



Det här verket har digitaliserats vid Göteborgs universitetsbibliotek och är fritt att använda. Alla tryckta texter är OCR-tolkade till maskinläsbar text. Det betyder att du kan söka och kopiera texten från dokumentet. Vissa äldre dokument med dåligt tryck kan vara svåra att OCR-tolka korrekt vilket medför att den OCR-tolkade texten kan innehålla fel och därför bör man visuellt jämföra med verkets bilder för att avgöra vad som är riktigt.

This work has been digitized at Gothenburg University Library and is free to use. All printed texts have been OCR-processed and converted to machine readable text. This means that you can search and copy text from the document. Some early printed books are hard to OCR-process correctly and the text may contain errors, so one should always visually compare it with the images to determine what is correct.



## Värmekällors inverkan på strömning och temperaturfält i ventilerade lokaler

Sven Gunnar Sundkvist

INSTITUTET FÖR BYGGDOKUMENTATION	
Accnr	80-0325
Plac	Ser

K  
R13

Ser

R13:1980

VÄRMEKÄLLORS INVERKAN PÅ STRÖMNING OCH TEMPERATURFÄLT  
I VENTILERADE LOKALER.

Numerisk beräkning av koncentrationsfördelningen i en  
isotermt ventilerad lokal med en intern föroreningskälla.

Sven Gunnar Sundkvist

Denna rapport hänför sig till Projekt Nr 750937-4 från  
Statens råd för byggnadsforskning till Institutionen  
för Tillämpad termodynamik och strömningslära, CTH,  
Göteborg (1979-10-9).

I Bygghoskningsrådet's rapportserie redovisar forskaren sitt anslagsprojekt. Publiceringen innebär inte att rådet tagit ställning till åsikter, slutsatser och resultat.

R13:1980

ISBN 91-540-3180-x  
Statens råd för Byggnadsforskning, Stockholm

LiberTryck Stockholm 1980 050484

INNEHÅLL	
FÖRORD...	5
BETECKNINGAR OCH DEFINITIONER...	7
INLEDNING...	9
PROBLEMBESKRIVNING...	9
EKVATIONSSYSTEM...	11
Härledning av ekvationen för koncentrationens tidsmedelvärde	12
Randvillkor för koncentrationen	14
NÅGOT OM BERÄKNINGSMETOD OCH NUMERISK BEHANDLING...	15
Beräkningsprogram för det stationära koncentrationsfältet	15
Beräkningsprogram för det icke-stationära koncentrationsfältet	15
KÄLLOMRÅDET...	17
Alternativ I	17
Alternativ II	17
Alternativ III	18
Alternativ IV	21
RESULTAT...	22
APPENDIX: Bestämning av medelkoncentrationen $c_{ut}$ i utloppet...	24
REFERENSER...	25
FIGURER 7a - 11	26



## FÖRORD

Det numeriska beräkningsarbete, som redovisas här och för vilket vi erhållit anslag från BFR, har utförts av undertecknad under ledning av prof. Nils Frössling.

Tidigare beräkningsarbete, som utförts inom ramen för detta projekt, har redovisats i en lägesrapport till BFR i oktober 1977.

Det experimentella arbetet har utförts på Svenska Fläktfabriken, Jönköping, i form av examensarbeten under ledning av tekn.lic. Roy Holmberg.

Jag vill framföra mitt tack till prof. Nils Frössling och tekn. dr Bengt Sundén, CTH, samt tekn.lic. Roy Holmberg, Svenska Fläktfabriken, för deras värdefulla synpunkter och konstruktiva kritik under arbetets gång. Likaså vill jag tacka Bert Johansson för hjälp med figurritning samt Wanja Östebo för renskrivning av manuskript.

Göteborg 1979-10-11

Sven Gunnar Sundkvist





## BETECKNINGAR OCH DEFINITIONER

a	konstant
c	koncentration [kg/m <sup>3</sup> ]
c <sub>ref</sub>	referensvärde för c
c <sub>ut</sub>	utloppsvärde för c
c*	= c/S [s]
c <sub>1</sub> , c <sub>2</sub> , c <sub>v</sub>	konstanter i strömningsekvationerna--
c <sub>k</sub>	konstant
D	diffusivitet för c (molekylär) [m <sup>2</sup> /s]
D <sub>tx</sub> , D <sub>ty</sub> , D <sub>t</sub>	d:o (turbulent)
D <sub>eff</sub>	d:o (effektiv)
G <sub>c</sub> , G <sub>kS</sub> , G <sub>ωS</sub>	källtermer i ekvationerna för c, k resp ω
k	turbulent kinetisk energi [m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]
L	linjekällans längd [m]
ṁ	totalt massflöde från källan i koncentrationsberäkningarna [kg/s]
ṁ <sub>c</sub>	massflöde per ytenhet från källan [kg/m <sup>2</sup> s]
n	koordinat i normalriktningen [m]
Pr <sub>k</sub> , Pr <sub>ε</sub>	Prandtl's tal för diffusion av k resp. ε
r, r <sub>o</sub>	radier [m]
S	källterm i koncentrationsekvation [kg/m <sup>3</sup> s]
Sc	Schmidts tal för diffusion av c
t	tidskoordinat [s]
u, v	hastigheter [m/s]
V̇	volymflöde [m <sup>3</sup> /s]
x, y	rumskoordinater [m]

Grekiska bokstäver

$\Delta$	anger differens
$\varepsilon$	dissipation av turbulent kinetisk energi [ $\text{m}^2/\text{s}^3$ ]
$\nu, \nu_t, \nu_{\text{eff}}$	kinematisk viskositet (molekylär, turbulent resp. effektiv) [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]
$\rho$	densitet [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]
$\psi$	strömfunktion [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]
$\omega$	rotationen av hastighetsfältet [ $\text{s}^{-1}$ ]

Index och superscripts

Prim (') anger fluktuerande storhet

Streck ( $\bar{\quad}$ ) över storheten anger tidsmedelvärde

$i, j$  anger koordinatriktning

## INLEDNING

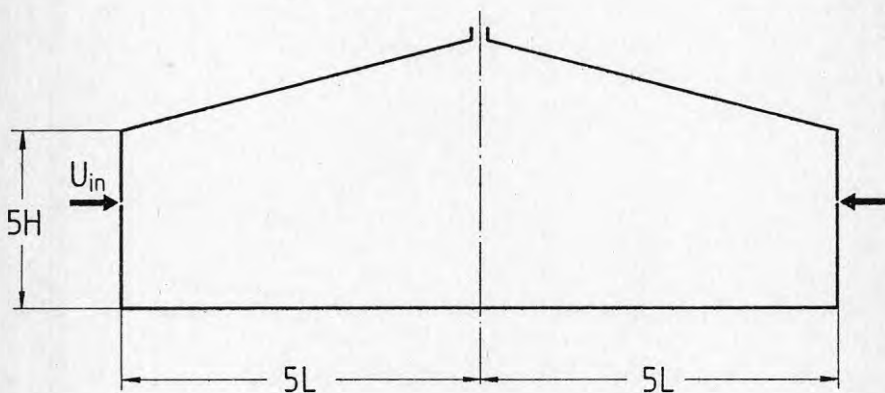
Rapporten presenterar metoder för beräkning av koncentrationen av en förorening i ett rum med känd hastighetsfördelning och med en intern föroreningskälla. Såväl den stationära fördelningen av koncentrationen som dess utbredning i tid och rum vid instationärt förlopp studeras. Beräkningsresultaten jämförs med experiment.

Eftersom ekvationerna för koncentrationen respektive temperaturen är analoga, blir inverkan av en föroreningskälla på ett koncentrationsfält analog med inverkan av en värmekälla på motsvarande temperaturfält. I ett isotermt strömningsfall, vilket förutsättes här, är det självklart inte möjligt att studera inverkan av en värmekälla. I stället har vi således valt att studera koncentrationen. Med gjorda förutsättningar får man därvid ingen koppling från koncentrationsfältet till strömningsfältet.

