



Det här verket har digitaliserats vid Göteborgs universitetsbibliotek och är fritt att använda. Alla tryckta texter är OCR-tolkade till maskinläsbar text. Det betyder att du kan söka och kopiera texten från dokumentet. Vissa äldre dokument med dåligt tryck kan vara svåra att OCR-tolka korrekt vilket medför att den OCR-tolkade texten kan innehålla fel och därför bör man visuellt jämföra med verkets bilder för att avgöra vad som är riktigt.

This work has been digitized at Gothenburg University Library and is free to use. All printed texts have been OCR-processed and converted to machine readable text. This means that you can search and copy text from the document. Some early printed books are hard to OCR-process correctly and the text may contain errors, so one should always visually compare it with the images to determine what is correct.



Rapport

R95:1988

Vibrationer från brukslast i betongelementbjälklag

Affärs- och kontorshus

Per-Erik Eriksson

INSTITUTET FÖR
BYGGDOKUMENTATION

Accnr

Plac Ser

E/54

Bygghforskningsrådet

R95:1988

**VIBRATIONER FRÅN BRUKSLAST I
BETONGELEMENTBJÄKLÄG**

Affärs- och kontorshus

Per-Erik Eriksson

Denna rapport hänför sig till ett projekt, samfinansierat av Byggeforskningsrådet, BFR (proj.nr. 860291-9), Svenska Byggbranschens Utvecklingsfond SBUF/A-Betong i Strängnäs AB samt Betongelementföreningen utfört vid Chalmers Tekniska Högskola, Avd. Stål- och Träbyggnad, Göteborg.

REFERAT

Projektets syfte har varit att klargöra hur bjälklag av förspända betongelement beter sig under dynamisk bruksstadiebelastning. Studien rör lokaler av kontors- eller varuhustyp. Den typ av kontinuerliga, lågfrekventa vibrationer (0-10 Hz) som uppkommer i dylika bjälklag har ibland upplevts som störande av främst stillastående eller sittande personal. De vibrationer som uppmätts är till helt övervägande del resonanta vibrationer som induceras av bredbandig last, främst från gående människor.

En beräkningsmetod för att förutsäga storleken av dessa vibrationer presenteras. Metoden baseras på bjälklagens s k modala parametrar samt en experimentellt framtagen modell av den dynamiska lasten. De modala parametrarna (egenfrekvenser, medsvängande massa, modform samt modal dämpning) beräknas med datoranalys (FEM) resp bestäms empiriskt utgående från provningar av existerande byggnader. Inverkan av olika förändringar hos bjälklagen, såsom t ex spännviddsförändring, pågjutning och vibrationsdämpning beskrivs i en numerisk studie.

I Byggforskningsrådets rapportserie redovisar forskaren sitt anslagsprojekt. Publiceringen innebär inte att rådet tagit ställning till åsikter, slutsatser och resultat.

Denna skrift är tryckt på miljövänligt, oblekt papper.

R95:1988

ISBN 91-540-4956-3
Statens råd för byggnadsforskning, Stockholm
Svenskt Tryck Stockholm 1988

INNEHÅLL

FÖRORD	Sid.	5
SAMMANFATTNING		7
1. PROBLEM OCH BAKGRUND		9
2. BJÄLKLAGSTYPER OCH MODELLERING		12
2.1 Bjälklagstyper		12
2.2 Bjälklagens dynamiska egenskaper		15
2.3 Dynamisk modellering av bjälklag		20
3. DYNAMISK BELASTNING		26
3.1 Belastning från persontrafik		26
3.2 Belastning från maskiner		28
4. BERÄKNINGSMETODER		29
4.1 Bjälklagets modala parametrar		29
4.2 Uppskattning av vibrationsacceleration		31
4.3 Kriterier		35
5. KONSTRUKTIVA ÅTGÄRDER		38
5.1 Spännviddsvariation		38
5.2 Massvariation		39
5.3 Dämpningsvariation		40
5.4 Elementvariation		40
6. LABORATORIEPROV OCH ANALYS		42
7. FÄLTSTUDIER		44
7.1 Metodik och utrustning		44
7.2 Mätobjekt och resultat		48
7.3 Beräkningsresultat		78
8. SLUTSATSER		81
BILAGOR:		
A	BERÄKNINGSEXEMPEL	83
B	EXPERIMENTELLA RESULTAT	111

REFERENSER 119

ÖVRIG LITTERATUR 122

APPENDIX:

