



Det här verket har digitaliserats vid Göteborgs universitetsbibliotek och är fritt att använda. Alla tryckta texter är OCR-tolkade till maskinläsbar text. Det betyder att du kan söka och kopiera texten från dokumentet. Vissa äldre dokument med dåligt tryck kan vara svåra att OCR-tolka korrekt vilket medför att den OCR-tolkade texten kan innehålla fel och därför bör man visuellt jämföra med verkets bilder för att avgöra vad som är riktigt.

This work has been digitized at Gothenburg University Library and is free to use. All printed texts have been OCR-processed and converted to machine readable text. This means that you can search and copy text from the document. Some early printed books are hard to OCR-process correctly and the text may contain errors, so one should always visually compare it with the images to determine what is correct.



Stötvågsdämpning i pålar

Delrapport 1, beräkningsmetoder och modellförsök

Håkan Bredenberg

INSTITUTET FÖR BYGGDOKUMENTATION	
Accnr	80-0596
Plac	ser

R
AWT

Byggtforskningsrådet

BYGGDOK

Institutet för byggdokumentation

Hälsingegatan 49

11331 Stockholm SWEDEN

Tel. 08-340170 Telex 12563

Rapport R26:1980

STÖTVÄGSDÄMPNING I PÅLAR

Delrapport 1, beräkningsmetoder och
modellförsök

Håkan Bredenberg

Denna rapport hänför sig till forskningsanslag
770783-4 från Statens råd för byggnadsforskning
till Inst för jord- och bergmekanik, KTH, Sthlm.

I Byggeforskningsrådets rapportserie redovisar forskaren sitt anslagsprojekt. Publiceringen innebär inte att rådet tagit ställning till åsikter, slutsatser och resultat.

R26:1980

ISBN 91-540-3189-3

Statens råd för byggnadsforskning, Stockholm

LiberTryck Stockholm 1980 051169

SAMMANFATTNING

Bakgrund

Pålning används i ökande omfattning för grundförstärkning och grundläggning av småhus. För sådana objekt har långa slagna betongpålar av konventionell typ ofta vissa nackdelar. Exempelvis är tillgängligt arbetsutrymme för grundförstärkningsarbete i trånga källarutrymmen begränsat.

De nya användningsområdena för pålar har medfört utveckling av nya påltyper. Dessa kännetecknas i många fall av liten diameter (30 – 75 mm) och av att ett flertal skarvar kan utföras. Vanligen neddrivs pålarna med hjälp av lätta pneumatiska hejare, se FIG. 1.

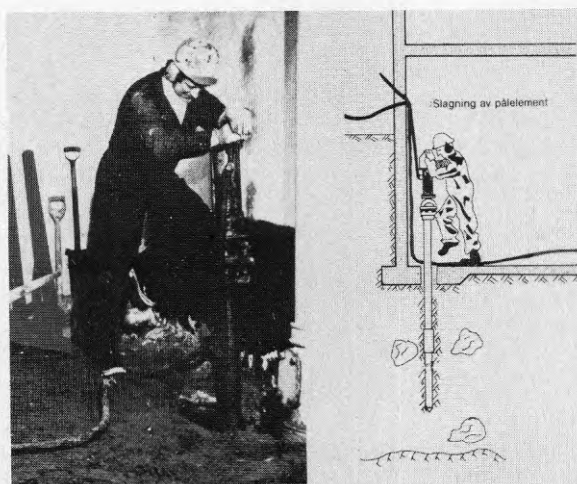


FIG. 1. Neddrivning av rörpåle i källarutrymme (BESAB, Info-blad 1978).

Till skillnad från vad som är fallet med normerade betongpålar, där ett relativt omfattande erfarenhetsmaterial avseende samband mellan sjunkningshastigheten vid slagningen och den statiska bärförmågan finns, råder det en ganska stor osäkerhet om hur bärförmågan för de nya typerna av pålar skall beräknas på ett tillförlitligt sätt och vilka stoppslagningskriterier som skall tillämpas.

Av de olika frågeställningar som är aktuella kan nämnas följande:

- Vilken spetskraft kan uppnås under slagningen vid en viss utformning av påle och slagningsutrustning?
- Kan sten eller rösberg stoppa neddrivning utförd enligt gällande normer utan att tillräcklig bärförmåga erhålls?
- Hur påverkar olika utformning av skarvar och dynor neddrivningsbeteendet?

För att studera dessa och samhörande frågor finansierar BFR ett forskningsprojekt nr 770784-4 som handläggs vid Kungl. Tekniska Högskolan i Stockholm, Institutionen för jord- och bergmekanik. Projektet omfattar teoretisk analys, modellförsök och fältmätningar. I föreliggande rapport redovisas den första delen av projektet medan fältmätningarna kommer att utföras senare och redovisas i slutrapporten för projektet.

Teoretisk analys

Beräkning av uppträdande krafter och reaktioner vid påslagning utgör i viss omfattning en väldefinierad stötmekanisk problemställning. Vid val av analysmetodik måste å ena sidan i för hög grad förenklade förutsättningar och modeller undvikas medan å andra sidan komplexitetsgraden inte bli sådan att påslings-tekniskt intressanta bedömningar och resultat försvåras eller omöjliggörs av alltför detaljerat teoriarbete.

I syfte att förenkla framställningen och göra den mer praktiskt användbar har linjär algebra (exempelvis tensorer och matriser) ej använts. Den analytiska beskrivningen av de aktuella stötförloppen blir därigenom åtminstone till vissa delar granska grovt tilltyd, men torde i gengäld bättre kunna ge ett för praktiskt bruk anpassat direkt besked för det enskilda fallet. En mer detaljerad elasto-plastisk stötanlys kräver väsentligt utvidgad teoretisk analys, se t ex Larsgunnar Nilsson (1979).

Vid uppställande av mekaniska modeller har valts att utgå från den approximation antagandet om enbart longitudinell vågutbredning i en påle utgör. Med hjälp av kvasistatiskt synsätt uppställs jämviktsekvationer i form av ordinära differentialekvationer, vilkas lösning resulterar i explicita uttryck för krafter och rörelser.

Som resultat har erhållits formler som direkt kan användas för beräkning av olika påldetaljers inverkan exempelvis skarvars massa och tvärsnitt, se FIG. II. Vidare redovisas uttryck för reflexvågform och spetskraftens variation vid olika förhållanden, exempelvis olika styvhet hos jord- eller bergmaterialet under påspetsen.

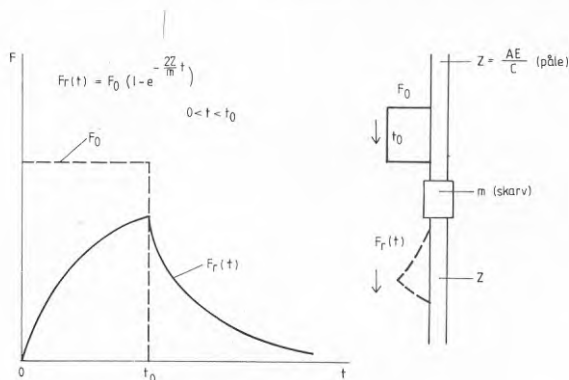


FIG. II. Transmitterad våg vid punktmassskarv, rektangulär initialvåg.

En mer detaljerad sammanfattning av resultat från den teoretiska analysen redovisas under punkt 5 »Slutsater och praktiska tillämpningar».

Som exempel kan nämnas:

- Spetskraftens storlek vid slagningen beror i avgörande grad av underlagets styvhet, ej endast av dess brotthållfasthet.
- Förhållandet mellan maximal dynamisk spetskraft vid slagningen och statisk brottlast vid en efterföljande pålastning torde vid slanka stålpålar normalt vara högst 1.0 och mycket sällan överstiga 1.3.
- Pålar och påldetaljer måste dimensioneras för en dragkraft som till sitt belopp är lika stor som den maximala initialvågintensiteten.
- Skarvar där glapp kan förekomma måste förutom inverkan av uppträdande krafter även utformas så att de kan motstå den kraftiga uppvärmning som uppkommer vid långvarig slagning.

Modellförsök

De härledda uttrycken för stötkrafternas storlek har verifierats genom de modellförsök som utförts. Överensstämmelsen mellan beräknade och uppmätta värden är genomgående mycket god.

Försöken har utförts med användande av en 6 m lång \varnothing 25 mm stålstång. Som hejare har dels använts en 0,5 m lång, \varnothing 25 mm stålstav, dels en 6,15 kg, \varnothing 125 mm »massiv» hejare. Olika typer av dynor mellan hejaren och pålen samt under pålen har använts. Stötkrafterna i pålen har registrerats med hjälp av resistiva givare.

Vid modellförsöken har betydelsen av adekvat feluppskattning avseende mätsystemet i dess helhet studerats. Metodiken att förstärka de mycket svaga strömmar som åstadkoms av stöttöjningarna i pålen kan ha avgörande inverkan på det mätresultat som presenteras på skrivare eller fotograferas på oscilloscopskärm.

Det tillförlitligaste sättet att kontrollera mätsystemets noggrannhet torde vara att kontrollera hur en känd signal av relevant karaktär förändras då den genomlöper systemets komponenter från givare till presentationsenhet. Detta kan exempelvis åstadkommas med hjälp av en funktionsgenerator som alstrar en rektangelvåg i mätsystemet vid givarlägena.

INNEHÅLL

BETECKNINGAR	8
1. PROBLEMSTÄLLNING	9
1.1 Allmänt	9
1.2 Funktionskrav	9
1.3 Stoppslagning	11
1.4 Dämpning	13
2. TEORETISK BAKGRUND	14
2.1 Allmänt	14
2.2 Initiala stötkrafter	14
2.2.1 Tillämpning av vågekvationen	14
2.2.2 Numerisk beräkningsmetod	14
2.2.3 Kvasistatisk metod	17
2.3 Skarvar	31
2.3.1 Springvis sektionsändring	31
2.3.2 Punktmasseskarv	32
2.3.3 Elastisk pålskarv	36
2.3.4 Elastisk skarv med impedans	38
2.3.5 Inverkan av skarvglapp	39
2.4 Reflexion vid spets	42
2.4.1 Spetsfjädermodell	42
2.4.2 Rektangulär initialvåg	43
2.4.3 Linjärt ökande initialvåg	45
2.4.4 Sinusformad initialvåg	48
2.4.5 Varierande initialvåg	49
2.4.6 Inverkan av visköst spetsmotstånd	51
2.4.7 Övriga faktorer som inverkar på spetsförhållanden	53
2.5 Samband mellan permanent nedträngning och spetskraft	53
2.5.1 Energisamband	53
2.5.2 Exempel, rektangulär initialvåg	56
2.5.3 Olinjärt samband mellan kraft – rörelse för pålspetsen	59
3. MODELLFÖRSÖK	61
3.1 Försöksutrustning	61
3.1.1 Mätssystemets noggrannhet	62
4. FÖRSÖKSRESULTAT, UTVÄRDERING	66
4.1 Initialstövågor	66
4.1.1 Lika hejare och påle, ingen dyna	66
4.1.2 Stel hejare, ingen dyna	68
4.1.3 Stel hejare, elastisk dyna	71
4.1.4 Elastisk hejare, elastisk dyna	75
4.1.5 Elastisk hejare, stel tung dyna	77
4.1.6 Punktmasseskarv	79
4.2 Spetsreflexion	81
4.2.1 Försök I, spetsunderlag av stål	82

4.2.2	Försök II, spetsunderlag av trä	82
4.2.3	Försök III, spetsunderlag av plast	82
4.2.4	Försök IV, elastisk hejare – tung dyna – spetsunderlag av stål	83
4.2.5	Försök V, elastisk hejare – dyna – spetsunderlag av stål	83

5.	SLUTSATSER OCH PRAKTISKA TILLÄMPNINGAR	89
----	--	----

	REFERENSER	92
--	------------	----

BILAGA 1

BETECKNINGAR

A	tvärsnittsarea
C	integrationskonstant, kapacitans
E	elasticitetsmodul
F	kraft
L	hejarlängd
M	massa
R	resistans
T	tid
Z	impedans = AE/c
c	våghastighet
d	diameter, deriveringsoperator
e	bas för naturlig logaritm
g	tyngdacceleration (9.815 m/s^2)
h	fallhöjd för hejare
i	heltalsvariabel, index för initialvåg
k	fjäderkonstant (kraft/längd)
l	längd
m	massa
q	belastningshastighetfaktor
s	permanent påspetspenetration
t	tid
x, y, z	rum-kordinater
α	$k/(2Z)$
β	$\sqrt{k/m}$
γ	vinkelhastighet
Δ, δ	deformation
ϵ	töjning
η	dämpkoefficient
ρ	densitet
σ	tryck(+)eller drag(-) -spänning
τ	skjuvspänning
ω	$\sqrt{\beta^2 - \alpha^2}$

1 PROBLEMSTÄLLNING

1.1 Allmänt

Grundläggning på pålar är den säkraste och vanligaste metoden att förhindra uppkomsten av oacceptabla sättningar och rörelser för byggnadsverk som placeras inom områden med lösa jordlager tjockare än 3 à 5 m. I ökande omfattning används pålning för grundförstärkning av småhus. För sådana tillämpningar används ofta nya påtyper vilka i många fall kännetecknas av liten tvärsnittsarea och ett flertal skarvar.

Den vanligaste metoden att installera pålar är neddrivning genom slagning. En sk hejare i form av en fallvikt eller slagkolv slår på en dyna som ligger an mot pålhuvudet. Under förutsättning att den i pålen genererade stötkraften har tillräcklig storlek och är tillräckligt långvarig erhåller pålen en permanent nedträngning. En övre gräns för slagkraften ges av att slagningen ej får vara så kraftig att pålen skadas.

Den övervägande mängden pålar slås genom relativt lös jord till stopp i underliggande fasta lager, exempelvis grus, morän eller berg. Vid slagningen kommer därför ofta neddrivningsmotståndet från och med ett visst djup att öka markant.

1.2 Funktionskrav

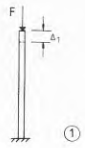
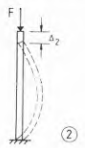

Ur funktionell synpunkt skall pålhuvudet erbjuda ett tillräckligt fast och beständigt underlag för den överliggande konstruktionen, vilket betyder att pålhuvudets rörelser för förutsatta belastningar i brukstadiet inte får överskrida vissa värden. Ett annat krav är att säkerheten mot brott skall vara betryggande. De fenomen som i de flesta fall kan medföra för stor sättning vid pålhuvudet redovisas i TAB. 1 där också motsvarande brottmekanism beskrivs.

Pålen måste också ha tillräcklig motståndsförmåga mot kemisk och bakteriell nedbrytning. Ett brott av angiven typ kan exempelvis förorsakas av en lokal försvagning som i sin tur orsakats av korrosion.

I verkligheten uppstår en pålskalles rörelser genom en kombination av ovan nämnda orsaker. Kännedom om kompressions- och hållfasthetsegenskaperna för pålmaterialet är vanligen behäftade med relativt liten osäkerhet. Vertikal sättning vid pålhuvudet förorsakad av pålens sidoutböjning blir normalt mycket liten beroende på det stora förhållandet mellan pållängd och sidorörelser, under förutsättning att säkerheten mot knäck- och böjbrott är betryggande.

Vid lös jord kan knäckning inträffa, Granholm (1929), Bergfeldt (1956), Rinkert (1960). Knäcklasten beror i hög grad på initialkrokigheten, Broms (1963), Broms (1967), Bernander och Svensk (1969), Bredenberg m fl (1977). Kompressionsegenskaperna för jord- eller bergmaterialet vid pålspetsen kan vanligen inte anges med samma noggrannhet som för pålmaterialet. Allmänt gäller

TAB. 1. Sättnings- och brottsaker.

	Sättningsorsak	Motsvarande brottmekanism
	Kompression av pålmaterialet	Tryckbrott i pålmaterial
	Sidoutböjning	Knäckning, böjbrott, vridbrott
	Kompression av jord vid pålspets	Spetsjordbrott

att om pålspetsens sättning (Δ_3) kan skrivas

$$\Delta_3 = \frac{\sigma d}{E_j} \quad (1)$$

och pålmaterialets kompression är

$$\Delta_1 = \frac{FL}{AE} = \frac{\sigma L d^2}{E d^2} = \frac{\sigma L}{E} \quad (2)$$

så blir förhållandet mellan spetsens och pålmaterialets kompression

$$\frac{\Delta_3}{\Delta_1} = \frac{\frac{\sigma d}{E_j}}{\frac{\sigma L}{E}} = \frac{Ed}{E_j L} \quad (3)$$

där

- d = påldiameter
- E_j = jordens sättningsmodul
- E = pålens elasticitetsmodul
- L = pållängd
- A = pålens tvärsnittsarea

Storleken av jordens sättningmodul E_j är ej konstant utan minskar med ökande spänningsnivå vilket medför att förhållandet mellan spetsens och pålmaterialets rörelse Δ_3 / Δ_1 , ökar med ökande belastning. Antar man exempelvis att E_j minskar linjärt med ökande spetsspänning σ från initialvärdet E_0 dvs

$$E_j = E_0 - k_1 \sigma \quad (4)$$

där k_1 är en konstant, så erhålles ett hyperboliskt samband mellan spetsspänning (σ) och spetsrörelse (Δ_3). Insättning av Ekv. 4 i Ekv. 1 ger

$$\Delta_3 = \frac{d}{\frac{E_0}{\sigma} - k_1} ; 0 < \sigma < \frac{E_0}{k_1} \quad (5)$$

Värdena E_0 och k_1 blir olika för förstagångsbelastning respektive återbelastning vilket indikeras i FIG. 1.

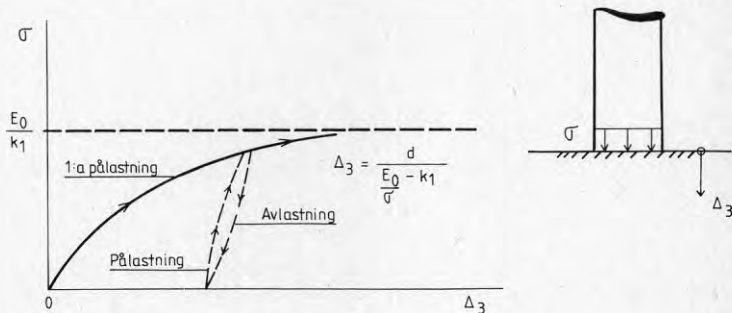


FIG. 1. Samband mellan rörelse och spänning vid en pålspets.

Vid slagningen nedförs de flesta pålar till kontakt med fasta jordlager. Vidare sker normalt en kraftig komprimering av jordmaterialet vid pålspetsen, varför den rörelse som uppstår där då pålen belastas statiskt sällan blir av kritisk storlek för pålens funktion. En bidragande orsak till detta, trots att jämförelsevis höga spänningar vanligen utnyttjas, är att den belastade ytan är liten jämfört med andra typer av grundkonstruktioner, exempelvis sulor och plattor, jfr Ekv. 1.

1.3 Stoppslagning

Den dimensionerande faktorn för den last som kan utnyttjas blir därför i de flesta fall i stället risken för spetsjordsbrott. En noggrann bestämning av en påles bärförmåga och deformationsegenskaper fordrar en statisk provbelastning som emellertid är dyrbar och tidsödande och helt utesluten som kontrollmetod för flertalet pålar. Istället föreskrivs oftast en maximalt tillåten sjunkning per slag. I FIG. 2 visas som ett exempel den maximalt tillåtna sjunkningen per slag vid neddrivning av betong-stödpålar med fallhejare enligt SBN Godkännanderegler 1975:8. Fallhöjden skall varieras mellan 0,3 och 0,6 m. Diagrammet i FIG.2

har upprättats på grundval av arbeten utförda av Hellman m fl (1966–1968).

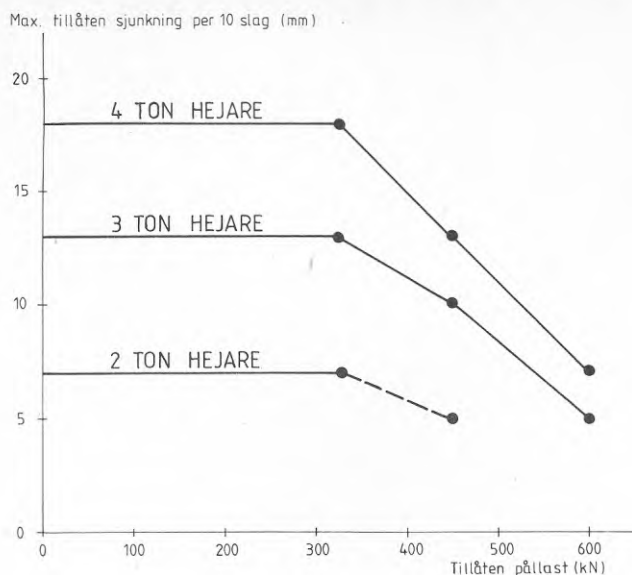


FIG. 2. Föreskriven stoppslagning mellan fallhejare för stödpålar av betong enligt SNB-75.

Sambandet mellan förhållandena vid slagningen och vid den efterföljande statiska belastningen är ännu i relativt liten utsträckning klarlagda. Beräkningsrelationer för permanent sjunkning vid slagning och statisk brottlast eller statiskt last-deformationssamband kräver därför ett flertal förenklade antaganden. Det är därför naturligt att jämförelser mellan ur slagdata beräknade och vid statiska provbelastningar uppmätta brottlastar i de flesta fall resulterat i avsevärda skillnader.

Vidare är det under sådana omständigheter nödvändigt att arbeta med stora säkerhetsmarginaler, vilket bl a har nackdelen att risken för sönderslagning av pålar ökar. Bristen på kunskap om mer generella samband mellan statisk bärförmåga och sjunkning vid slagning medför också att tillämpning av resultat och erfarenheter från ett objekt till ett annat många gånger kan resultera i rekommendationer på osäkra sidan.

Det sökta sambandet mellan dynamiska och statiska förhållanden kan uppdelas i tre delproblem:

- (1) Av hejaren initierade dynamiska krafter och deformationer i pålen.
- (2) Jordens respons på de rörelser pålen på så sätt erhåller.
- (3) Samband mellan spänningar och rörelser i jorden för dynamiska respektive statiska förhållanden.

1.4 Dämpning

Med dämpning avses i allmänhet en hämmande, vanligen hastighets- eller tröghetsberoende, inverkan någon komponent i ett mekaniskt system har på en parameter. Dämpning kan exempelvis förorsaka avtagande amplitud för en periodisk svängning. För den aktuella problemställningen är dämpning aktuell framförallt i två sammanhang:

- a) Minskning av stötkraftens intensitet i pålen med ökande avstånd från slagsnittet.
- b) En del av jordens penetrationsmotstånd beror av pålrörelsens tidsderivator (hastighet och acceleration).

Om inga sådana dämpande faktorer existerade skulle samband mellan dynamiska och statiska förhållanden för olika situationer kunnat anges med mycket större noggrannhet än vad som för närvarande är fallet. Omvänt gäller att kännedom om dämpningens inverkan är nödvändig för en säkrare bestämning av stoppslagskriterier för ny pålningsutrustning och nya påltyper där man inte har samma rikliga erfarenhetsmaterial som för betongstödpålar slagna med fallhejare.

Dämpande inverkan av friktionsmaterial längs en stålpåle har undersökts av Fjellner m fl (1971–1972). Minskningen i maximal initialstötvågamplitud var ca 1 à 2% per meter. Undersökningen avsåg stumsvetsade skarvar. I skarvar av annan typ kan avsevärd dämpning uppstå, se Bredeberg och Broms (1979).

2 TEORETISK BAKGRUND

2.1 Allmänt

I denna delrapport behandlas dels initiella stötkrafter i pålmaterialet, dels översiktligt hur jorden påverkar storlek och fördelning av vid pålspetsen reflekterade stötvågor. Frågan om sambandet mellan dynamiska och statiska förhållanden kommer att behandlas senare då de i projektet förutsatta fältförsöken utförts.

2.2 Initiella stötkrafter

2.2.1 Tillämpning av vågekvationen

Frågan om vilka spänningar och rörelser som uppkommer vid stötblastning på pålar har tidigare studerats i olika sammanhang. Saint-Venant (1867) och Isaacs (1931) använde vågekvationen

$$\frac{\partial^2 x}{\partial^2 u} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \quad (6)$$

där

- t = tid
- u = förskjutning
- c = våghastighet
- x = lägeskoordinat

för beräkning av spänningar i pålar under slagning. Juhaz (1942, 1949) och Fischer (1959–1960) har redovisat en grafisk metod för beräkning av stötkrafter i stångsystem vid olika rand- och begynnelsevillkor. För en mer allmän översikt av stötfenomen i stänger hänvisas till Timoschenko (1951) och Rinehardt (1975). Hellman (1967) har föreslagit stoppslagningskriterier för stödpålar och angivit approximativa uttryck för maximala spänningar i pålmaterialet vid slagning.

Tidigare undersökningar har utförts av bl a Fox (1932) och Glansville m fl (1932, 1938). Stötkrafter i borrhänger vid bergborrning har studerats av Lundberg (1971).