## PROBLEMBESKRIVNING

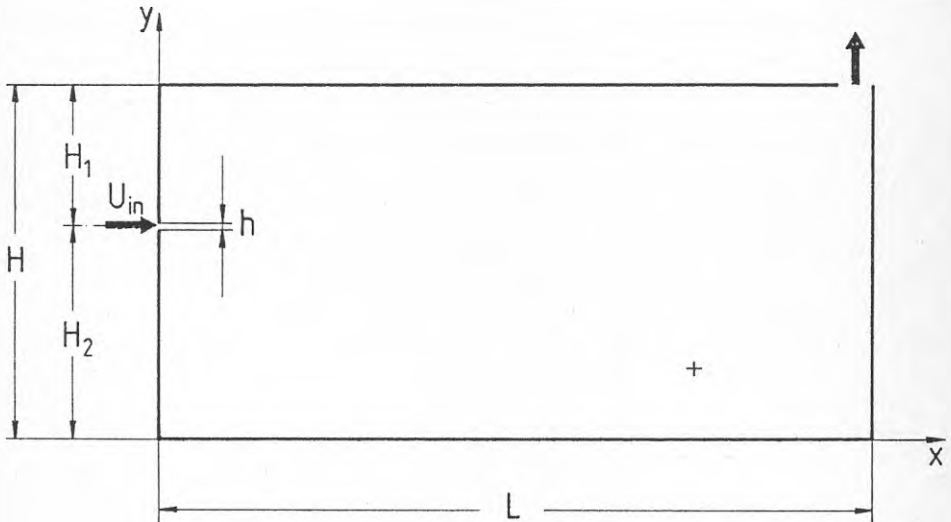
I lokaler, där luftnedsmutsande verksamhet pågår, är det av stort intresse att få veta hur en viss luftförorening sprids i rummet och i tiden. Föroreningskällans placering liksom strömningsbilden (medelhastighetsfält resp. inverkan av turbulenta storheter som turbulenta skjuvspänningar) spelar därvid en avgörande roll.

Det skisserade problemet är aktuellt i svetshallar o.d. Vi tänker oss därför en större industrihall enligt figur 1a.



Figur 1a. Tvärsnitt av en industrihall.

För att underlätta utförandet av experiment och numeriska beräkningar har vi valt att förenkla figur 1a. Av symmetriskäl betraktas enbart halva lokalen. Olika taklutning innebär inte någon principiell ändring av strömningsbilden. Svårigheter att experimentellt efterlikna industrihallens symmetrilinje har medfört att denna ersatts med en fast vägg. Eftersom beräkningsmetoden är begränsad till två dimensioner, studerar vi förhållandena i ett representativt snitt i lokalen, ett symmetriplan. Vårt studium inriktar sig därför på en tvådimensionell modellokal, vars geometri m.m. framgår av figur 1b. Lokalen ventileras isotermt genom en inloppsspalt i vänstra väggen, medan utloppet är placerat i taket invid högerväggen. Strömningen i rummet är turbulent.



Figur 1b. Isotermt ventilerad lokal med en intern föroreningskälla (markerad med +). Källans koordinater är  $x = 3,00$  m,  $y = 0,40$  m.

Övriga data:

$$L = 4,0 \text{ m}, H = 2,0 \text{ m}, H_1 = 0,8 \text{ m}, H_2 = 1,2 \text{ m},$$

$$U_{in} = 3,0 \text{ m/s}, h = 0,006 \text{ m},$$

$$Re = U_{in} \cdot h/\nu = 1180$$

I det redan existerande strömningsfältet tänker vi oss att en föroreningskälla införs. Eftersom den inblandade föroreningsmängden antages mycket liten jämfört med den totala cirkulerande luftmängden och föroreningens densitet dessutom antas vara densamma som luftens, kommer strömningsbilden inte att påverkas av föroreningskällan. Källan, som kan vara en linjekälla vinkelrätt mot det betraktade symmetriplanet (motsvaras av en punktkälla i detta plan) eller eventuellt ha en utsträckning i symmetriplanet, har källflödet  $\dot{m}$  [kg/s], som anger inflödet per tidsenhet av den inblandade föroreningen. I rummet (d.v.s. här vårt betraktade symmetriplan), som från början har koncentrationen noll, sker en successiv uppbyggnad av koncentrationen på grund av det kontinuerliga tillflödet i källan. Den genom inloppsspalten i vänstra väggen inkommande ventilationsluften är dock hela tiden helt ren, d.v.s. dess koncentration är noll. Så småningom inställer sig ett stationärt tillstånd, då det råder balans mellan tillförd föroreningsmängd i källan och utventilerad föroreningsmängd genom lokalens utlopp.

Vår ambition har varit att dels beskriva tidsutvecklingen av koncentrationen, dels bestämma det stationära tillståndet.

#### EKVATIONSSYSTEM

Grundekvationer vid beräkning av isoterma strömningsproblem är Navier-Stokes ekvationer och kontinuitetsekvationen. Eftersom medelströmningen i vårt fall antages stationär och tvådimensionell, är det fördelaktigt att ersätta de ursprungliga beroende variablerna (hastigheter och tryck) med rotationen  $\omega$  av hastighetsfältet och strömfunktionen  $\psi$ . Vid turbulent strömning måste ytterligare ekvationer och/eller antaganden (en s.k. turbulensmodell) införas för att problemet skall kunna lösas. Vi har valt att tillämpa den s.k. k- $\epsilon$ -modellen (se [5]), som bygger på två transportekvationer för den turbulenta kinetiska energin  $k$  resp. dissipationen  $\epsilon$  av den turbulenta kinetiska energin. I ekvationssystemet ingår slutligen en ekvation, som beskriver utbredningen av tidsmedelvärdet av koncentrationen  $c$  [kg/m<sup>3</sup>] av den inblandade föroreningen. Denna ekvation har samma principiella utseende som energiekvationen för medeltemperaturen i motsvarande icke-isoterma strömningsfall. Vi får då följande ekvationssystem för tidsmedelvärdena av resp. variabel vid stationär och inkompressibel strömning:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \cdot \omega) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} (v + v_t) \cdot \omega \right] + G_{\omega S} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_j \partial x_j} = -\omega \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{v + v_t}{Pr_k} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_{kS} - \epsilon \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{v + v_t}{Pr_\epsilon} \cdot \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) + \frac{\epsilon}{k} (c_1 G_{kS} - c_2 \epsilon) \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (u_j c) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{v + v_t}{Sc} \cdot \frac{\partial c}{\partial x_j} \right) + G_c \quad (5)$$

Med den valda turbulensmodellen blir p g a dimensionsskäl den turbulenta viskositeten

$$v_t = c_v \cdot \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (6)$$

Källtermen  $G_{\omega S}$  består av termer, som innehåller andraderivator av  $v_t$  och kan visas vara försumbar i detta fall.

För  $G_{kS}$  gäller

$$G_{kS} = v_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (7)$$

Eftersom koncentrationsekvationen inte är kopplad till ekv.

(1) - (4) kan vi först beräkna den isoterma strömningsbilden. Detta arbete är beskrivet i detalj i [4]. Det erhållna hastighetsfältet används därefter vid lösandet av koncentrationsekvationen (5).

I ekvationssystemet ovan har uppställts den koncentrationsekvation, som motsvarar den stationära lösningen. Ekvation (5) är emellertid ett specialfall av motsvarande instationära ekvation, som beskriver koncentrationens utbredning i tid och rum.

#### Härledning av ekvationen för koncentrationens tidsmedelvärde

Utgå från följande ekvation för den turbulenta koncentrationen  $c$ , se [1, 10]:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u_j \frac{\partial c}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( D \frac{\partial c}{\partial x_j} \right) + S \quad (8)$$

Till skillnad från ekvationssystemet ovan betecknar  $c$  och  $u_j$  här inte tidsmedelvärderna utan turbulenta storheter, som vardera består av en fluktuerande del ( $c'$  resp  $u_j'$ ) och tidsmedelvärdet av storheten ifråga ( $\bar{c}$  resp  $\bar{u}_j$ ). Källtermen  $S$ , som anger inflödet per tidsenhet av den inblandade föroreningen, har ett ändligt och från noll skilt värde enbart i den position, där källan tänkes placerad. I hela det övriga fältet gäller

ekv. (8) med källtermen lika med noll.