- A DYNAMIC FOOTFALL LOADING FROM GROUPS OF WALKING PEOPLE (Särtryck ur Proceedings of Symposium/Workshop on Serviceability of Buildings, Vol. 1 pp. 497-511, Ottawa 1988)

- B MODAL ANALYSIS OF A PRE-CAST CONCRETE FLOOR ELEMENT (Opublicerad artikel)

FÖRORD

Föreliggande rapport utgör slutrapport till forskningsprojektet "Vibrationer hos betongelementbjälklag i affärs- och kontorsbyggnader" som utförts vid Institutionen för Konstruktionsteknik, Avdelningen för Stål - & Träbyggnad vid Chalmers Tekniska Högskola, Göteborg. Projektet har finansierats gemensamt av Byggforskningsrådet, BFR (proj.nr. 860291-9), Svenska Byggbranschens Utvecklingsfond SBUF/A-Betong i Strängnäs AB samt Betongelementföreningen.

Vid Avd. Stål- & Träbyggnad, CTH har forskning inom området svikt- och vibrationsproblem i bjälklag bedrivits under en följd av år, se t.ex. referenserna (Ohlsson 1982, 1984 och 1988). Detta arbete har dock i första hand varit inriktat mot bjälklag med små och medelstora spännvidder.

Idén till aktuellt projekt väcktes av dåvarande adjungerade professorn i Betongbyggnad vid CTH, K.G. Bernander i början av 1980-talet. Som ett första steg utfördes ett programarbete (Karlsson 1983) av civ.ing. Lars-Erik Karlsson (numera Lars-Erik Ashton). Detta programarbete utfördes på uppdrag av Betongelementföreningen och resulterade bl.a. i ett förslag till forskningsprogram som nu i stort sett har genomförts.

På grund av projektets karaktär med tunga experimentella inslag, företrädesvis i olika byggnader, har vi varit särskilt beroende av all den välvilja och hjälpsamhet som mött oss från alla de byggare, ägare, förvaltare, m.fl. som möjliggjort och underlättat undersökningarnas genomförande. Vi vill här framföra ett varmt tack till personalen vid Konsumentföreningarna Väst och Södermanland, IKEA i Göteborg samt Kullenbergsbyggen Göteborg AB. Likaså känner vi stor tacksamhet gentemot alla övriga människor utom såväl som inom CTH som på olika sätt medverkat i projektet och medverkat till provningar, fotografering, rapportutskrivning och mycket mer.

Avslutningsvis känns det dock motiverat att specifikt framföra vår tacksamhet till civ.ing Gunnar Rise vid Betongelementföreningen som på olika sätt stöttat oss under hela projektet samt till t.f. universitetslektor Björn Engström vid Avdelningen för Betongbyggnad, CTH, som i bästa anda hjälpt oss med diverse tekniska frågor kring området betongelementbyggnad.

Göteborg i juni 1988

Sven Ohlsson
Projektledare

Per-Erik Eriksson

SAMMANFATTNING

Projektets syfte har varit att klargöra hur bjälklag av förspända betongelement beter sig under dynamisk bruksstadiebelastning. Studierna rör lokaler av kontors- eller varuhustyp. Den typ av kontinuerliga, lågfrekventa vibrationer (0-10 Hz) som uppkommer i dylika bjälklag har ibland upplevts som störande av främst stillastående eller sittande personal. De vibrationer som uppmäts är till helt övervägande del resonanta vibrationer som induceras av bredbandig last, främst från gående människor.

Relativt detaljerade fältprovningar har utförts i fyra byggnader. Härvid har såväl prov med påtvungen dynamisk last för experimentell modalanalys som prov under olika typer av dynamisk brukslast ingått. Vidare har laboratorieprovningar av ett betongelement genomförts. Detta element med tillhörande provresultat har sedan använts för experimentella studier med syfte att karakterisera den dynamiska lasten från gående personer.

En beräkningsmetod för att förutsäga storleken av dessa vibrationer presenteras. Metoden baseras på bjälklagens s k modala parametrar samt en experimentellt framtagen modell av den dynamiska lasten. De modala parametrarna (egenfrekvenser, medsvängande massa, modform samt modal dämpning) beräknas med datoranalys (FEM) resp bestäms empiriskt utgående från provningar av existerande byggnader.

Beräkningsmetoden har visat sig ge ett gott underlag för jämförelse av olika bjälklagskonstruktioners beteende under dylik belastning. Inga absoluta kriterier för vad som är acceptabel respektive oacceptabel vibrationsnivå för bjälklagen är kopplade till beräkningsmetoden. Utvärderingen föreslås i stället baseras på jämförelse med motsvarande beräkningar för existerande bjälklag.

