 lärare i årskurs 1-3. Undersökningen gjordes i facebook-gruppen ”Årskurs F-3 Tips och idéer (endast för pedagoger och studenter)” den 26 mars 2017. Det var totalt 133 lärare som svarade och i *tabell 3* har jag sammanställt alla svar. Sammanställningen visar att de mest använda läroböckerna bland de som svarade är *Favorit matematik*, *Prima matematik* och *Eldorado*. Eftersom de tre böckerna också kommer från tre olika av de stora förlagen, valdes de tre tillslut att analyseras i detta examensarbete.

Tabell 3. Vilka matematikläroböcker används av 1-3 lärare?

Matematiklärobok	Antal lärare som använder böckerna
Favorit matematik	64
Prima matematik	18
Eldorado	15
Mästerkatten	2
Pixel	4
Mattedektiverna	2
Nya matematikboken	2
Mattedirekt safari	8

Därefter bläddrades alla böckerna för årskurs 1-3 igenom för att undersöka i vilka böcker det skulle vara mest relevant att undersöka fördelningen av kontextbundna subtraktionsuppgifter. Då upptäcktes att de allra flesta kontextbundna subtraktionsuppgifterna förekom i årskurs 2 i samtliga tre böckerna; *Favorit matematik*, *Eldorado* och *Prima matematik*. Därför gjordes analysen kring kontextbundna subtraktionsuppgifter i böckerna för årskurs 2.

Till skillnad från det gjordes den andra analysen kring framställningen av subtraktion i samtliga böcker för årskurs 1-3. Varje matematikläroboksserie har två böcker för varje årskurs; 1A, 1B, 2A, 2B, 3A och 3B. Det innebär att jag totalt analyserat 18 läroböcker. Dessvärre fanns inte tillhörande lärarhandledningar för varje årskurs tillgängliga på biblioteket. På grund av det tvingades jag välja att endast analysera lärarhandledningarna till matematikläroböckerna 1A. Detta medför att analysen av lärarhandledningarna dessvärre inte inkluderar uppställning av subtraktion med växling eftersom det introduceras i årskurs 2 eller 3 i matematikläroböckerna.

Analysverktyg och tillvägagångssätt

I följande avsnitt presenteras vilka kriterier böckerna har analyserats utifrån. Inledningsvis presenteras vilka aspekter av subtraktion matematikläroböckerna samt lärarhandledningarna har analyserats utifrån. Därefter redogörs för sättet på vilka de kontextbundna subtraktionsuppgifterna har analyserats.

1. Uppdelning av tal.

Angående denna del av analysen har jag undersökt huruvida matematikläroböckerna ger eleverna möjlighet till att upptäcka hur tal kan delas upp på olika sätt. I vilka sammanhang presenteras i så fall uppdelningen av tal? Vidare undersöks det också på vilket sätt lärarhandledningarna belyser uppdelning av tal. Anses det vara ett viktigt inslag i matematikundervisningen och på vilket sätt menar de att matematikläroböckerna behandlar området?

2. Likhetstecknet.

Vid analysen av likhetstecknet i matematikläroböckerna har två olika aspekter analyserats. Dels undersökte jag på vilket sätt matematikläroböckerna förklarar likhetstecknet. Benämner de det som en statisk symbol där det ska vara lika mycket på båda sidorna? Den resterande analysen av likhetstecknet behandlade istället på vilket sätt likhetstecknets används. Då tittade jag på hur termerna och differensen står i förhållande till likhetstecknet. Är det alltid uppgifter som: $5-2=$ __, där termerna står till vänster och eleverna ska skriva differensen till höger. Eller finns det också uppgifter som: $19-$ __ $=9$, __ $=10-9$, $10=10$, __ $-9=10$? För att tydliggöra analyserade jag endast subtraktionsuppgifter. Därför uteslöts kontextlösa uppgifter i addition, multiplikation och division från analysen. I lärarhandledningarna undersöktes ifall likhetstecknets betydelse lyfts fram. Beskriver lärarhandledningen att många elever missuppfattar likhetstecknet? Och i så fall, presenteras det på vilket sätt man kan arbeta för att förhindra det?

3. Hur lyfts subtraktion fram?

Denna del av analysen inkluderar vilka begrepp och bilder som används för att förklara subtraktion. Här har jag använt mig av Fusons (1992) kategorisering av subtraktionssituationer: *ta bort*, *kombinera* och *jämföra*. Beskrivs subtraktion med hjälp av alla de tre situationerna? Kan bilder som matematikläroböckerna använder för att visa på subtraktion, kopplas till de olika subtraktionssituationerna? Likaså har lärarhandledningarna analyserats utifrån de tre kategorierna. Lyfts det fram att subtraktion inkluderar tre olika situationer? I så fall, finns det någon motivering till varför det är viktigt att belysa i undervisningen och vilken konsekvens menar de att det får i läroböckerna?

4. Relationen mellan addition och subtraktion

Här har jag analyserat på vilket sätt relationen mellan addition och subtraktion presenteras i läroböckerna. Vilka bilder används och vilka typer av uppgifter kopplas till relationen mellan addition och subtraktion? Följaktligen har jag vid analysen av lärarhandledningarna undersökt ifall vikten av att förstå relationen mellan addition och subtraktion lyfts fram. På vilket sätt påstår de att deras lärobok ger eleverna möjligheten att tillägna sig den förståelsen?

5. Hur introduceras uppställning av subtraktion?

Slutligen har också analysen inkluderat på vilket sätt uppställning av subtraktion med växling introduceras. Då har jag tittat på vilka begrepp och bilder som används. Tenderar böckerna att beskriva uppställning som en procedur eller visar de på att det handlar om att man ändrar om i ett tal utan att förändra dess värde? Används matematiskt inkorrekta förklaringar såsom att 2

inte går att subtraheras från 5, eller att man lånar från tiotalen? Som tidigare nämnts analyseras inte den här aspekten av subtraktion i lärarhandledningarna.