Tidsmedelvärdering av ekv. (8) ger för tvådimensionell strömning

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} (D \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} (D \frac{\partial \bar{c}}{\partial y}) - \overline{u'c'} - \overline{v'c'} + S \quad (9)$$

De understreckade turbulenstermerna omformas mha kontinuitets-ekvationen enligt

$$-\overline{u'c'} - \overline{v'c'} = -\frac{\partial}{\partial x} (\overline{u'c'}) - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v'c'})$$

Inför nu på vanligt sätt begreppet "eddy diffusivity". Då fås

$$-\overline{u'c'} = D_{tx} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}$$

$$-\overline{v'c'} = D_{ty} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y}$$

Om vi gör det förenklande antagandet att den turbulenta diffusiviteten för koncentrationen  $c$  är riktningsoberoende, dvs  $D_{tx} = D_{ty} = D_t$ , blir ekv. (9)

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} [(D + D_t) \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}] + \frac{\partial}{\partial y} [(D + D_t) \frac{\partial \bar{c}}{\partial y}] + S \quad (10)$$

Inför begreppet effektiv diffusivitet enligt

$$D_{\text{eff}} = D + D_t$$

$$v_{\text{eff}} = v + v_t \quad (11)$$

Vi vet, att det råder approximativt direkt proportionalitet mellan  $v_{\text{eff}}$  och  $D_{\text{eff}}$ . Inför därför även Schmidts tal

$$Sc = v_{\text{eff}} / D_{\text{eff}} \quad (12)$$

I vissa väl definierade strömningar är motsvarande turbulenta Schmidts tal  $= v_t / D_t \approx 0,5 - 1,0$ , se [1,5]. Erfarenhetsmässigt vet man, att i turbulenta strömningar den viskösa diffusionen spelar en betydligt mindre roll än den turbulenta diffusionen. I vårt fall med en komplicerad turbulent strömningsbild har därför Schmidts tal enligt (12) valts till  $Sc = 0,7$ .

Med sambanden (11) och (12) insatta i ekvation (10) får vi den tidsberoende ekvationen för tidsmedelvärdet av koncentrationen (här och i fortsättningen slopas strecket över tidsmedelvärdade storheter):

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} = \frac{1}{Sc} \left[ \frac{\partial}{\partial x} (v_{eff} \frac{\partial c}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (v_{eff} \frac{\partial c}{\partial y}) \right] + S \quad (13)$$

Motsvarande ekvation för det stationära koncentrationsfältet blir

$$u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} = \frac{1}{Sc} \left[ \frac{\partial}{\partial x} (v_{eff} \frac{\partial c}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (v_{eff} \frac{\partial c}{\partial y}) \right] + S \quad (14)$$

Mha kontinuitetsekvationen kan konvektionstermerna i ekvation (14) omskrivas på skonservativ form, varvid vi får den tvådimensionella motsvarigheten till ekvation (5) i ekvationssystemet ovan.

#### Randvillkor för koncentrationen

Till skillnad från liknande problem med temperaturen som beroende variabel är det i föreliggande fall i det närmaste omöjligt att på ett enkelt och samtidigt fysikaliskt riktigt sätt föreskriva koncentrationen på fasta ränder. Om man föreskriver koncentrationen felaktigt på en vägg, uppstår vid denna gradienter, som är skilda från noll, vilket är ekvivalent med att väggen tjänar som källa (positiv gradient, räknat från väggen) eller som sänka (negativ gradient) för koncentrationen. Detta är givetvis en fysikalisk orimlighet, eftersom väggen är impermeabel. Sk Dirichlet-villkor är således uteslutna utom i ventilationsluftens inlopp i vänstra väggen och i utloppet i taket vid högerväggen. Återstående möjlighet är ett von Neumannvillkor, dvs att föreskriva normalgradienten  $\partial c / \partial n$  vid ränderna. Enligt resonemanget ovan är enda tänkbara alternativ att denna gradient är noll.

I inloppsspalten i vänstra väggen är  $c=0$ , eftersom den inkommande ventilationsluften är helt ren.

I utloppet skall man vid stationärt tillstånd kunna föreskriva ett värde på koncentrationen  $c$  utgående från den massbalans, som därvid råder mellan tillförd föroreningsmängd i källan och utventilerad föroreningsmängd genom lokalens utlopp. Den besvärliga behandlingen av källområdet (se nedan) har emellertid givit anledning att tills vidare även i utloppet använda von Neumanns villkor  $\partial c / \partial n = 0$ . Resultaten från experimenten understöder detta val, eftersom de visar att koncentrationen i ett område nära utloppet är i stort sett lika.

Ur matematisk synpunkt är Dirichletvillkoret, dvs att koncentrationen  $c$  själv är föreskriven, att föredra, eftersom detta ger en entydig lösning. Neumannvillkoret däremot, dvs normalderivatan  $\partial c / \partial n$  är föreskriven, ger en lösning, som är bestämd enbart på en konstant när.

Sammanfattning:

Fasta ränder:  $\partial c / \partial n = 0$   
 Inlopp :  $c = 0$   
 Utlopp :  $\partial c / \partial n = 0$

Inloppsvillkoret samt valet av källflöde i föroreningskällan



ger en entydig lösning till vår linjära differentialekvation för medelkoncentrationen  $c$  (ekv. (13) eller (14)).

#### NÅGOT OM BERÄKNINGSMETOD OCH NUMERISK BEHANDLING

Beräkningarna har utförts i princip på två olika sätt. En stationär lösning för tidsmedelvärdet av koncentrationen har framtagits med ett beräkningsprogram, som bygger på ekvation (14). Ett annat beräkningsprogram, som bygger på ekvation (13) och som beskriver tidsutvecklingen i rummet av koncentrationens tidsmedelvärde, har framtagits och testats. I båda programmen har den linjära koncentrationsekvationen (ekv. (13) resp. ekv. (14)) omskrivits på finit differensform. Resulterande ekvationssystem löses sedan genom ett iterativt förfarande m h a dator.

#### Beräkningsprogram för det stationära koncentrationsfältet

Detta program är från början en omskrivning av det beräkningsprogram för strömningsfält och skalärfält i återcirkulerande flöden, som använts för bestämning av det isoterma strömningsfältet. Beräkningsmetoden presenteras i detalj i [3].

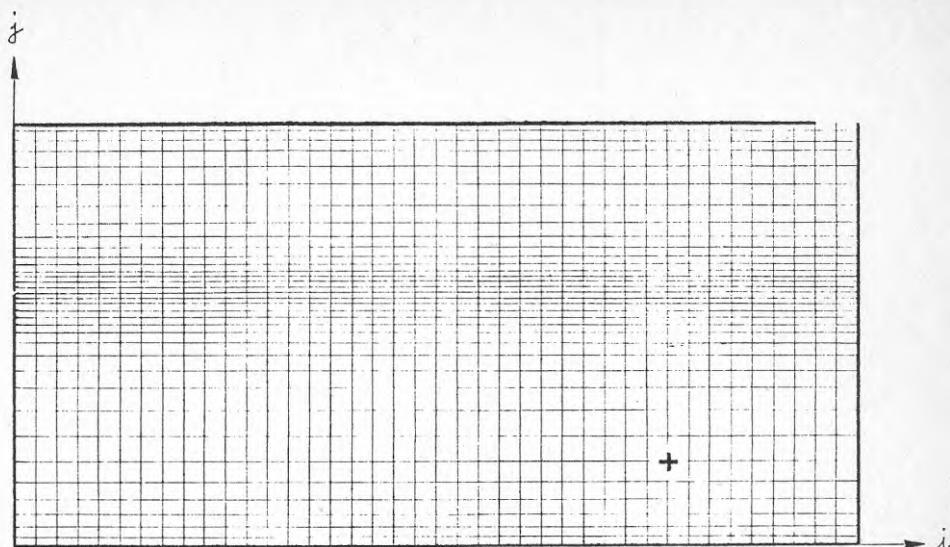
Beräkningslokalen täckes enligt figur 2a och b av ett olikformigt rutnät. I varje skärningspunkt (nod) gäller en finit differensekvation, som motsvarar den linjära partiella differentialekvationen (14) av elliptisk typ. De linjära konvektionstermerna i ekvationens vänsterled har ersatts av  $s_k$  uppströmsdifferenser. Resultatet blir ett ekvationssystem av differensekvationer, vilket löses med ett iterativt förfarande punkt för punkt enligt Gauss-Seidels metod.