Ett problem när det gäller den dynamiska modelleringen av bjälklaget är hur stor del av bjälklaget som kan förväntas medverka i svängningsrörelsen. Detta är mycket betydelsefullt då storleken på den medsvängande massan har stor inverkan på den resulterande vibrationsaccelerationen. Förhållningssättet här bygger bland annat på att en nominellt fri uppläggning av betongelementen även vid bruksstadieberäkningar betraktas som momentfri. I vissa fall kan momentöverföring påvisas experimentellt på grund av viss elastisk inspänning mot intilliggande spann i bruksstadiet. Denna effekt är emellertid inte tillförlitlig och bör ej räknas med. Inte heller de uppstyvande effekter som i bruksstadiet kan uppstå på grund av bjälklagets samverkan med i brottstadiet icke bärande sekundärkonstruktioner bör räknas med. Dessa kan ju nämligen vanligtvis flyttas. Däremot rekommenderas ett något högre dämpningsvärde för bjälklag i byggnader med icke bärande mellanväggar.

Inverkan av förändringar av bjälklagskonstruktionen (såsom spännviddsvariation, massförändring, dämpningsvariation samt variation av elementtyp och -storlek) diskuteras. En enkel numerisk studie av deras inverkan på förväntad vibrationsacceleration beskrivs. Slutsatserna av detta är att ökning av modal massa, modal dämpning och grundresonansfrekvens samt minskning av antalet resonanser inom ett givet frekvensintervall får positiva effekter på bjälklagets beteende.

1. PROBLEM OCH BAKGRUND

Vibrationer i bjälklag kan verka störande på människor som vistas i aktuella lokaler. Den dynamiska belastningen från normal persontrafik på bjälklagen synes vara den vanligaste orsaken till störande bjälklagssvängningar. Ett långsiktigt forskningsarbete kring dessa problem bedrivs vid CTH, avdelningen för Stål- & Träbyggnad och har bl.a. resulterat i publikationen Ohlsson (1984) som är en konstruktionshandledning som riktar sig till projektörer, konstruktörer och beställare. Den innehåller bl a en föreslagen dimensioneringsmetod med exempel. Giltigheten hos denna metod är dock begränsad till bjälklag, vars lägsta egenfrekvens är högre än 8 Hz. Denna begränsning gör att metoden *inte är tillämplig på flertalet betongelementbjälklag* med spännvidder över c:a 8 meter.

Det nu redovisade projektet är inriktat på just dessa bjälklagstyper med relativt stora elementspännvidder, där betongelementen bärs av balk-pelarestomme av betong eller stål. Studien är begränsad till byggnader av affärs- resp kontorskaraktär. En komprimerad beskrivning av problemets huvuddelar ges nedan. Det nu rapporterade projektet föregicks av ett programarbete som utfördes på uppdrag av betongelementföreningen. I rapporten till detta programarbete, Karlsson (1983), redovisas delar av bakgrunden till aktuella problem liksom erfarenheter från kontakter med olika brukare av problembjälklag samt en fältmätning.

Den *dynamiska lasten* utgörs huvudsakligen av gående personer, ev. i samverkan med harmoniska laster från maskineri till fläktar, rulltrappor o dyl. Att modellera den dynamiska kraften från persontrafik på ett rimligt sätt är en av de större svårigheterna. Modelleringen måste på något sätt ta hänsyn till såväl geometrisk fördelning över bjälklaget som fördelning på olika frekvenskomponenter och inbördes fasförhållanden. Ett förslag till formulering av den dimensionerande dynamiska kraften redovisas i kap 3. Detta förslag, liksom förhållningssättet till problemet i allmänhet, bygger på

ansatsen att stationära förhållanden kan anses råda, åtminstone om den typiska tidsskalan för aktuella störningar är av storleksordningen en halv minut eller större. Rapporterade klagomål synes styrka det senare.