Gällande den andra forskningsfrågan kring vilka kontextbundna subtraktionsuppgifter som förekommer i matematikläroböckerna används Fusons (1992) kategorisering (se *Tabell 1*. i den teoretiska anknytningen) som redskap för analys. Under analysen uppkom vissa svårigheter och begränsningar med Fusons (1992) kategoriseringen av uppgifter. Därför har några små förändringar i kategorisering gjorts. Dessutom har några egna kriterier för analysen adderats. Fuson (1992) poängterar att de olika kategorierna kan likna varandra och därför gå in i varandra. Detta upptäcktes under analysens gång då jag hade svårt att avgöra om uppgifter skulle placeras i K2 eller K3. Därför togs beslutet att sammanföra de båda kategorierna till en kategori: K2. Likaså slogs J2 och J3 samman till en kategori: J2, av samma anledning. Vid analysen valdes att exkludera alla kontextbundna uppgifter vilka handlade om tid och klockan. Detta med anledning av att sådana uppgifter upplevdes svåra att kategorisera. I böckerna hittades enstaka uppgifter vilka inkluderade två eller flera olika räknesätt. Exempelvis: Hanna har 20 kr. Hon får 30 kr till av sin syster. Hon handlar en boll för 35 kr. Hur mycket pengar har hon kvar nu? Den uppgiften kräver först en addition: $20+30=50$, följt av en subtraktion: $50-35=15$. Dessa uppgifter har analyserats utifrån den del bestående av subtraktion och utefter det, placerats i en kategori. Exemplet ovan skulle således placeras in i T1 eftersom den subtraktiva delen utgörs av en ta bort- situation där man eftersöker hur mycket som finns kvar. Avslutningsvis har jag i analysen exkluderat uppgifter där elever uppmanas skriva egna räknehändelser eftersom de inte går att kategorisera.

Etiska hänsyn

Vetenskapsrådet (2002) lyfter fram fyra forskningsetiska principer. En av de principerna utgörs av nyttjandekravet vilket innebär att det insamlade materialet i en studie endast får användas för forskningsändamål. Det insamlade materialet i den här studien kommer därför inte användas för icke- vetenskapliga syften. Resterande forskningsetiska principer som HSR (2002) beskriver behandlar forskning där materialet samlats in via opponenter och deltagare. Eftersom materialet för denna studie samlats in från matematikläroböcker är det inte relevant att presentera de principerna.

Resultat och analys

I följande avsnitt redovisas de resultat vilka framkom ur analysen. Avsnittet är strukturerat på så sätt att varje matematiklärobok, inledningsvis, presenteras var för sig. Detta för att läsaren enklare ska förstå vilka resultat som avser vilken lärobok. Därefter redogörs för i vilken omfattning de olika kontextbundna subtraktionsuppgifterna förekommer i form av en jämförande tabell. Observera att det refereras till matematikläroböckerna genom deras titel, inte genom författarens efternamn. Detta för att underlätta för läsaren.

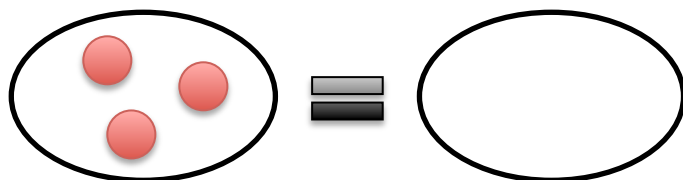
Eldorado

Uppdelning av tal ges stort utrymme i *Eldorado* 1A. I läroboken belyses det framförallt genom att visa på talkamraterna till talen 2-10. Med talkamrater avses alla de sätt på vilka ett tal additivt kan delas upp. (Exempelvis är talkamraterna till talet fyra; 0:4, 1:3, 2:2.) Varje tal mellan 2-10 tillägnas några egna sidor där eleverna ges möjlighet att bekanta sig med just det

talet. De sidorna inkluderar uppgifter där eleverna ges möjlighet att öva på det talets talkamrater. Ett exempel på en uppgift gällande talkamraterna består av bilder på två händer varav en av dem är stängd. I den öppna handen visas ett antal kulor som utgör en del av ett givet tals talkamrater. Eleverna ska då skriva hur många kulor som göms i den stängda handen, vilka utgör den andra delen av talets talkamrater. I lärarhandledningen framhålls att ett mål med *Eldorado* 1A är att eleverna ska automatisera talkamraterna för alla tal mellan 2-10. Den kunskapen påstås sedan också kunna generaliseras till beräkningar av högre tal. För att komplettera uppgifterna kring talkamrater i läroböckerna, föreslås det i lärarhandledningen en rad praktiska aktiviteter. Syftet med aktiviteterna är att eleverna på ett lustfyllt sätt ska automatisera talkamraterna. Några aktiviteter som föreslås är bland annat memory med talkamrater och att eleverna ska skapa mönster utifrån talkamrater till ett givet tal. I *Eldorados* läroböcker behandlas dessutom tals uppdelning i samband med förenkling av beräkningar med tiotalsövergångar. Då ges en beskrivning av hur man kan dela upp den andra termen i en subtraktion på följande sätt: $34-5=34-4-1=30-1$.

Likhetstecknets betydelse berörs i *Eldorados* lärarhandledning. Där påpekas att det är vanligt förekommande att elever förstår likhetstecknet som en dynamisk symbol, att svaret *blir*. Följaktligen belyses att det är nödvändigt att eleverna istället förstår likhetstecknet statiskt, att det ska vara lika på båda sidor, för att förstå ekvationer. I *Eldorado* 1A introduceras likhetstecknet samtidigt som tecknet för *inte lika med*, genom uppgifter liknande *Figur 1*. Nedan (*Eldorado* 1 A, 2015 s. 30). Eleverna ska då komplettera den tomma rutan genom att måla bollar så att det är lika många på båda sidor om likhetstecknet. På samma sida finns även likadana uppgifter fast där *inte lika med*- tecknet står i mitten.

Figur 1. *Eldorado*, likhetstecknet.



I lärarhandledningen motiveras valet att presentera likhetstecknet samtidigt som *inte lika med*-tecknet enligt följande: "Genom att visa motsatserna måste eleverna välja mellan en likhet och en olikhet och betydelseerna av symbolerna framträder då tydligare." (Lärarhandledning 1A, 2015 sid. 64)

Ytterligare en aspekt av likhetstecknet som lyfts fram formuleras enligt följande: "Många elever möter under skolåren sida efter sida med uppgifter som $4+3=$ __ och $34+25=$ __. Om de inte förstått eller glömt bort likhetstecknets innebörd är risken stor att de bara ser = som en symbol, efter vilken ett svar ska skrivas." (Lärarhandledning 1A, 2015 sid. 64) Vid analysen av läroböckerna framkom, detta till trots, att kontextlösa subtraktionsuppgifter till stor del består av uppgifter där termerna står till vänster och differensen till höger om likhetstecknet.