#### Beräkningsprogram för det icke-stationära koncentrationsfältet

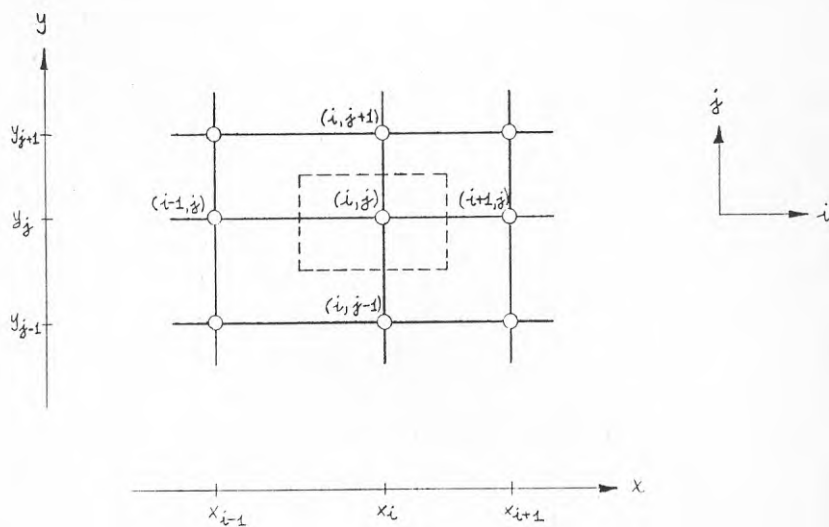
Den partiella differentialekvationen (13), som är parabolisk i tiden  $t$ , omformas genom Taylorutveckling av ingående termer till en finit differensekvation. I denna väljes tidsnivåerna på ett sådant sätt, att vi får en partiellt implicit differensekvation av  $O(\Delta t^2, \Delta x^2, \Delta y^2)$ . Även här löses systemet av finita differensekvationer genom successiva iterationer enligt Gauss-Seidel (se [8]).

Metoden är i princip en kombination av Eulers modifierade metod och Crank-Nicolsons metod (se [6, 7, 8]), och skall till skillnad från den explicita metod jag tidigare använt vara stabil för alla tidssteg  $\Delta t$ . Fördelen med en sådan här metod är, att man kan följa tidsutvecklingen ända fram till den stationära lösningen utan att få en orimligt stor datortid orsakad av den begränsning av tidssteget  $\Delta t$ , som Courant-Friedrichs-Levy-villkoret medför i motsvarande explicita metod. Likaså kan man successivt öka tidssteget  $\Delta t$  för ökande tider  $t$ , varför metoden framträder ännu mera fördelaktig.

För ytterligare detaljer hänvisas till [9].



Figur 2a. Olikformigt rutnät i beräkningsprogram.  
Källan markerad med + .



Figur 2b. Detalj av rutnät. Integrationscellen för  
noden  $(i, j)$  streckmarkerad.  
 $(i, j)$  osv anger nod.  $x_i$  osv anger koordinat.

## KÄLLOMRÅDET

I ekvation (13) och (14) för medelkoncentrationen  $c$  ingår källtermen  $S$   $\text{kg/m}^3\text{s}$ , som anger den interna föroreningsgenereringen dvs inflödet per tidsenhet av den inblandade föroreningen. Den matematiska (och numeriska) behandlingen av  $S$  har visat sig besvärlig. För att dels överhuvud taget få en lösning, dels få en så riktig lösning som möjligt har jag försökt med några olika varianter.

### Alternativ I

För att göra lösningarna allmängiltiga, dvs oberoende av storleken på  $S$ , gör jag källtermen dimensionslös genom att dividera den aktuella koncentrationsekvationen (t ex ekvation (14)) med den konstanta storheten  $S$ . Resultatet blir en ekvation, vars lösning ger den stationära fördelningen i rummet av storheten  $c^* = c/S$  (som har dimensionen sek.)

$$u \frac{\partial c^*}{\partial x} + v \frac{\partial c^*}{\partial y} = \frac{1}{Sc} \left[ \frac{\partial}{\partial x} (v_{\text{eff}} \frac{\partial c^*}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (D_{\text{eff}} \frac{\partial c^*}{\partial y}) \right] + 1 \quad (15)$$

Ekvation (15) gäller i den punkt i rummet, där föroreningskällan tänkes placerad. I alla övriga punkter i rummet är källtermen noll. Randvillkoren för  $c^*$  får samma utseende som för  $c$ .

Jag har i detta alternativ inte behövt ta ställning till hur källan fungerar och inte heller hur stort källflödet är. Jag har enbart förutsatt att det finns en källa i en viss punkt i lokalen.

Genom att införa ett referensvärde  $c_{\text{ref}}^* = c_{\text{ref}}/S$  och presentera beräkningsresultaten på formen

$$\frac{c^*}{c_{\text{ref}}^*} = \frac{c/S}{c_{\text{ref}}/S} = \frac{c}{c_{\text{ref}}}$$

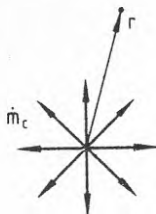
får jag således en lösning för koncentrationen  $c$ , en lösning, som gäller oberoende av storleken på källtermen  $S$ . I detta fall beräknar det numeriska beräkningsprogrammet genom successiva iterationer direkt mha ekvation (15) ett medelvärde för  $c^*$  över den integrationscell, i vilken källnoden är placerad.

Nackdelen med detta förfarande är, att de stora koncentrationsgradienter, som i verkligheten uppträder i området kring källan, slätas ut genom en från början gles rutnätsindelning kring källan i det numeriska beräkningsprogrammet. En ökning av antalet beräkningsnoder runt källan, dvs ett tätare rutnät, har inte eliminerat svagheten med för små koncentrationsgradienter i källområdet. Därför har jag undersökt några andra sätt att behandla källområdet.

### Alternativ II

Antag att vi har en ren diffusion av koncentrationen  $c$  från en linjekälla (motsvarar en punkt i planet, se figur 3) med diffusionskoefficienten  $D_{\text{eff}}$ , i vilken ingår både molekyllär och

turbulent diffusion. Den senare förutsätter visserligen en konvektiv rörelse, men om rutnätet runt källan är tätt, kommer diffusionen att dominera över konvektionen i beräkningsnoderna närmast källan.



Figur 3. Diffusion från en punktförmig källa.

Utfloppet från källan är  $\dot{m}_c$  [ $\text{kg}/\text{m}^2\text{s}$ ]. Vi får då

$$\dot{m}_c = -D_{\text{eff}} \frac{\partial c}{\partial r} \quad (16)$$

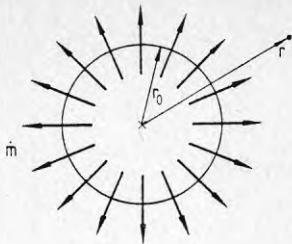
Massflödet  $\dot{m}_c$  är positivt vid en källa. Eftersom  $c$  avtar med  $r$ , blir  $\partial c/\partial r$  negativ, vilket förklarar minustecknet i ekvationen. Integration ger för medelkoncentrationen  $c$  [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]

$$c = -\frac{\dot{m}_c}{D_{\text{eff}}} \cdot \ln r + c_k \quad (17)$$

Integrationskonstanten  $c_k$  är en additiv storhet, som emellertid inte kan väljas godtyckligt. Vidare tillåter ekvation (17)  $c$  att växla tecken beroende på storleken av  $r$ . Det är visserligen önskvärt att specificera  $c$ , men nämnda svårigheter tvingar oss att i stället ange gradienten  $\partial c/\partial r$ .

#### Alternativ III

En specifikation av massflödet  $\dot{m}$  [ $\text{kg}/\text{s}$ ] ut ur källan medför således att lösningen inte längre blir oberoende av storleken på källtermen. En korrekt jämförelse med utförda experiment kräver därför samma  $\dot{m}$  i både beräkningar och experiment. Eftersom källan i experimenten av praktiska skäl inte kan vara helt punktförmig, kommer jag här att förutsätta en källa med en viss utsträckning i planet.



Figur 4. Diffusion från en källa med radien  $r_0$ .

Källan antages cirkulär (se figur 4) med radien  $r_0$ , som är mycket liten jämfört med lokalens dimensioner. Störningen på det redan existerande strömningsfältet antages därför försumbar.

Jag antar återigen att vi har en ren diffusion av koncentrationen  $c$ . På samma sätt som ovan har vi en diffusionskoefficient  $D_{\text{eff}}$ , i vilken ingår både molekylär och turbulent diffusion. Det totala utflödet från källan är  $\dot{m}$  [kg/s]. Då gäller

$$\dot{m} = -2\pi r_0 L \cdot D_{\text{eff}} \frac{\partial c}{\partial r} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\partial c}{\partial r} = a \quad (18)$$

där

$$a = -\frac{\dot{m}}{2\pi r_0 L \cdot D_{\text{eff}}} \quad (19)$$

Konstanten  $a$  fås ur experimenten ( $\dot{m}$ ,  $r_0$  och  $L$ ) samt från strömningsfältberäkningen ( $D_{\text{eff}}$ ).