Den belastade *strukturen* utgörs av en del av aktuellt bjälklag med stomkompletteringar, ev. mellanväggar samt inredning och viss nyttig last. Vid det dynamiska beräkningssätt som tillämpas, s k modanalys, så kan den resulterande svängningen anses sammansatt av bidragen från de olika svängningsmoderna. Varje sådan egenmod karakteriseras av sina fyra modala parametrar: resonansfrekvens f_n , relativ moddämpning $(c/c_{kr})_n$, modform $\phi_n(x,y)$ samt modmassa m_n . Tre av dessa parametrar kan beräknas teoretiskt för en strukturmodell, men den fjärde, *moddämpningen*, måste ges ett antaget värde eller bestämmas genom mätning. Dynamiska modeller av verkliga objekt finns sålunda av två huvudtyper: *mekaniska* och *modala*. De mekaniska modellerna avbildar fysiskt de mekaniska egenskaperna styvhet, massbeläggning och ev dämpstyvhet (jfr statiska modeller av t ex balk- eller plattyp) medan den modala modellen baseras på de modala parametrarna för resp. mod. Sådana modala modeller är alltså mer abstrakta, men mycket användbara.

När ett verkligt betongelementbjälklag ska modelleras till en mekanisk modell ställs man inför ett antal frågor och överväganden. Den första gäller avgränsningen, dvs hur stor del av byggnaden som bör tas med i modellen. En osäkerhet beror på att momentöverföring vid bruksstadium ibland sker över upplagsskarvar som brottstadiemässigt är momentfria. En allmän svårighet består i att "icke bärande" väggar ofta uppträder som bärande i samband med bruksstadiesvängningar. Det senare kan helt förändra det dynamiska beteendet, jfr Pernica (1987). Avslutningsvis utgör dämpningen en parameter som uppvisar stor spridning. Antagandet om vilken modal relativ dämpning som det tilltänkta bjälklaget förmodas uppvisa i sina olika moder utgör alltså ett stort osäkerhetsmoment.

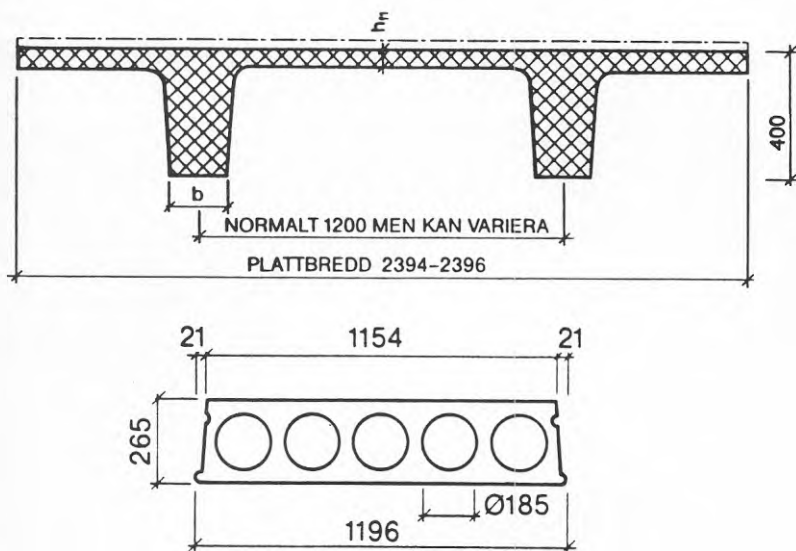
Den resulterande sammansatta svängningen hos bjälklaget kan nu inverka störande (i olika grad) på människor som vistas på det. Människans känslighet för vibrationer påverkas av ett flertal parametrar och är dessutom individuellt varierande, se vidare översikt i Ohlsson (1982). För lågfrekventa stationära vibrationer synes vibrationsaccelerationen vara den mest relevanta parametern. En vidare diskussion om kriterier förs i kap 4. Allmänt kan man dock konstatera att störande inverkan huvudsakligen drabbar stillastående eller sittande personer (personal) samt att störningsgraden ökar med tiden som en given vibration pågår. Den gängse uppfattningen är att människan är mest känslig för vibrationsacceleration inom frekvensområdet 0-8 Hz (se t.ex. ISO/DIS 2631-2.2 (1987)).

Forsättningsvis fokuseras därför studien på detta intervall. Den övre gränsen 8 Hz är givetvis inte skarp, men den föreslås här som gräns vid beräkningar o.dyl. Känsligheten inom intervallet 0-4 Hz varierar beroende på exciteringsriktning etc, men med tanke på de många rapporterna om obehag vid just de lägsta frekvenserna tillämpas här en konstant känslighet inom hela intervallet 0-8 Hz, vilket normalt anses vara något på "säkra sidan" enligt gängse betraktelsesätt.