Beträffande sättet på vilket subtraktion framställs, visar *Eldorados* lärarhandledning på en medvetenhet kring vikten av de olika subtraktionssituationerna *ta bort* och *jämföra*. Dock tas inte kombinerade situationer alls i beaktning i lärarhandledningen 1A. Det refereras till Skolverkets (2011c) analys av resultaten från TIMSS nationella ämnesprov, ur vilken det framkom att många elever uppvisar svårigheter med att tolka och besvara subtraktionsuppgifter av typen *jämföra*. Likväl lyfts det fram att många elever tror att

subtraktion alltid innebär *ta bort*, vilket kan leda till svårigheter med att subtrahera tal som ligger nära varandra som exempelvis: 51-49. Detta tas i uttryck i läroböckerna genom att subtraktion presenteras som både *ta bort* och *jämföra*. Båda situationerna illustreras genom bilder på kulor. För *ta bort* visas en rad kulor utav vilka några är överkryssade. Till skillnad från det ska en bild av två rader med olika antal kulor, belysa subtraktion som *jämföra*.

Ett sätt på vilket *Eldorado* skiljer sig från *Prima matematik* och *Favorit matematik*, är att den innehåller ett avsnitt gällande signalord i textuppgifter. Följande ord listas då: tillsammans, dyrare, billigare, längre, kortare, sammanlagt, äldre, tyngre, lättare, finns kvar och yngre. Till en början uppmanas eleverna placera dessa ord i kategorierna subtraktion eller addition. Därefter följer en beskrivning om att man inte ska luras av signalorden eftersom vissa ord kan leda både till addition och subtraktion. Sedan exemplifieras detta genom två textuppgifter innehållande ordet dyrare, där den ena kräver addition och den andra subtraktion.

En del av analysen behandlade även relationen mellan addition och subtraktion. I *Eldorado* 1A introduceras addition och subtraktion samtidigt. Det motiveras i lärarhandledningen genom att eleverna på så sätt ges möjlighet att upptäcka likheter och skillnader mellan räknesätten. Likaså lyfts relationen mellan addition och subtraktion fram i lärarhandledningen genom att belysa talfamiljer. Med talfamiljer syftar de på sättet vilka ett tal och dess talkamrater kan kombineras i olika additiva och subtraktiva operationer. Exempelvis kan talen: 7, 4 och 3 utgöras av följande operationer: $3+4=7$, $4+3=7$, $7-3=4$, $7-4=3$. Ifall eleverna då behärskar en av dessa operationer, skriver de i lärarhandledningen att de får de tre andra operationerna gratis. I läroböckerna finns det uppgifter där eleverna ges möjlighet att öva på talfamiljerna. Vidare innehåller läroböckerna uppgifter där eleverna ska kontrollräkna subtraktionsuppgifter med hjälp av addition, vilket visar på sambandet mellan addition och subtraktion.

Uppställning av subtraktion med växling introduceras i *Eldorado* genom att siffrorna i det översta talet representeras av pengar. Det visas sedan steg för steg hur entalen inte räcker till och att man därför behöver växla en tia från tiotalen till tio enkronor, vilka placeras i entalspalten. I samband med introduktionen finns även en kanin uppe i hörnet som säger att ”*om man bara har två enkronor så går det inte att ta bort 7*” (*Eldorado* 3A, 2016 sid. 40)

Favorit matematik

Favorit matematik skiljer sig från *Eldorado* och *Prima matematik* genom att det ursprungligen är ett finskt läromedel som har översatts till svenska och anpassats till Lgr11.

Tals uppdelning belyses i *Favorit matematik* på liknande sätt som i *Eldorado*. Nämligen genom att visa på hur varje tal mellan 2-12 kan delas upp på olika sätt. Detta illustreras i läroböckerna genom uppgifter innehållande en ”uppdelningsmaskin” där eleverna ska fylla i på vilket sätt maskinen kan dela upp ett givet tal. Uppdelningsmaskinen medföljer även som laborativt material så att eleverna på ett praktiskt sätt kan öva på tals uppdelning. Den uppdelningsmaskinen är en låda med ett hål längst upp. I hålet kan man släppa ner ett antal föremål. Lådan är sedan uppdelad i två delar vilket gör att föremålen som släpps, slumpmässigt fördelar sig i de olika delarna. Läraren kan använda den på ett icke slumpmässigt sätt för att visa på alla möjliga sätt ett tal kan delas upp. I lärarhandledningen påpekas det att uppdelningen av tal är betydelsefullt för att senare kunna behärska beräkningar med tiotalsovergångar samt för att förstå relationen mellan addition och subtraktion.

Likhetstecknets innebörd introduceras i *Favorit matematik 1A* genom en bild med två rutor innehållande 4 äpplen vardera. Under bilden står det: $4=4$ och 4 är lika med 4. Därefter följer uppgifter där eleverna ska måla äpplen i rutor så att uttrycket under rutorna stämmer. I lärarhandledningen uttrycks att ett mål med uppgifterna kring likhetstecknet, är att eleverna ska förstå likhetstecknet innebörd. Vad gäller likhetstecknets funktion i kontextlösa subtraktionsuppgifter, innehåller *Favorit matematiks* läroböcker nästan enbart uppgifter där termerna står till vänster och differensen till höger. Lärarhandledningen redogör inte för något mer kring likhetstecknet.

Framställningen av subtraktion domineras i *Favorit matematik* av subtraktion som *ta bort*. Introduktionen av subtraktion i läroböckerna presenteras genom en bild på 4 måsar, varav en är på väg att flyga. Bilden innehåller även en ruta med 4 bollar varav en är överstruken samt uttrycket: $4-1=3$. I lärarhandledningen föreslås att läraren kan ställa frågor till eleverna kring bilden. Exempel på frågor är: ”Hur många måsar är det på bilden? Hur många är på väg att flyga? Hur många blir det kvar då? Hur kan vi skriva det matematiskt?” (*Favorit matematik* lärarhandledning 1A, s. 62) I läroböckerna ska eleverna stryka bollar i enlighet med ett givet subtraktionsuttryck och skriva svar. Till varje kapitel i *Favorit matematik* finns det, i lärarhandledningen, en så kallad ramberättelse. Där sätts de olika matematiska innehållen in i ett sammanhang. I ramberättelse tillhörande ett subtraktions- kapitel, benämns subtraktion som att något tas bort eller som en jämförelse mellan två tal.