Enligt [2] gäller

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 60 \quad \text{l/h} \\ \rho &= 1,21 \quad \text{kg/m}^3 \\ r_0 &= 0,005 \quad \text{m} \\ L &= 1,00 \quad \text{m} \quad (= \text{källans utsträckning vinkelrätt mot mätplanet}) \end{aligned}$$

Vidare gäller i källnoden

$$D_{\text{eff}} = 3,9865 \cdot 10^{-3} \quad \text{m}^2/\text{s}$$

Vi får således

$$\frac{\dot{m}}{L} = \frac{\rho \dot{V}}{L} = 2,0167 \cdot 10^{-5} \quad \text{kg/ms} \quad (20)$$

$$\dot{m}_c = \frac{\dot{m}}{2\pi r_0 L} = 6,4192 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m}^2 \text{ s} \quad (21)$$

$$a = -0,16102 \text{ kg/m}^4 \quad (22)$$

Med ekvation (18) omskriven på differensform fås i detta fall

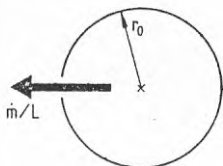
$$\frac{c_{i,j} - c_{i-1,j}}{\Delta r} = a \quad (23)$$

Indexen  $i$  och  $j$  anger koordinat i  $x$ - resp.  $y$ -riktning. Om man i beräkningarna tänker sig att källans utsträckning är mycket liten, dvs att motsvarande radie  $r_0$  är mycket liten jämfört med nodavstånden  $\Delta x$  och  $\Delta y$  invid källan, samtidigt som massflödet  $\dot{m}/L$  ut ur källan hålles konstant och lika med experimentvärdet, gäller approximativt

$$\Delta r = (\Delta x^2 + \Delta y^2)^{1/2} \quad (24)$$

Det bör noteras, att ingen av förutsättningarna ovan utesluter en källa med icke-cirkulär form i planet.

I experimentfallet är det av praktiska skäl uteslutet med en diffusiv källa på exakt det sätt, som figur 4 visar. I stället släpps spårgasen ("föroreningen") ut genom små hål riktade i negativ  $x$ -riktning, dvs ungefär parallellt med ventilationsluftens huvudströmningsriktning, se figur 5.



Figur 5. Principskiss av källan vid experimenten.

Som en första approximation användes emellertid modellen med en cirkulär diffusiv källa enligt figur 4. Differensvillkoret (23) utnyttjas dock enbart mellan källnoden  $(i,j)$  och noden  $(i-1,j)$  nedströms källan.

Sammanfattning:

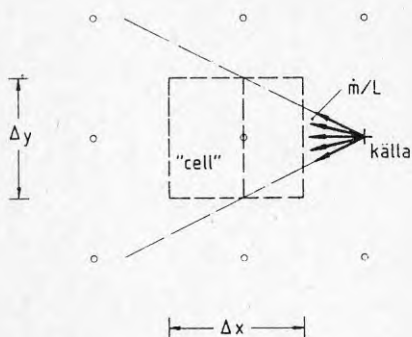
1. I alla noder utom den nod, där källan är placerad, användes den finita differensmotsvarigheten till ekvation (14) för medelkoncentrationen  $c$  men med källtermen lika med noll.
2. I källnoden bestäms medelkoncentrationen  $c$  mha villkoret (23), som tillämpas mellan källnoden  $(i,j)$  och noden  $(i-1,j)$  nedströms källan.
3. Samma randvillkor, som bestämts ovan, användes.

Detta alternativ har även testats med ett föreskrivet värde  $c_{ut}$ , på medelkoncentrationen i utloppet. (För bestämning av  $c_{ut}$ , se Appendix.)

#### Alternativ IV

Källan antages punktformig (eller cirkulär med en radie  $r_0$ , som är mycket liten jämfört med lokalens dimensioner), varför störningen på redan existerande strömningsfält antages försumbar.

Jag antar vidare, att vi har en ren konvektion av koncentrationen  $c$  från källan. Den totala föroreningsmängden  $\dot{m}/L$ , som lämnar källan, antages sprida sig som en turbulent stråle och passera enbart den cell, vars nod ligger omedelbart nedströms källan (se figur 6).



Figur 6. Konvektiv källa.

Totalt massflöde ut ur källan är

$$\frac{\dot{m}}{L} \quad \left[ \frac{\text{kg}}{\text{ms}} \right] \quad (25)$$

Cellen nedströms källan passeras av volymflödet  $\Delta\psi$  [ $\text{m}^3/\text{ms}$ ].

Om det genomsnittliga värdet av medelkoncentrationen i cellen är  $c$  [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ], passeras cellen per tidsenhet av föroreningsmängden

$$c \cdot \Delta\psi \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{\text{m}^3}{\text{ms}} \right] \quad (26)$$

Med antagandet ovan är (25) och (26) lika, varför vi får följande uttryck för medelkoncentrationen  $c$  i cellen nedströms källan

$$c = \frac{\dot{m}/L}{\Delta\psi} \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \quad (27)$$

Eftersom sambandet (27) inte säger något om koncentrationen eller dess gradient vid källnoden, måste (27) kompletteras. Om det går och i så fall på vilket sätt återstår att bestämma.

Eventuellt ytterligare något eller några alternativ kan diskuteras, men sannolikt är alternativ III men med randvillkoret  $c_{ut} = \text{konstant}$  det bästa.

## RESULTAT

Resultat av numerisk beräkning resp. experimentell bestämning av det isoterma strömningsfält, i vilket föroreningskällan är placerad, redovisas i detalj i [4]. Här visas enbart det beräknade hastighetsfältet (figur 7a) och strömlinjefördelningen (figur 7b). Jämförelse med experiment har visat, att det beräknade hastighetsfältet (både till storlek och riktning) stämmer ganska väl överens med det uppmätta hastighetsfältet. Största avvikelserna erhålls för lokalens nedre vänstra hörn, där den i verkligheten uppträdande instationära återcirkulationsbubblan knappast mer än antyds i beräkningsresultaten.

Utgående från detta kan man värdera resultaten från den numeriska beräkningen av det stationära koncentrationsfältet. Isokurvor för den stationära fördelningen av koncentrationens tidsmedelvärde ges i figur 8a och b, dels för numeriska beräkningar enligt alternativ I (se avsnittet "Källområdet" ovan), dels enligt experiment. Resultatens ges på dimensionslös form. Som referensvärde har valts det värde på koncentrationen  $c$ , som beräknats resp. uppmätts i lokalens utlopp. Valet av referensvärde grundas på, att utloppskoncentrationen vid mätningarna varit mycket stabil och avvikit endast obetydligt från medelvärdet. För att underlätta jämförelsen mellan beräknade och uppmätta resultat ges i figur 9 numeriska värden på  $c/c_{ref}$  i några punkter i fältet, Dessutom redovisas avvikelserna mellan numeriska beräkningsresultat och experimentellt uppmätta värden i procent av de senare. Figur 10 ger i kurvform beräknad resp. uppmätt fördelning av koncentrationen i olika tvärsnitt i lokalen.

Den beräknade stationära koncentrationsfördelningen är acceptabel i större delen av fältet. Där större avvikelser finns, kan dessa hänföras till dels brister vid bestämning av strömningsfältet (inloppsstrålens inverkan, dålig turbulensmodell m.m.), dels dålig beskrivning av källområdet i beräkningsprogrammet för koncentrationen. Figur 10 visar att de stora koncentrationsgradienter resp. höga värden på koncentrationen, som mätts upp strax nedströms källan, ej kommer fram vid de numeriska beräkningarna. För att förbättra resultaten i källområdet och därmed genom ökad konvektiv transport från detta område även förbättra beräkningsresultatet i övriga delar av fältet har jag undersökt olika möjligheter att bättre beskriva spridningen från källan (se avsnittet "Källområdet"). Tester med olika varianter pågår.

Det implicita beräkningsprogram, som framtogs för att beskriva koncentrationens instationära utveckling i rummet, fungerar tillfredsställande. Ingen antydning till numerisk instabilitet finns.

Valet av referenskoncentration  $c_{ref}$  blir i detta fall något besvärligt. Eftersom tidsprogrammet inte körts tillräckligt långt i tiden  $t$  för att ge det stationära tillståndet, kan jag i dessa beräkningar inte välja  $c_{ref}$  på samma sätt som i stationära fallet. Därför användes här som  $c_{ref}$  det utloppsvärde  $c_{ut}$ , som kan förväntas utgående från massbalansen vid stationärt tillstånd.

De testkörningar, som hittills gjorts, visar god överensstämmelse



mellan beräknad och uppmätt koncentrationsgradient i punkter nedströms källan för tider närmast efter att källan "öpnats" (se figur 11). Efter ett antal tidssteg börjar emellertid den beräknade koncentrationsökningen att avta, och kurvan antar en ny och felaktig derivata. Sannolikt hänger detta samman med ofullständig beskrivning av källområdet. När lämpligaste modell för detta område erhållits för det stationära fallet, kommer denna modell att prövas även i det instationära programmet.