2.2.2 Numerisk beräkningsmetod

Smith (1955–1960) har beräknat stötkrafter i pålar med hjälp av en diskretiserad pålmodell enligt FIG. 3. Pålen delas upp i ett antal punktmassor (m) och linjärelastiska fjädrar med fjäderkonstanten k. Storleken av m och k kan beräknas ur Ekv. 7 och 8;

$$m = A \rho \Delta L \quad (7)$$

$$k = AE / \Delta L \quad (8)$$

där A = pålens tvärsnittsarea
 ΔL = påelementets längd
 ρ = påmaterialets densitet
 E = påmaterialets elasticitetsmodul

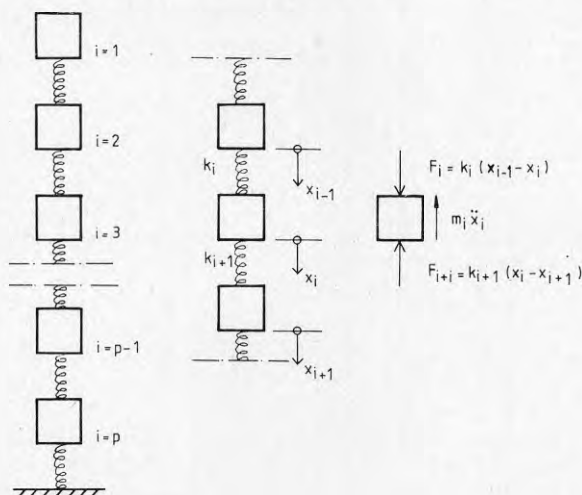


FIG. 3. Massa-fjädermodell.

Vidare gäller att rörelsen $x_{n,t}$ som betecknar den n :te massans förflyttning vid tidpunkten t , kan beräknas ur uttrycket

$$x_{n,t} = x_{n,t-1} + \dot{x}_{n,t-1} \Delta t \quad (9)$$

där $x_{n,t-1}$ betecknar förflyttningen vid tidpunkten $t-1$

och $\dot{x}_{n,t-1} = \frac{dx_{n,t-1}}{dt}$ betecknar motsvarande hastighet.

Kraften $F_{n,t}$ i den n :te fjädern kan sedan bestämmas ur fjäderns resulterande rörelse

$$F_{n,t} = k_n (x_{n,t} - x_{n+1,t}) \quad (10)$$

Hastigheten för den n:te massan vid tidpunkten t kan till sist beräknas ur uttrycket

$$\dot{x}_{n,t} = \dot{x}_{n,t-1} + \ddot{x}_{n,t} \Delta t \quad (11)$$

Newtons kraftekvation ger för den n:te massan

$$\ddot{x}_{n,t} = \frac{F_{n-1,t} - F_{n,t}}{m_n} \quad (12)$$

som insatt i Ekv. 11 ger

$$\dot{x}_{n,t} = \dot{x}_{n,t-1} + (F_{n-1,t} - F_{n,t}) \Delta t / m_n \quad (13)$$

Genom rekursiv användning av Ekv. 9, 10 och 13 kan krafter och förskjutningar i varje tidssteg och i varje del av den modellerade pålen beräknas. Tidssteget får ej vara större än $\Delta L/c$

$$\text{där } c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (14)$$

betecknar longitudinell våghastighet i pålen. $\Delta L/c$ motsvarar den tid på vilken en vågrörelse tillryggalägger en sträcka som motsvarar elementlängden ΔL . I praktiken måste betydligt kortare tidssteg väljas vilket är en nackdel med metoden, då erforderlig beräkningstid kan bli lång. Goble m fl (1972) har tillämpat Smiths modell men vid beräkningarna använt Newmarks integrationsmetod för minskning av beräkningstiden.

Vid användande av beräkningsmodellen i FIG. 3 antages att den översta eller några av de översta massorna motsvarar hejaren, som har en viss känd hastighet lika med anslaghastigheten. Beräkningsarbetet består sedan i beräkning av krafter och rörelser för varje punkt massa vid varje tidpunkt genom successiv användning av Ekv. 9, 10 och 13.

Kombineras Ekv. 9, 10 och 13 erhålles

$$\frac{1}{\Delta t^2} (x_{n,t+1} - 2x_{n,t} + x_{n,t-1}) = \frac{k_n}{m_n} (x_{n+1,t} - 2x_{n,t} + x_{n-1,t}) \quad (15)$$

Ekv. 15 är ur matematisk synpunkt en differensapproximation av vågekvationen, Ekv. 6. Man kan med hjälp av numerisk analys visa att lösningen är stabil om tidssteget Δt uppfyller villkoret

$$\Delta t \leq \sqrt{\frac{m_n}{k_n}} \quad (16)$$

vilket är ekvivalent med villkoret $\Delta t \leq \Delta L/c$. Den behandlade beräknings-

metoden kan alltså i stället för en fysisk modell tolkas som en finit differenslösning (FDM) till vågekvationen. Denna parallellism är ingen tillfällighet utan i stället en bekräftelse på att den mekaniska beräkningsmodellen i FIG. 3 är riktig. Normalt gäller för diskreta mekaniska modeller att de genom gränsvärdesbetraktelser skall kunna representera motsvarande kontinuerliga lösningsrum.

2.2.3 Kvasistatisk metod

2.2.3.1 Partikel- och våghastighet

Som alternativ till direkt användning av vågekvationen Ekv. 6 eller grafisk metod kan många stötproblem inom pålområdet behandlas som kvasistatiska, vilket innebär att krafter som beror av hastighet och acceleration i stället behandlas som »vanliga» statiska krafter, Bredenberg (1977–1978). Metodiken brukar benämnas d' Alemberts princip. Till resultat erhålles då här ordinära differentialekvationer som i de flesta fall ger explicita uttryck för krafter och rörelser, vilket är en stor fördel.

Begreppet partikel är fundamentalt i samband med stötproblem. Materiella kroppar antages sammansatta av partiklar med vissa egenskaper. Exempelvis förutsätts att en partikel intar ett bestämt läge i rummet vid varje tidpunkt samt att mer än en partikel aldrig kan befinna sig i samma punkt i rum-tidsdomänen. Massan i en partikel antages koncentrerad till en punkt. Vidare förutsätts varje partikel ha så liten utsträckning i rummet att man kan bortse från partiklarnas deformationer och vridningar liksom individuella olikheter mellan olika partiklar. Ur matematisk synpunkt antages därför att partiklar kan behandlas som infinitesimala storheter. Tanken på små, hårda kulor ligger nära till hands.

Begreppet partikelhastighet (\dot{x}) och våghastighet (c) åskådliggörs i FIG. 4. Partikelhastigheten motsvarar partiklarnas rörelser utefter det lutande planet. Partiklarna stannar oelastiskt då de kommer i kontakt med den högaste i raden av stillastående partiklar till vänster. Snittet »front», vars läge definieras av den partikel som stoppats sist, kommer därför att röra sig åt höger i figuren med en hastighet, »våghastigheten», vilken, som framgår av figuren, kan vara mycket större än partikelhastigheten.

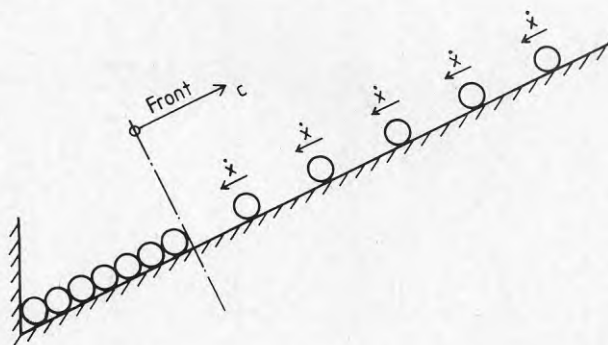


FIG. 4. Våghastighet och partikelhastighet.

Till skillnad från situationen i FIG. 4 där c beror av partikelhastigheten \dot{x} , antages i de aktuella tillämpningarna våghastigheten c vara konstant för respektive material, och lika med den hastighet med vilken en störning i form av en förtunning eller förtätning fortplantas i materialet. Partikelhastigheten \dot{x} anger de enskilda partiklarnas hastighet.

2.2.3.2 Samband mellan kraft, spänning och partikelhastighet

Om man antar att alla partiklar på ett segment med längden Δl av en stång med tvärsnittsarean A och densiteten ρ givits partikelhastigheten \dot{x} genom att den konstanta kraften F under tidsrymden t verkat på det betraktade segmentets

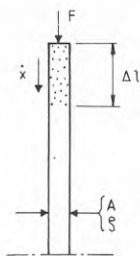


FIG. 5. Samband mellan kraft och partikelhastighet.

övre begränsningsyta kan ett samband mellan partikelhastighet och kraft erhållas:

Villkoret impuls = rörelsemängd ger

$$Ft = A\rho l \cdot \dot{x} \quad (17)$$

$$\Delta l = ct \text{ ger}$$

$$Ft = A\rho ct\dot{x} \quad (18)$$

$$F = \sigma A \text{ ger}$$

$$\sigma = c\rho\dot{x} \quad (19)$$

Insättning av Ekv. 14, $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ ger

$$\sigma = \frac{E}{c} \dot{x} \quad (20)$$

eller

$$\boxed{F = \frac{AE}{c} \dot{x}} \quad (21)$$

Faktorn $\frac{AE}{c}$ benämns i impedans eller dynamisk styvhet och betecknas i fortsättningen med Z , dvs

$$Z = \frac{AE}{c} \quad (22)$$

Partikelhastighetens riktning bestämmer inte entydigt om den resulterande kraften i ett snitt är en tryck- eller dragkraft. En dragkraftkomponent uppkommer om partiklarnas rörelsevektor är riktad så att en förtunning tenderar uppkomma. Ofta har man flera motriktade partikelhastighetskomponenter som resulterar i överlagrande tryck- och dragkrafter.

Det belastade snittets rörelse x i FIG. 5 kan även beräknas med direkt tillämpning av Hooks lag

$$\sigma = E\varepsilon \quad (23)$$

som ger

$$x = \frac{F \Delta l}{AE} \quad (24)$$

eller

$$x = \frac{F c t}{AE} \quad (25)$$

Differentiering med avseende på t ger

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} = F \frac{c}{AE} = \frac{F}{Z} \quad (26)$$

vilket är i överensstämmelse med resultatet i Ekv. 21.

Man kan även notera att \dot{x} enligt Ekv. 19 och 26 ger

$$\frac{\sigma}{c \rho} = \frac{\sigma \cdot c}{E} \Rightarrow c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (27)$$

vilket är det uttryck för den logitudinella våghastigheten som angivits tidigare.

2.2.3.3 Lika hejare och påle

Det enklaste fallet av stötsituation mellan en hejare och en påle erhålles då hejaren och pålen har samma dynamiska styvhet, Z .

Just innan anslaget antages hejaren ha hastigheten v , dvs alla partiklar i hejaren har denna hastighet medan partiklarna i pålen är i vila. Då hejaren träffar pålen får partiklarna överst i pålen momentant hastigheten \dot{x} .

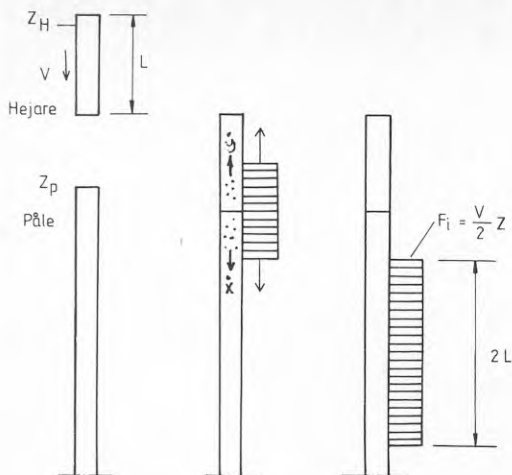


FIG. 6. Lika hejare och påle, $Z_H = Z_P$.

Stötkontakten orsakar en tryckreflexvåg i hejaren vars front rör sig uppåt i hejaren med hastigheten c . Motsvarande partikelhastighet som är riktad uppåt tecknas \dot{y} . Den resulterande nedåtriktade partikelhastigheten mellan kontakt-snittet och den uppåtgående vågfronten blir då $v - \dot{y}$.

Under en viss tidsrymd, stöttiden, kommer hejare och påle att vara i kontakt, varvid kontaktkrafterna på ömse sidor kontaktytan enligt lagen om verkan och motverkan kommer att vara lika stora och motriktade. En jämviktsekvation med avseende på tryckkraften i hejaren respektive tryckkraften i pålen ger

$$Z_H \dot{y} = Z_P \dot{x} \quad (28)$$

Vidare medför kontaktvillkoret att partikelhastigheterna på varje sida snittet också måste vara lika stora och motriktade, dvs

$$v - \dot{y} = \dot{x} \quad (29)$$

Kombinationen av Ekv. 28 och 29 ger, eftersom $Z_H = Z_P$

$$\dot{x} = \frac{1}{2} v \quad (30)$$

dvs tryckkraften i hejaren och pålen har under stöttiden det konstanta värdet

$$F_i = \frac{1}{2} v Z_P \quad (31)$$

där index »i» betecknar initiell. Pålen förutsätts så lång att förloppet ej påverkas av vågreflexer från pålens motsatta ände. Observera att tryckkrafter här till skillnad från vad som normalt är brukligt inom hållfasthetsläran betecknas positiva och dragkrafter negativa. Skälet är att krafter i pålar i de flesta situationer utgörs av tryckkrafter.

Efter kontaktögonblicket kommer till en början således partiklarnas rörelsetillstånd i hejaren att kännetecknas dels av en nedåtriktad partikelhastighet v , dels av en uppåtgående tryckvågsfront bakom vilken den resulterande partikelhastigheten erhålles som skillnaden mellan hastigheten v nedåt och $\frac{v}{2}$ uppåt som ger skillnaden $\frac{v}{2}$ nedåt. När tryckvågsfronten når hejarens överände har därför alla partiklar i hejaren hastigheten $\frac{v}{2}$ nedåt och hela hejaren är tryckt med motsvarande kraft.

En tryckvåg reflekteras vid en fri yta som en dragvåg vilket inses ur villkoret att den resulterande kraften mot en sådan yta skall vara lika med noll. Då tryckvågsfronten ovan nått hejarens överyta uppkommer därför en dragvågfront som rör sig nedåt i hejaren. Dragvågreflexens tillhörande partikelhastighet är riktad uppåt och lika med $\frac{v}{2}$ varför hejaren över dragvågfronten blir spänningslös. När dragvågfronten nått kontaktsnittet mellan hejare och påle är således hela hejaren spänningslös om spänningar av egentyngd försummas. Hela rörelseenergin i hejaren överförs till pålen och hejaren studsar inte upp utan blir stående på pålen.

Den tid kraftöverföring mellan påle och hejare sker blir $2L/c$ och stötvågens längd i pålen motsvarar $2L$, dvs dubbla hejarlängden. Om hejaren respektive pålen består av material med olika longitudinell våghastighet som betecknas c_H respektive c_p , men fortfarande har samma dynamiska styvhet Z , erhålles med hänvisning till beskrivningen av förloppet ovan istället stöttiden $\frac{2L}{c_H}$, vilket motsvarar stötvåglängden $2Lc_p/c_H$ i pålen.

2.2.3.4 Hejare smalare än pålen

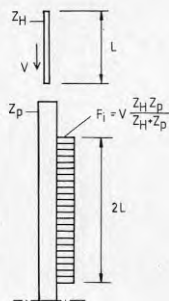


FIG. 7. Hejaren »smalare» än pålen, $Z_H < Z_p$.

Om hejaren enligt FIG. 7 är »smalare» än pålen dvs $Z_H < Z_p$ erhålles i analogi med Ekv. 28

$$Z_H \dot{y} = Z_p \dot{x} \quad (32)$$

Ekv. 29 ger

$$v = \dot{y} + \dot{x} \quad (33)$$

Ur Ekv. 32 erhålles

$$\dot{y} = \frac{Z_p}{Z_H} \dot{x} \quad (34)$$

som insatt i Ekv. 33 ger

$$v = \left(\frac{Z_p}{Z_H} + 1 \right) \dot{x} \quad (35)$$

eller

$$\dot{x} = v \cdot \frac{Z_H}{Z_p + Z_H} \quad (36)$$

Ur sambandet mellan partikelhastighet \dot{x} och kraft enligt Ekv. 21 erhålles då

$$F_i = v \frac{Z_H Z_p}{Z_p + Z_H} \quad (37)$$

Även i detta fall erhålles en rektangulär våg med längden $2L$, se FIG. 7. Till skillnad från fallet med lika hejare och påle kommer dock alla partiklar i hejaren vid motsvarande tidpunkt $2L/c$ att ha en resulterande partikelhastighet riktad från pålen, dvs hejaren studsar få från pålen med hastigheten \dot{y} ($2L/c$) som kan beräknas ur Ekv. 29;

$$\dot{y}(2L/c) = \dot{x} - v \quad (38)$$

Insättning av Ekv. 36 ger

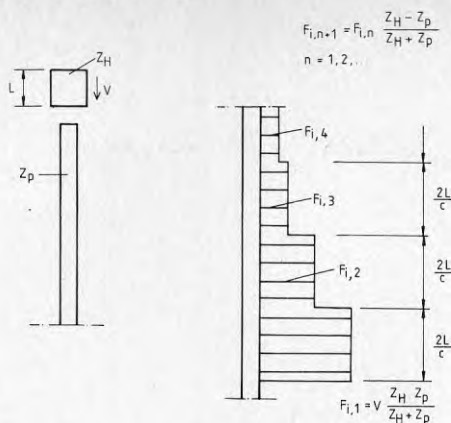
$$\dot{y}(2L/c) = v \left(\frac{Z_H}{Z_p + Z_H} - 1 \right) \quad (39)$$

eller

$$\dot{y}(2L/c) = v \cdot \frac{Z_H - Z_p}{Z_p + Z_H} \quad (40)$$

Man kan därvid notera att om $Z_H = Z_p$, som innebär lika hejare och påle, så blir studshastigheten lika med noll medan $Z_p = \infty$ medför att hejaren studsar tillbaka med samma hastighet som anslagshastigheten.

2.2.3.5 Hejare tjockare än pålen

FIG. 8. Hejaren »tjockare» än pålen, $Z_H > Z_p$

I analogi med fallet $Z_p < Z_H$ erhålles till en början stötkraften

$$F_{i,1} = v \frac{Z_H Z_p}{Z_H + Z_p} \quad , \text{ se Ekv. 37.}$$

I detta fall kommer emellertid reflexen från hejarens överyta efter tidsrymden L/c ej förmå att utsläcka eller vända den initiella nedåtgående partikelhastigheten v i hejaren. Istället minskar reflexen vid hejaröverytan den nedåtgående partikelhastigheten så att den vid tidpunkten $2L/c$ i kontaktytan mellan hejare och påle momentant sjunker till ett värde som kan beräknas enligt uttrycket

$$\dot{x}_{n+1} = \dot{x}_n \frac{Z_H - Z_p}{Z_H + Z_p} ; n = 1, 2, \dots \quad (41)$$

där $\dot{x}_1 = v$.

Index n anger reflexens ordningstal. Man får således en initialvåg i pålen som är stegvis avtagande, där varje steg har längden $2L/c$ och intensiteten för de olika stegen minskar i en geometrisk serie som med utgångspunkt från Ekv. 41 kan beräknas enligt uttrycket

$$F_{i,n+1} = F_{i,n} \frac{Z_H - Z_p}{Z_H + Z_p} \quad (42)$$

Maximal stötkraft erhålles för ett mycket stort värde på Z_H , dvs mycket styv hejare. Ekv. 37 ger

$$\lim_{Z_H \rightarrow \infty} F_i = vZ_p \quad (43)$$

vilket är dubbelt så stor initialstötkraft som för configurationen lika hejare och påle enligt Ekv. 31.

2.2.3.6 Stel hejare

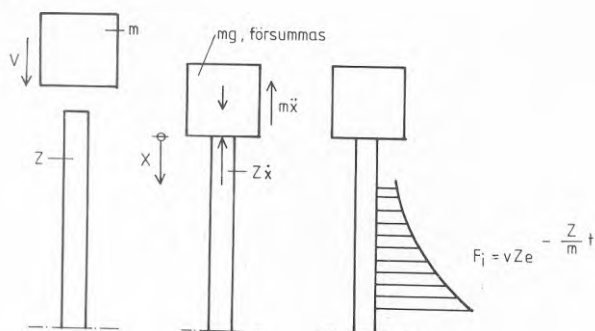


FIG. 9. Stel hejare

Om hejaren vars massa betecknas m antages helt stel och pålens impedans tecknas Z kan följande jämviktsekvation uppställas:

$$m\ddot{x} + Z\dot{x} = 0 \quad (44)$$

Ekv. 44 kan skrivas

$$\ddot{x} + \frac{Z}{m}\dot{x} = 0 \quad (45)$$

som har lösningen

$$x = C_1 + C_2 e^{-\frac{Z}{m} \cdot t} \quad (46)$$

där C_1 och C_2 är integrationskonstanter. Begynnelsevillkoret $\dot{x}(0) = v$ ger

$$\dot{x} = Z e^{-\frac{Z}{m} \cdot t} \quad (47)$$

Genom insättning i Ekv. 21 erhålles

$$F_i = vZe^{-\frac{Z}{m} \cdot t} \quad (48)$$

dvs en efter kontaktögonblicket exponentiellt avklingande våg enligt FIG. 9. För $t = 0$ erhålles

$$F_i = vZ$$

som är i överensstämmelse med Ekv. 43.

2.2.3.7 Stel hejare med dyna

I många tillämpningar är den mycket branta vågfront som uppkommer då en hejare slår direkt på pålen olämplig. Man placerar då en dyna mellan hejare och påle. En modell av ett sådant system visas i FIG. 10.

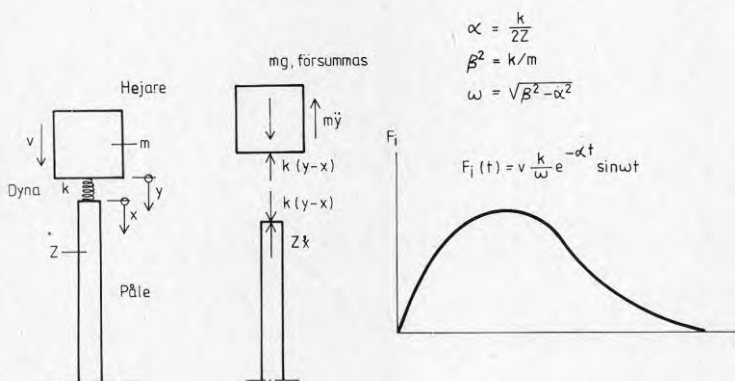


FIG. 10. Stel hejare, elastisk lätt dyna.

Hejaren antages stel. Dynan efterliknas med en linjärelastisk lätt fjäder med fjäderkonstanten k (kraft/längd). Pålens impedans tecknas Z . y respektive x betecknar hejarens respektive pålöverytans rörelse. Om hejarens egentyngd mg och dynans massa försummas erhålles följande jämviktsekvationer för hejaren (Ekv. 49) respektive pålen (Ekv. 50):

$$\begin{cases} m \ddot{y} + k(y - x) = 0 & (49) \\ Z \dot{x} - k(y - x) = 0 & (50) \end{cases}$$

Införes $\beta^2 = \frac{k}{m}$ och $\alpha = \frac{k}{2Z}$ erhålles

$$\begin{cases} \ddot{y} + \beta^2 y - \beta^2 x = 0 & (51) \\ \dot{x} - 2\alpha y - 2\alpha x = 0 & (52) \end{cases}$$

Ekv. 52 ger

$$y = \frac{\dot{x}}{2\alpha} + x \quad (53)$$

$$\Rightarrow \dot{y} = \frac{\ddot{x}}{2\alpha} + \dot{x} \quad (54)$$

$$\Rightarrow \ddot{y} = \frac{\dddot{x}}{2\alpha} + \ddot{x} \quad (55)$$

Insättning av Ekv. 53 och 54 i Ekv. 51 ger efter förenkling

$$\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \beta^2 x = 0 \quad (56)$$

Antages $\beta^2 > \alpha^2$ och införes $\omega = \sqrt{\beta^2 - \alpha^2}$ erhålles lösningen

$$x = C_1 + e^{-\alpha t} (C_2 \sin \omega t + C_3 \cos \omega t) \quad (57)$$

där C_1 , C_2 och C_3 är integrationskonstanter.

Derivering av Ekv. 57 ger

$$\dot{x} = e^{-\alpha t} [-\alpha (C_2 \sin \omega t + C_3 \cos \omega t) + \omega (C_2 \cos \omega t - C_3 \sin \omega t)] \quad (58)$$

Begynnelsevillkoret $\dot{x}(0) = 0$ ger

$$C_2 = \frac{\alpha}{\omega} C_3$$

som medför att

$$\dot{x} = -\frac{\beta^2}{\omega} C_3 e^{-\alpha t} \sin \omega t \quad (59)$$

Derivering av Ekv. 59 ger

$$\ddot{x} = -\frac{\beta^2}{\omega} C_3 e^{-\alpha t} (-\alpha \sin \omega t + \omega \cos \omega t) \quad (60)$$

Insättning av Ekv. 59 och 60 i Ekv. 54 ger efter förenkling

$$\dot{y} = -\frac{\beta^2}{2\omega} C_3 e^{-\alpha t} \left(\sin \omega t + \frac{\omega}{\alpha} \cos \omega t \right) \quad (61)$$

Begynnelsevillkoret $\dot{y}(0) = v$, hejarens anslagshastighet, ger

$$C_3 = -2 \frac{v \alpha}{\beta^2}$$

Insättning av C_3 i Ekv. 59 ger efter förenkling

$$\dot{x} = v \frac{k}{Z\omega} e^{-\alpha t} \sin \omega t \quad (62)$$

Stötkraften i pälén $F_i = Z\dot{x}$ blir alltså

$$F_i = v \frac{k}{\omega} e^{-\alpha t} \sin \omega t \quad (63)$$

F_i är maximal för $\frac{dF}{dt} = 0$, dvs $\ddot{x} = 0$. Ekv. 60 ger då

$$\alpha \sin \omega t = \omega \cos \omega t \quad (64)$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{\omega} \tan^{-1} \left(\frac{\omega}{\alpha} \right) \quad (65)$$

För fallet $\beta^2 < \alpha^2$ dvs $k > \frac{4Z^2}{m}$ och sätts $\omega = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$ får man på samma sätt som ovan

$$F_i = v \frac{k}{\omega} e^{-\alpha t} \sinh \omega t \quad (66)$$

eller

$$F_i = v \frac{k}{\omega} e^{-\alpha t} \frac{e^{\omega t} - e^{-\omega t}}{2} \quad (67)$$

Maximal stötkraftintensitet erhålles för

$$t = \frac{1}{\omega} \tanh^{-1} \left(\frac{\omega}{\alpha} \right) \quad (68)$$

2.2.3.8 Elastisk hejare, stel dyna

I många snabbslående luft- och hydraulhejare utgörs hejaren av en långsmal kolv som slår på en dyna i form av en stålplatta vilken ligger an mot pålen. Beträktas slagkolven elastisk (impedans = Z_H) och dynan stel (massa = m) erhålls den mekaniska modellen i FIG. 11.