Vidare innehåller *Favorit matematik* uppgifter i vilka eleverna ska beräkna subtraktionsuppgifter med tallinjen som redskap. I lärarhandledningen lyfts det fram att man i de uppgifterna kan tänka på olika sätt: ta bort- hoppa bakåt, omvänd addition- räkna framåt och jämföra- se på skillnaden mellan talen genom att antingen räkna bakåt eller framåt. Det påtalas att de olika tankesätten inte är något eleverna förväntas behärska, men att det är viktigt att eleverna känner till att subtraktion kan beräknas på olika sätt. Som tidigare nämnts domineras subtraktionsuppgifterna i *Favorit matematik* av subtraktion som *ta bort*. Det tas återkommande i uttryck genom att olika typer av föremål radas upp varpå några av dem stryks över, eller ska strykas över av eleverna. Subtraktion som *kombinera*, illustreras i en ramberättelse genom att en av läroböckernas karaktärer, Sally, behöver 9 kronor men hon har bara 7 kronor. Hon funderar då på hur mycket mer pengar hon behöver för att få 9 kronor.

Relationen mellan addition och subtraktion uppmärksammas, liksom i *Eldorado*, genom att visa på talfamiljerna, vilka istället benämns räknefamiljer. I lärarhandledningen poängteras det att: ”Om man förstår sambandet mellan räknefamiljer och tals uppdelning så har man kommit en bra bit på vägen med det matematiska tänkandet.” (*Favorit matematik* lärarhandledning 1A, 2015 s. 101). Likaså belyses relationen mellan räknesätten genom att eleverna ges möjlighet att kontrollräkna subtraktion med addition. I lärarhandledningen föreslås också en parlek i vilken eleverna tilldelas kort med olika uttryck i addition och subtraktion. Sedan ska eleverna hitta en kompis som har motsvarande uttryck fast i det andra räknesättet. Till skillnad från *Eldorado*, innehåller *Favorit matematik* dessutom ett avsnitt benämnt just sambandet mellan addition och subtraktion. Där presenteras relationen genom bilder på röda och gula bilar tillhörande varje operation för talfamiljen: 7, 4 och 3. För addition representeras operationerna genom 3 gula bilar och 4 röda bilar. $7-4=3$ representeras genom att de röda bilarna är överkryssade och $7-3=4$ genom att de gula bilarna är överkryssade. Den förklaringen följs av uppgifter där eleverna ges möjlighet att öva på relationen mellan addition och subtraktion.

Vad gäller uppställning av subtraktion med växling skiljer sig *Favorit matematik* från de resterande två matematikläroböckerna på det sättet att algoritmen introduceras i årkurs 2, till skillnad mot i *Eldorado* och *Prima matematik* där det introduceras i böckerna för årkurs 3. Dessutom skiljer sig *Favorit matematik* från de andra två matematikläroböckerna på det sättet att inga pengar används vid förklaringen. Algoritmen presenteras istället genom att uttrycket $42-5$ ställs upp. Då beskrivs det med ord att två ental ska subtraheras från 5 ental och att man då behöver växla ett tiotal till 10 ental. Dock finns det bilder på pengar när uppställning av subtraktion med hundratal introduceras. Pengarna representerar det översta talet, men är placerade bredvid uppställning.

Prima matematik

Uppdelning av tal lyfts fram i *Prima matematik*s lärarhandledning på följande sätt:

"Att lära känna talen och veta vilka delar ett tal består av är av stor betydelse då man arbetar med addition och subtraktion. Vet man att talet 3 kan delas upp i 2 och 1 är det en naturlig följd att $2+1=3$ och $3-1=2$ " (*Prima matematik* lärarhandledning 1, 2015, s. 21). I lärobok 1A ges eleverna möjlighet att dela upp talen mellan 3-5 på liknande sätt som i *Favorit matematik* och *Eldorado*. När talen, 6-10 presenteras, belyses uppdelning istället genom addition med talens talkamrater. I lärobok 1B finns även några subtraktionsuppgifter där eleverna får träna på tio- kamraterna. Vidare uppmanar lärarhandledningen läraren att använda konkret material för att visa på tals uppdelning. Ett exempel på det är att läraren kan använda magneter på tavlan för att diskutera med eleverna på hur många olika sätt ett givet antal magneter kan delas upp i två grupper. Något som utmärker *Prima matematik* från de andra två matematikläroböckerna är att det finns ett uppslag som enbart berör tals uppdelning. I det uppslaget finns det uppgifter som: dela upp talen: 24, 65, 29 (och fler tal mellan 10-100) i två delar, dela upp givna tal i tvåor och femmor samt dela upp exempelvis 12, 40 och 100 i två lika stora delar.

Likhetstecknet betydelse ges stort utrymme i *Prima matematik*. I lärarhandledningen framhålls följande: *"Att förstå begreppet likhet är helt grundläggande inom matematiken. I Prima arbetar vi därför återkommande med detta begrepp"* (*Prima matematik* lärarhandledning 1, 2015, s. 23). Vidare uppmanar lärarhandledningen lärare att variera sättet på vilket termerna, respektive differensen, är placerad i förhållande till likhetstecknet. I lärobok 1A introduceras likhetstecknet på samma sätt som i *Eldorado*, nämligen genom att eleverna ska rita bollar så att likhetstecknet stämmer (se figur 1. ovan). Däremot inkluderar de uppgifterna i *Prima matematik* inte tecknet för olikhet, som det gör i *Eldorado*. Vidare föreslås det i lärarhandledningen att läraren kan visa på likhetstecknets betydelse genom att lägga olika antal stenar på var sida om ett likhetstecken, och sedan låta eleverna fundera på hur många stenar som behöver läggas till/tas bort för att det ska stämma. Likhetstecknet användning särskiljer sig i *Prima matematik* i jämförelse med *Favorit matematik* och *Eldorado* på det sättet att termerna och differensen placeras på ett varierat sätt i samtliga 6 läroböcker. Det finns bland annat öppna utsagor där antingen den första eller andra termen söks och uppgifter där differensen är till vänster och termerna till höger. Vid analysen hittades även några öppna uppgifter där eleverna ska rada många likheter, exempelvis på detta sätt: $10 = _ + _ = _ - _ = _ + _ = _ - _$.