2. BJÄLKLAGSTYPER OCH MODELLERING

2.1 Bjälklagstyper

De vanligast förekommande typerna av betongelementbjälklag är uppbyggda av förspända TT- eller hålelement. Hålelementen (HD-element) är 1.2 m breda, 150 - 420 mm tjocka och används normalt för spännvidder mellan ca. 5 och 18 m. TT-elementen används företrädesvis där stora belastningar förekommer och är 2.4 eller 3.0 m breda, 200 - 600 mm höga och förekommer i spännvidder upp till ca. 20 m i bjälklag. De vanligast förekommande tvärsnitten för respektive typ av bjälklagselement visas i figur 2.1.



Figur 2.1 Tvärsnitt av a) TT 240/40- och b) HD 120/27 - kassetter. Efter Betongelementföreningen (1984).

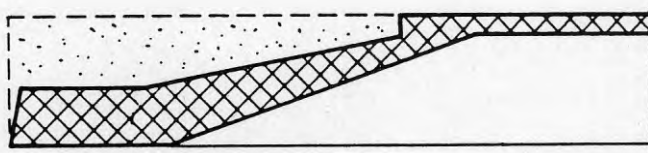
Långfogarna mellan hålelement fylls med fogbruk. Långfogarna hålls samman av tvärarmering som placeras i tvärfogarna över upplagsbalkarna. Tvärfogarna fylls med fogbetong som tillåts tränga in i hålskanalernas ändar

som således ger viss förtagningsseffekt. I längsled sammanbinds angränsande fack av armeringsstänger som normalt förankras i de bruksfyllda långfogarna men förankring i uppslitsade hålskanaler kan förekomma som alternativ. Vid ytterstöd sammanbinds elementändan med upplaget genom armeringsstänger som bockas ner och förankras i uppslitsad hålskanal eller genom dubbförband. Avsikten med förbindningarna i längsled är i första hand att ge sammanhållning och skadetålighet samt att säkra skjuvkraftsöverföring i långfogarna, dock *inte* att uppnå beräkningsmässig kontinuitet mellan spannen.

TT-elementen förekommer med antingen tjock, 90-100 mm, eller tunn, 50-60 mm, platta. För TT-element med tjock platta fylls långfogarna som regel med fogbetong. Fogarna hålls samman av svetsplåtsförband som anbringas på flera ställen tvärs över fogen. För TT-element med tunn platta är foghöjden otillräcklig för att möjliggöra kraftöverföring i bruksfog. Kraftöverföringen i såväl längs- som vertikalled säkras därför antingen helt av svetsplåtsförband eller av en samverkande armerad pågjutning.

I längsled anbringas som regel förbindningar mellan element i angränsande fack för att säkerställa sammanhållning och rassäkerhet. Dessa utgöres normalt av svetsförband.

TT-element finns även i ett utförande som möjliggör momentöverföring (kontinuitet) mellan intilliggande spann, s.k. TTk-element (se figur 2.2).



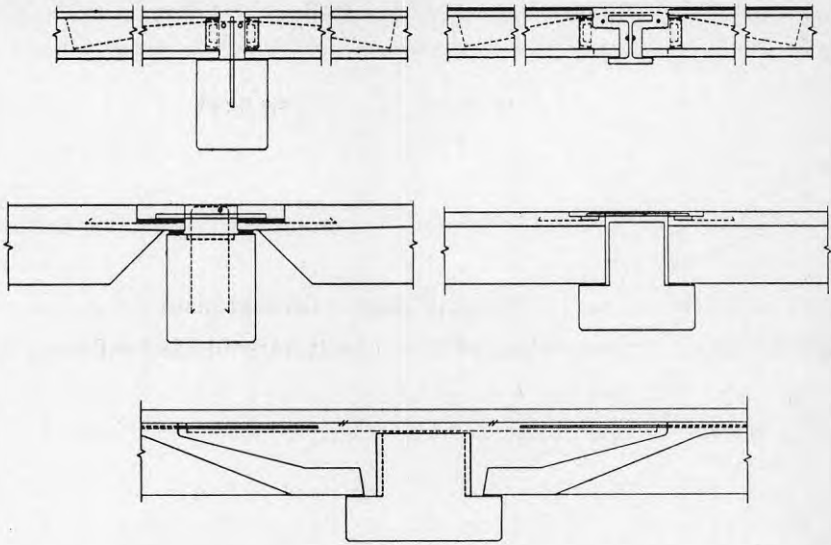
Figur 2.2 TT-element med speciell ände som möjliggör kontinuitet mellan elementen över upplag. Efter Betongelementföreningen (1984).

Hålbjälklag och TT-bjälklag med tjock platta förses som regel med en tunn avjämning av flytspackel eller liknande. Denna räknas ej som kraftupptagande.