Enligt figur 11 startar tillväxten av koncentrationen i den redovisade punkten ej samtidigt i beräkningsfallet och experimentfallet. Då det experimentellt är mycket svårt att tidsmässigt exakt avgöra, när en mätbar koncentration av spårgas (förorening) hunnit fram till en viss mätpunkt, är en helt rättvis jämförelse med experiment svår att göra.

## APPENDIX

Bestämning av medelkoncentrationen  $c_{ut}$  i utloppet

I det stationära fallet råder det ju balans mellan inströmmad föroreningsmängd från källan och utventilerad föroreningsmängd i utloppet. Denna massbalans ger ett värde på medelkoncentrationen  $c_{ut}$  i utloppet enligt följande:

Totalt insläppt föroreningsmängd per tidsenhet genom källan:

$$\frac{\dot{m}}{L} \quad [\text{kg/ms}] \quad (\text{A1})$$

Totalt utventilerad föroreningsmängd per tidsenhet genom utloppet:

$$c_{ut} \cdot \Delta\psi_{ut} \quad \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{\text{m}^3}{\text{ms}} \right] \quad (\text{A2})$$

Vid stationärt tillstånd är (A1) och (A2) lika, varför

$$c_{ut} = \frac{\frac{\dot{m}}{L}}{\Delta\psi_{ut}} \quad \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \quad (\text{A3})$$

Strömningsberäkningarna ger för volymflödet  $\Delta\psi_{ut}$  i utloppet

$$\Delta\psi_{ut} = 1,8 \cdot 10^{-2} \quad \text{m}^2/\text{s}$$

Vidare är enligt [ 2 ]

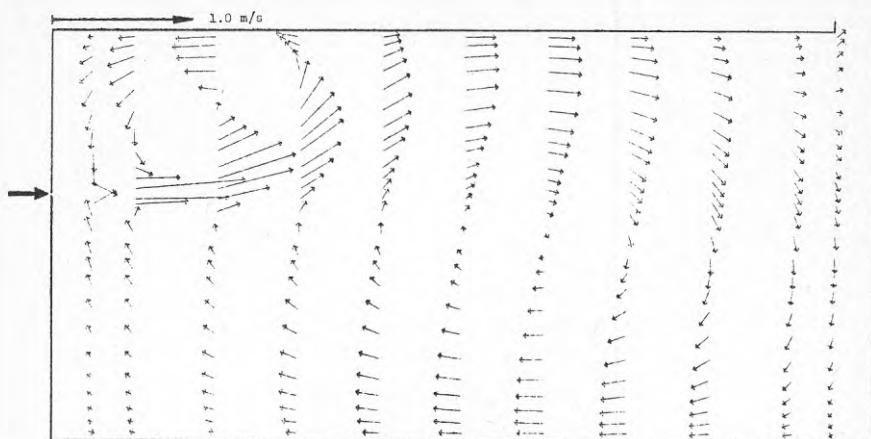
$$\frac{\dot{m}}{L} = 2,0167 \cdot 10^{-5} \quad \text{kg/ms}$$

Insättning i ekvation (A3) ger utloppskoncentrationen

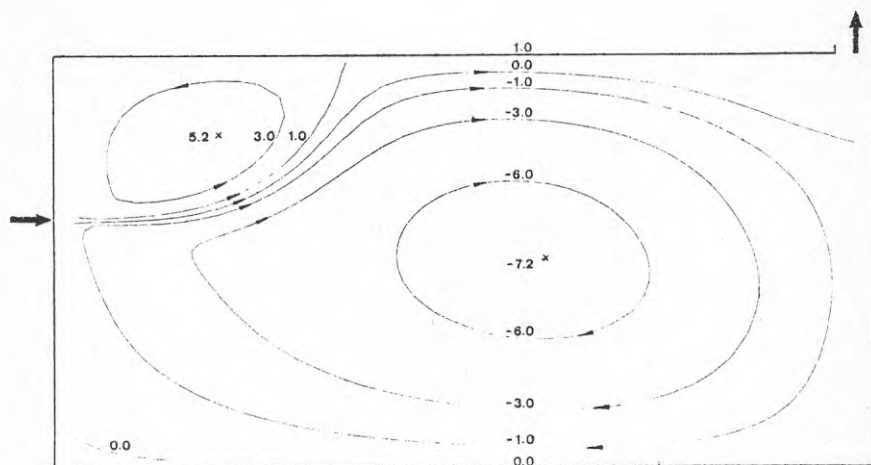
$$c_{ut} = 1,120 \cdot 10^{-3} \quad \text{kg/m}^3$$

## REFERENSER

1. Bird, R B, Stewart, W E & Lightfoot, E N, 1960, Transport Phenomena (John Wiley & Sons, Inc.).
2. Christiansson, L & Masimov, T, 1977, Experimentell bestämning av koncentrationsfördelning i en isotermt ventilerad lokal med en intern föroreningskälla. Examensarbete vid Inst. för tillämpad termodynamik och strömningslära, CTH.
3. Gosman, A D, Pun, W M, Runchal, A K, Spalding, D-B & Wolfshtein, M. 1969, Heat and Mass Transfer in Recirculating Flows (Academic Press, London).
4. Larsson, M & Sundkvist, S G, 1976, Luftrörelser i ventilerade lokaler, Rapport till Styrelsen för Teknisk Utveckling (STU) nr 73-3452 och 74-3517.
5. Launder, B E & Spalding, D B, 1972, Mathematical Models of Turbulence (Academic Press, London).
6. Richtmayer, R D & Morton, K W, 1967, Difference Methods for Initial-Value Problems, (Interscience Publishers) 2nd ed.
7. Roache, P J, 1972, Computational Fluid Dynamics, (Hermosa Publishers).
8. von Rosenberg, D U, 1969, Methods for the Numerical Solution of Partial Differential Equations, (American Elsevier Publ. Co, Inc., New York).
9. Sundkvist, S G, (to be published 1980) Internal report.
10. Tennekes, H, & Lumley, J L, (1972) A First Course in Turbulence, (MIT Press).



Figur 7a. Beräknad hastighetsfördelning i en isotermt ventilerad lokal enligt figur 1b.

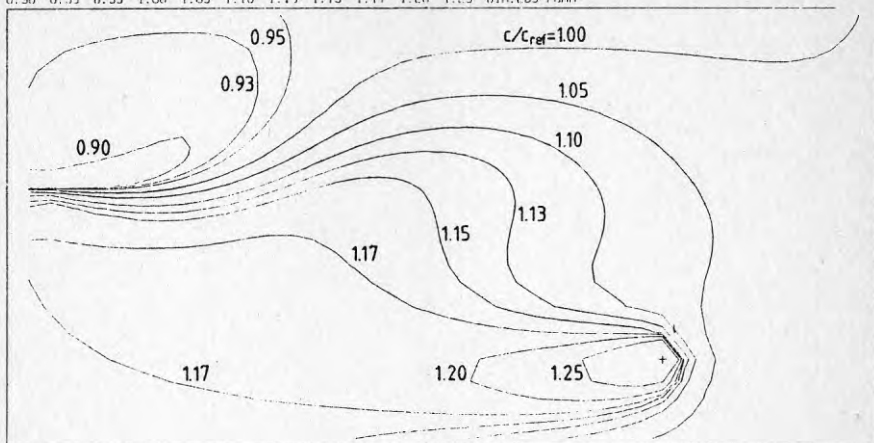


Figur 7b. Beräknad strömlinjefördelning i en isotermt ventilerad lokal enligt figur 1b.