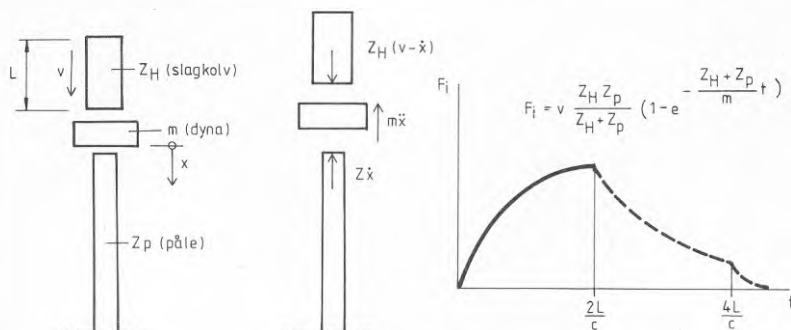


FIG. 11. Elastisk hejare, stel dyna.

Partikelhastigheten i hejaren nedåt före kontakten med dynan antages vara v , anslagshastigheten. Vid stötkontakten får den stela dynan och partiklarna överst i pålen momentant partikelhastigheten \dot{x} . Den uppåtgående tryckreflexen i hejaren motsvarar därför partikelhastigheten $v - \dot{x}$ och hejarens resulterande tryckkraft mot dynan blir då

$$Z_H (v - \dot{x}) \quad (69)$$

En jämviktsekvation för de uppträdande krafterna kan skrivas

$$Z_H (v - \dot{x}) = Z_p \dot{x} + M \ddot{x} \quad (70)$$

som ger

$$\ddot{x} - \frac{Z_H + Z_p}{M} \dot{x} = \frac{v Z_H}{M} \quad (71)$$

Homogen lösning (jfr Ekv. 46) blir

$$x_1 = c_1 + c_2 e^{-\frac{Z_H + Z_p}{M} \cdot t} \quad (72)$$

Den partikulära lösningen lyder

$$x_2 = v \frac{Z_H}{Z_p + Z_H} \cdot t \quad (73)$$

Insättning av begynnelsevillkoret $\dot{x}(0) = 0$ ger

$$F_i = v \cdot \frac{Z_H Z_p}{Z_H + Z_p} \left(1 - e^{-\frac{Z_H + Z_p}{M} \cdot t} \right) \quad (74)$$

Lösningen är giltig för $0 < t < 2L/c$, där l = hejarens längd och c är den longitudinella ljudhastigheten i hejaren. Det fortsatta stötkraftförloppet blir beroende av förhållandet mellan Z_H , M och Z_p , och kan i princip behandlas på samma sätt som visats för fallet elastisk hejare utan dyna, där $Z_H > Z_p$.

2.2.3.9 Noggrannare teori

Om ovan angivna uttryck används för beräkning av initiala stötkrafter och dessa sedan jämförs med resultat från mätningar kommer man att finna vissa skillnader. Delvis kan dessa förklaras av ojämnheter i anslagsytor och liknande avvikelser från ideella förhållanden.

En annan orsak till skillnader i beräknade och uppmätta värden beror på inverkan av transversella svängningar i påle och hejare. Sambandet mellan dynamiska töjningar i tvär- och längsled bestäms bl a av pålmaterialets kontraktionstal och densitet. Skalak (1957) har redovisat en noggrann beräkning av den longitudinella stötkraftsintensiteten för en för fallet axiell stöt mellan två långa, cirkulära stänger (»Hopkinson-bar»). Lösningen gäller på tillräckligt stort avstånd från stötsnittet. Resultatet visas i FIG. 12 och man noterar att en översväng i stötpulsens framkant om ca 30% erhålles, jämfört med det värde som erhålles med den enkla teorin. Vidare framgår av FIG. 12 att vågfronten kommer att få en allt flackare lutning allteftersom stötvågen fortplantas i pålen. Fenomenet benämns dispersion.

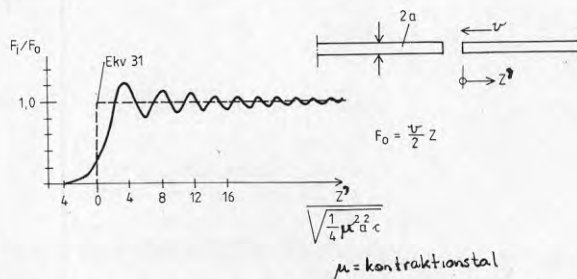


FIG. 12. Vågfront vid stöt mellan två långa stänger (Skalak, 1957).

Förhållandena för fallet lika hejare och stång utan mellanliggande dyna liknar konfigurationen i FIG.12 och vid mätningar med tillräcklig upplösning kan den longitudinella stötkraftens oscillation kring det värde som erhålles med den enkla teorin iakttagas. Man kan visa att antalet »övertoner» växer mycket snabbt med ökande avstånd från vågfronten, varför det är mätapparaturens noggrannhet som bestämmer hur »krusig» en uppmätt stötvågsbild blir. En jämförelse mellan med förenklade förutsättningar beräknad och verklig stötvåg vid lika hejare och påle utan dyna visas i FIG. 13 a. I FIG. 13 b visas de vedertagna benämningarna på karaktäristiska storheter för stötpulser.

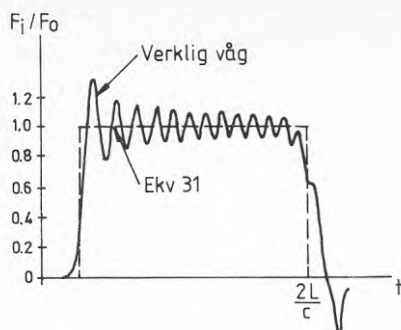


FIG. 13 a. Jämförelse mellan verklig och beräknad våg vid $Z_H = Z_p$, Conway och Jakubowski (1969).

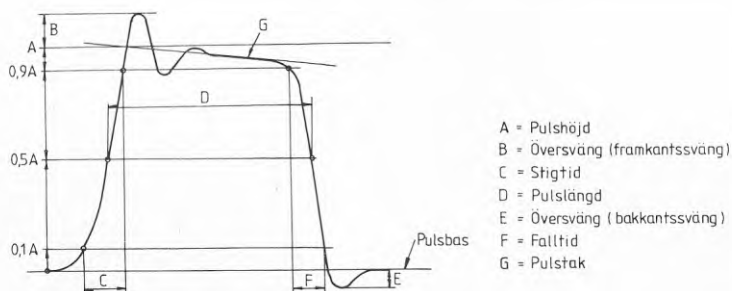


FIG. 13 b. Definition av pulsparametrar.

Ur tillämpningssynpunkt har det stor betydelse att en vågfront alltid lutar. En ideellt vertikal front framkallar nämligen mycket stora dragspänningar. För att öka stigtiden, utöver den som motsvarar beskriven dispersion, används som nämnts tidigare, ofta en dyna mellan hejare och påle. Man kan också notera att jordens reaktion på en stötvåg i en påle i hög grad kan antagas bero på vågfrontens stigtid.

2.2.4.0 Approximativa vågformer

För många tillämpningar är en approximation av aktuell vågform tillräcklig. I FIG. 14 visas några olika förenklade vågtyper som brukar komma till användning.

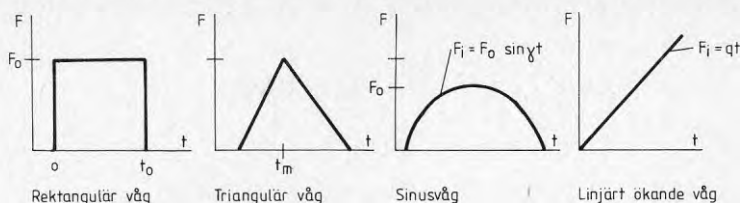


FIG. 14. Approximativa stötvågformer.

2.3 Skarvar

En skarv i en pÅle utgÖr en diskontinuitet som i det generella fallet medför att en del av en mot skarven inkommande våg reflekteras medan en del ÖverfÖrs till pÅldelen pÅ andra sidan skarven. I skarven kan ocksÅ uppkomma energifÖrlust, vilket ger sig tillkÄnna i form av en uppvÄrmning, vilken i vissa fall, exempelvis vid anvÄndning av snabbslÄende hejare, kan bli betydande.

2.3.1 Springvis sektionsÄndring

Om den infallande vågens intensitet betecknas F_i , den reflekterande vågen respektive den transmitterade vågens intensitet betecknas F_r respektive F_t erhålles om eventuell energifÖrlust i skarven försummas,

$$F_t = F_i + F_r \quad (75)$$

se FIG. 15, där ett skarvsnitt i form av en plÖtlig sektionsÄndring visas.

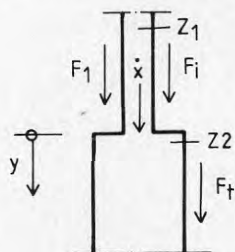


FIG. 15. StÖtkrafter vid sektionsÄndring.

StÖtkraftintensiteterna F_i , F_r och F_t varierar givetvis med tiden varfÖr Även beteckningarna $F_i(t)$, $F_r(t)$ och $F_t(t)$ kan anvÄndas. FÖr enkelhets skull underfÖrstås dock tidsberoendet i den fortsatta framstÄllningen. FÖr skarvtypen i FIG. 15 ger kraftjÄmviktsekvationen Ekv. 75 med anvÄndande av samband mellan kraft

och partikelhastighet enligt Ekv. 21:

$$Z_1 \dot{y} = Z_2 \dot{x} + Z_2 (\dot{x} - \dot{y}) \quad (76)$$

där Z_1 = dynamisk styvhet för överdel
 Z_2 = dynamisk styvhet för underdel
 \dot{x} = partikelhastighet i överdel
 \dot{y} = skarvsnittets hastighet

Ekv. 76 kan förenklas till

$$\dot{y} = \frac{2Z_2 \dot{x}}{Z_1 + Z_2} \quad (77)$$

Insättning av $F_i = Z\dot{x}$ enligt Ekv. 21 ger

$$\dot{y} = \frac{2F_i}{Z_1 + Z_2} \quad (78)$$

Med $q = \frac{Z_2}{Z_1}$ erhålles

$$F_t = 2F_i \frac{1}{1 + q} \quad (79)$$

och $F_r = F_i \frac{1 - q}{1 + q} \quad (80)$

För $Z_1 = Z_2$ erhålles $F_r = 0$ och $F_t = F_i$, dvs stötvågen passerar en sådan skarv utan reflexion eller förändring. Man kan också notera att vågform och våglängd för reflekterad respektive transmitterad våg har samma värde som den infallande vågen. Ett tillämpningsexempel på skarv av den typ som visas i FIG. 15 är aktuellt vid kombinationspålar där en underpåle av trä under neddrivningen skarvas till en överpåle av betong.

2.3.2 Punktmassskarv

I vissa fall kan en skarv approximeras med en punktmasa enligt FIG. 16. En sådan modell kan exempelvis komma till användning när man vill skaffa sig en uppfattning om hur massan hos en skarvkonstruktion påverkar stötkrafterna.

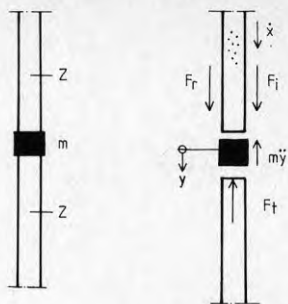


FIG. 16. Skarv betraktad som punktmassa.

En jämviktsekvation ger med teckningar enligt FIG. 16

$$F_t + m\ddot{y} = F_i + F_r \quad (81)$$

Samband mellan kraft och partikelhastighet enligt Ekv. 21 ger

$$Z\dot{y} + m\ddot{y} = Z\dot{x} + Z(\dot{x} - \dot{y}) \quad (82)$$

Med $F_i = Z\dot{x}$ erhålles

$$\ddot{y} - \frac{2Z}{m} \dot{y} = \frac{2F_i}{m} \quad (83)$$

För fallet $F_i = \text{rektangulär våg} = F_0$ har Ekv. 83 lösningen

$$y = C_1 + C_2 e^{-\frac{2Z}{m} \cdot t} + \frac{F_0}{Z} \cdot t \quad (84)$$

där C_1 och C_2 är konstanter. $y(0) = 0$ medför att $C_1 = C_2$.
Derivering ger

$$\dot{y} = -C_2 \frac{2Z}{m} e^{-\frac{2Z}{m} \cdot t} + \frac{F_0}{Z} \quad (85)$$

Begynnelsevillkoret $\dot{y}(0)$ ger $C_2 = \frac{F_0 m}{2Z^2}$ som insatt i Ekv. 85 ger

$$\dot{y} = \frac{F_0}{Z} \left(1 - e^{-\frac{2Z}{m} \cdot t} \right) \quad (86)$$

som ger

$$F_t = F_0 \left(1 - e^{-\frac{2Z}{m} \cdot t} \right) \quad (87)$$

Den reflekterande vågens intensitet kan beräknas ur uttrycket

$$F_r = F_t - F_0 \quad (88)$$

Insättning av Ekv. 87 ger

$$F_r = - F_0 e^{-\frac{2Z}{m} \cdot t} \quad (89)$$

Ekv. 87 visar att den transmitterade vågen får mindre intensitet än initialvågen och att vågformen ändras. Faktorn $\frac{2Z}{m}$ bestämmer vilken inverkan skarven har.

Om F_t och F_r skall beräknas för tidpunkter större än varaktighetstiden t_0 för initialvågen F_0 , måste de aktuella begynnelsevillkoren vid respektive diskontinuitetspunkt insättas:

$$\dot{y}(t_0) = \frac{F_{\max}}{Z} \quad (90)$$

där

$$F_{\max} = F_0 \left(1 - e^{-\frac{2Z}{m} \cdot t_0} \right) \quad (91)$$

Om inverkan av skarvens tröghet försummas erhålles

$$F_i = F_{\max} e^{-\frac{2Z}{m} \cdot t_1} \quad (92 a)$$

där $t_1 = 0$ för tidpunkten t_0 enligt FIG. 17 a, dvs en exponentiell avlastning.

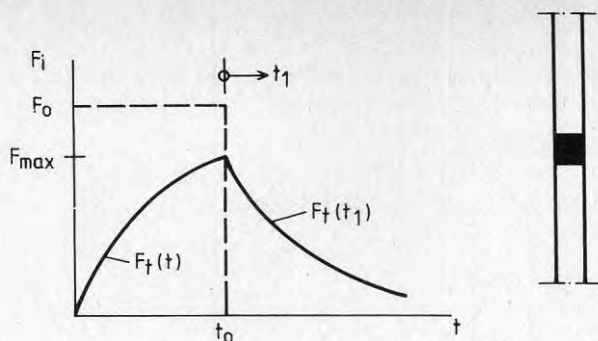


FIG. 17 a. Punktmassskarv med rektangulär initialvåg.

Ekv. 83 kan användas även då initialvågen varierar med tiden. För exempelvis en från värdet noll linjärt ökande initialvåg, dvs

$$F_i(t) = qt$$

där $q =$ en konstant (= »belastningshastighet») erhålles

$$F_t = \frac{qm}{2Z} \left(e^{-\frac{2Z}{m}t} - 1 \right) + qt \quad (92 \text{ b})$$

Ekv. 92 b illustreras i FIG. 17 b. Avvikelsen mellan initiell våg och transmitterad våg ökar som framgår av figuren med tiden så att för stora värden t gäller

$$F_t \approx qt - q \frac{m}{2Z} \quad (92 \text{ c})$$

Även i detta fall bestäms skarvens inverkan av faktorn $\frac{2Z}{m}$.

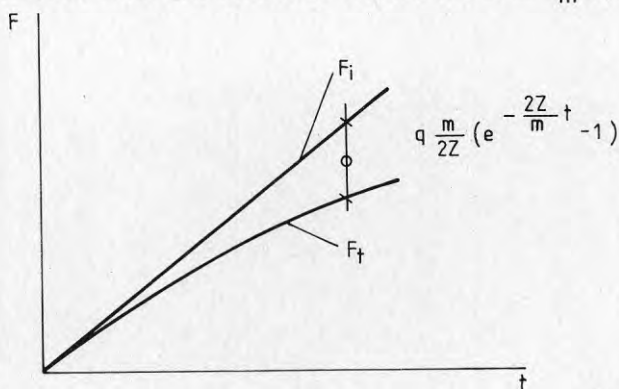


FIG. 17 b. Punktmassskarv med linjärt ökande initialvåg $F_i = qt$.

2.3.3 Elastisk pålskarv

Om skarvens massa försummas och skarven istället efterliknas med en linjär-
elastisk fjäder med fjäderkonstanten k (kraft/längd) erhålles den mekaniska
modellen i FIG. 18.

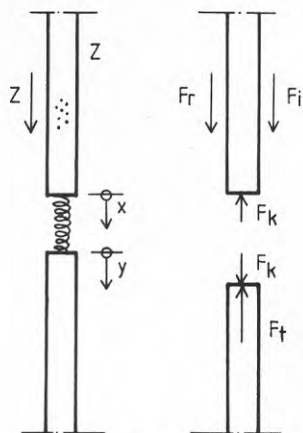


FIG. 18. Elastisk skarv, fjädermodell.

Med figurens beteckningar erhålles jämviktstillkoren

$$\left\{ \begin{array}{l} F_k = F_i + F_r \\ F_k = F_T \end{array} \right. \quad (93)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_k = F_T \end{array} \right. \quad (94)$$

som kan skrivas

$$\left\{ \begin{array}{l} k(x - y) = Z\ddot{z} + Z(\dot{z} - \dot{x}) \\ k(x - y) = Z\dot{y} \end{array} \right. \quad (95)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k(x - y) = Z\dot{y} \end{array} \right. \quad (96)$$

Med sambandet $F_i = Z\ddot{z}$ erhålles

$$\left\{ \begin{array}{l} k(x - y) = 2F_i - Z\dot{x} \\ k(x - y) = Z\dot{y} \end{array} \right. \quad (97)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k(x - y) = Z\dot{y} \end{array} \right. \quad (98)$$

Ekv. 98 ger

$$x = \frac{Z}{k} \cdot \dot{y} + y \quad (99)$$

$$\Rightarrow \dot{x} = \frac{Z}{k} \ddot{y} + \dot{y} \quad (100)$$

Insättning av Ekv. 99 och Ekv. 100 i Ekv. 97 ger efter förenkling

$$\dot{y} + \frac{2k}{Z} \dot{y} = 2F_i \frac{k}{Z^2} \quad (101)$$

Homogen lösning är

$$y_h = C_1 + C_2 e^{-\frac{2k}{Z} \cdot t} \quad (102)$$

där C_1 och C_2 är konstanter.

För fallet $F_i = \text{en rektangulär våg} = F_o$ är en partikulär lösning till Ekv. 101

$$y_p = \frac{F_o}{Z} \cdot t \quad (103)$$

Lösningen till Ekv. 101 blir då

$$y = C_1 - C_2 e^{-\frac{2k}{Z} \cdot t} + \frac{F_o}{Z} \cdot t \quad (104)$$

Begynnelsevillkoret $y(0) = 0$ ger $C_1 = -C_2$. Därav följer att

$$\dot{y} = -C_2 \frac{2k}{Z} e^{-\frac{2k}{Z} \cdot t} + \frac{F_o}{Z} \quad (105)$$

Begynnelsevillkoret $\dot{y}(0) = 0$ ger $C_2 = \frac{F_o}{2k}$, som insatt i Ekv. 105 ger

$$\dot{y} = -\frac{F_o}{k} \cdot \frac{k}{Z} e^{-\frac{2k}{Z} \cdot t} + \frac{F_o}{Z} \quad (106)$$

Samband mellan snitthastighet och kraft enligt Ekv. 21 ger slutligen efter för-
enkling

$$F_t = F_0 \left(1 - e^{-\frac{2k}{Z} \cdot t} \right) \quad (107)$$

I analogi med fallet punktmassskarv erhålles även här en exponentiell avlastning då den mot skarven infallande vågen upphör. I FIG. 19 visas sambandet mellan transmitterad våg och initialvåg F_i då initialvågen utgörs av en rektangulär våg med intensiteten F_0 och varaktigheten t_0 .

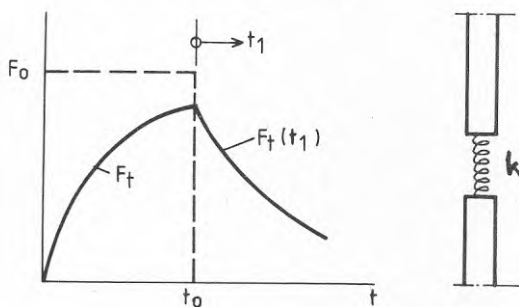


FIG. 19. Elastisk skarv (fjäderskarv) med rektangulär initialvåg.

För $t > t_0$ kan den transmitterade vågen $F_t(t_1)$ beräknas enligt uttrycket

$$F_t(t_1) = F_{\max} e^{-\frac{2k}{Z} \cdot t_1} \quad (108)$$

där

$$F_{\max} = F_0 \left(1 - e^{-\frac{2k}{Z} \cdot t_0} \right) \quad (109)$$

2.3.4 Elastisk skarv med impedans

En skarvs dynamiska egenskaper kan alternativt studeras med hjälp av ovan angivna uttryck för språngvis impedansändring, se Ekv. 79 och 80. Den åsyftade modellen visas i FIG. 20.

Vågreflexioner uppkommer vid snittet 1-1 och 2-2, se figuren. Om reflexvågen vid något av snittet blir en tryck- eller dragvåg beror dels på tecknet för initialvågen, dels på förhållandet mellan impedanserna för pådelarna på respektive sida snittet ifråga. Allmänt gäller att en dragreflex uppkommer om en våg reflekteras mot en pådel som har mindre impedans, jfr Ekv. 80.

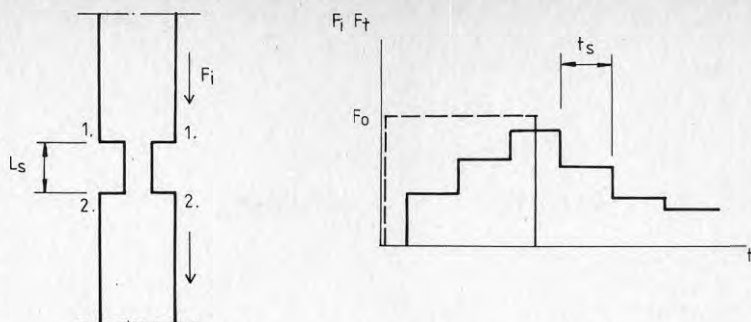


FIG. 20. Elastisk skarvmodell med rektangulär initialvåg.

Vid en skarvmodell enligt FIG. 20 bestäms den transmitterade vågens form av en serie reflexioner i snitt 1-1 och 2-2. I figuren visas hur en infallande rektangulär våg med intensiteten F_0 transformeras till en stegfunktion, där varje steg har varaktigheten t_s ;

$$t_s = \frac{2L_s}{c_s} \quad (110)$$

där L_s = skarvlängd
 c_s = våghastighet för skarvmaterialet

Enligt Lundberg, 1971, gäller

$$F_T = \left(1 - \left(\frac{1-q}{1+q}\right)^{2n}\right) F_0 \quad (111)$$

där $n = 1, 2, \dots$

och $q = Z_{\text{skarv}}/Z_{\text{påle}}$

Ekv. 111 gäller för $F_0 > 0$ dvs $t < t_0$. Man kan notera att distortionen förorsakad av skarven minskar med minskande värde på faktorn $2L_s/c_s$ och förhållande q mellan skarvens och pålens impedans. För fallet lika skarv och påle erhålles, som sig bör, $F_T = F_i$.

2.3.5 Inverkan av skarvglapp

Inverkan av ojämna anliggningsytor, glapp och andra avvikelser från ideella förhållanden medför att den vågenergi som inkommer till ett skarvsnitt (W_i) är större än den som motsvarar summan av energin hos den reflekterade respektive

transmitterade vågen ($W_r - W_T$). Förlusten (ΔW) kan därför tecknas

$$\Delta W = W_i - (W_r + W_T) \quad (112)$$

Den totala energin för initialvågen (F_i) under tidsrymden $t_1 - t_2$ kan tecknas

$$W_i = \int_{t_1}^{t_2} F_i \dot{x} dt \quad (113)$$

Insättning av $\dot{x} = \frac{F_i}{Z}$ ger

$$W_i = \frac{1}{Z} \int_{t_1}^{t_2} F_i^2 dt \quad (114)$$

Energiförlusten i skarven kan efter insättning av Ekv. 114 i Ekv. 112 och förenkling skrivas

$$\Delta W = \frac{1}{Z} \int_{t_1}^{t_2} (F_i^2 - F_r^2 - F_T^2) dt \quad (115 a)$$

Insättning av jämviktsvillkoret $F_r = F_T - F_i$ ger då efter förenkling

$$\Delta W = \frac{2}{Z} \int_{t_1}^{t_2} F_T (F_i - F_T) dt \quad (115 b)$$

Energiförlusten ΔW åstadkommer en uppvärmning av påle och jord vid skarvsnittet. Vid långvarig slagning har det visat sig att mycket höga temperaturer kan uppkomma, särskilt vid användande av vibrohejare och snabbslående hydraulaggregat.