TT-bjälklag med tunn platta bör alltid förses med pågjutningsbetong. Denna är som regel försedd med armering i två riktningar och säkrar därmed kraftöverföring och skivverkan i bjälklaget. Pågjutningen får tillgodoräknas som samverkande med elementbjälklaget i bruksgränstillstånd. För att få tillgodoräkna sig samverkans effekter i brottgränstillstånd erfordras som regel viss förbindningsarmering som säkrar skjuvkraftsöverföring i gränsskiktet.

Liksom avjämningen syftar pågjutningen ovanpå elementen även till att uppnå en jämn golvyta, varför dess tjocklek varierar längs spannet på grund av elementens överhöjning.

Betongelementbjälklag förekommer i såväl betong- som stålstommar och en mängd varianter av upplag finns. I figur 2.3 redovisas några exempel på anslutningar vid upplag på balkar. Normalt anbringas mellanlägg mellan element och upplag i form av neopreneplattor eller -band för att erhålla en jämn anliggning och jämnt fördelat upplagstryck.



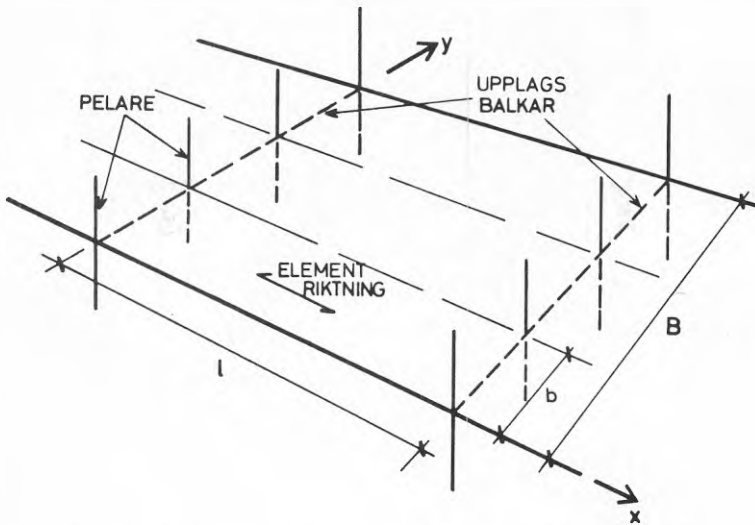
Figur 2.3 Olika upplagsutföranden vid uppläggning av betongelement på primärbalkar. Efter Betongelementföreningen (1985).

2.2 Bjälklagens dynamiska egenskaper

Ett betongelementbjälklag har normalt mycket lägre böjstyvhet i elementens tvärled än i deras längsled (gäller i synnerhet TT-bjälklag). Ofta är dessutom åtminstone en kant helt fri längs ytterelementet. Ett typiskt utsnitt av ett bjälklag redovisas i figur 2.4. Av dessa anledningar kan bjälklaget betraktas som en ortotrop platta med olika randvillkor för de olika upplagstyperna.

2.2.1 Resonansfrekvenser och modformer

Resonansfrekvenser för en runt om fritt upplagd ortotrop platta brukar betecknas f_{mn} där m är antalet halva sinusvågor i x -led (enl. fig.2.4) och n motsvarande antal halvsvågor i y -led. Vid andra upplagsfall än fri uppläggning vid kanterna $y = 0$ och $y = B$ kommer bilden att störas varför $n = 1$ fortsättningsvis avser lägsta resonansfrekvens för respektive värde på m , $n = 2$ näst lägsta osv.



Figur 2.4 Typiskt utsnitt av betonelementbjälklag.

Vid normala bjälklagsgeometrier ($B > l$ och/eller någon av kanterna $y = 0$ och $y = B$ fri, med beteckningar enl. fig. 2.4) och vid måttliga spännvidder, b , för upplagsbalkarna kan bjälklagens lägsta resonansfrekvens uppskattas grovt genom att betrakta ett element som fritt upplagt på oeftergivliga stöd.

Formeln för grundresonansfrekvensen är då

$$f_{11} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{E_{c,dyn} I}{m l_{red}^4}} \quad (2.1)$$

där $E_{c,dyn}$ = Betongens elasticitetsmodul vid dynamisk belastning

I = Elementets tröghetsmoment

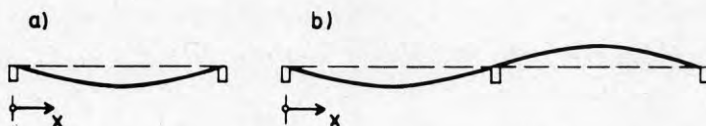
m = Elementets massa per längdmeter

l_{red} = Elementens verkliga fria spännvidd med hänsyn tagen till upplagsbredd

I BBK 79 (1979) anges elasticitetsmodulen hos betong vid snabba förlopp till $1.2 E_{ck}$, där E_{ck} är betongens karakteristiska E-modul vid statisk belastning.