Vad gäller sättet på vilket subtraktion framställs, påpekas det i lärarhandledningen att eleverna kan tänka subtraktion på tre olika sätt. De tre olika tankesätten påstås vara *ta bort*, *jämföra* och *lägga till*. För att visa på innebörden i de tre tankesätten presenteras kontextbundna uppgifter enligt följande:

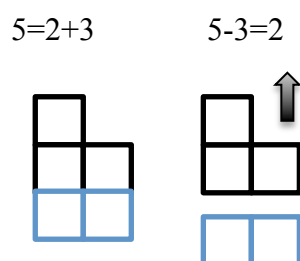
- Ta bort: *"Polly har fem kolor och ger tre till Milton. Hur många har hon kvar?"*

- Jämföra: ”Polly har fem kolor och Milton har tre kolor. Hur många fler kolor har Polly?”
- Lägga till: (samma situation som i detta examensarbete benämns kombinera) ”Polly har 3 kolor och behöver 5 kolor.” Hur många saknas? För denna situation poängteras att det egentligen handlar om en öppen additionsutsaga. (*Prima matematik* lärarhandledning 1, 2015, s. 45)

I läroböckerna introduceras subtraktion genom att först presentera subtraktion som *ta bort*, och sedan även som *jämföra*. Det är på liknande sätt som i *Eldorado* fast här används bilder på kolor istället för kulor. I lärarhandledningen lyfts det fram att: ”Syftet med att presentera både tankeformen *ta bort* och *jämföra* är att ge eleverna verktyg för att kunna välja den effektivaste strategin beroende på de ingående talen.” (*Prima matematik* lärarhandledning 1, 2015, s. 46)

Relationen mellan addition och subtraktion introduceras i *Prima matematik* genom en bild på rutor, liknande de som visas i *figur 2* nedan (*Prima matematik* lärarhandledning 1, 2015 s.35). Till skillnad från de andra två matematikläroböckerna lyfts alltså inte talfamiljerna fram, utan här visas halva talfamiljen. Ett annat sätt på vilket *Prima matematik* berör relationen mellan addition och subtraktion är genom bilder på pengar. Denna gång lyfts tre uttryck från en talfamilj fram på följande sätt: $5+6=11$, $11-5=6$, $11-6=5$. Varje uttryck representeras då av två femmor och en enkrona. För subtraktionsuttrycken är även de pengarna som tas bort överkryssade. Vid analysen hittades ingen vidare redogörelse för relationen mellan addition och subtraktion i lärarhandledningen.

Figur 2. Prima matematik, relationen mellan addition och subtraktion



Uppställning av subtraktion med växling introduceras på samma sätt som i *Eldorado*. Nämligen genom att det översta talet representeras av pengar. Det påtalas att entalen inte räcker till och att man av den anledningen behöver växla från tiotalen. Då används pengarna för att visa på att en tia stryks över och växlas till 10 enkronor som placeras i entals- spalten.

Olika kontextbundna subtraktionsuppgifter

Nästkommande del i resultatet behandlar den analys som undersökt förekomsten av olika typer av kontextbundna subtraktionsuppgifter. För att visa på hur många uppgifter som placerats in i vilken kategori, redogörs resultatet genom *tabell 4* där både antal och procent presenteras. Tabellen är en sammanställning av alla kontextbundna subtraktionsuppgifter som identifierats i matematikläroböckerna *Prima matematik*, *Eldorado* och *Favorit matematik 2A* och *2B*. I tabellen har jag förkortat de olika kontextbundna subtraktionsuppgifterna för ta bort som T1, T2 och T3, kombinera K1, K2 och slutligen jämföra som J1, J2. För att se vidare förklaring av de olika uppgiftstyperna se *tabell 1* i den teoretiska anknytningen.

Tabell 4. Förekomsten av de olika kontextbundna subtraktionsuppgifterna i matematikläroböckerna

	T1	T2	T3	K1	K2	J1	J2	Totalt antal uppgifter
Favorit matematik	38 st 70,4%	0st 0%	0st 0%	0st 0%	11st 20,3%	3st 5,5%	2st 3,8%	64st
Prima matematik	33st 51,6%	5st 7,8%	7st 11%	4st 6,2%	2st 3,1%	11st 17,2%	2st 3,1%	56st
Eldorado	17st 30,3%	2st 3,6%	0st 0%	7st 12,5%	1st 1,8%	27st 48,2%	2st 3,6%	54st

T1 och J1 tenderar att utgöra en stor del i alla matematikläroböckerna. Dock utmärker sig *Favorit matematik* då K2 utgör en större del än J1. *Prima matematik* är den enda boken som har uppgifter i alla kategorierna. *Eldorado* saknar uppgifter i kategorin T3 och *Favorit matematik* saknar uppgifter i T2, T3 och K1.

Summering av resultat

Tals uppdelning ges stort utrymme i samtliga matematikläroböcker genom uppgifter där eleverna ges möjlighet att additivt dela upp tal. Dessutom lyfts det, i alla lärarhandledningar, fram förslag på praktiska aktiviteter vilka syftar till att eleverna ska träna på tals uppdelning. Gemensamt för de tre matematikläroböckerna är också att det läggs vikt vid relationen mellan addition och subtraktion. Det behandlas bland annat genom talfamiljer och genom att eleverna ska kontrollräkna subtraktion med addition. Vidare presenteras likhetstecknet som ”lika på båda sidor” i samtliga läroböckerna. Likaså introduceras likhetstecknet, i alla böckerna, genom uppgifter där eleverna ska rita föremål på båda sidor om likhetstecknet så att det är likhet. Däremot är *Prima matematik* den enda matematikläroboken som använder likhetstecknet på ett varierat sätt och inte endast i bemärkelsen att termerna står till vänster och differensen till höger. Ur analysen framkom även att *Prima matematik* och *Eldorados* lärarhandledningar belyser vikten av att förstå likhetstecknets betydelse, medan detta utesluts i *Favorit matematik*.

Uppställning med växling introduceras i samtliga matematikläroböckerna genom att använda ordet *växla*. I *Prima matematik* och *Eldorado* används även pengar för att beskriva algoritmen. *Eldorado* utmärker sig på det sättet att det uttrycks att 7 enkronor inte kan tas bort från 2. Slutligen är T1 och J1 generellt sätt de vanligast förekommande kontextbundna subtraktionsuppgifterna i läroböckerna. De resterande kategorierna är i betydligt mindre utsträckning representerade. I *Favorit matematik* dominerar framställningen av subtraktion av subtraktion som ta bort. I *Prima matematik* och *Eldorado* presenteras subtraktion som både *ta bort* och som *jämföra*. Vidare lyfter *Prima matematik* och *Favorit matematiks* lärarhandledningar fram att subtraktion utgörs av tre olika tankesätt; ta bort, kombinera och jämföra. I *Favorit matematik* görs detta genom att visa på olika sätt att tänka vid subtraktion på tallinjen. *Prima matematik* beskriver det istället genom kontextbundna subtraktionsuppgifter. *Eldorados* lärarhandledning lyfter fram vikten av att förstå subtraktion både som *ta bort* och som *jämföra*.