Ett skarvglapp kommer att förändra formen på en infallande stötvåg. Förloppet illustreras i FIG. 21. Innan initialvågen anländer till glappet har glappet bredden Δx , FIG. 21 a. Då vågen når det övre ändsnittet börjar detta röra sig nedåt samtidigt som en dragreflex (F_r) som har samma momentana belopp som initialvågen (F_i) reflekteras uppåt från snittet, se FIG. 21 b. Då snitten kommer i kontakt upphör momentant dragreflexen uppåt och den infallande vågen (F_i) börjar transmitteras oförändrad över skarvsnittet, se FIG. 21 c.

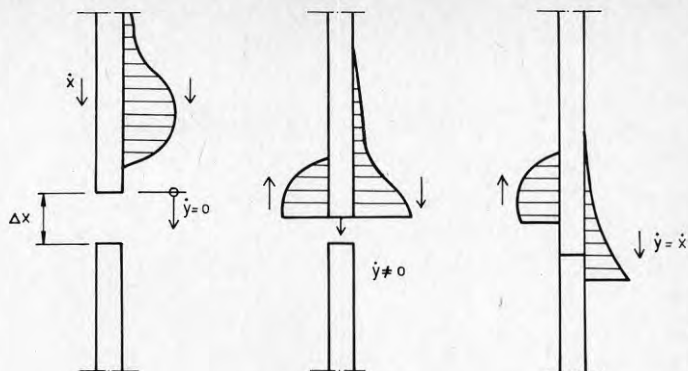


FIG. 21. a) Före kontakt, Före reflexion b) Före kontakt reflexion c) Efter kontakt reflexion

Som framgår av figuren och beskrivningen medför alltså glappet dels att en dragreflex, dels att två branta vågfronter uppkommer. Vidare kan, som framgår av figuren, den transmitterade vågens maximala amplitud bli mindre än den infallande, vilket medför försämrade penetrationsförmåga genom kraften vid påspetsen blir mindre. Överstiger spaltbredden Δx en viss storlek överföres ingen kraft alls över spalten.

Hastigheten för skarvens övre ändsnitt (\dot{y}) kan beräknas genom addition av partikelhastigheterna \dot{x} för initiell och reflekterad våg i påldelen över skarvsnittet. Villkoret att snittet skall vara spänningsfritt före kontakt, dvs $F_i = F_r$ ger

$$\dot{y} = 2\dot{x} \quad (116)$$

som, enligt tidigare angivna samband mellan partikelhastighet och kraft, kan skrivas

$$\dot{y} = \frac{2F_i}{Z} \quad (117)$$

Integration ger snittets rörelse för tidsrymden $t_1 - t_2$ under förutsättning att kontakt ej inträffar

$$y_k = \frac{2}{Z} \int_{t_1}^{t_2} F_i dt \quad (118)$$

För specialfallet en rektangulär initialvåg F_0 med varaktighet t_0 erhålles då villkoret för uppkomst av kontakt i en skarv med glappet Δx ;

$$\Delta x \leq 2 \frac{F_0 t_0}{Z} \quad (119)$$

2.4 Reflexion vid spets

2.4.1 Spetsfjädermodell

Då initialvågen når pålspetsen sker, som nämnts ovan, en reflexion. För ytterlighetsfallet fri spets får den reflekterade vågen (F_r) samma form som initialvågen (F_i) men kraften ändrar tecken så att $F_r = -F_i$.

Om pålspetsen står på ett oeftergivligt underlag erhålles istället $F_r = F_i$. Vid spetsen gäller som tidigare nämnts jämviktsekvationen

$$F_s = F_i + F_r \quad (120)$$

vilket medför att kraften mellan en pålspets och ett oeftergivligt underlag får storleken $2 F_i$.

Den enklaste modellen av ett pålspetsunderlag som beskriver förhållandena mellan ytterlighetsfallen fritt respektive fasthållet spetsnitt utgörs av en linjärelastisk fjäder. Motsvarande fjäderkonstant betecknas här med k och anger den kraft som ger underlaget vid pålspetsens rörelsen en längdenhet. Konstanten k har därför dimensionen kraft/längd. Förutsättningarna för giltigheten av en sådan modell samt storleken av spetsfjäderkonstanten k studeras närmare i ett senare avsnitt.

Insättning av samband mellan rörelse, hastighet och kraft i jämviktsvillkoret Ekv. 120 ger

$$k y = Z \ddot{x} - Z (\dot{x} - \dot{y}) \quad (121)$$

som med beaktande av att $F_i = Z \dot{x}$ kan förenklas till

$$\boxed{\dot{y} - \frac{k}{Z} y = \frac{2 F_i}{Z}} \quad (122 a)$$

Här betecknar

- y = spetsnittets rörelse
- \dot{y} = spetsnittets hastighet
- \dot{x} = partikelhastighet
- Z = pål impedans
- k = spetsfjäderkonstant

Se även FIG. 22 a.

Den generella lösningen till Ekv. 122 lyder

$$y(t) = e^{-\frac{k}{Z}t} \left(C_1 + \frac{2}{Z} \int_0^t e^{+\frac{k}{Z}\tau} F_i(\tau) d\tau \right) \quad (122 b)$$

där C_1 är en konstant.

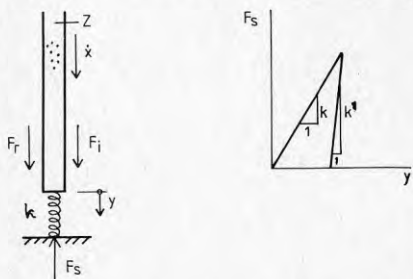


FIG. 22 a. Spetsfjädersmodell.

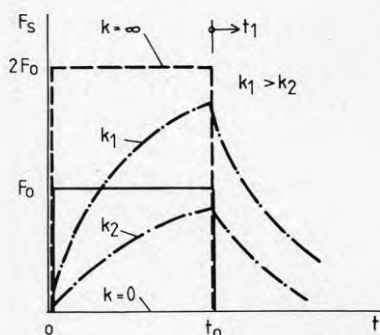


FIG. 22 b. Rektangulär initialvåg och motsvarande spetskraft.

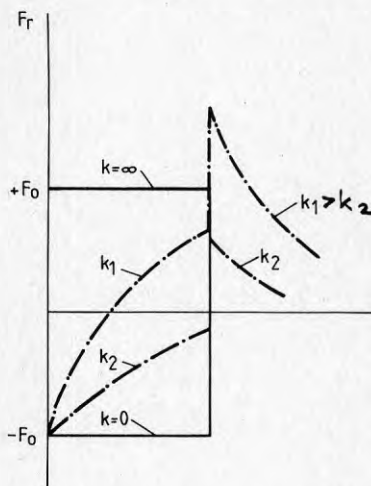


FIG. 22 c. Motsvarande reflexvåg.

2.4.2 Rektangulär initialvåg

I allmänhet är initialvågen F_i en funktion av tiden. För det i FIG. 22 b illustrerade fallet med en rektangulär initialvåg $F_i = F_0$ med varaktigheten t_0 blir lösningen till Ekv. 122 med hänvisning till tidigare uträkningar

$$y = C_1 e^{-\frac{k}{Z}t} + \frac{2F_0}{k} \quad (123)$$

Begynnelsevillkoret $y(0) = 0$ ger

$$C_1 = - \frac{2F_0}{k} \quad (124)$$

som insatt i Ekv. 123 ger

$$y = \frac{2F_0}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{Z} \cdot t} \right) \quad (125)$$

Sambandet $F_s = ky$ ger då

$$F_s = 2F_0 \left(1 - e^{-\frac{k}{Z} \cdot t} \right) \quad (126)$$

Den reflekterande vågen kan enligt Ekv. 120 tecknas

$$F_r = F_s - F_0 \quad (127 \text{ a})$$

som insatt i Ekv. 126 ger

$$F_r = F_0 \left(1 - 2e^{-\frac{k}{Z} \cdot t} \right) \quad (127 \text{ b})$$

Ekv. 127 gäller under den tid initialvågen F_0 påverkar spetsnsnittet. Spetskraften vid tidpunkten t_0 betecknas $F_{s,\max}$, dvs

$$F_{s,\max} = 2F_0 \left(1 - 2e^{-\frac{k}{Z} t_0} \right) \quad (128)$$

Spetskraftens variation med tidsrymden $0 < t < t_0$ visas i FIG. 22 b.

Som framgår av formel 126, 128 och FIG. 22 b gäller $-2F_0 \leq F_s \leq 0$ vilket är i överensstämmelse med vad som redovisats tidigare.

Vid tidpunkten $t = t_0$ då F_s sprängvis minskar till värdet noll ändras spetsnsnittets rörelsetillstånd i den antagna modellen momentant eftersom tröghets-effekter inte medräknats. För denna rörelse gäller med hänvisning till Ekv. 120 jämviktsekv.

$$F_s = F_r \quad (129)$$

eller

$$k' y = Z \ddot{y} \quad (130)$$

där k' kan antas ha ett annat värde än k , se FIG. 22 a. Ekv. 130 kan förenklas till

$$\ddot{y} - \frac{k'}{Z} y = 0 \quad (131)$$

Denna ekv. har lösningen

$$y = C_1 e^{-\frac{k'}{Z} t_1} \quad (132)$$

där t_1 betecknar tidpunkt utgående från t_0 . För $t_1 = 0$ gäller $y = y_{\max}$ som medför att

$$y = y_{\max} e^{-\frac{k'}{Z} \cdot t_1} \quad (133 a)$$

Insättning av sambandet $F_s = ky$ ger slutligen

$$F_s(t_1) = F_s \max e^{-\frac{k'}{Z} \cdot t_1} \quad (133 b)$$

dvs en exponentiellt avtagande vågfunktion, se FIG. 22 b.

I FIG. 22 c har den reflexvåg som motsvarar en rektangulär våg inriktats. Man observerar att en initial dragreflex teoretiskt alltid erhålles, vilket också inses från jämviktsvillkoret $F_r = -F_0$ för $t = 0$. För $t = t_0$ erhålles $F_r = F_s \max$, dvs reflexvågen ökar språngvis till samma belopp som spetskraften då »belastningen» av initialstötvågen F_0 upphör.

2.4.3 Linjärt ökande initialvåg

Som nämnts tidigare förekommer en vertikal vågfront aldrig i verkligheten. Som en illustration till inverkan av en vågfronts lutning studeras därför nu hur spetskraften för en spetsfjädermodell av ovan angiven typ varierar med en vid en initialvåg med linjärt ökande intensitet dvs

$$F_i = q \cdot t \quad (134)$$

där q är en konstant som har dimensionen kraft/tid, se FIG. 23 a.

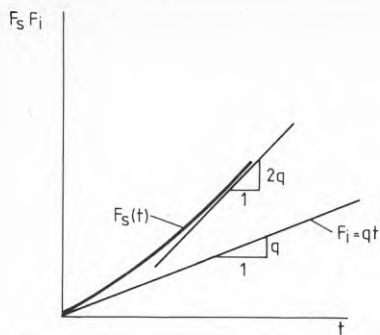


FIG. 23 a. Linjärt ökande initialvåg, motsvarande spetskraft

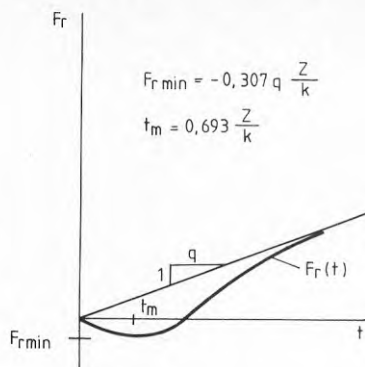


FIG. 23 b. Motsvarande reflexvåg

Insättning av Ekv. 134 i Ekv. 122 ger

$$\dot{y} + \frac{k}{Z} y = \frac{2qt}{Z} \quad (135)$$

Homogen lösning är $y_H = C_1 e^{-\frac{k}{Z} \cdot t}$. Den partikulära lösningen erhålles ur ansatsen

$$y = a_1 t - a_2 \quad (136 a)$$

$$\Rightarrow \dot{y} = a_1 \quad (137 b)$$

$$\Rightarrow a_1 + \frac{k}{Z} (a_1 t + a_2) = \frac{2qt}{Z} \quad (138 c)$$

Identifiering ger

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{k}{Z} a_1 = \frac{2q}{Z} \\ a_1 + \frac{k}{Z} \cdot a_2 = 0 \end{array} \right. \quad (139 d)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{k}{Z} a_1 = \frac{2q}{Z} \\ a_1 + \frac{k}{Z} \cdot a_2 = 0 \end{array} \right. \quad (139 e)$$

som ger $a_1 = \frac{2q}{k}$ och $a_2 = -\frac{2q}{k^2} Z$ vilket ger partikulärlösningen

$$y_p = \frac{2qt}{k} - \frac{2qZ}{k^2} \quad (140)$$

Detta ger

$$y = y_H + y_p = C_1 e^{-\frac{k}{Z} \cdot t} + \frac{2qt}{k} - \frac{2qZ}{k^2} \quad (141)$$

Begynnelsevillkoret $y(0) = 0$ ger då $C_1 = \frac{2qZ}{k^2}$ som insatt i Ekv. 125 med beaktande av att $F_s = ky$ och efter förenkling ger

$$F_s = \frac{2qZ}{k} \left(e^{-\frac{k}{Z} \cdot t} - 1 \right) + 2qt \quad (142)$$

Den reflekterade vågen F_r kan beräknas enligt uttrycket $F_r = F_s - F_i$ som efter insättning av Ekv. 134 och 142 samt förenkling ger

$$F_r = \frac{2qZ}{k} \left(e^{-\frac{k}{Z} \cdot t} - 1 \right) + qt \quad (143)$$

Som framgår av Ekv. 143 existerar ett extremvärde för den reflekterade vågen för en tidpunkt > 0 .

Derivering av Ekv. 142 ger

$$\frac{dF_s}{dt} = -2qe^{-\frac{k}{Z} \cdot t} + q \quad (144)$$

$$\frac{dF_s}{dt} = 0 \text{ ger } e^{-\frac{k}{Z} \cdot t} = \frac{1}{2}$$

eller

$$-\frac{k}{Z} \cdot t = \ln \frac{1}{2} \quad (145 a)$$

$$\Rightarrow t_{\min} = \frac{Z}{k} \ln 2 \approx 0,693 \cdot \frac{Z}{k} \quad (145 b)$$

Insättning av Ekv. 145 b i Ekv. 143 ger efter förenkling

$$F_{r,\min} = \frac{qZ}{k} (1 - \ln 2) \approx -0,307 \frac{qZ}{k} \quad (146)$$

Motsvarande reflexvåg har utritats i FIG. 23 b. I likhet med fallet rektangulär initialvåg erhålles som framgår av figuren även här en dragreflex vars intensitet kan beräknas enligt Ekv. 146, under förutsättning att den förutsatta initialvågapproximationen är giltig för den tidsrymd Ekv. 145 b anger.

2.4.4 Sinusformad initialvåg

För det fall initialstötvågen approximeras med en sinusfunktion

$$F_i = F_0 \sin \sigma t \quad (147)$$

kan motsvarande spetskraft och reflexintensitet beräknas på i princip samma sätt

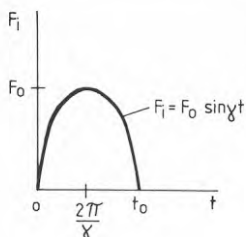


FIG. 24 a. Sinusformad initialvåg.

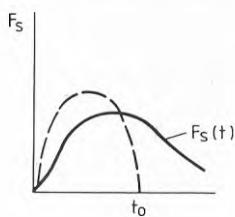


FIG. 24 b. Motsvarande spetskraft.

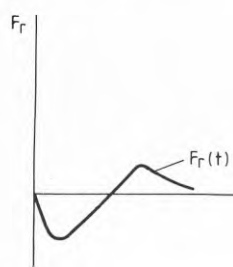


FIG. 24 c. Motsvarande reflexvåg.

som visats ovan. Insättning av Ekv. 147 i Ekv. 122 ger

$$\dot{y} + \frac{k}{Z} y = \frac{2}{Z} F_0 \sin \gamma t \quad (148)$$

Partikulär lösning erhålles genom ansatsen

$$y_p = a_1 \sin \gamma t + a_2 \cos \gamma t \quad (149)$$

som efter derivering, identifiering, insättning och förenkling tillsammans med den homogena lösningen ger

$$y = C_1 e^{-\beta t} + \frac{2 F_0}{Z \left(\gamma + \frac{\beta^2}{\gamma} \right)} \left(\frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma t - \cos \gamma t \right) \quad (150)$$

där $\beta = \frac{k}{Z}$.

Begynnelsevillkoret $y(0) = 0$ ger efter insättning och förenkling

$$F_s = 2 F_0 \cdot \frac{\alpha}{\alpha^2 + 1} \left(e^{-\beta t} + \alpha \sin \gamma t - \cos \gamma t \right) \quad (151)$$

där $\alpha = \frac{\beta}{\gamma}$ och $\beta = \frac{k}{Z}$.

För reflexvågen erhålles uttrycket

$$F_r = F_s - F_0 \sin \gamma t \quad (152)$$

Initial-, spets- och reflexvåg illustreras i FIG. 24 a – c. Även i detta fall uppkommer en dragvågreflex vars storlek och varaktighet kan beräknas ur Ekv. 152.

2.4.5 Varierande initialvåg

Den visade tekniken för beräkning av spets- och reflexkraft kan givetvis tillämpas även för andra initialvågformer, exempelvis triangulära och exponentiella vågapproximationer. För mer oregelbundet varierande initialvågor, FIG. 25, kan Ekv. 122 lösas numeriskt genom att hastigheten \dot{y} approximeras med differenskvoten

$$\dot{y}_{n-1} \approx \frac{y_{n+1} - y_n}{\Delta t} ; n = 1, 2, \dots \quad (153)$$

Insättning i Ekv. 122 ger rekursionsformeln

$$\frac{y_{n+1} - y_n}{\Delta t} + \frac{k}{Z} y_n = \frac{2 F_{i,n}}{Z} \quad (154)$$

som kan förenklas till

$$y_{n+1} = \frac{1}{1 + \frac{k \Delta t}{Z}} \left(y_n - \frac{2 F_{i,n+1} \Delta t}{Z} \right) \quad (155 a)$$

som är den implicita differensekvation som motsvarar Ekv. 122. Den implicita formen är att föredra framför den explicita, som tecknas

$$y_{n+1} \left(1 + \frac{k \Delta t}{Z} \right) y_n + \frac{2 F_{i,n} \Delta t}{Z} \quad (155 b)$$

Motsvarande spetskraftintensitet beräknas sedan ur uttrycket

$$F_{s,n+1} = k y_{n+1} \quad (156)$$

Reflexvägintensiteten erhålles ur sambandet

$$F_{r,n+1} = F_{s,n+1} - F_{i,n+1} \quad (157)$$

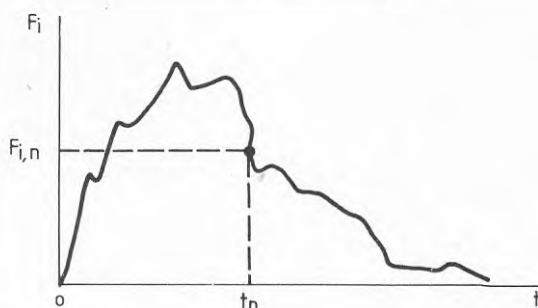


FIG. 25. Oregelbundet varierande initialvåg.

Den implicita formen för differensekvation, Ekv. 155 a, är stabil om tidssteget Δt uppfyller villkoret

$$\Delta t \geq 0 \quad (158)$$

medan den explicita formen kräver

$$0 \leq \Delta t \leq \frac{2Z}{k} \quad (159)$$

för stabilitet.

Ett valt tidssteg är godtagbart då en måttlig ökning eller minskning av detsamma inte resulterar i någon signifikant skillnad i beräknad spetskraftvariation. Värdet på tidssteget Δt beräms därför säkrast från fall till fall med hjälp av jämförande beräkningar.

2.4.6 Inverkan av visköst spetsmotstånd

Som nämnts ovan är den antagna enkla fjädermodellen av pålspetsen en approximation. I likhet med andra material är jords och bergs deformationsegenskaper beroende på töjningshastigheten vilken i det aktuella fallet indirekt kan uttryckas i vågfrontens branthet. Eftersom vi arbetar med vågor som i många fall har mycket kort stigtid, är det berättigat att ställa frågan i vilken omfattning närvaron av en hastighetsberoende motståndskomponent har på det dynamiska kraftspelet vid en pålspets.

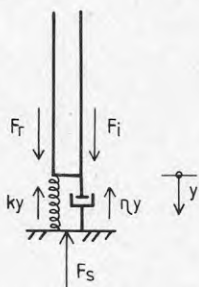


FIG. 26 a. Visköst spetsmotstånd.

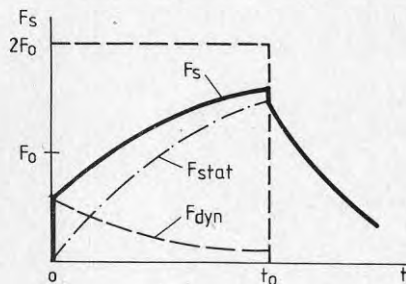


FIG. 26 b. Rektangulär initialvåg.

Närvaron av en viskös motståndsfaktor som resulterar i spetsmotståndskomponenten $\eta \dot{y}$ visas schematiskt i FIG. 26 där spetsfjädern kompletterats med en »stötdämpare». Samtidigt med kraften $\eta \dot{y}$ verkar då fjäderkraften $k y$. Jämviktsekvationen för spetsen lyder följaktligen

$$k y - \eta \dot{y} = Z \ddot{x} + Z (\ddot{x} - \ddot{y}) \quad (160)$$

som kan förenklas till

$$\ddot{y} - \frac{k}{Z + \eta} \cdot y = \frac{2 F_i}{Z + \eta} \quad (161)$$

En jämförelse med Ekv. 122 visar att Ekv. 122 och 161 blir identiska om faktorn $Z + \eta$ i Ekv. 161 ersätts med faktorn Z . Den enkla fjädermodellen kan därför under spetsreflexionens första fas användas även till att representera en pålspets där visköst motstånd existerar under förutsättning att pålimpedansen Z enligt Ekv. 122 ökas med beloppet η .

Inverkan av $\eta \neq 0$ visas schematiskt i FIG. 26, där en rektangulär initialvåg med intensiteten F_0 och varaktigheten t_0 valts som exempel. Då gäller enligt tidigare beräkningar

$$y = \frac{2 F_0}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{Z+\eta} t} \right) \quad (162)$$

som ger

$$\dot{y} = \frac{2 F_0}{Z+\eta} e^{-\frac{k}{Z+\eta} t} \quad (163)$$

Den viskösa spetsmotståndskomponenten blir då

$$F_{s,\eta} = 2 F_0 \frac{\eta}{Z+\eta} e^{-\frac{k}{Z+\eta} \cdot t} \quad (164)$$

och den elastiska

$$F_{s,k} = 2 F_0 \left(1 - e^{-\frac{k}{Z+\eta} \cdot t} \right) \quad (165)$$

vilket ger den totala spetskraften vid slagningen $F_s = F_{s,\eta} - F_{s,k}$

$$F_s = 2 F_0 \cdot \left(1 - \frac{Z}{Z+\eta} e^{-\frac{k}{Z+\eta} \cdot t} \right) \quad (166)$$

Vid en efterföljande statisk pålastning antages $\eta = 0$. Förhållandet mellan slagspetskraft och statisk spetskraft kan då tecknas

$$K = \frac{k y + \eta \dot{y}}{k y} = 1 + \frac{\eta \dot{y}}{k y} \quad (167)$$

Av Ekv. 167 framgår att närvaron av ett visköst motstånd kan leda till en övervärdering av en påles statiska spetsbärförmåga om slagspetskraften används som bärighetskriterium.

2.4.7 Övriga faktorer som inverkar på spetsförhållanden

Vid de stora accelerationer som är aktuella vid en stötvägsbelastad pålspets inverkar även den kring pålspetsen omgivande jordens massa som en spetsmotståndskomponent som endast existerar under slagningen och ej under efterföljande statisk pålastning.

De ovan angivna parametrarna, den statiska fjäderkonstanten k respektive den dynamiska motståndskoefficienten η , är i verkligheten, beroende på icke-linjära materialegenskaper och geometriskt betingade olinjäriteter, (vågutbredning i jorden) ej konstanta utan varierar med deformations- och spänningsnivå. De gjorda förenklingarna klarlägger dock viktiga delar av det principiella kraftspelet vid pålspetsen under slagningen och ger dessutom med lämpligt val av faktorn k i många fall resultat som är tillräckligt noggranna för direkt praktiskt bruk.

2.5 Samband mellan permanent nedträngning och spetskraft

2.5.1 Energisamband

En faktor som är lätt att mäta vid påslagning är pålens permanenta sjunkning för ett antal slag, se Lowery m fl (1968, 1969), Forehand och Reese (1969), Broms och Hellman (1970). Man har därför strävat efter att uppställa samband mellan kvarstående nedträngning (s) och spetsbrottlast (F_B). Antages pålen stel och jorden kring pålen idealplastisk, se FIG 27 a, erhålles därvid, om en fallhejare med tyngden Q får falla sträckan h , energisambandet

$$s F_B = Q h \quad (168)$$

som ger

$$F_B = \frac{Q h}{s} \quad (169)$$

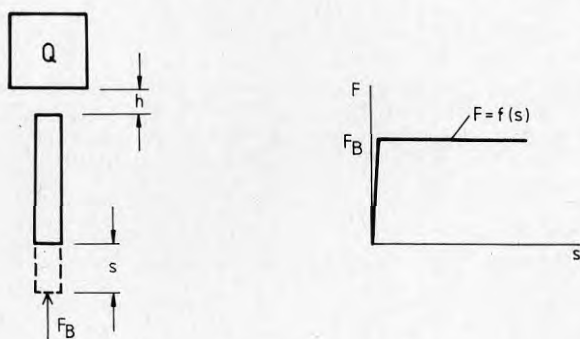


FIG. 27 a. Energisamband, fallhejare.