Bachmann och Ammann (1987) rekommenderar istället $1.1 E_{ck}$. Rostasy m.fl. (1972) har vid provningar av betong vid olika tidpunkter efter gjutning bestämt kvoten $E_{c,dyn}/E_{ck}$ till mellan 1.1 och 1.2. Elasticitetsmodulen tillväxer dessutom med tiden i betong. Detta bör dock inte inräknas vid dimensionering men kan förklara skiljaktigheter mellan beräknade och uppmätta resonansfrekvenser i existerande bjälklag. Vid laboratorieprovningar av en TT-kassett (se kap. 6) med deklarerad betongkvalitet K60 ($E_{ck} = 36.0$ GPa) konstaterades att faktorn 1.1 gav bäst överenskommelse mellan beräknings- och provresultat. TT-kassetten hade då förvarats inomhus cirka två månader sedan gjutning.

Formeln (2.1) är användbar både då elementen är fritt upplagda resp. hopgjutna över upplagsbalkarna. I det senare fallet fås nämligen en nodlinje vid upplagsbalkarna, under förutsättning av lika spännlängder l , se figur 2.5.



Figur 2.5 Modform för resonanser med $m = 1$ för a) elementen fritt upplagda och b) elementen hopgjutna för kontinuitet.

Som synes av ekv. (2.1) är lägsta resonansfrekvensen omvänt proportionell mot kvadraten på spännvidden, vilket medför att de största spännvidderna ger de lägsta grundegenfrekvenserna. Enligt Betongelementföreningen (1984) används kassetten TT/F-240/64 för spännvidder upp till 20 m, vilket ger $f_{1,1} = 3.27$ Hz (betong K60). HD/F - 120/42 med spännvidden 18 m ger $f_{1,1} = 3.08$ Hz (betong K55). $E_{c,dyn}$ har här satts till $1.2 E_{ck}$.

Experimentellt har det visat sig svårt att verifiera de lägsta beräknade egenfrekvenserna i färdiga byggnader (med vissa undantag, se avsn. 7.2.2). Detta kan bero på ett flertal faktorer. För det första finns vanligen en hel del

sekundära icke bärande konstruktioner, t.ex. mellanväggar, som styvar upp bjälklaget i bruksstadiet. För det andra förekommer ofta någon form av inspänning av elementen mot ytterväggar, hisschakt o.dyl. En tredje orsak är att hållfasthetstillväxten med tiden även medför en höjd E-modul, enligt ovan (se t.ex. Rostasy m.fl. (1972) och Wilson (1987)).

De egenmoder som har $m = 1$ brukar kallas första ordningens moder. För andra ordningens moder ryms en hel sinusvåg per spann i elementens längdriktning och resonansfrekvenserna kan approximativt skrivas

$$f_{2n} = \frac{1}{(1/2)^2} f_n = 4f_n \quad (2.2)$$

Detta medför att dessa normalt hamnar utanför det här aktuella frekvensområdet 0-8 Hz. Av denna anledning beaktas fortsättningsvis enbart första ordningens egenmoder, för vilka resonansfrekvenserna fortsättningsvis kommer att betecknas f_n (underförstått f_{1n}).

Den resulterande responsen (vibrationerna) av ett givet lastspektrum är beroende av hur många resonanser bjälklaget uppvisar inom aktuellt frekvensområde. Detta beroende har tidigare konstaterats av bl.a. Ohlsson (1984). Här återfinns även en av de större skillnaderna mellan bjälklag av TT- resp. HD-kassetter. TT-kassetter ger ett bjälklag med relativt låg styvhet tvärs elementriktningen och dessutom har dessa kassetter en låg vridstyvhet p.g.a. sitt öppna tvärsnitt. HD-kassetterna däremot har nästan lika stor böjstyvhet i tvär- som längsriktning och deras lådförm ger även hög vridstyvhet. Bjälklag av HD-kassetter har emellertid i allmänhet inget pågjutet betongskikt och därmed ingen armering tvärs längsfogarna, vilket medför att längsfogarna eventuellt bör betraktas som leder vid böjning i tvärled samt vridning av elementen.