Diskussion och slutsatser

I nedanstående avsnitt diskuteras resultaten av denna studie i förhållande till den forskning som lyfts fram i den teoretiska anknytningen. I avsnittet redogörs även för möjliga slutsatser. Avslutningsvis sätts studien in i ett vidare sammanhang och förslag på vidare forskning ges.

Denna studie ämnar besvara på vilket sätt subtraktion framställs i matematikläroböcker samt hur fördelningen mellan de olika kontextbundna subtraktionsuppgifterna ser ut. Enligt Fuson (1992) utgörs subtraktion av tre olika situationer: *ta bort*, *kombinera* och *jämföra*. Vid lärandet av subtraktion är det av stor vikt att eleverna ges möjlighet att möta samtliga tre subtraktionssituationerna eftersom det kan bidra till att eleverna utvecklar effektiva beräkningsstrategier för subtraktion (Fuson, 1992, Riley et al, 1984, Skolverket, 2011c, Kinda, 2010 och Carpenter et al, 1984). Resultaten av denna studie visar att matematikläroböckerna och lärarhandledningarna framställer subtraktion på olika sätt. Det som är gemensamt för böckerna är dock att de tre olika subtraktionssituationerna inte ges lika stort utrymme. Med det sagt inte givet att det vore optimalt med en jämn fördelning. Riley et al. (1984), Carpenter et al. (1984), Kinda (2010) och Skolverket (2011c) framhåller nämligen att jämföra- och kombinera- situationer generellt sätt upplevs som svårare än ta bort-situationer. Mot bakgrund av det, är det rimligt att eleverna behöver mer övning på subtraktionsuppgifter av typen *jämföra* och *kombinera*. Resultatet av denna studie visar dock att kontextbundna subtraktionsuppgifter i de analyserade matematikläroböckerna, generellt sätt, domineras av T1 och J1. De resterande kategorierna är i betydligt lägre grad representerade vilket kan riskera att eleverna går miste om att förstå att subtraktion kan innefattas av olika situationer och därmed även beräknas på olika sätt. I *Favorit matematik* och *Prima matematik* framhålls det dock att subtraktion kan ses som *ta bort*, *kombinera* och *jämföra* och att det är väsentligt att eleverna är medvetna om att subtraktion kan beräknas på olika sätt. *Prima matematik*s läroböcker för årskurs 2 svarar åtminstone mot detta genom att alla kategorierna för kontextbundna subtraktionsuppgifter är representerade. I *Favorit matematik*s läroböcker för årkurs 2 är det däremot 3 kategorier som inte alls är representerade. Vidare refereras det i *Eldorados* lärarhandledning till att Skolverket (2011c) framhåller att eleverna i årkurs 4 uppvisar svårigheter i att tolka och korrekt besvara subtraktionsuppgifter av typen jämföra. Detta tas i uttryck i *Eldorados* läroböcker genom att kategorin J1 utgör en stor del (48,2 %) av de kontextbundna subtraktionsuppgifterna.

Riley et al. (1984) påtalar vidare att elever tenderar att ha svårare för kontextbundna uppgifter där det vi hade från början söks. Enligt Fusons (1992) kategorisering är kategorin T3 exempel på en sådan uppgift: ”Fred har ett antal godisbitar. Han fick 22 st av Sara och nu har han 79 st. Hur många hade han från början?” Ur analysen framkom det i både *Favorit matematik* och *Eldorado* att det inte finns några kontextbundna subtraktionsuppgifter av typen T3. Annorlunda var det i *Prima matematik* där det hittades 7 st (11 %) uppgifter av typen T3.

Uppdelning av tal är också en väsentlig del vid lärandet av subtraktion på det sättet att om man vet att talet 5 består utav 3 och 2, kan man även förstå att $5-2=3$ och $5-3=2$ (Neuman, 2013, Skolverket, 2011, Ma, 1999, Zhou, 2005). Detta återspeglas i de läromedel som har analyserats i denna studie. I samtliga böcker för årskurs 1, är nämligen tals uppdelning en central del. Alla böckerna innehåller uppgifter som ger eleverna möjlighet att öva på hur tal kan delas upp på olika sätt. Dessa uppgifter kompletteras även genom att lärarhandledningarna föreslår praktiska aktiviteter där eleverna med konkret material ges möjligheten att upptäcka hur tal kan delas upp på olika sätt.

Även likhetstecknet har en betydelsefull roll vid lärandet av subtraktion. Ministry of Education, (2012), Kieran, (1981), Capraro et al. (2007) och Skolverket (2011c) påtalar att många elever missförstår likhetstecknets betydelse som att *svaret blir*. Detta lyfts även fram i *Eldorados* lärarhandledning. Intressant är dock att det ur analysen framkom att kontextlösa subtraktionsuppgifter i *Eldorado* domineras av att termerna står till vänster och differensen till höger. Om eleverna endast möts av likhetstecknet i den funktionen riskerar de, enligt Capraro et al. (2007) och *Eldorado* själva, att få förståelsen för likhetstecknet som att *svaret blir*. Det kan i sin tur leda till att eleverna senare upplever svårigheter med ekvationer (ibid). På så sätt tenderar *Eldorados* läroböcker att inte svara mot det som lyfts fram kring likhetstecknet i lärarhandledningen. *Prima matematik* innehåller däremot kontextlösa subtraktionsuppgifter där likhetstecknet är placerat på olika sätt. Bland annat finns det öppna utsagor och uppgifter där differensen står till vänster och termerna till höger.

Flertalet forskare hävdar vidare också att relationen mellan addition och subtraktion är väsentlig för att eleverna ska utveckla effektiva beräkningsstrategier i subtraktion (Kilpatrick et al. 2001, Fuson, 1992, Zhou, 2005, Torbeyns et al. 2016, Kilhamn 2011). Torbeyns et al (2016) studie indikerar dock att elever inte har förståelse för sambandet mellan räknesätten. Med bakgrund mot det är det viktigt att eleverna ges möjlighet att tillägna sig den kunskapen. Resultatet av denna studie visar att de tre matematikläroböckerna på något sätt belyser relationen mellan addition och subtraktion. I *Eldorado* och *Favorit matematik* visar de på sambandet genom att eleverna får öva på talfamiljerna samt genom att de ska kontrollräkna subtraktion genom addition. I *Prima matematik* belyses relationen mellan addition och subtraktion inte i lika stor utsträckning. Men det finns ändå några uppgifter där eleverna ska öva på relationen genom att besvara kontextlösa additions- och subtraktionsuppgifter.