I verkligheten kan självfallet inte all energi från ett slag tillgodogöras för permanent nedträngning. Exempelvis åtgår energi för elastiska deformationer, väggenerering i omgivande jord, etc. Direkt tillämpning av Ekv. 169 ger därför principiellt en överskattning av pålens statiska spetsbrottlast. För praktisk användning brukar därför formel 169 föras med olika slag av reduktionsfaktorer vilket resulterar i ett stort antal pålformler, som var och en har sina för- respektive nackdelar.

Ytterligare en felkälla i detta betraktelsesätt ligger i antagandet att jorden uppför sig idealplastiskt. En bättre anpassning till verkliga förhållanden erhålles om istället ett elastoplastiskt kraft-rörelsesamband antages, se FIG. 27 b. Spetsens rörelse antages här linjärelastisk till dess flytlasten F_B uppnås.

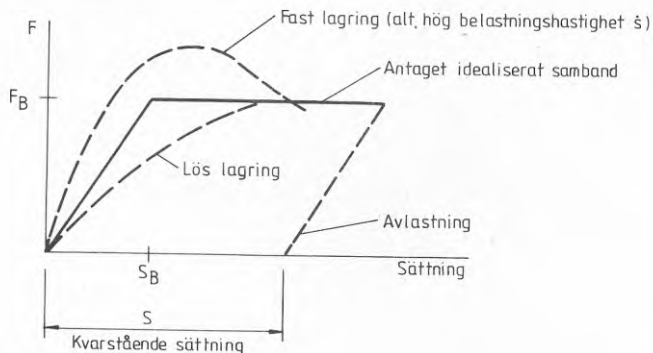


FIG. 27 b. Elasto-plastisk jordmodell.

Det verkliga last-deformationssambandet beror i hög grad på jordens lagringstäthet som indikeras i FIG. 27 b. Den antagna modellen kan anses representera ett mellantag mellan de deformationsegenskaper som sammanhänger med fast respektive lös lagring för jorden vid pålspetsen. Det antas vidare att F_B verkar mot pålspetsen. Med hänvisning till FIG. 27 b gäller

$$F = k s ; 0 < s < s_B \quad (170 a)$$

$$F = F_B ; s \geq s_B \quad (170 b)$$

Då en initialvåg F_i anländer till pålspetsen kommer spetskraften F_s att öka successivt varvid jorden vid spetsen fjädrar ned elastiskt enligt FIG. 27 b. Om F_i är tillräckligt stor och varaktig uppnås spetsflytlasten F_B och en plastisk spetsnedträngning initieras. Den plastiska rörelsen upphör då F_s sjunkit till F_B , och en elastisk återfjädring vidtar. Återfjädringsdelen är vanligen av mindre intresse. Det sökta sambandet avser istället hur den permanenta nedträngningen (s) sammanhänger med spetsflytlasten (F_B).

För den plastiska nedträngningsfasen kan man uppställa energivillkoret

$$F_B s = W_i - W_r \quad (171)$$

som anger att skillnaden i den energi (W_i) som anländer till pålspetsen och den

som reflekteras därifrån (W_r) motsvarar nedträngningsarbetet ($F_B s$). Om tiden då plastisk nedträngning pågår betecknas T gäller enligt Ekv. 114

$$W_i = \frac{1}{Z} \int_0^T F_i^2 dt \quad (172)$$

och

$$W_r = \frac{1}{Z} \int_0^T F_r^2 dt \quad (173)$$

Insättning av Ekv. 172 och 173 i Ekv. 171 ger efter förenkling

$$F_B s = \frac{1}{Z} \int_0^T (F_i^2 - F_r^2) dt \quad (174)$$

Under den plastiska nedträngningsfasen gäller vidare jämviktsekvationen

$$F_B = F_i + F_r \quad (175 a)$$

som ger

$$F_r = F_B - F_i \quad (175 b)$$

Uttrycket under integraltecknet i Ekv. 174 kan därför skrivas

$$F_i^2 - (F_B - F_i)^2 = F_B (2 F_i - F_B) \quad (176)$$

som insatt i Ekv. 174 efter förenkling då F_B antages ha ett konstant värde, skilt från noll, ger

$$s = \frac{1}{Z} \int_0^T (2 F_i - F_B) dt \quad (177)$$

Med substitutionen

$$Y = \int_0^T (2 F_i - F_B) dt \quad (178)$$

erhållles

$$s = \frac{Y}{Z}$$

(179)

Innebörden av Ekv. 178 illustreras i FIG. 28. Mot ett visst värde på spetsflytlast F_B svarar en viss permanent nedträngning s enligt den högra delfiguren. Om motsvarande samband $F_B(s)$ approximeras med en linjär funktion erhållles

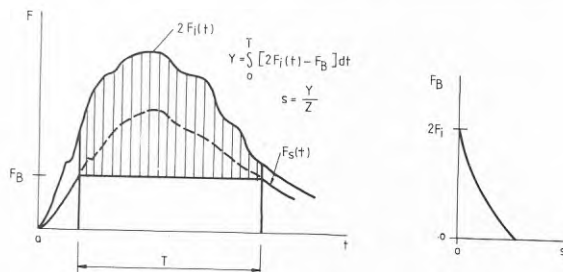


FIG. 28. Samband mellan spetskraft och permanent nedträngning.

med hänvisning till FIG. 28

$$F_B \approx 2 F_{i,max} - k_s \cdot s \quad (180)$$

där k_s = en konstant som beror bl a av initialvågens form.

2.5.2 Exempel, rektangulär initialvåg

Som ett exempel genomföres en beräkning av samband mellan spetslast och permanent sjunkning vid rektangulär våg med intensiteten F_0 och varaktigheten t_0 , se FIG. 29. Elastisk ned- och återfjädring antages lika.

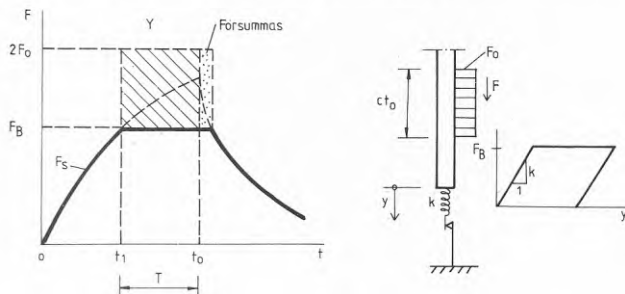


FIG. 29. Samband mellan spetskraft och permanent nedträngning vid rektangulär initialvåg.

Om nedträngningen under avlastningsfasen försummas erhålles enligt FIG. 29

$$T = t_0 - t_1 \quad (181)$$

där t_1 kan beräknas enligt formel 126 som lyder

$$F_s = 2 F_0 \left(1 - e^{-\frac{k}{Z} t} \right) \quad ((126))$$

Med substitutionen

$$\alpha = 1 - \frac{F_B}{2 F_0} \quad ; \quad F_B \leq 2 F_0 \quad (182)$$

erhålles då efter förenkling

$$t_1 = - \frac{Z}{k} \ln \alpha \quad (183)$$

som insatt i Ekv. 181 ger

$$T = t_0 + \frac{Z}{k} \ln \alpha \quad (184)$$

Ekv. 177 ger

$$s = \frac{1}{Z} \int_0^T (2 F_0 - F_B) dt = (2 F_0 - F_B) \frac{T}{Z}$$

eller med användande av Ekv. 182

$$s = \frac{2 F_0 T}{Z} \quad (185)$$

Insättning av Ekv. 184 ger

$$s = \frac{2 F_0 \alpha}{Z} \left(t_0 + \frac{Z}{k} \ln \alpha \right) \quad (186)$$

som förenklas till

$$s = 2 F_0 \alpha \left(\frac{t_0}{Z} + \frac{\ln \alpha}{k} \right) \quad (187)$$

Funktionen $\ln \alpha$ visas i FIG. 30 a som en funktion av förhållandet $\frac{F_0}{F_B}$.

Vid stoppslagning varierar ofta kvoten $\frac{F_0}{F_B}$ enligt utförda mätningar mellan ca 1.0 à 1.3. Fjäderkonstanten k beror F_B bl a av pålens diameter (Barkan, 1962), men är för hård morän och berg av storleksordningen 10^6 à 10^7 kN/m. Varaktighetstiden t_0 för en initialvåg är ofta ca $1 \cdot 10^{-3}$ s medan impedansen Z för många typer av slanka stålpålar är ca 40 kNs/m.

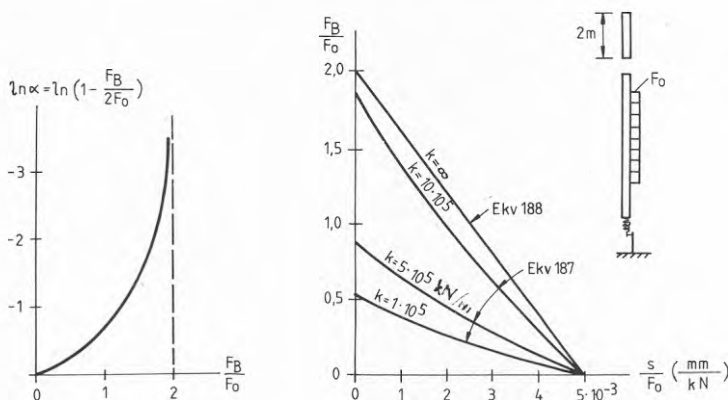


FIG. 30 a. $\ln \alpha = f \left(\frac{F_B}{F_0} \right)$.

FIG. 30 b. ϕ 100 mm stålpåle på berg.

I Ekv. 187 kan i vissa fall faktorn $\frac{\ln \alpha}{k}$ ibland försummas varvid efter förenkling erhålles

$$F_B \approx 2 F_0 - \frac{Z}{t_0} s \quad (188)$$

som uttrycker ett linjärt samband mellan F_B och s , jfr Ekv. 180.

I FIG. 30 b visas som exempel på tillämpning av stoppslagning med antagen fyrkansvåg samband mellan sjunkning och spetsbrottlast för en ϕ 100 mm homogen stålpåle på berg eller hård morän, Bredenberg, Broms (1979). Hejaren antages vara 2 m lång och ha samma tvärsnitt som pålen, vilket motsvarar $Z = 320$ kNs/m och $t_0 = 0,8$ ms.

FIG. 30 b illustrerar en av nackdelarna med att arbeta med tillåten sjunkning som stoppkriterium: som framgår av figuren är den uppnådda spetskraften beroende av spetsunderlagets fjädringsegenskaper. Utöver denna felkälla finns också den tidigare nämnda risken för övervärdering av den statiska spetsbärförmågan beroende på de viskösa och inertiella krafter som uppträder vid slagningen. En invändning mot en sådan kritik avseende tillämpning av tillåtna sjunkningsvärden är att egenskaperna för jord vid en pålspets i samband med stoppslagning kan antas variera inom relativt snäva gränser, vilket som framgår av FIG. 30 b medför att sambandet mellan sjunkning och statisk brottlast varierar relativt lite så länge som samma slagförfarande tillämpas.

2.5.3 Olinjärt samband mellan kraft – rörelse för pålspetsen

Som illustrerats i FIG. 28 har vid härledning av samband mellan spetskraft och permanent penetration ovan antagits ett linjärt elastoplastiskt kraft–deformationssamband. Det verkliga kraft–rörelsesambandet för en stötvägsbelastad pålspets kan dock antas ha ett olinjärt förlopp. Som exempel visas i FIG. 31 samband som föreslagits av Cummings (1940).

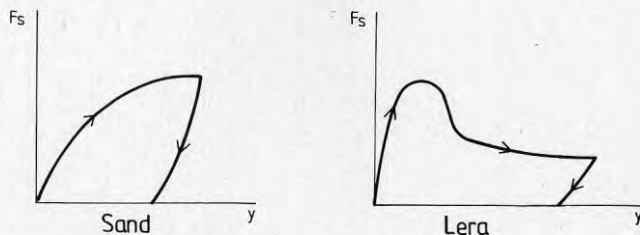


FIG. 31. Schematisk relation mellan spetsrörelse (y) och spetskraft (F_s) under ett slag, efter A.E. Cummings, 1940.

Spetsens kraft–rörelsesamband för ett hejaranslag kan även uttryckas med hjälp av initialvågen F_i och den reflekterade vågen F_r . Ekv. 120 och 121 (sid.42) ger med bibehållande av beteckningar

$$F_r = Z (\dot{x} - \dot{y}) \quad (189)$$

Eftersom $F_i = Z\ddot{x}$ erhålles

$$\dot{y} = \frac{1}{Z} (F_i - F_r) \quad (190)$$

Integration ger för tidsrymden $t_1 - t_2$:

$$y = \frac{1}{Z} \int_{t_1}^{t_2} (F_i - F_r) dt \quad (191)$$

För specialfallet fri spets dvs $F_r = -F_i$ erhålles

$$y = \frac{2}{Z} \int_{t_1}^{t_2} F_i dt$$

vilket är i överensstämmelse med Ekv. 118.

3 MODELLFÖRSÖK

3.1 Försöksutrustning

För att experimentellt undersöka giltigheten av teoretiskt beräknade uttryck för stötkrafters storlek och fördelning samt för att skaffa underlag för val av lämplig utrustning och metodik för fortsatta försök utfördes en serie slagförsök på en modellpåle. Försöksutrustningen visas i FIG. 32.

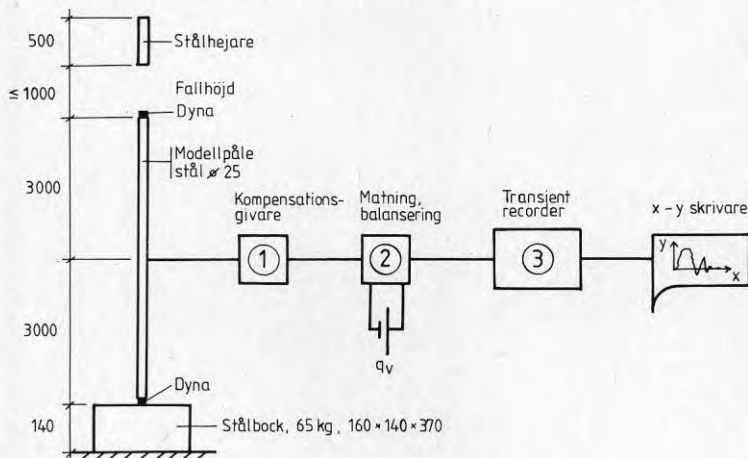


FIG. 32. Försöksutrustning, principschema.

Till en modellpåle av stål SIS 2172 limmades 2 aktiva töjningsgivare. Givarna kopplades i fullbrygga med 2 passiva givare i ①. Balansering samt strömförsörjning av bryggan ombesörjdes av potentiometer och DC-anslutning ②. Den erhållna signalen förstärktes och lagrades i en transient recorder ③. Tiden under vilken registrering skedde kunde varieras och valdes i allmänhet så att en initialvåg och den efterföljande reflexvågen för ett slag med hejaren samplades. Resultatet kunde studeras på en skärm på transient recordern och föras ut till en X-Y-skrivare ④, där uppritning på mm-papper skedde.

Vid försöken användes två olika typer av hejare, se FIG. 33.

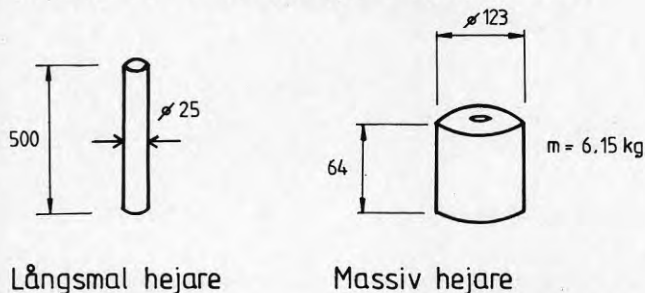


FIG. 33 a. Använda hejartyper, stål.

Vidare användes olika typer av mellanlägg vid modellpålens över- och underkant. Modellpålen stod vertikalt och stöttades i två punkter mot en vägg. Under pålen fanns ett 65 kg stålblock. Den långsmala hejaren löpte i en gejder som utgjordes av ett plexiglasrör med en innerdiameter \varnothing 42 mm. Hejaren centrerades i styr-röret med hjälp av 6 st pålimmade \varnothing 2 mm distanshalvsfärer. Hejaren lyftes med hjälp av en tråd fäst i överytan. Den massiva hejaren styrdes genom en smal stålsticka som fästes i en fördjupning i modellpålens överyta och som löpte genom ett centriskt \varnothing 2 mm hål i hejaren. Vid några försök snittades pålen varefter en massiv stålcyllinder svetsades fast mellan delningssnitten för att inverkan av en punktmassskarv skulle efterliknas. I FIG. 34 redovisas ytterligare uppgifter om försöksutrustningens olika komponenter.

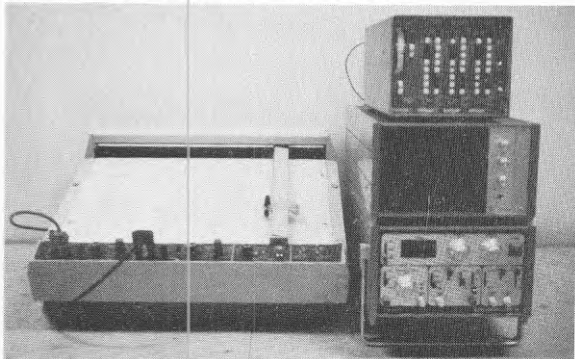
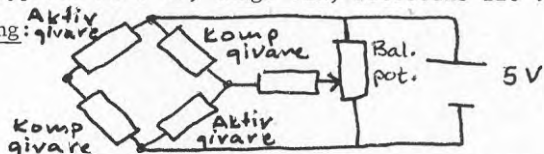


FIG. 33 b. Foto av försöksutrustning.

Töjningsgivare: Shova typ N11-FA-5-11, längd 5mm, resistens 120 .

Balansering och matning:



Transient recorder: Fabrikat Data Lab DL 905, frekvensrespons DC

3MHz, impedans $1M\Omega$

Kabel: Skärmad 2-ledare, längd ca 5m, ledningsresistens ca $0,01\Omega/m$

Modellpåle: \varnothing 25mm

FIG. 34. Mätutrustning.

3.1.1 Mätssystemets noggrannhet

I vilken utsträckning förändras den signal som stötvågen vid givarna i pålen svarar då den passerar kedjan av komponenter i försöksutrustningen för att slutligen ritas upp på x-y-skrivaren? Denna typ av problemställning beaktas sällan vid användande av elektrisk mätteknik på försöksobjekt av aktuell typ. Att utvär-

dera resultat och att dra slutsatser från försök utan kännedom om storleken av mätfelet är dock givetvis vanskligt och principiellt felaktigt. I särskilt hög grad gäller detta vid dynamiska mätningar med resistiva töjningsgivare där mycket små och kortvariga resistansändringar skall detekteras, förstärkas, transporteras och registreras.

3.1.1.1 Töjningsgivare

Den första i kedjan av komponenter är töjningsgivarna. Här skall töjningsvägen i stängeln via en skjuvvåg i limskiktet och bärfolien påverka givartrådarna. Responstiden kan uppskattas till ca $2 \cdot 10^{-7}$ s, vilket knappast påverkar mätresultatet, se FIG. 35 a. Även givarlängden inverkar. Tiden (t_g) för en puls att röra sig över givarlängden (l_g) är

$$t_g = \frac{l_g}{c}$$

där c = longitudinell våghastighet i mätkroppen.

Givaren registrerar medeltöjningen över sin längd l_g . En vertikal vågfront kommer därför att registreras som lutande. För $l_g = 1$ cm erhålles stigtiden topp – botten för en ursprungligen plan vågfront = $0,01/5100 = 2 \cdot 10^{-6}$ s, se FIG. 35 b. Är givarlängden kortare än våglängden blir den registrerade amplituden mindre än den verkliga.

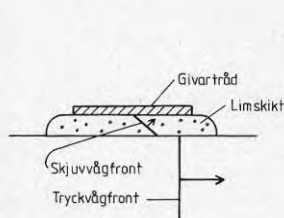


FIG. 35 a. Inverkan av lim- och folieskikt.

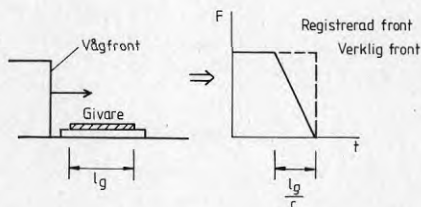


FIG. 35 b. Inverkan av givarlängd.

3.1.1.2 Kabel, bygga och balanseringskrets

För frekvenser upp till ca 10 kHz kan en kabel (< 100 m) efterliknas med RC-länken (lågpasslänk) i FIG. 36. Stigtiden $t_r = t_{10\%} \rightarrow t_{90\%}$ är ca $2,2 \tau$ där tidskonstanten τ beräknas ur uttrycket

$$\tau = RC$$

För den använda kabeln uppmättes $R_k = 0,01 \Omega/m$ och $C = 100 \text{ pF/m}$. I faktorn R för beräkning av tidskonstanten skall även ingå den inre resistansen i källan som levererar U_{in} . Stigtiden kan också beräknas ur lågpasslänkens övre

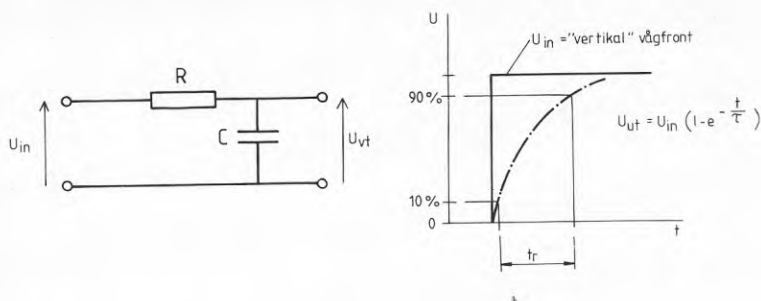


FIG. 36. Kabelekvivalent.

gränshfrekvens f_g (3 dB-punkten)

$$t_r = \frac{0,35}{f_g} \quad \text{där} \quad f_g = \frac{1}{2\pi\tau}$$

3.1.1.3 Transient Recorder (TR)

Stigtiderna från flera kaskadkopplade steg adderas kvadratisk. Tillföres TR en signal med stigtiden t_s avläses därför på TR-skärmen stigtiden t_{avl} som kan beräknas ur uttrycket

$$t_{avl} \approx \sqrt{t_s^2 + t_{TR}^2}$$

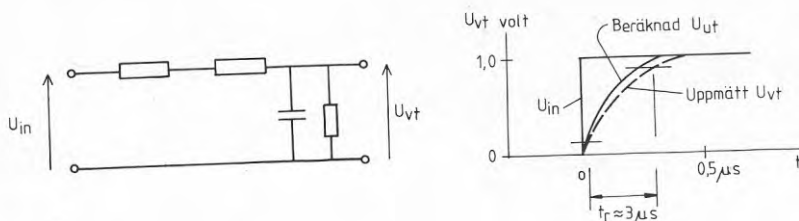


FIG. 37. Kretsekvivalent.

Hela mätkretsen kan efterliknas med schemat i FIG. 37. Motsvarande beräknade signalfördröjning visas i samma figur.

Ett för praktiskt bruk vanligt alternativ till beräkning av en signals distorsion då den passerar en kedja mätkomponenter är att påföra systemet en känd signal i en mät punkt och sedan ta ut den i en observationspunkt och studera hur den förändrats.

Vid givaranslutningarna (FIG. 32) infördes därför en rektangelvåg med hjälp av en analog funktionsgenerator, varefter signalen sedan plottades på x-y-skrivaren. Överensstämmelsen mellan beräknad och uppmätt distortion är som framgår av FIG. 37 god.

Sammanfattningsvis finner man att det använda mätsystemet ökar stigtiden med högst ca 0,01 ms vilket för aktuella stigtider motsvarar ett fel som maximalt är ca 2,5%. Vidare finner man att vågkomponenter med större frekvens än ca 100 kHz inte kan registreras med det aktuella försöksarrangemanget.

4 FÖRSÖKSRESULTAT, UTVÄRDERING

4.1 Initialstöt vågor

I FIG. 38 visas de olika initialstötsituationer som undersökts experimentellt. Vid respektive figur har också skisserats motsvarande teoretiska samband för stötkraftintensitet som härletts i avsnitt 2.2.

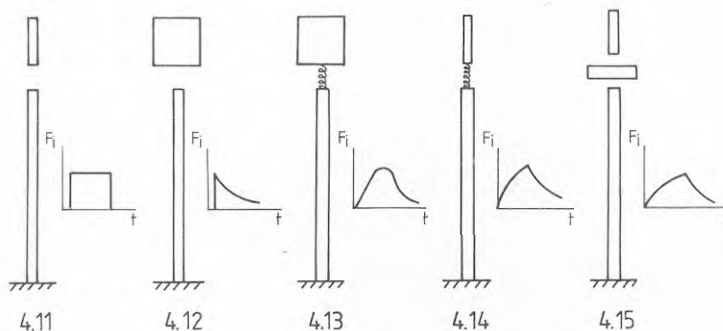


FIG. 38. Undersökta initialstöt vågor.

4.1.1 Lika hejare och påle, ingen dyna

Med förenklade antaganden erhålles här teoretiskt en rektangulär stötvåg vars form ej förändras vid passagen genom pålen. I FIG. 39 visas ett representativt slagförsök med noggrant centrerad hejare och påle. I figuren har också inritats den rektangulära våg som motsvarar den förenklade longitudinella stötvågsteorin. Orsakerna till avvikelserna mellan uppmätta och beräknade värden har behandlats i föregående avsnitt.