## KONCENTRATIONSFÄLTET I EN VENTILERAD LOKAL

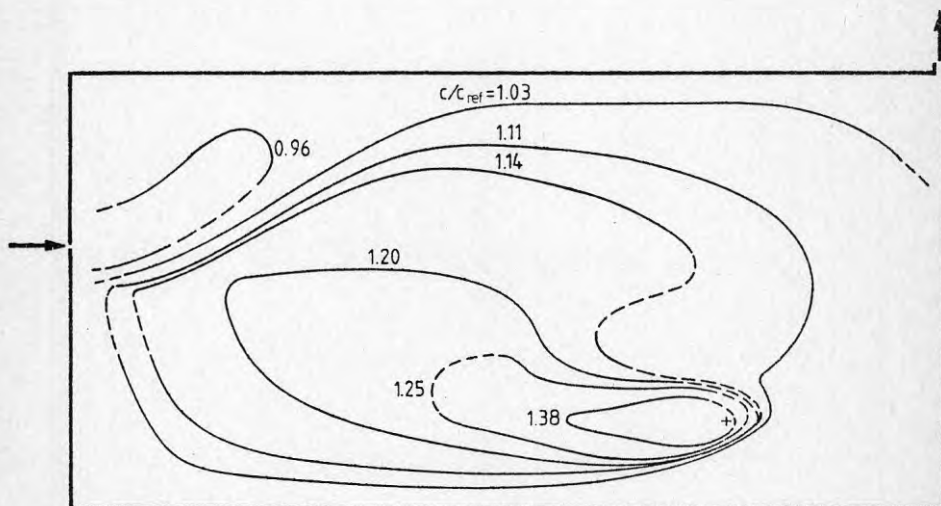
LINDA : RE-1190 AR-0.0000

0.90 0.93 0.95 1.00 1.05 1.10 1.13 1.15 1.17 1.20 1.25 DIM.LÖS FORM

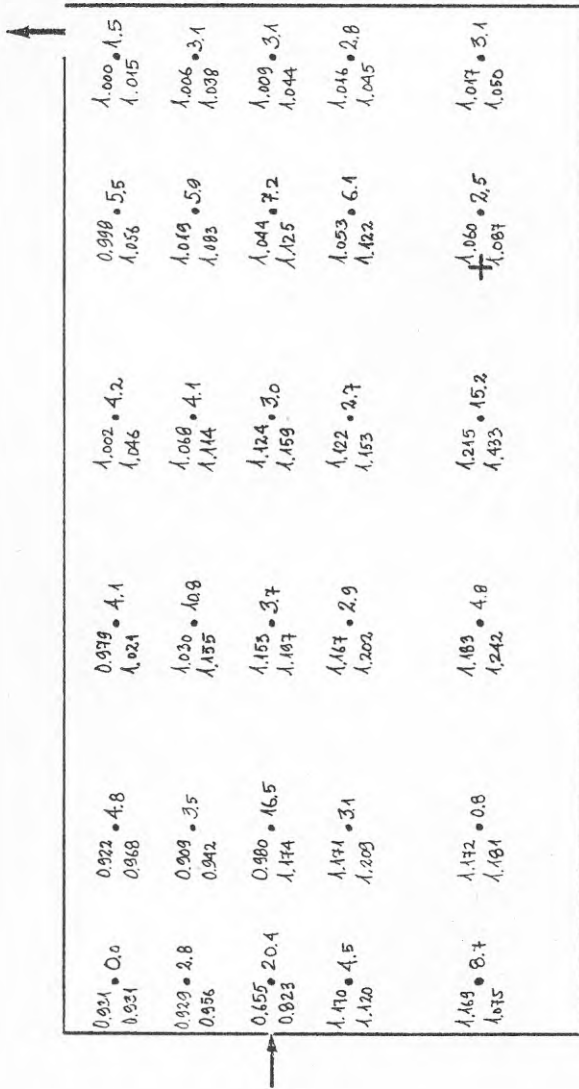


Figur 8. Stationär koncentrationsfördelning i en isotermt ventilerad lokal enligt figur 1b. Referensvärdet  $c_{ref}$  är koncentrationens värde i utloppet.

Figur 8a. Numerisk lösning.



Figur 8b. Experiment.

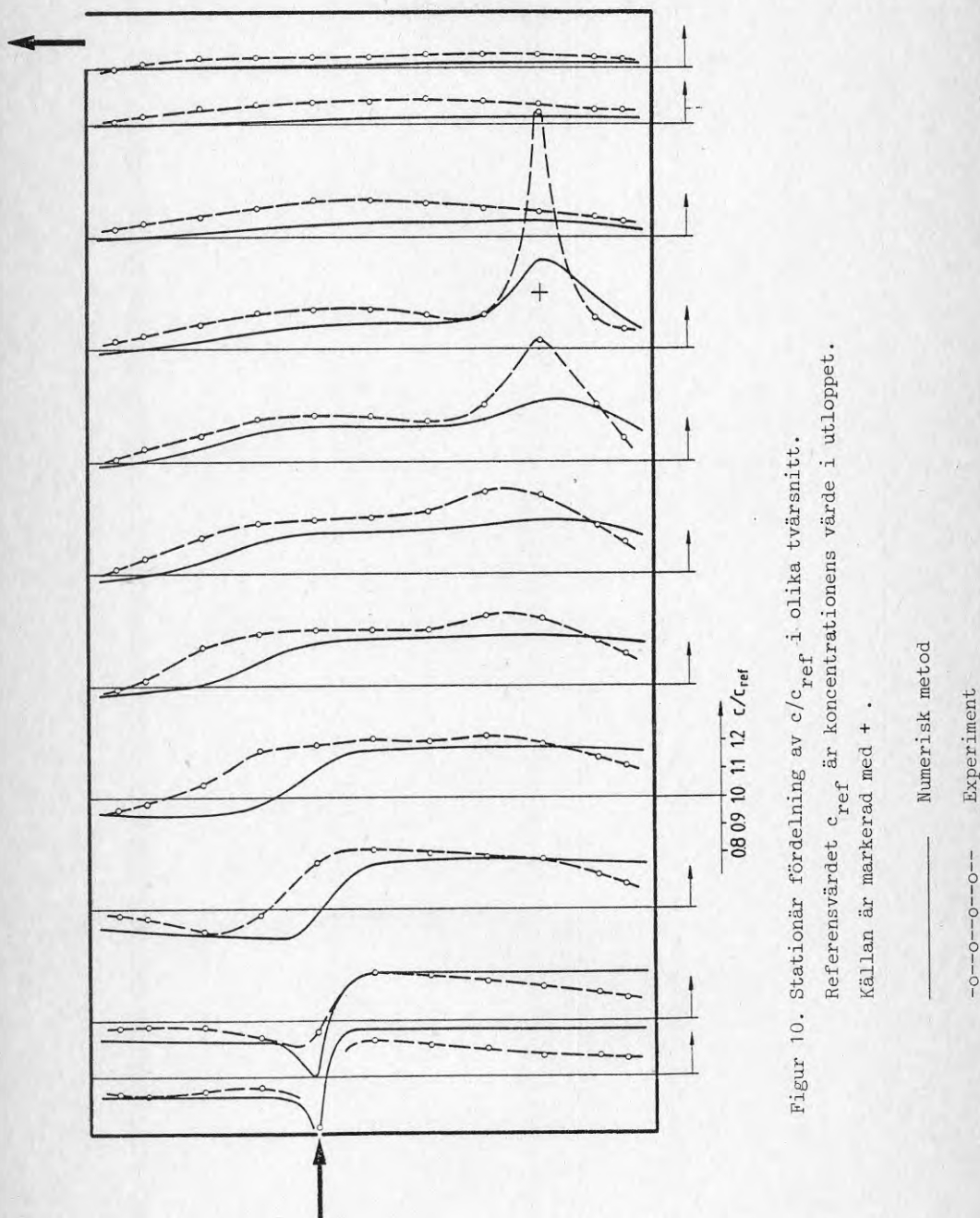


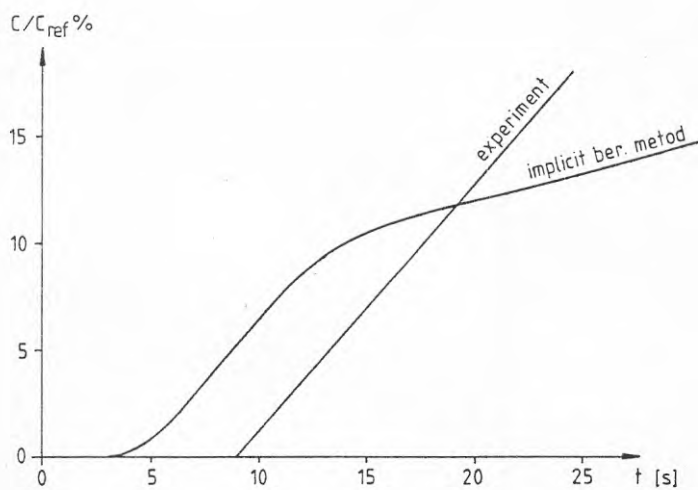
Figur 9. Stationär lösning av  $c/c_{ref}$ . Referensvärdet  $c_{ref}$  är koncentrationens värde i utloppet. Källan är markerad med +.

Jämförelse mellan numerisk metod och experiment.