Resultaten indikerar vidare att uppställning med växling, till viss del, presenteras på ett medvetet sätt i samtliga tre läroböcker. Exempelvis används begreppet *växla*, vilket Ma (1999) framhäver är ett fördelaktigt ord att använda i sammanhanget. Positivt är också att algoritmen förklaras med hjälp av pengar i *Eldorado* och *Prima matematik*. Ma (1999) lyfter nämligen fram att det är av vikt att eleverna skapar förståelse för att algoritmen handlar om att ändra om i ett tal utan att förändra dess värde. Genom *Eldorado* och *Prima matematiks* förklaring att en tia växlas till 10 ental som placeras i entals- spalten, kan det visa på den förståelse Ma (1999) visar på. I *Favorit matematik* används dock inte pengar. Där beskrivs algoritmen istället genom några få meningar vilket riskerar leda till att eleverna endast förstår algoritmen som en procedur. Vidare visar resultatet även att det i *Eldorado* skrivs att 2 enkronor inte kan subtraheras från 7 enkronor. Detta är enligt Ma (1999) inte en matematiskt korrekt förklaring eftersom $2-7$ matematiskt sett är möjligt eftersom svaret blir ett negativt tal. Det är ingen kunskap som elever i årkurs 1-3 måste ha, men likväl kommer de med säkerhet att möta negativa tal i den framtida matematikundervisningen. Därför kan en förklaring som den i *Eldorado* skapa förvirring hos eleverna när de en dag får lära sig att $2-5$ ändå är möjligt.

Slutdiskussion

Mot bakgrund av att de läromedel som analyserats i denna studie har analyserats isolerade ifrån deras kontext, kan inga slutsatser dras om vilka konsekvenser användningen av läroböckerna får för elevernas tillägnande av subtraktion i matematikundervisningen. Men däremot kan resultaten vara viktiga för läraryrket eftersom matematikläroboken dominerar matematikundervisningen i Sverige (Skolinspektionen, 2009, TIMSS, 2012) och dessutom på grund av det Johansson (2003) hävdar, att matematikläroboken är lärarens främsta resurs vid planeringen av matematikundervisningen. Eftersom det ur resultaten framkommer att samtliga matematikläroböckerna påvisar ett antal brister såsom att kontextbundna

subtraktionsuppgifter domineras av kategorin T1 i *Prima matematik* och *Favorit matematik*, att en matematiskt inkorrekt förklaring används vid beskrivningen av uppställning av subtraktion med växling i *Eldorado* samt att likhetstecknets funktion domineras av att termerna står till vänster och differensen till höger i *Favorit matematik* och *Eldorado*, är det av stor vikt att lärare har en djup förståelse för matematiken såväl som matematikdidaktiken, för att förmå granska matematikläroböcker. På så sätt kan lärare bli medvetna om hur matematikläroboken kan användas och kompletteras för att bedriva en framgångsrik matematikundervisning. Men dessvärre kvarstår problemet fortfarande då 8 av 10 lärare anser att de inte hinner granska läromedel (Lärarnas riksförbund, 2015).

Vidare forskning

För att sätta in denna studie i ett vidare sammanhang skulle det vara av relevans att undersöka matematikläroböckerna i dess kontext. Detta skulle kunna göras genom observationer av matematiklektioner eller intervjuer av lärare och elever. Dessutom skulle det vara av intresse att undersöka på vilket sätt eleverna upplever de olika matematikläroböckerna samt vilken förståelse för subtraktion elever uppvisar beroende på vilken matematiklärobok de använder. Vidare skulle denna läromedelsanalys kunna ställas mot en analys av hur subtraktion prövas i de nationella proven för årkurs 3. En sådan studie skulle även kunna undersöka eventuella samband mellan elevers resultat på subtraktionsuppgifter på nationella proven och den matematiklärobok de använder.

Referenser

- Bryman, Alan (2013) ” *Samhällsvetenskapliga metoder* ”. Malmö: Liber Ekonomi.
- Brorsson, Å. (2014). *Prima Matematik. 1A* (2.,[utök.] uppl.. ed.). Malmö: Gleerups Utbildning.
- Brorsson, &. (2015). *Prima matematik. 1, Lärarhandledning* (2. uppl.. ed.). Malmö: Gleerups.
- Brorsson, Å., & Kristiansson, J. (2014). *Prima Matematik. 1B* (2.,[utök.] uppl.. ed.). Malmö: Gleerup.
- Brorsson, Å. (2014). *Prima Matematik. 2A* (2., [utök.] uppl.. ed.). Malmö: Gleerups Utbildning.
- Brorsson, Å., & Kristiansson, J. (2014). *Prima Matematik. 2B* (2., [utök.] uppl.. ed.). Malmö: Gleerup.
- Brorsson, &., & Kristiansson, J. (2014). *Prima Matematik. 3A* (2.,[utök.] uppl.. ed.). Malmö: Gleerup.
- Brorsson, &., & Kristiansson, J. (2014). *Prima Matematik. 3B* (2.,[utök.] uppl.. ed.). Malmö: Gleerup.
- Capraro, R M, Capraro, M, Ding, M, & Li, X. (2007). Thirty years of research: Interpretations of the equal sign in China and the USA. *Psychological Reports, 101*(3 Pt 1), 784-6.
- Carpenter. T & Moser. J. (1984) The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education, 3*(15), 179-202
- Fan, L. (2013a). Textbook research as scientific research: Towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM, 45*(5), 765-777.
- Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013b). Textbook research in mathematics education: Development status and directions. *ZDM, 45*(5), 633-646
- Fuson, K. C. (1992). Research on whole number addition and subtraction. I D. A. Grouws (red) *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan
- Fuson, K. C, Diane J. (1990) Using a base-ten blocks learning/teaching approach for first- and second-grade place-value and multidigit addition and subtraction. *Briars Journal for Research in Mathematics Education, 21*(15), 180-206
- Haapaniemi, S. (2012). *Favorit matematik. 1A, Lärarhandledning* (1. uppl.. ed.). Lund: Studentlitteratur.