Från figuren framgår att svängningarna kring intensiteten $F_i = \frac{v}{2} Z$ till en början har karaktären av en dämpad sinusfunktion. Då något mer än approximativt halva pulstiden förflutit bryts denna regelbundenhet genom överlagring av svängningar med högre frekvens.

För det aktuella försöket gällde följande data

$$\begin{aligned}
 Z_H &= Z_p = \frac{AE}{C} = 2,0 \cdot 10^4 \text{ Ns/m} \\
 L &= 0,5 \text{ m} \\
 h &= 0,55 \text{ m} \\
 \Rightarrow v &= \sqrt{2gh} = 3,3 \text{ m/s} \\
 t_o &= \frac{2L}{c} = 0,20 \text{ ms} \\
 F_i &= \frac{v}{2} \cdot Z = 33 \cdot 10^4 \text{ N (3,3 ton)}
 \end{aligned}$$

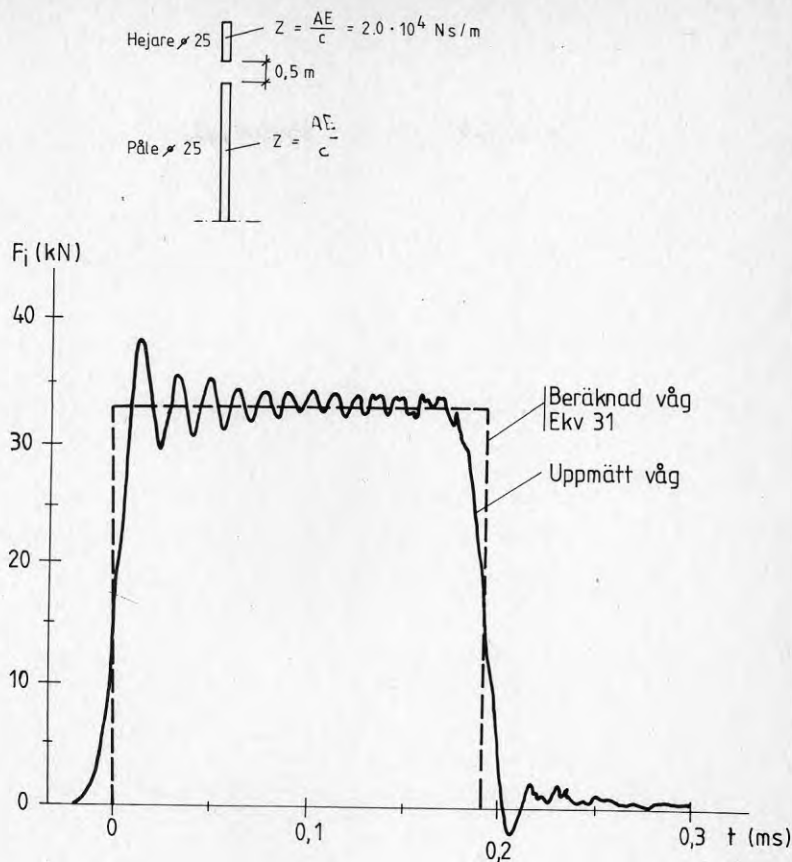


FIG. 39. Lika hejare och påle, $Z_H = Z_p$.

Ur FIG. 39 kan man utläsa följande:

Stigtid (10% \rightarrow 90%)	= 16 μ s
Pulslängd	= 0,19 ms
Falltid	= 16 μ s
Pulshöjd	= $33 \cdot 10^4 \text{ N}$ (3,3 ton)
Översväng	= $0,6 \cdot 10^4 \text{ N}$
Bakkantssväng	= $-0,2 \cdot 10^4 \text{ N}$ (Dragning)

Maximalt uppmätt stötkraftsintensitet var ca $3,9 \cdot 10^4 \text{ N}$ (3,9 ton). Den totala tiden från pulsstart till första maximum är enligt figuren ca 30 μ s. Om ökningen approximativt betraktas som linjär motsvarar detta en ökningsfaktor q enligt Ekv. 134.

$$q \approx \frac{3,9 \cdot 10^4}{30 \cdot 10^{-6}} = 1,3 \cdot 10^9 \text{ N/s}$$

Beräknas istället q för intervallet 10% – 90% erhålles $q \approx 1,6 \cdot 10^9 \text{ N/s}$.

Framkantsvängen medför att den uppmätta maximala stötkraftintensiteten är ca 18% större än den som erhålles med den förenklade teorin. Motsvarande teoretiskt beräknade förhållande vid stöt mellan två långa likadana stänger är på stort avstånd från stötsnittet ca 30%, se FIG. 12. Den stigtid som kan beräknas med hjälp av FIG. 12 för det aktuella försöket är ca $9 \mu\text{s}$, vilket, tillsammans med oundvikliga ojämnheter i anslagsytor och tidigare diskuterade signalförändringar i mätapparaturen, är i överensstämmelse med det visade mätresultatet.

Sammanfattningsvis visar försöken med lika hejare och påle

- 1) Att ca 20% större maximal stötintensitet än den som erhålles enligt uttrycket $F_i = \frac{v}{2} Z$ erhölls (»översväng»)
- 2) Att vågfrontens stigtid var ca $16 \mu\text{s}$ (från noll till max ca $30 \mu\text{s}$)
- 3) Att även en dragspänning erhålles i slutet av initialvågen (bakkantsvängen, ca 7% av F_i enligt ovan)
- 4) Att stötkraftintensitetens medelvärde och stötpulsens längd med god approximation gavs av uttryck härledda ur den förenklade teorin där endast logitudinell vågutbredning beaktas.

4.1.2 Stel hejare, ingen dyna

I FIG. 40 visas resultatet av slagförsök med den »massiva» hejaren utan någon dyna på pålhuvudet. För det visade slaget gällde:

Hejarens massa	$m = 6,91 \text{ kg}$
Fallhöjd	$h = 0,20 \text{ m}$
Anslagshastighet	$v = 1,95 \text{ m/s}$
Z påle	$= 2,0 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$

Enligt formel 48 erhålles en exponentiellt avklingande våg:

$$F_i(t) = v Z e^{-\frac{Z}{m} \cdot t} = 3,9 \cdot 10^4 e^{-3,25 \cdot 10^4 t}$$

I FIG. 40 har inritats dels den uppmätta, dels den beräknade stötvågen. Man finner att den maximala stötkraftintensiteten uppträder med en viss fördröjning och

att maximalvärdet är mindre för den uppmätta vågen än för den som erhålles från Ekv. 48. Ur FIG. 40 erhålles

$$q \approx \frac{1,95 \cdot 10^4}{0,4 \cdot 10^{-3}} = 5 \cdot 10^7 \text{ N/s}$$

$$\text{Stigtid } 10\% - 90\% \approx 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

Det uppmätta maximalvärdet (24,6 kN) är ca 35% mindre än det beräknade (39 kN). Förklaringen till avvikelserna ligger dels i förhållandet att $\frac{Z_H}{Z_P}$, till skillnad från vad som förutsatts vid härledningen av Ekv. 48, har ett ändligt värde ($Z_H/Z_P \approx 25$), dels i ojämnheter i anslagsytorna, vilka i princip kan anses fungera som en styv dyna, jfr Ekv. 66.

Skillnaden mellan beräknad och uppmätt våg (område ΔW i FIG. 40) representerar approximativt den energi som förlorats vid anslaget, eftersom överensstämmelsen mellan uppmätt och beräknad våg för $t > 0,15 \cdot 10^{-3}$ s är mycket god. Man kan uppskatta ΔW med hjälp av numerisk integration genom omformning av Ekv. 172:

$$W_i = \frac{1}{Z} \int_0^T F_i^2 dt$$

Numerisk integration ger

$$\Delta W_i = \frac{1}{Z} \Delta t \sum_{j=1}^n \Delta F_j^2$$

som med $n = 17$ och $\Delta t = 10^{-5}$ s ger

$$\Delta W_i \approx 1,3 \text{ Joule (Nm)}$$

Samtidigt gällde

$$W = mgh = 6,91 \cdot 9,815 \cdot 0,2 = 13,8 \text{ Joule}$$

dvs storleksordningen ca 10% av hejarens kinetiska energi just före anslaget kan antagas övergå i värme under initialskedet av stöten, vilken totalt varade ca 1,2 ms.

Sammanfattningsvis visade slagförsöken med »massiv» hejare

- 1) att uppmätt maximal stötkraftintensitet var ca 25 à 30% mindre än den som beräknas enligt Ekv. 48,

- 2) att kraftökningskoefficienten q enligt Ekv. 134 var av storleksordningen $5 \cdot 10^7$ N/S,
- 3) att en 10% av hejarens rörelseenergi före anslaget övergick i värme under stötens initialskede,
- 4) att Ekv. 48 (massiv hejare, $Z_H = \infty$) ger god överensstämmelse mellan uppmätta och beräknade stötkraftintensiteter för tidpunkter större än den som motsvarar maximalt uppmätt stötkraftintensitet.

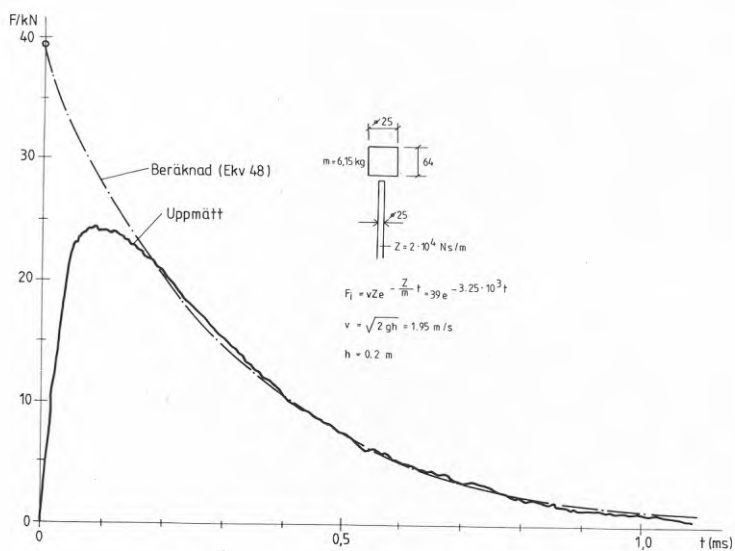


FIG. 40. Initialvåg vid stel hejare utan dyna.

4.1.3 Stel hejare, elastisk dyna

Samma »massiva» hejare (6,15 kg) som vid föregående försök (4.1.2) användes. Som dyna monterades på modellpålhuvudet en eller flera 2 mm tjocka \varnothing 25 mm brickor av hård plast. Plastbrickornas kraft—deformationsegenskaper för »långsamt» påförande av belastning studerades med hjälp av kompressionsförsök varvid den maximala kraften var ca 12 kN.

Som väntat var krympningen (rörelsen vid konstant last) relativt stor varför rörelsen för en viss belastning registrerades omedelbart efter lastens påförande. Resultatet av ett sådant belastningsförsök med 3 brickor visas i FIG. 41. I samma figur har också iritats fjädringsfaktorn k som funktion av kraften F .

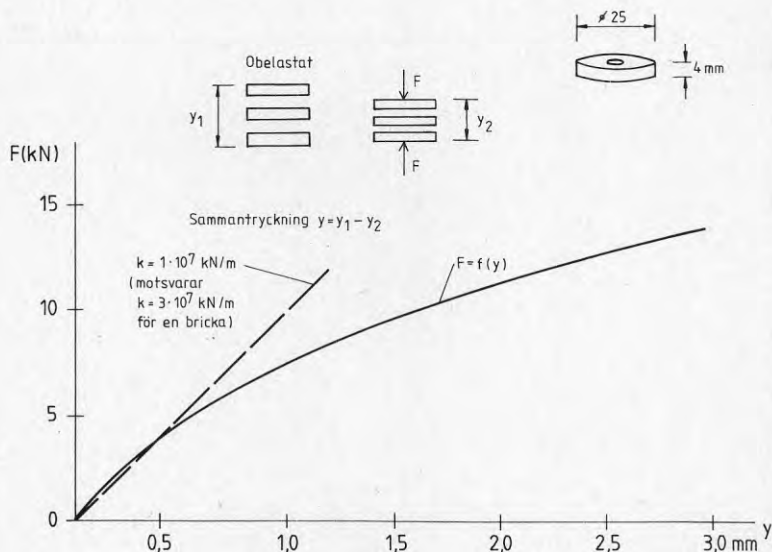


FIG. 41. Belastningsförsök på plastbrickor.

Faktorn k har beräknats som förhållandet mellan kraft och deformation för respektive laststeg. Som framgår av FIG. 41 är kraft—rörelsesambandet markant olinjärt. För en bricka blir k -värdet 3 ggr större än värdet i FIG. 41 som avser 3 brickor. Slagförsöken utfördes med 1, 2 respektive 3 brickor. Om fjädringsfaktorn som en grov approximation antages motsvara den som gäller vid kraften 5 kN, vilket kan anses representera storleksordningen för genomsnittsvärdet av stötkraften för försöken, blir motsvarande värden för k enligt FIG. 41 ca $3 \cdot 10^7$, $2 \cdot 10^7$ respektive $1 \cdot 10^7$ N/m (1, 2 respektive 3 brickor).

Som framgår av Ekv. 63, som gäller för de aktuella försöket 4.1.3, varierar beräknade stötförhållanden (intensitet, stigtid etc) endast måttligt för mindre variationer i k -värde. Vid slagförsöken, där belastningshastigheten överstiger den vid kompressionsförsöken med flera tiopotenser, kan man dock vänta att värdet på k är väsentligt större än vad som redovisas i FIG. 41.

Det kan vidare nämnas att Ekv. 63 härlemts under antagande om linjära fjädrings-egenskaper hos dynan, medan FIG. 41 visar ett olinjärt samband mellan kraft och deformation. Det är emellertid rimligt att antaga att kraft-rörelsesambandet blir alltmer linjärt med ökande belastningshastighet, jfr FIG 41. Sammantaget medför dessa förhållanden att Ekv. 63 kan väntas ge en god bild av stötförloppet med ett värde på k som är högre än de »statiska» värden som redovisas i FIG. 41. Som framgår av den fortsatta redogörelsen för försöken är också detta fallet.

Resultaten av stötförsöken visas i FIG. 42 a, 42 b och 42 c. Fallhöjden var ca 10 cm vilket motsvarar anslagshastigheten ca 1,2 m/s. I FIG. 42 a–c redovisas uppmätta respektive beräknade värden. Värdet på k har bestämts med hjälp av Ekv. 65;

$$t = \frac{1}{\omega} \tan^{-1} \left(\frac{\omega}{\alpha} \right) \quad (65)$$

där t = tid för maximal stötkraftintensitet. Omformning av Ekv. 65 ger

$$f(k) = \tan^{-1} \left(\frac{\omega}{\alpha} \right) - t \omega$$

$$\text{där } \beta^2 = \frac{k}{m}; \quad \alpha = \frac{k}{2Z} \quad \text{och} \quad \omega = \sqrt{\beta^2 - \alpha^2}.$$

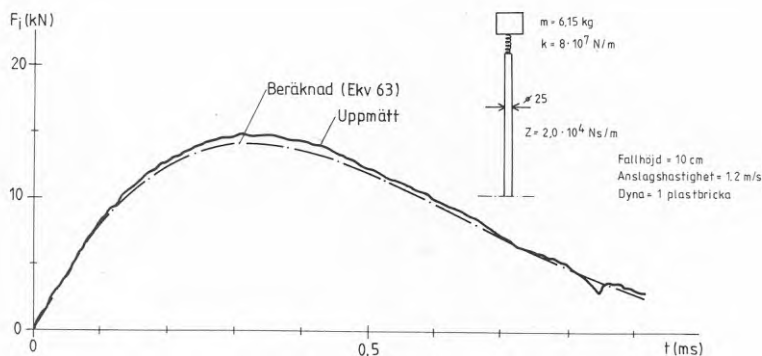


FIG. 42 a. Stel hejare, elastisk dyna = 1 bricka.

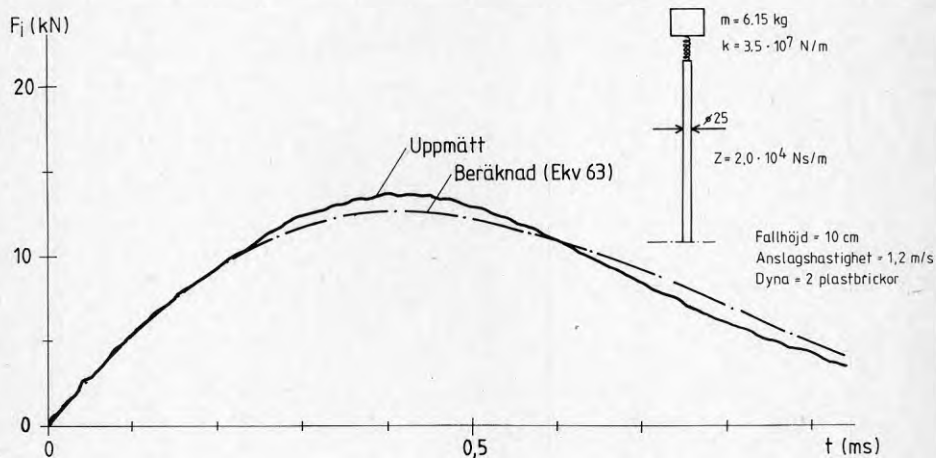


FIG. 42 b. Stel hejare, elastisk dyna = 2 brickor.

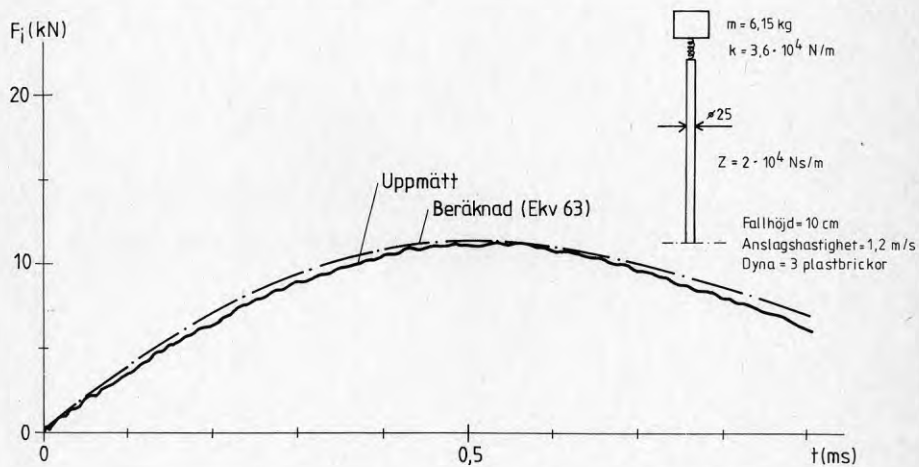


FIG. 43 c. Stel hejare, elastisk dyna = 3 brickor.

$f(k) = 0$ bestämdes med intervallhalveringsmetoden. Erhållna resultat har sammanfattats i tabell:

TAB. 2. Sammanställning av resultat, stel hejare, elastiska dynor.

	k (beräkn)	N/m	F_{\max} (beräkn)	F_{\max} (mätt)	Stigtid (s)	q (N/S)
1 bricka	$8,1 \cdot 10^7$	$(7,5 \cdot 10^7)$	$1,38 \cdot 10^4$	$1,46 \cdot 10^4$	$0,19 \cdot 10^{-3}$	$7,4 \cdot 10^7$
2 brickor	$5,2 \cdot 10^7$	$(6,1 \cdot 10^7)$	$1,35 \cdot 10^4$	$1,26 \cdot 10^4$	$0,30 \cdot 10^{-3}$	$4,4 \cdot 10^7$
3 brickor	$3,8 \cdot 10^7$	$(3,7 \cdot 10^7)$	$1,12 \cdot 10^4$	$1,12 \cdot 10^4$	$0,36 \cdot 10^{-3}$	$3,7 \cdot 10^7$

En alternativ möjlighet att beräkna k är att minimera felfunktionen

$$\left[F(t)_{\text{ma-H}} - F(t) \right]^2 \text{ varvid förutsättes att } F(t) \text{ är en dämpad sinusfunktion}$$

enligt Ekv. 63. En sådan beräkning har utförts för varje försök och resultaten anges inom parentes i tabellen ovan.

$F(t)$ beräknad enligt Ekv. 63 med k enligt tabellen (k bestämd ur $f(k)$ enligt ovan) har ritats in i FIG. 42 a–c. Som framgår är överensstämmelsen mellan beräknade och uppmätta värden mycket god. De små avvikelser som förekommer kan till stor del troligen förklaras av ofrivilliga variationer i anslagshastigheten, som i beräkningarna satts till 1,2 m/s för alla försök. Vidare har Z_H ett ändligt värde, till skillnad mot vad som antagits vid härledningen av Ekv. 63. Ur tabellen FIG. 43 framgår att fjäderkonstanten k i medeltal var 3 gånger så stor vid slagförsöken som vid det statiska lastförsöket, jfr FIG. 41. Skillnaden beror på att belastningshastigheten vid slagförsöken var avsevärt större än vid de »statiska» sammantryckningsförsöken enligt FIG. 41.

Sammanfattningsvis visar de utförda försöken

- 1) att formel 63 med god noggrannhet representerar initialvågformen för en massiv hejare och en elastisk, lätt dyna,
- 2) att värdet på fjäderkonstanten k bäst bestäms experimentellt från fall till fall,
- 3) att stigtid och maximal stötkraftintensitet kan varieras genom val av olika dynor.

4.1.4 Elastisk hejare, elastisk dyna

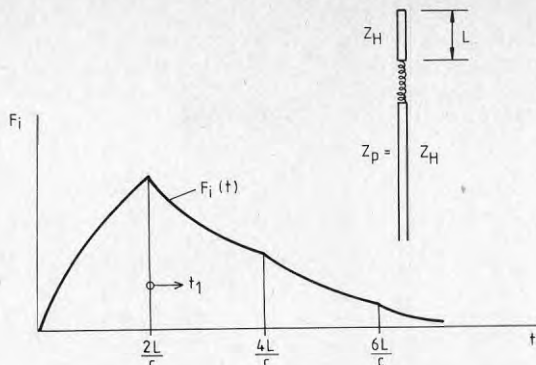


FIG. 43. Elastisk hejare, elastisk dyna.

Initialvägfunktionen för hejare och påle med samma impedans och med en mellanliggande elastisk dyna med liten massa visas schematiskt i FIG. 43. På samma sätt som var fallet vid hejare med annan impedans än pålen utan dyna (se avsnitt 2.2.3.4 och 2.2.3.5) erhålles en diskontinuitet i initialstötvågen vid tidpunkter som är heltalsmultiplar av $2L/c$, vilket indikeras i FIG. 43.

För den första fasen av stöten ($t \leq 2L/c$) motsvarar initialstötfunktionen den som gäller för en elastisk skarv, se avsnitt 2.3.3, dvs

$$F_i = F_0 \left(1 - e^{-\frac{2k}{Z} t} \right) \quad (= \text{ekv. 107})$$

där $F_0 = \frac{v}{2} Z$ (»rektangulär initialstötvåg») eftersom $Z_H = Z_p$.

För tidsintervallet $2L/c < t < 4L/c$ kan $F_i(t)$ beräknas med kvasistatisk metod på det sätt som tidigare redovisats. Partikelhastigheten i hejaren är dock till skillnad från vad som gällde vid avsnitt 2.2.3.4 och $-v$ ej konstant under tidsintervallet utan varierar exponentiellt. Insättning av aktuella begynnelsevillkor ger efter förenkling

$$F_i(t) = F_0 \left[2 \frac{k}{Z} t_1 + 1 - e^{-\frac{kt_0}{Z}} \right] e^{-\frac{k}{Z} t_1}$$

där $t_1 = t - t_0$ (se FIG. 43)

och $t_0 = 2L/c$.

Analysen kan fortsättas för efterföljande tidsintervall $2L/c$. Man finner att antalet termer växer snabbt med ökande antal intervall och att initialstötkraften successivt avtar exponentiellt mot värdet noll. Det kan nämnas att det aktuella

belastningsfallet liknar det som gäller vid den s k sklerometern, där en bergarts hållfasthet undersöks genom att en stålstav får falla longitudinellt mot en bergyta och studshöjden registreras, se Wijk (1979).

I FIG. 44 visas resultat av försök med $\varnothing 25$ mm stålhejare, $L = 0,5$ m, som med 0,5 m fallhöjd slås mot $\varnothing 25$ mm stålpåle. En mellanliggande 4 mm tjock plastbricka utgjorde dyna.

Diskontinuiteterna vid slutet av jämna multiplar av tidsperioden $t_0 = 2L/c$ kan tydligt urskiljas i försöket. I det aktuella fallet var initialvägen av försumbar storlek efter tiden ca $4 t_0$.

I FIG. 44 har beräknade värden enligt Ekv. 107 inritats. Som framgår av figuren ger Ekv. 107 med $k = 8 \cdot 10^7$ N/m en god överensstämmelse med stötförloppets inledande del, medan den maximala stötintensiteten motsvarar endast approximativt hälften så stort värde för k . Skillnaden beror till övervägande del på plastbrickans/dynans ickelinjära deformationsegenskaper, se FIG. 41. Man kan också notera att maximal initialstötskraft är ca 56% av den som skulle erhållits utan dyna och att våglängden ökat.