Figuren läses enligt:

- Numerisk metod •
- Avvikelse (i % av experimentvärdet) Experiment

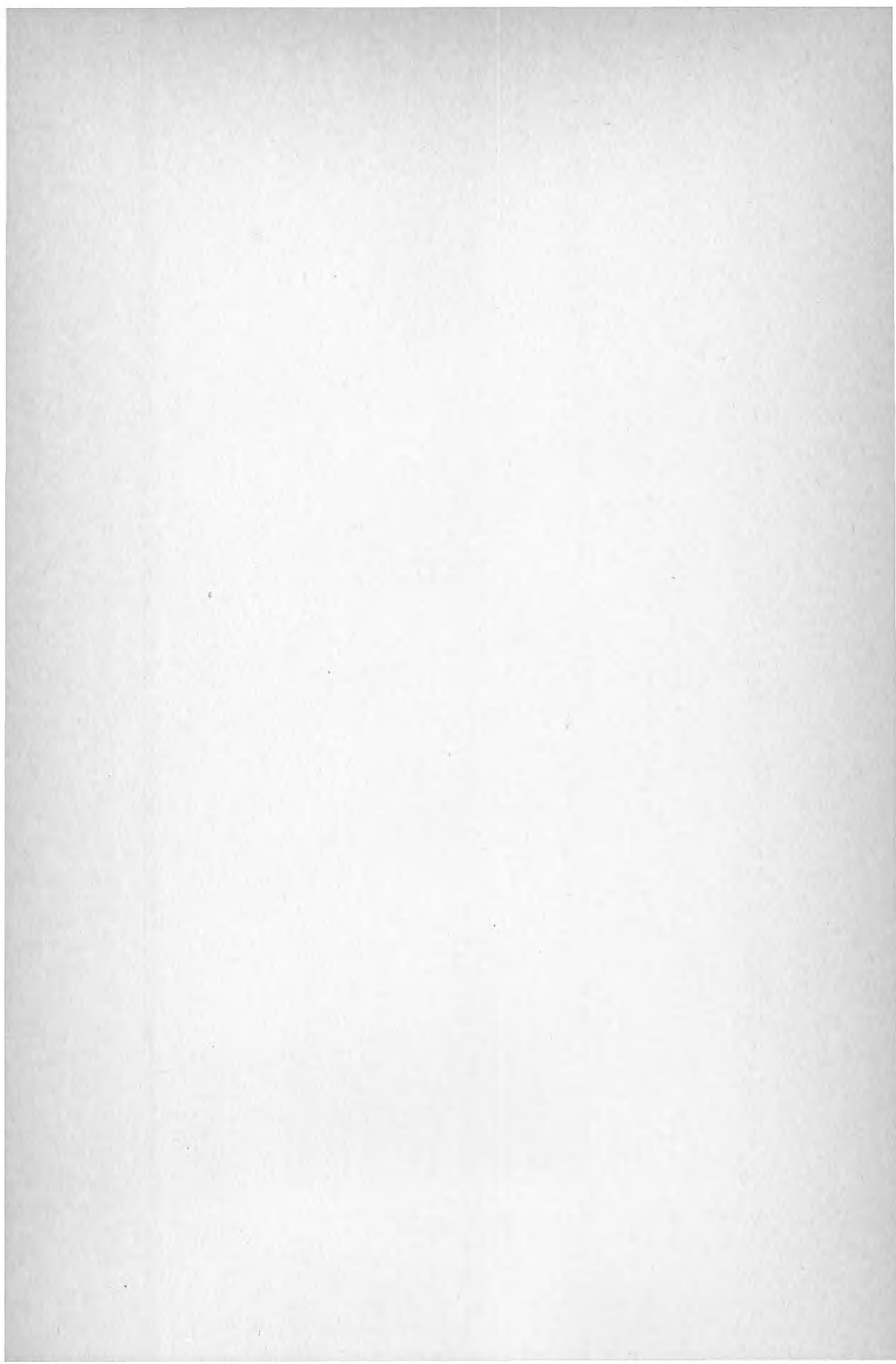


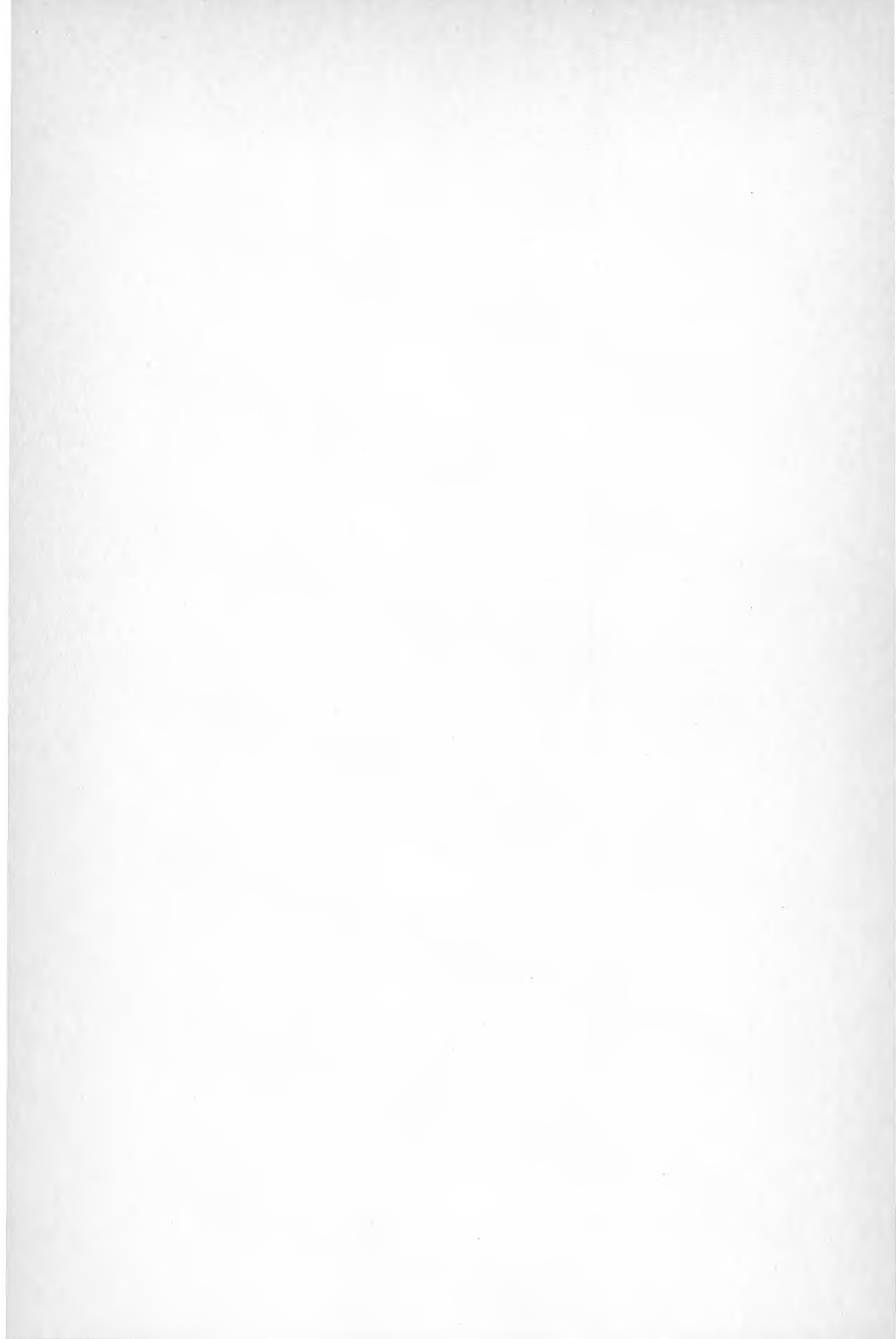


Figur 11. Koncentrationens tillväxt i punkten  $x = 1,6$  m,  $y = 0,8$  m.  
Källan "öppnar" vid tiden  $t = 0$  sek.

Jämförelse mellan implicit beräkningsmetod och experiment.







**Denna rapport hänför sig till Projekt Nr 750937-4  
från Statens råd för bygnadsforskning till  
Institutionen för Tillämpad termodynamik och  
strömningslära, CTH, Göteborg**

**R13: 1980**

**ISBN 91-450-3180-X**

**Statens råd för bygnadsforskning, Stockholm**

**Art.nr: 6700113**

**Abonnemangsgrupp:  
W. Installationer**

**Distribution:  
Svensk Byggtjänst, Box 7853  
103 99 Stockholm**

**Cirka pris: 15 kr exkl moms**