Johansson, M. (2003). *Textbooks in mathematics education: a study of textbooks as the potentially implemented curriculum* (Licentiate thesis, Luleå studies in Education Science, 65). Hämtad 2017-04-29 från <https://www.divaportal.org/smash/get/diva2:991466/FULLTEXT01.pdf>

Department of mathematics Luleå university of technology Hämtad 2017-04-10 från <portal.org/smash/get/diva2:991466/FULLTEXT01.pdf>

Karppinen, J., Kiviluoma, P., & Urpiola, T. (2013). *Favorit matematik. 3A* (1. uppl. ed.). Lund: B Studentlitteratur.

Karppinen, J., Kiviluoma, P., & Urpiola, T. (2013). *Favorit matematik. 3B* (1. uppl. ed.). Lund: B Studentlitteratur.

Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics*, 12(3), 317-326.

Kinda, S. (2010). Assessment of subtraction scene understanding using a story-generation task. *Educational Psychology*, 30(4), 449-464.

Kilhamn, C. (2011) *Making sense of negative numbers*. (Doctoral thesis, Gothenburg Studies in Educational Science 304). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis. Hämtad 2017-04-08 från <http://hdl-handle.net/2077/24151>

Kilpatrick, J., Swafford, J., Findell, B., & Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral Social Sciences Education. (2001). *Adding it up helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.

Kiselman, C., & Mouwitz, L. (2008). *Matematiktermer för skolan*. Göteborg: Livréna AB.

Larsson, K. (2011). *Varför ska man "göra olika"? En litteraturstudie om beräkningsstrategier för subtraktion*. (Master's thesis). Stockholm: Institutionen för matematikämnet och naturvetenskapsämnenas didaktik, Stockholms universitet. Hämtad 2017-04-11 från <http://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A412694&dswid=-1353>

Lärarnas Riksförbund. (2015). *Lärarna om läromedel. En undersökning om läromedlens kvalitet och lärarnas tillgång på läromedel*. Hämtad 2017-03-28 från <https://www.lr.se/download/18.5bc4ab6b149ad2df77297b25/1416474158835/åtta+av+tio+lärare+hinner+inte+granska+läromedel.pdf>

Ma, L. (2010). *Knowing and teaching elementary mathematics teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States* (Anniversary ed., Studies in mathematical thinking and learning). New York: Routledge.

Ministry of education. (2012). *Book 5 – Teaching addition, subtraction and place value* Mathematics Numeracy Professional Development Projects: New Zealand.

Neuman, D. (2013). Att ändra arbetssätt och kultur inom den inledande aritmetikundervisningen. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 18(2), 3–46.

Olsson, I., & Forsbäck, M. (2015). *Eldorado: Matte. 1A, Grundbok* (2. uppl.. ed.). Stockholm: Natur & kultur.

Olsson, I., & Forsbäck, M. (2015). *Eldorado : Matte. 1A, Lärarbok* (2. uppl.. ed.). Stockholm: Natur & kultur.

Olsson, I., & Forsbäck, M. (2015). *Eldorado : Matte. 1B, Grundbok* (2. uppl.. ed.). Stockholm: Natur & kultur.

Olsson, I., & Forsbäck, M. (2016). *Eldorado: Matte. 2A, Grundbok* (2. uppl.. ed.). Stockholm: Natur & kultur.

Olsson, I., & Forsbäck, M. (2016). *Eldorado: Matte. 2B, Grundbok* (2. uppl.. ed.). Stockholm: Natur & kultur.

Olsson, I., & Forsbäck, M. (2016). *Eldorado: Matte. 3A, Grundbok* (2. uppl.. ed.). Stockholm: Natur & kultur.

Olsson, I., & Forsbäck, M. (2016). *Eldorado: Matte. 3B, Grundbok* (2. uppl.. ed.). Stockholm: Natur & kultur.

Riley, M, Greeno, J, Heller. (1984). Development of children's problem- solving ability in arithmetic. I M. Riley (Red.), *The development of mathematical thinking (s.153-193)*. Orlando: Academic press Inc.

Ristola, K., Tapaninaho, T., Tirronen, L., & Rajamäki, M. (2012). *Favorit matematik. 1A*. Lund: Studentlitteratur.

Ristola, K., Tapaninaho, T., Tirronen, L., & Rajamäki, M. (2012). *Favorit matematik. 1B*. Lund: Studentlitteratur.

Ristola, K., Tapaninaho, T., Vaaranniemi, L., Rajamäki, M., & Heinonen, C. (2012). *Favorit matematik. 2A* (1. uppl.. ed.). Lund: Studentlitteratur.

Ristola, K., Tapaninaho, T., Vaaranniemi, L., Rajamäki, M., & Heinonen, C. (2012). *Favorit matematik. 2B* (1. uppl.. ed.). Lund: Studentlitteratur.

SOU 2003:15. *Läromedel-specifikt: Betänkande om läromedel för funktionshindrade*. Stockholm: Fritzes offentliga publikationer.

Skolinspektionen, Sverige (2009). *Undervisningen i matematik: undervisningens innehåll och ändamålsenlighet*. Stockholm: Skolinspektionen.

Skolverket (2015a). *Hur väljs och kvalitetsgranskas läromedel?* Hämtad 2017-03-27 från <http://www.skolverket.se/skolutveckling/forskning/didaktik/tema-laromedel/hur-valjs-och-kvalitetssakras-laromedel-1.181769>

Skolverket. (2011a). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2011b). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fristidshemmet 2011*. Stockholm: Skolverket

Skolverket. (2011c). *Svenska elevers matematik-kunskaper i TIMSS 2007, analysrapport till 323*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2015b). *Vad är ett läromedel?* Hämtad 2017-03-27 från <http://www.skolverket.se/skolutveckling/forskning/didaktik/tema-laromedel/vad-ar-laromedel-1.181690>

Stukát, S. (2005). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap*. Lund: Studentlitteratur.

TIMSS, Trends in International Mathematics and Science Study (2012). *TIMSS 2011: international results in mathematics*. Chestnut hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center.

Torbeyns, J., Peters, G., De Smedt, B., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2016). Children's understanding of the addition/subtraction complement principle. *The British Journal of Educational Psychology*, 86(3), 382-96.

Vetenskapsrådet (2002). *Forsknings-etiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Stockholm: Vetenskapsrådet.

Zhou, Z., & Peverly, S. (2005). Teaching addition and subtraction to first graders: A Chinese perspective. *Psychology in the Schools*, 42(3), 259-272.