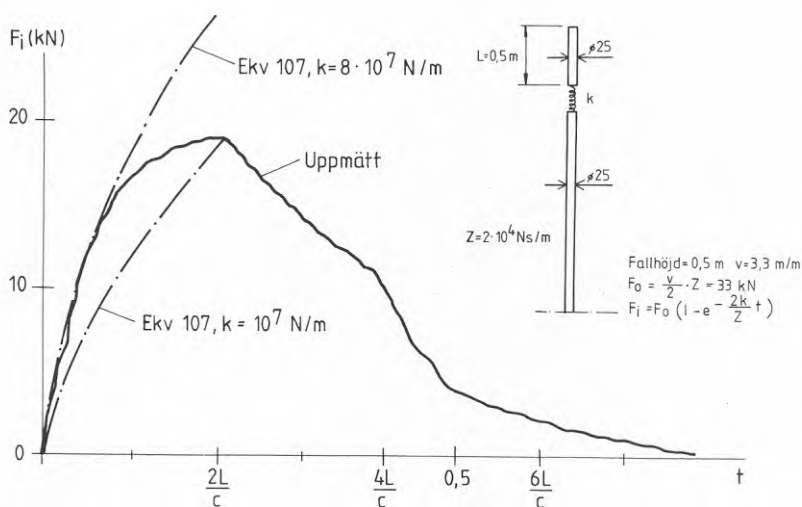


FIG. 44. Elastisk hejare, elastisk dyna.

4.1.5 Elastisk hejare, stel tung dyna

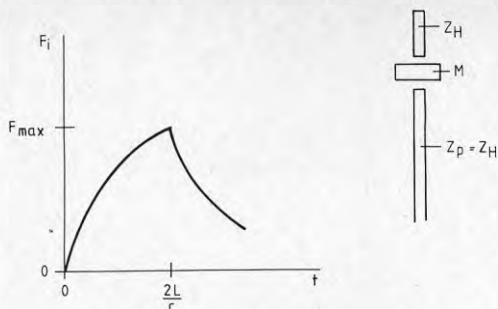


FIG. 45. Initialvåg för elastisk hejare, stel tung dyna.

Fallet i FIG. 45 ovan har behandlats analytiskt i avsnitt 2.2.3.8. För $0 < t < 2L/c$ gäller enligt Ekv. 74

$$F_i = v \frac{Z_H Z_p}{Z_H + Z_p} \left(1 - e^{-\frac{Z_H + Z_p}{M} t} \right) \quad (\text{ekv. 74})$$

som med lika impedans för hejare och påle, dvs $Z_H = Z_p$, ger

$$F_i = \frac{v Z}{2} \left(1 - e^{-\frac{2Z}{M} t} \right)$$

vilket överensstämmer med Ekv. 87, som avser transmitterad stötkraft F_t vid en punktmassskarv på en påle.

I FIG. 46 visas resultat av ett experiment med följande parametrar:

$$v = 2,8 \text{ m/s (0,40 m fallhöjd)}$$

$$Z = 2,10 \text{ Ns/m}$$

$$t_0 = 2L/c = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$F_0 = \frac{v}{2} = \frac{3,1}{2} \cdot 2 \cdot 10^4 = 3,1 \cdot 10^4 \text{ N (3,1 ton)}$$

Försöken utfördes med en dyna vars massa var 1,93 kg. Dynan hade formen av en kvadratisk stålplatta med tjockleken ca 2 cm. Kantmättet var ca 7,4 x 7,4 cm. En dyna med denna utformning har en viss deformerbarhet under stöttiden, varför antagandet om ideellt stel dyna då endast är approximativt giltigt. Den beräknade maximala initialstötkraftintensiteten utgör därför en övre gräns för den maximala stötkraft som uppkommer i verkligheten.

I FIG. 46 har den beräknade initialstötvågen enligt Ekv. 74 inritats. Som framgår av figuren är överensstämmelsen mellan beräkning och uppmätt vågform god. Förekommande avvikelser kan förklaras av ojämnheter i anslagsytor och viss eftergivlighet hos dynan.

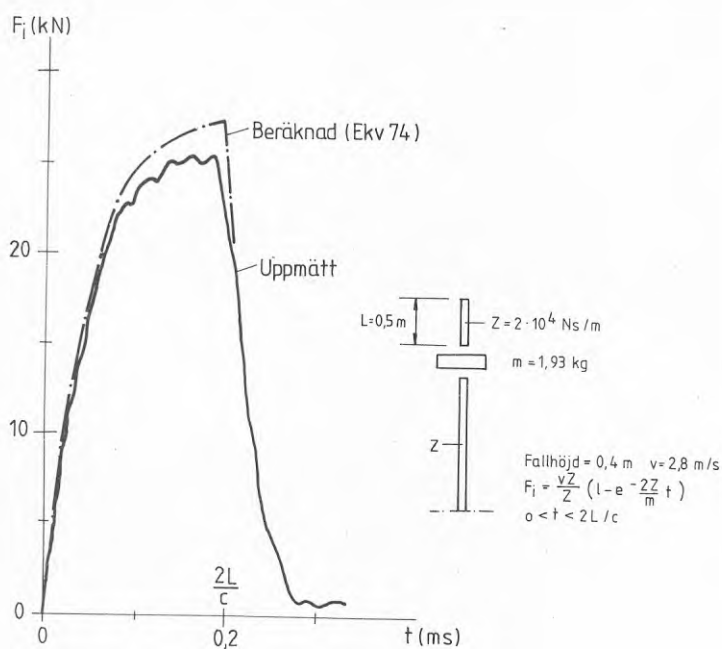


FIG. 46. Tung dyna, massa = 1,96 kg.

4.1.6 Punktmassskarv

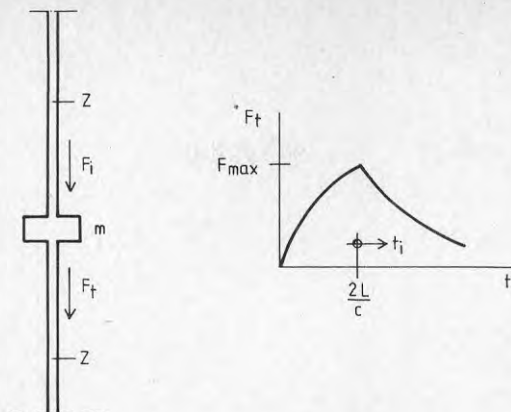


FIG. 47. Punktmassskarv, transmitterad våg.

För en punktmassskarv, sådan som den indikeras i FIG. 47, gäller enligt avsnitt 2.3.2 för den transmitterade stötkraften $F_t(t)$ för fallet lika hejare och påle ($Z_H = Z_p$) för tidsintervallet $0 < t < 2L/c$

$$F_t = F_0 \left(1 - e^{-\frac{2Z}{m} t} \right) \quad (\text{ekv. 87})$$

För avlastningsfasen $t > 2L/c$ gäller approximativt

$$F_t = F_{max} e^{-\frac{2Z}{m} t_1} \quad (\text{ekv. 92})$$

I FIG. 48 visas resultatet av ett försök med en stång $\varnothing 25$ mm med en påsvetsad punktmasa vars tyngd var 496 N (5 kg). Hejaren var av stål $\varnothing 25$ mm, hejarlängd = 0,50 m, fallhöjd 0,40 m. Mätpunkten var här placerad ca 1 m under skarven. Initialstötvågen uppmättes 1,5 m över skarven.

I FIG. 48 visas resultatet av ett slagförsök. Som framgår av figuren är överensstämmelsen mellan uppmätt och beräknad transmitterad stötvåg god. Skillnaden kan förklaras av försummandet av skarvmassans tröghet vid härledningen av Ekv. 92. Den transmitterade stötkraften är mycket liten efter tiden $6 t_0$.

I FIG. 48 har också initialstötvågen inritats. Som framgår i figuren är den transmitterade vågens amplitud endast ca 74% av initialvågens amplitud. I det aktuella försöket medförde skarvmassan således dels en amplitudminskning, dels en våglängdökning. Förhållandet mellan skarvens massa och stångens massa per meter var ca $5,0/3,85 = 1,3$.

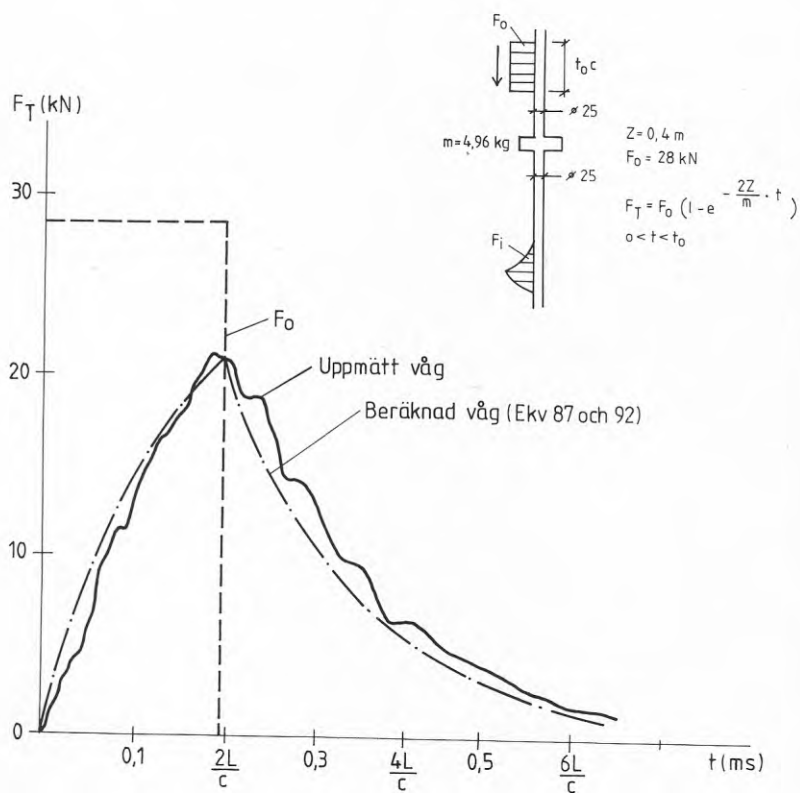


FIG. 48. Punktmasseskarv, 4.96 kg, Ø 25 mm stålpåle.

4.2 Spetsreflexion

Olika fenomen i samband med initialstötvågens reflexion vid en pålspets har tidigare behandlats i avsnitt 2.4. För specialfallet en rektangulär initialvåg erhålles beroende på spetsunderlagets fjädringsegenskaper någon av de reflexvågformer som visas i FIG. 49.

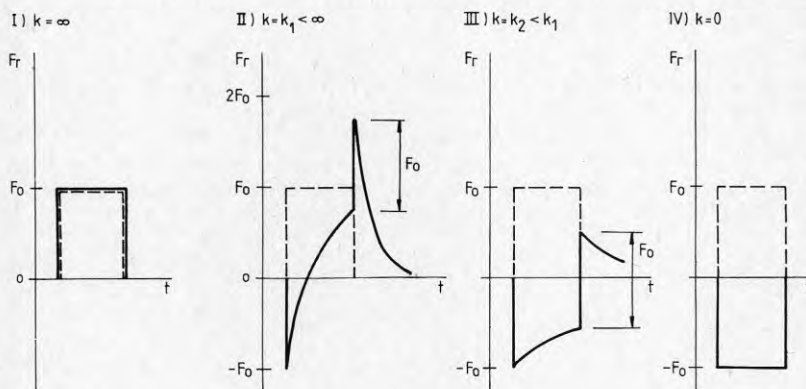


FIG. 49. Reflexvågform vid olika spetsunderlagstyvhet. Rektangulär initialvåg.

För en initialvåg som inte utgörs av en rektangulär våg och som ej är kontinuerligt varierande kan reflexvågfunktionen beräknas med hjälp av numerisk integration, se Ekv. 155 a. I avsnitt 2.4.3, som behandlar en linjärt ökande initialvåg, visades att reflexvågens intensitet alltid initieellt är en dragkraft, se FIG. 50.

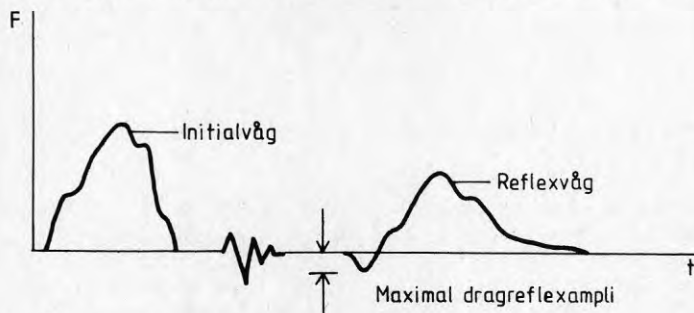


FIG. 50. Dragreflex vid oregelbunden initialvåg.

I en serie försök med en 6 m lång \varnothing 25 mm stålstång registrerades initial- och reflexvågen mitt på stången. Som hejare användes dels en 0,5 m lång \varnothing 25 mm stålhejare, dels den »massiva» hejare (6,15 kg) som beskrivits tidigare. Inverkan av olika typer av dynor och spetsunderlag studerades. Resultaten av dessa försök illustreras i FIG. 51 – 55.

4.2.1 Försök I, spetsunderlag av stål

I det första försöket ställdes stålstången direkt på ett stålblock vars massa var ca 65 kg, se avsnitt 3.1, »försöksanordning». Underlagets fjäderkonstant (k) beräknades vara ca

$$k \approx Ed = 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 0,025 = 5,25 \cdot 10^9 \text{ n/m } (5,25 \cdot 10^5 \text{ ton/m})$$

Ett så hårt underlag som stål förekommer inte i verkligheten som underlag för pålspetsar. Den reflekterade vågformen i försöket liknar mest figur II i FIG. 49. En vågreflex som motsvarar »ändligt» styvt underlag (figur I i FIG. 49) kan därför inte uppkomma under påslagning med stålpålar med liten diameter. Detta innebär att den maximala spetskraften som uppnås under vågreflexionen vid spetsen alltid är betydligt mindre än dubbla maximala initialvågintensiteten. I det aktuella fallet gällde

$$F_{s,\max}/F_{i,\max} \approx 4,2/2,9 = 1,45$$

$$F_{r,\min}/F_{i,\max} \approx -0,55$$

Man kan därför anta att detta förhållande vid påslagning med aktuella förutsättningar normalt aldrig överstiger ca 1,3 a 1,4.

Som framgår av FIG. 51 är reflexvågens variationer mer »avrundade» än vad som gäller för det teoretiskt renodlade fallet i FIG. 49/II. Orsaker till detta är bl a att initialvågen ej är en perfekt rektangelvåg och att ojämnheter i anliggningsytor förekommer. Vidare uppstår vågreflexioner och vissa rörelser hos underlaget/stålblocket som ej beaktats vid användande av de aktuella uttrycken för reflexvågen.

4.2.2 Försök II, spetsunderlag av trä

I det andra redovisade försöket utgjordes spetsunderlaget av en träbit. Spetsunderlagets fjäderkonstant kan här uppskattas till att vara av storleksordningen ca 100 ggr mindre än när spetsen står på stål. Som framgår av FIG. 52 leder detta till att initialvågen reflekteras som en dragvåg med i stort sett samma form som initialvågen. FIG. 49/IV som avser teoretiskt renodlade förhållanden kan således i många fall antagas uppkomma också i verkligheten, dvs pålar och påldetaljer måste under nedslagningen kunna tåla påfrestningarna av en momentan dragkraft som har samma maximala intensitet som initialvågen.

4.2.3 Försök III, spetsunderlag av plast

Eftersom förhållandena i FIG. 49/II och FIG. 49/IV kan förekomma vid påslagningen gäller detta självfallet också det mellanting som representeras av figur III, där k är större än noll (fri spets), men mindre än fjäderkonstanten i FIG 49/II. Ett försök med 3 st 2 mm tjocka plastbrickor som spetsunderlag visar uppmätta samhörande initial- och reflexvågor, se FIG. 53.

Man kan notera att den maximala reflexintensiteten i likhet med vad som gällde i försöket i FIG. 52 till sitt belopp motsvarar maximala initialvågintensiteten. Överensstämmelsen mellan uppmätt reflexvåg i FIG. 53 och beräknad reflexvåg i FIG. 49/III är god.

4.2.4 Försök IV, elastisk hejare – tung dyna – spetsunderlag av stål

Som nämnts ovan är en slutsats från den tidigare redovisade teoretiska analysen att reflexvågens intensitet initieellt alltid är en dragkraft även om inte initialvågen är en rektangelvåg. För att belysa detta förhållande utfördes de försök som redovisas i FIG. 54 och 55.

För försöket i FIG. 54 användes den 1,93 kg tunga dyna som redovisats i avsnitt 4.1.5 tillsammans med den långsmala hejare (längd 0,5 m, ϕ 25 mm). Den resulterande initialvågen ökar då exponentiellt till ett maximalvärde och avtar därefter exponentiellt, vilket också framgår av försöket i FIG. 54. Stålstången vilade direkt på 65 kg-stålbloket.

Som framgår av FIG. 54 är dragreflexen initieellt en dragkraft, vilket är i överensstämmelse med teorin. Ur figuren kan vidare följande relationer utläsas:

$$F_{s \max}/F_{i \max} \approx 1,10$$

$$F_{r \min}/F_{i \max} \approx -0,3$$

Man noterar det låga förhållandet $F_{s \max}/F_{i \max}$. Detta resultat antyder att den maximala spetskraft som uppnås under slagning av stålpålar med liten diameter kan beräknas vara av approximativt samma storlek som den maximala initialvågintensiteten även om pålspetsen står på hårt underlag, exempelvis berg.

4.2.5 Försök V, elastisk hejare – dyna – spetsunderlag av stål

Med användande av en 0,5 m lång ϕ 25 mm hejare och en underliggande 4 mm plastbricka som dyna erhöles den initialvåg respektive den reflexvågform som visas i FIG. 55. Stålstången stod även i detta försök direkt på 65 kg-stålbloket. Initialvåglängden samt tiden för uppnående av maximal intensitet är här längre än för föregående försök, nr IV.

Ur figuren utläses följande förhållanden:

$$F_{s \max}/F_{i \max} \approx 1,10$$

$$F_{r \min}/F_{i \max} \approx -0,2$$

Också i detta försök var maximal spetskraft och initialvågintensitet approximativt lika stora, vilket är i överensstämmelse med resultatet i föregående försök, nr IV.

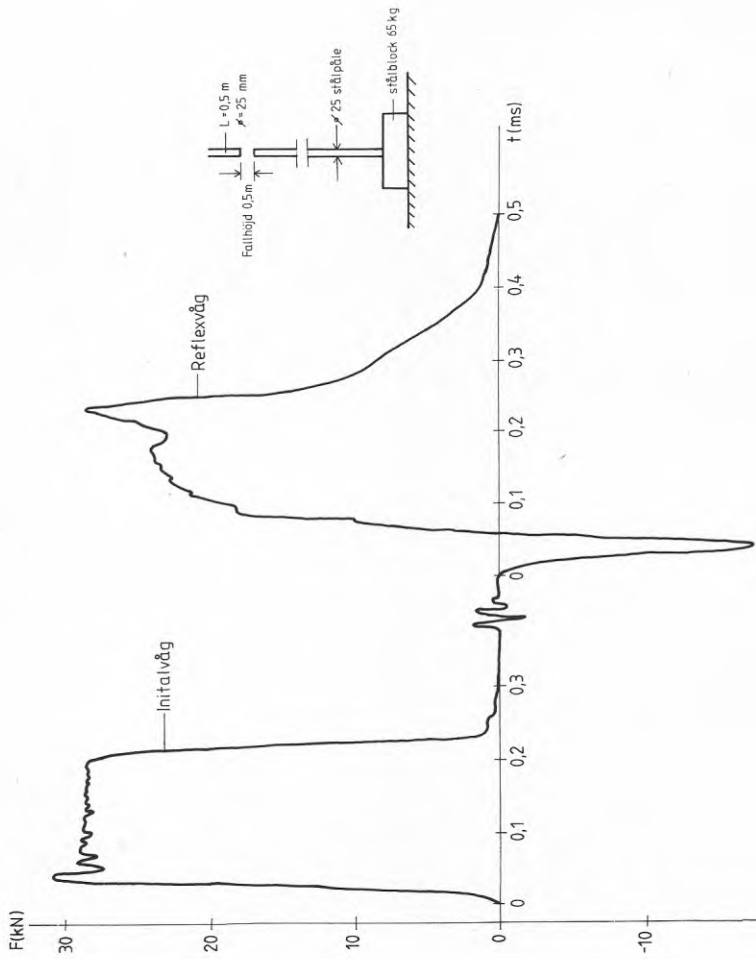


FIG. 51. Spetsunderlag av stål.

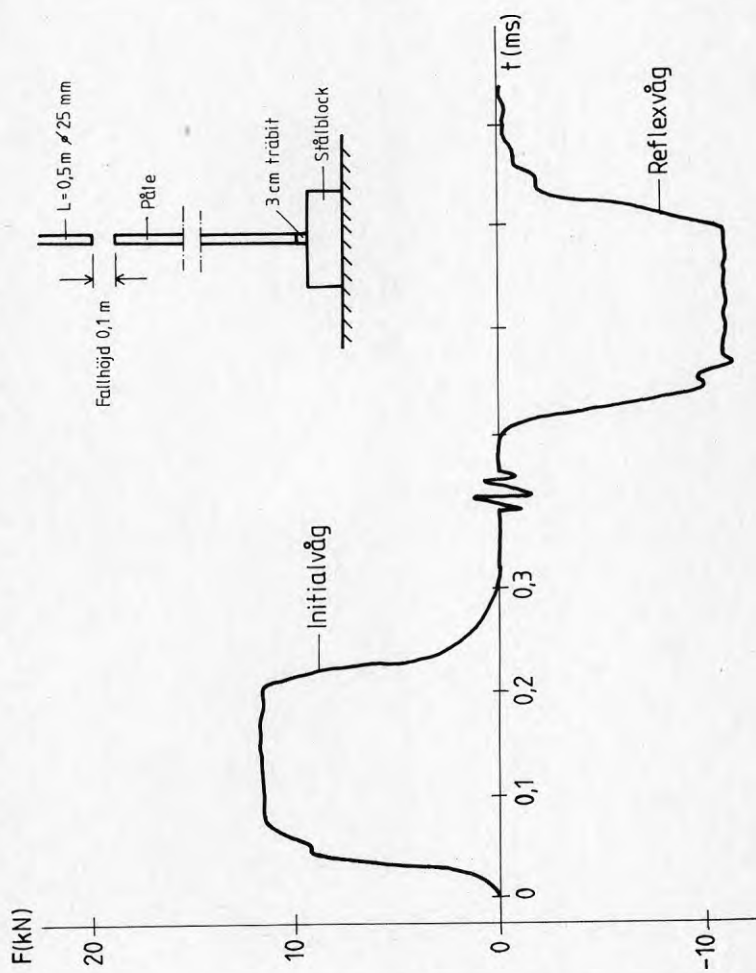


FIG. 52. Spetsunderlag av trä.

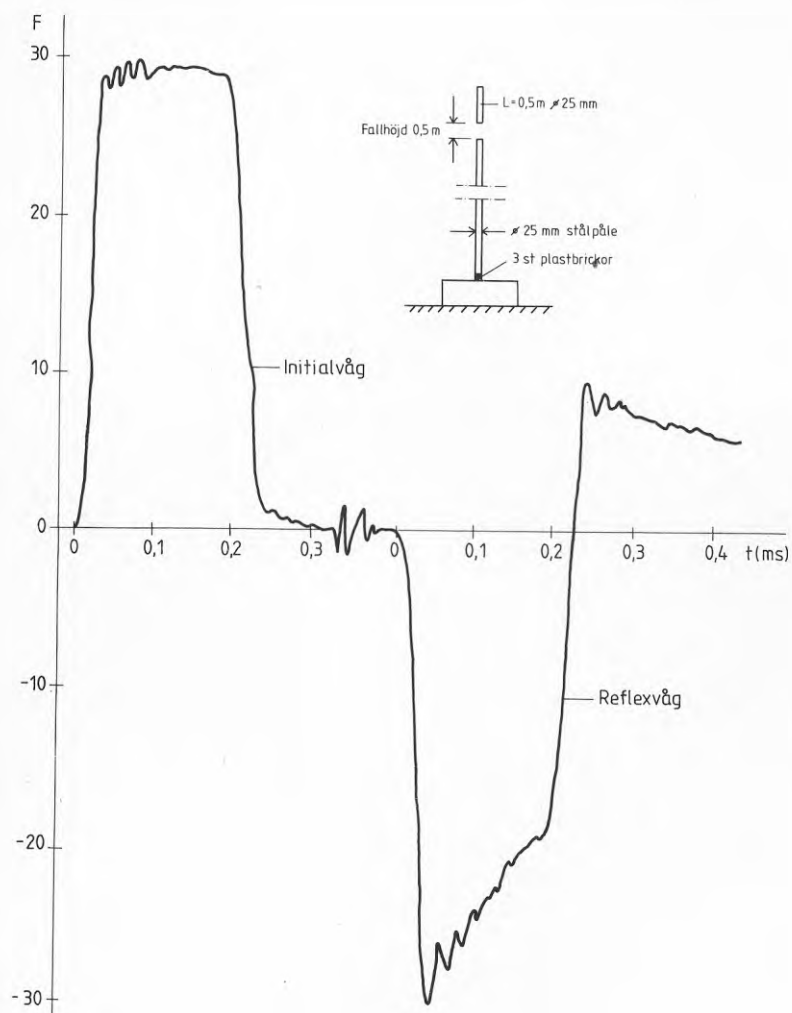


FIG. 53. Spetsunderlag av plastbrickor.

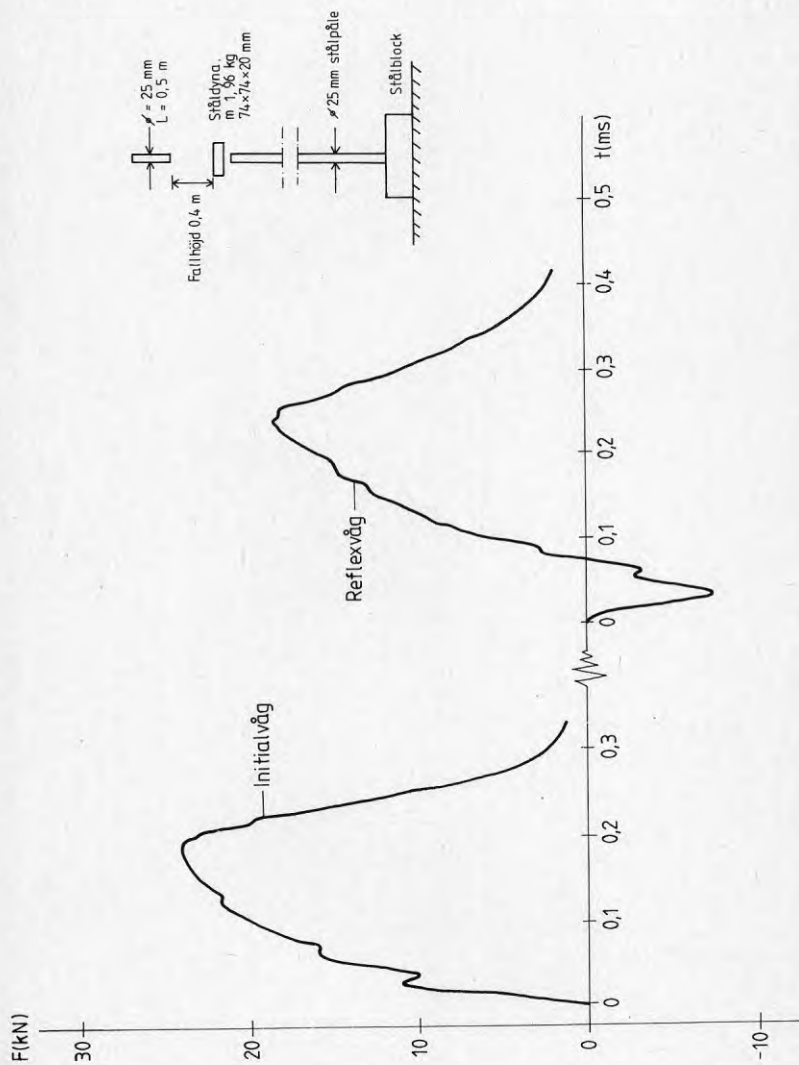


FIG. 54. Elastisk hejare – tung dyna – spetsunderlag av stål

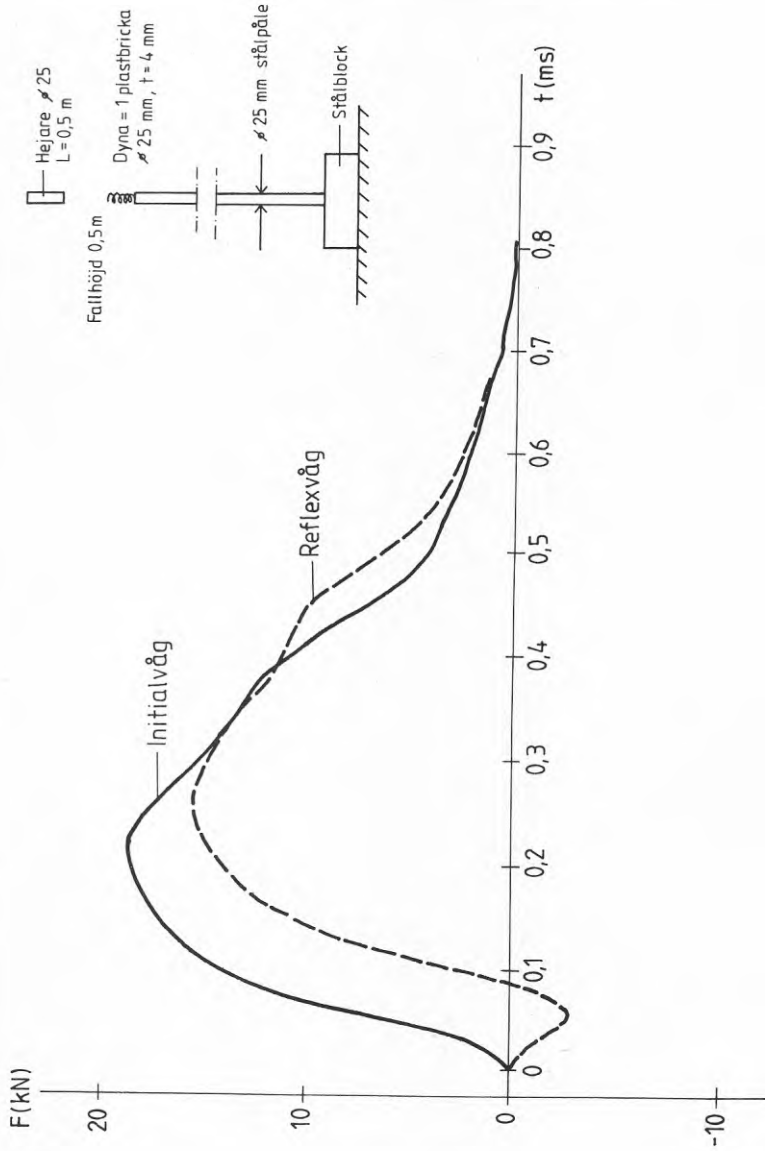


FIG. 55. Elastisk hejare, elastisk dyna, spetsunderlag av stål.

5 SLUTSATSER OCH PRAKTISKA TILLÄMPNINGAR

1. För att med tillräcklig säkerhet kunna antaga att en påle som slagits genom lösa jordlager till kontakt med ett hårdare underlag kan bära förutsatt belastning måste en viss minsta spetskraft uppnås under nedslagningens slutskede.

Storleken av spetskraften beror av den initialstövåg som slagverket alstrar i pålen. En annan viktig parameter i samband med uppkomsten av spetskraften är underlagets styvhet. Antagandet att spetsunderlaget är idealplastiskt leder alltid till en överskattning av bärförmågan om denna beräknas med utgångspunkt från permanent sjunkning vid slagningen.

2. För vissa typer av pålningsutrustning och pålar har man ett relativt stort erfarenhetsunderlag. Resultaten av en teoretisk analys kan under sådana förhållanden kontrolleras mot kända fakta. Behovet av teoretiska insatser minskar dock ju större erfarenhetsunderlag som är tillgängligt.

För de nya och de planerade pålssystem som vuxit fram ur ett ökande behov av pålning för småhus och grundförstärkning saknas emellertid till stor del sådana erfarenhetskunskaper. Metodiken måste därför analyseras med hjälp av teori.

3. I denna rapport behandlas teoretisk bakgrund samt redovisas olika beräkningsmodeller som befunnits användbara för de aktuella tillämpningarna. De erhållna resultaten har verifierats med hjälp av modellförsök. I ett senare skede kommer mätningar i full skala att utföras.

De utförda modellförsöken visar att resultat med tillräcklig noggrannhet vid beräkning av initialstövågor många gånger erhålles med användande av kvasistatisk metod och antagande om longitudinell vågutbredning. Användande av ordinära differentialekvationer och motsvarande lösningar ger uttryck för krafter och rörelser som medger enkel och överskådlig beräkning av olika parametrars inverkan, exempelvis massa hos dynor samt sektionsförändringar på pålen.

4. Användande av elektrisk mätteknik kräver detaljerad kännedom om de i mätsystemet ingående komponenternas inverkan på mätresultatet. Vid många tidigare utförda stövågsmätningar vid pålslagning torde resultaten i hög grad ha påverkats av alltför låg gränshänsyn hos de förstärkare som använts. Svårigheten att erhålla en tillräckligt stabil spänning till olika komponenter kan också utgöra en felkälla.

Det många gånger enklaste sättet att kontrollera mätsystemets tillförlitlighet är att med en funktionsgenerator införa en känd signal med för försöket relevanta egenskaper vid signalregistreringsstället och sedan låta den passera alla komponenter till den enhet där den presenteras. Där sådan direkt systemkontroll är svår eller omöjlig att genomföra kan istället inverkan av de olika komponenterna beräknas med hjälp av ekvivalenta kretsmodeller.

En sådan experimentell eller teoretisk felbestämning bör alltid utföras och redovisas vare sig det är fråga om forsknings- eller produktionsmätningar i fält eller undersökningar i laboratorieskala.

5. För beräkning av en påles bärförmåga har den jord som omger pålen och pålens spetsunderlag stor betydelse. Vid dimensionering och spänningskontroll av olika påldetaljer, exempelvis skarvar, spets och huvud måste även påfrestningarna under nedslagningen beaktas.

De i denna rapport redovisade resultaten kan direkt användas för sådana beräkningar. Särskilt måste de stora dragkrafter som ofta uppkommer vid slagningen tas med i beräkningarna. Dragkraften vid neddrivning bör förutsättas vara lika stor som den största initialtryckvågintensiteten, om inte särskilda åtgärder i syfte att minska så stora dragkrafter vidtages.

6. En annan faktor som bör beaktas är den energiförlust (se avsnitt 2.3.5) som uppkommer vid skarvglapp och som kan förorsaka kraftig upphettning vid slagningen. Vid mätningar har i vissa fall skarvdelar blivit så heta att intilliggande mätkablars isolering skadats.

Skarvar och delar med liknande funktion måste därför förutom uppträdande drag- och tryckspänningar även kunna tåla kraftig upphettning. Detta förhållande kan exempelvis ha stor betydelse vid val av korrosionsskydd av pål- och skarvmaterial av stål.

7. Vid uppskattning av vilken spetskraft ($F_{s \max}$) som uppkommer vid slagning av en stålpåle med liten diameter bör man inte utan närmare undersökning förutsätta större förhållande $F_{s \max}/F_{i \max}$ än ca 1,0. $F_{i \max}$ betecknar maximal initialvågintensitet. För pålar med större diameter och vid initialvågor med brant front samt vid mycket hårt spetsunderlag kan detta förhållande uppgå till ca 1,3.

Den spetskraft som uppnås under slagningen varar endast några bråkdelar av en sekund och är därför inte nödvändigtvis densamma som spetsbrottlasten vid en efter slagningen utförd statisk belastning på pålen. Inverkan av hastighetsberoende spetsmotstånd medför lägre statisk bärförmåga än den maximala kraft som kan uppnås vid spetsen under slagningen.

8. En jämförelse av olika undersökningar avseende inverkan av olika belastningshastighet på berg (Stephenson, 1963, Ito m fl, 1963, Hustrulid, 1968, Lundborg, Almgren, 1969, Lundberg, 1976) och jord (se referenslista bilaga 1) tyder på att förhållandet mellan den maximala spetskraften under slagningen och den statiska spetsbrottlasten är av storleksordningen 1,0 för intakt, hårt berg och ca 1,5 a 2 för löst berg och jord vid de belastningshastigheter som är aktuella vid pålning med stålpålar. Vid pålspetsbelastning på berg måste även inverkan av sprickor och upprepad av- och pålastning beaktas, se Coates m fl (1966), Rehnman (1970 och Rehnman och Broms (1972). Inverkan av cyklisk pålbelastning har studerats av Broms (1972).

Några mer generellt giltiga rekommendationer beträffande samband mellan dynamisk och statisk brottlaster och bärförmåga är dock svåra att ge utan förbehåll i form av vida felmarginaller. Bedömning av bärförmågan för pålar bör därför i princip aldrig ske annat än med beaktande av aktuella förutsättningar från fall till fall.

De fortsatta fältundersökningar som skall utföras kommer dock att ge väsentligt ökat underlag för säkrare beräkning av bärförmågan för sådana pålar som används för småhus och grundförstärkning, vilket kommer att minska riskerna för misslyckanden (pålar med för låg bärförmåga) och öka möjligheterna att i förväg bestämma förutsättningarna att uppnå tillräcklig bärförmåga.

REFERENSER

- Bergfelt, A, 1956, Grundläggning med stålpålar. Väg- och vattenbyggaren No. 3.
- Bernander, S — Svensk, I, Pålars bärförmåga i elastiskt medium under hänsynstagande till initialkrökning och egenspanningar. (IVA:s Pålkommision.) Särtryck och Preliminära Rapporten No. 24, 1969.
- Bredenberg, H, 1977, Stötkrafter i pålar (Impact forces in piles during driving). Byggmästaren No. 5, vol. 56, maj 1977, pp. 32–37.
- Bredenberg, H, 1978, Stoppslagning av stålpålar på berg. Byggmästaren No. 6, vol. 57, juni 1978, pp. 17–20.
- Bredenberg, H, Broms, B B, 1979, Joints used in Sweden for precast concrete piles. Conference on Recent developments in the design and construction of piles. Institution of Civil Engineers. London, pp. 9–20.
- Bredenberg, H, Broms, B B, 1979, Dynamisk provbelastning av stålkärnepelare, NGM -79, Helsingfors, pp. 107–217.
- Bredenberg, H, Broms, B B, Bjurström, D, Load test on Slender Pipe Piles. Väg- och vattenbyggaren, vol. 28, pp. 8–13, 1977.
- Broms, B B, 1963, Allowable Bearing Capacity of Initially Bent Piles. Proc. ASCE, Journ. Soil Mech. a. Div, vol. 89, No. SM5, pp. 73–90.
- Broms, B B, 1967, Krokiga pålars bärförmåga. Väg- och vattenbyggaren No. 3, pp. 69–72.
- Broms, B B, 1972, Bearing Capacity of Cyclically Loaded Piles. Reprints and Preliminary Reports, No. 44, Swedish Geotechnical Institute, Stockholm, pp. 1–16.
- Broms, B B, Hellman, L, Methods used in Sweden to evaluate the bearing capacity of end-bearing precast concrete piles. I.C.E. Behaviour of Piles Conference, 1970. Paper 4, pp. 27–30.
- Coates, D F and Gyenge, M, 1966, Plate-load testing on rock for deformation and strength properties. Testing Techniques for Rock Mechanics, Am. Soc. Test. Mat., STP, pp. 19–35.
- Fischer, H C, On longitudinal impact I, Fundamental cases of one-dimensional elastic impact, theories and experiments. Applied Scientific Research, vol. A. VIII, The Hague 1959, pp. 105–139.
- Fischer, H C, On longitudinal impact II, Elastic impact of bars with cylindrical sections of different diameters and of bars with rounded ends. Applied Scientific Research, vol. A. III, The Hague 1959, pp. 278–308.
- Fischer, H C, On longitudinal impact III, Impacted bar connected to anvil or to co-axial tube by friction joints. Applied Scientific Research, vol. A. IX, The Hague 1960, pp. 9–42.
- Fischer, H C, On longitudinal impact IV, New graphodynamical pulse method of computing pile-driving processes. Applied Scientific Research, vol. A. IX, The Hague 1960, pp. 93–139.

- Fischer, H C, On longitudinal impact V, Plastic compression of long or short bars, (rivets) Applied Scientific Research, vol. A.IX, The Hague 1960, pp. 213–247.
- Fischer, H C, On longitudinal impact VI, Application of the graphodynamical method to some cases from the literature. Accuracy. Recent experiments. Applied Scientific Research, vol. A.IX, The Hague 1960, pp. 248–274.
- Fischer, H C, Theory and application of longitudinal impact. Part I: Elastic longitudinal impact with some reference to rock drilling. Tryckluft, No. 1, 1961, årg. 16, pp. 4–20, Stockholm.
- Fischer, H C, Theory and application of longitudinal impact. Part II: Pile driving and other cases of frictional resistance. Tryckluft, No. 2, 1962, årg. 17, pp. 4–24, Stockholm.
- Fjellkner, G, Stålpålars bärförmåga. Resultat av fältförsök med lätta slagdon. SGI, Särtryck och Preliminära Rapporter No. 41, Stockholm 1971.
- Fjellkner, G, Broms, B, Damping of stress waves in piles during driving. IVA, meddelande No. 19, Stockholm 1972.
- Forehand, P W, Reese, J L, Prediction of Pile Capacity by the wave equation. Journal of the Soil Mech. and Found. Div., Proc. ASCE, vol. 90, No. SM2, March 1969, pp. 1–25, paper 3820.
- Fox, E N, Stress phenomena occurring in pile driving. Engineering Sept. 2, 1932, pp. 263–265.
- Glanville, W H, Grime, G, Davies W W, The Behaviour of Reinforced concrete Piles During Driving. Inst. of Civ. Eng. Journal 1935, Dec. paper 5006, pp. 150–234.
- Glanville, W H, Grime, G, Fox E N, Davies, W W, An Investigation of the Stresses in Reinforced Concrete Piles During Driving. Department of Scientific and Industrial Research. Building Research Technical Paper No. 20 H.M.S.O., London 1938, pp. 1–111.
- Goble, G G, Scanlan, R H, Tomko, J J, Dynamic Studies on the Bearing Capacity of Piles, vol. 1 and 2. Case Institute of Technology, Cleveland, Ohio, July 1967.
- Goble, G G, Tomko, J J, Rausche, F, Green P M, Dynamic Studies on the Bearing Capacity of Piles Phase II, vol. 1 and 2, Report No. 31, Division of Solid Mech., Structures. and Mech. Design. Case Western Reserve University, July 1968.
- Goble, G G, Moses, F, Rausche, F, Prediction of Pile Behaviour from Dynamic Measurements. Proc. Conf. Design and Installation of Pile Foundations and Cellular Structures. Lehigh 1970, pp. 281–296.
- Goble, G G, Garland Likins Jr, Rausche, F, 1975, Bearing Capacity of Piles from Dynamic Measurements, Final Report, Dept. of Civ. Engineering, Case Western Reserve University, Cleveland, Ohio, pp. 23–27.
- Granhölm, H, 1929, On the elastic stability of piles surrounded by a supporting medium. IVA:s handl. No. 89.
- Hellman, L, 1967, Driving criteria for end bearing piles. Reprints and Preliminary Reports No. 19. Swedish Geotechnical Institute, Stockholm 1967, 7 pp.

Hellman, L, Om stoppslagning av stödpålar. SGI, Särtryck och Preliminära rapporter No. 19, Stockholm 1967.

Hellman, L, 1968, Handboken Bygg 3, upplaga 2, pp. 364–378.

Hellman, L, Sahlin, S, Dynamisk draghållfasthet hos modellpålar av betong. IVA pålkommitté, Stockholm 1966.

Hustrulid, W A, 1968. Theoretical and experimental study of percussive drilling of rock. Ph.D. thesis, University of Minnesota.

Isaacs, D V, Reinforced Concrete Pile Formulae. Trans. Journ. of the Inst. of Engineers Australia, vol. 3, No. 9, Sept. 1931, pp. 305–323.

Ito, et al., 1963, Rock behaviour for tension under impulse load using Detonator's attack. Trans. MM Alumni Assoc. Kyoto Univ., vol. 15, No. 2, p. 61.

Juhasz, K J, Graphical Analysis of Impact of Elastic Bars. Journal of Applied Mechanics, vol. 9, No. 3, Sept. 1942, pp. A-122 – A-128.

Juhasz, K J, Graphical Analysis of Impact of Bars stressed above the Elastic Range. Journal of the Frankling Institute, vol. 248, No. 1, July 1949, pp. 15–48, No. 2, August 1949, pp. 113–142.

Lowery, L L, Hirsch, T J, Samson, C H, Pile Driving Analysis – Simulation of Hammers, Cushions, Piles, and Soil. Texas Transportation Institute Research Report 33 – 9, Piling Behaviour Research Study No. 2–5–62–33, August 1967.

Lowery, L L, Edwards, T C, Hirsch, T J, Use of the wave Equation to predict Soil Resistance on a pile During Driving. Texas Transportation Institute Research Report 33–10, Piling Behaviour Research Study No. 2–5–62–33, August 1968.

Lowery, L L, Hirsch, T J, Edwards, T C, Coyle, H M, Samson, Ch H, Pile Driving Analysis. State of the Art. Texas Transportation Institute Research Report 33–13 (Final). Research Study No. 2–5–62–33. Piling Behaviour, January 1969.

Lundberg, B, Some Basic Problems in Percussive Rock Destruction. Doktorsavhandlingar vid Chalmers Tekniska Högskola, No. 115, Göteborg 1971, pp. 1–199.

Lundberg, B, 1976, A Split Hopkinson Bar Study of Energy Absorption in Dynamic Rock Fragmentation. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. vol. 13, pp. 187–189.

Lundborg och Almgren, 1969, Bergmekaniskt diskussionsmöte 7 febr. 1969, IVA, Rapport 18, pp. 235–259.

Nilsson, L, Impact Loading on Concrete Structures, Chalmers University of Technology, Publication 79:1, Göteborg 1979, pp. 1.1 – 8.30.

Rehman, S-E, 1970, Bergets bärförmåga vid punktbelastning. SGI, Särtryck och preliminära rapporter No. 36, pp. 112–116.

Rehman, S-E, Broms, B, 1972, Bearing capacity of end-bearing piles. Reprints and Prel. Rep., Swedish geotechnical institute, No. 44.

Rinehardt, J S, 1975, Stress transients in solids, Hyperdynamics, New Mexico, pp. 96–112.

Rinkert, A, 1960, Knäckning av stålpålar. Byggmästaren No. 1.

SBN, 1975, Svensk Byggnorm 1975 (Swedish Building Code 1975). Swedish Board of Regional Planning and Building. Liber Förlag/Allmänna förlaget, Stockholm, Sweden, 431 pp.

SBN, 1975, Pålår — regler för dimensioneringen samt pålningens utförande (Piles — Rules for the design and installation of piles). Swedish Board of Regional Planning and Building. Liber Förlag, Stockholm, Sweden, 26 pp.

de Saint-Venant, B, Memoire sur le choc longitudinal de deux barres elastiques. . . , Journal de Mathématiques, 2^e serie XII (1867) pp. 237—376.

Smith, E A L, Impact and Longitudinal Wave Transmission, Transaction, A.S.M.E., vol. 77, 1955, pp. 963—973, paper No. 54—A—42.

Smith, E A L, What happens when Hammer hits Pile, Engineering News-Record, Sept. 5, 1957, pp. 46—48.

Smith, E A, 1960, Pile driving analysis by the wave equation, Journ. of Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, vol. 86, SM4, August 1960, pp.35—61.

Smith, E A L, Pile-Driving Analysis by the Wave Equation, Transactions A.S.C.E., vol. 127, 1962, Part I, Paper No. 3306, pp. 1145—1171.

Stephenson, B R, 1963, Measurement of dynamic force-penetration characteristics in Indiana Limestone. M.S. thesis, University of Minnesota.

Timoshenko, S O, Goodier, J N, Theory of Elasticity. Mc Graw—Hill Book Company, Inc. New York, 1951, pp. 485—513.

Wijk, G och Hirengen, P, Sclerograph Measurements on Rock Materials, Svedefo, Report DS 1979:6, Stockholm 1979, pp. 1—23.

REFERENSER , bilaga 1

Samband mellan dynamiska och statiska geotekniska jordparametrar

Barkan, D D, 1962, Dynamics of Bases and Foundations, McGraw-Hill, New York.

Carrol, W F, 1963, Dynamic Bearing Capacity of Soils. Vertical Displacements of Spread Footings on Clay. Static and Impulse Loadings. U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, Technical Report No. 3-599.

Chan, P C & al., A laboratory study of dynamic load-deformation and damping properties of sand concerned with a pile-soil system. Washington D.C. 1967.

Colp, J L, An experimental investigation of the continuous penetration of a blunt body into a simulated cohesionless soil. Sandia Corporation, Albuquerque, 1965.

Eresund, S, 1972, Sättning hos cirkulära, stela fundament på friktionsjord. Inverkan av dynamisk förbelastning, BFR. Rapport R41:1972, pp. 157-168.

Fischer, W E, Experimental studies of dynamically loaded footings on sand. Ph.D. Thesis, Univ. of Ill., 1962.

Gibson, G C, Coyle, H M, Soil damping constants related to common soil properties in sands and clays. Texas Transportation Institute, Texas A and M University, 1968, Research report 125-1.

Heller, L W, Failure modes of impact-loaded footings on dense sand. US Naval Civ. Engng. Lab. Techn. Rep. No. R 281, Port Hueneme 1964.

Lee, K L, Bolton Seed, H and Dunlop, P, 1969, Effect of Transient Loading on the Strength of Sand. Proceedings, 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol. I, Mexico City.

Norman, Hurd, Richter, Transient Waves in Visco-elastic Media, Developments in Solid Earth Geophysics 10 ELSEVIER N Y 1977.

Orrje, O, Dynamic load tests on cohesionless soils with free falling weights, compared with static plate loading tests. Kungl. Tekn. Högsk., Institutet för Geot. 1968.

Reeves, G N et al., Investigation of sands subjected to dynamic conditions, Texas Transportation Institute, Texas A and M University, 1967, Research report 33-7 A.

Richart, F E et al., 1970, Vibrations of Soils and Foundations, Prentice-Hall Inc., pp. 322-369.

Schenkman, S & Mc Kee, K E, Bearing capacities of dynamically loaded footings. ASTM Spec. Techn. Publ. No. 305.

Schimming, B B & Haas, H J & Saxe, H C, Study of dynamic and static failure envelopes. Journ. Soil Mech. a. Found. Div. Proc. ASCE.

Selig, E T & Mc Kee, K E, Static and dynamic behavior of small footings. Journ. Soil Mech. a. Found. Div. Proc. ASCE, vol. 87, No. SM 6, 1961

Vesic, A S & Banks, D C & Woodard J M, An experimental study of dynamic bearing capacity of footings on sand. Proc. 6:th Int. Conf. on Soil Mech. a. Found. Engng., vol. 2, Montreal 1965.

Womach, D P & Cox, W R, Measurement of dynamic characteristics of soils with penetrometers. Nasa Contractor Report - 849, Austin, Texas 1967.

**Denna rapport hänför sig till forskningsanslag 770783-4
från Statens råd för byggnadsforskning till Inst för
jord- och bergmekanik, KTH, Stockholm.**

R26: 1980

ISBN 91-540-3189-3

Statens råd för byggnadsforskning, Stockholm

Art.nr: 6700126

**Abonnemangsgrupp:
Ingår ej i abonnemang**

**Distribution:
Svensk Byggtjänst, Box 7853
103 99 Stockholm**

Cirkapris: 30 kr exkl moms