2.2.2 Modal dämpning

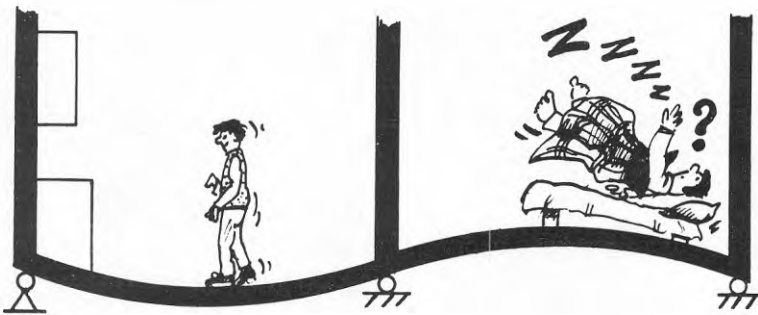
En konstruktions vibrationsdämpande förmåga kan beskrivas på en mängd olika sätt. De vanligast använda storheterna är det logaritmiska dekrementet, vilket beskriver hur snabbt en transient vibration avklingar, respektive förhållandet c/c_{kr} , dvs. kvoten mellan konstruktionens viskösa dämpstyvhet, c , och den dämpstyvhet som medför att en transient rörelse klingar av direkt, c_{kr} . I denna framställning kommer $\zeta_n = (c/c_{kr})_n$ att användas som mått på konstruktionens dämpning i respektive egenmod, n , dvs. den *relativa modala dämpningen*.

Då dämpningen har en mycket stor betydelse för konstruktioners beteende vid resonanta svängningar vore det värdefullt om storleken på denna kunde förutsägas med god noggrannhet. Så är emellertid inte fallet. Det enda som med säkerhet kan sägas är att dämpningen hos normala byggnadskonstruktioner är mycket låg. För betongelementbjälklag har vid fältmätningarna ζ_n konstaterats ligga i regionen 0.5-2%. Storheten är dock starkt beroende dels av omfattningen av sekundärkonstruktioner (icke bärande), t.ex. mellanväggar, undertak o.dyl., dels av om bjälklagskassetterna är fritt upplagda eller kontinuerliga över upplagsbalkarna. Dessutom finns även här en skillnad mellan TT- och HD-bjälklag som knyter an till vad som sades i föregående avsnitt. Om längsfogarna verkar som leder innebär det att viss sprickbildning uppstår i fogarna och därmed att bjälklagets dämpning ökar. Några betydande skillnader har emellertid inte konstaterats vid provningar.

2.2.3 Medsvängande (modal) massa

En konstruktions modala massa beskriver hur stor del av konstruktionen och adderad, död massa som deltar i svängningsrörelsen och med hur stor amplitud respektive del svänger i aktuell mod. Om en dynamisk belastning påföres i en punkt är den resulterande vibrationsaccelerationens rms-värde i respektive mod omvänt proportionell mot aktuell modmassa.

För ett betongelementbjälklag innebär detta att kontinuitet över upplagen kommer att minska svängningsamplituden som uppkommer p.g.a. belastning i ett fält. Detta får emellertid inte enbart goda följder. Antag till exempel att de två fälten är olika rum. Då kommer golvet i ena rummet att svänga till följd av belastning mot golvet i andra rummet och obehagskänslan ökar av att man inte kan se orsaken till vibrationerna, se fig. 2.6. I en lokal med öppen planlösning torde detta dock inte medföra något problem. Om istället belastningen är jämnt utbredd över ytan och av mera slumpartad karaktär, t.ex. gående människor fördelade över golvet med av varandra oberoende gångtakt blir den resulterande "accelerationsnivån" mindre beroende av huruvida elementen är kontinuerliga eller fritt upplagda.



Figur. 2.6 Följden av kontinuitet mellan bjälklagsdelar.

2.3 Dynamisk modellering av bjälklag

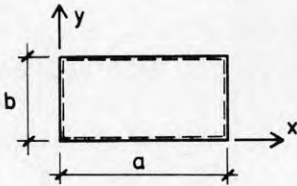
De modeller som beskrivs här är avsedda för beräkning av resonansfrekvenser och modformer samt uppskattning av den medsvängande massan. Den modala dämpningen är däremot, som nämndes, inte beräkningsbar vid användning av traditionell byggnadsteknik.

2.3.1 Handberäkningsmodeller

Som nämndes i avsnitt 2.2.1 kan en första uppskattning av lägsta resonansfrekvensen göras med hjälp av ekv. (2.1). Övriga egenmoder är svåra att beräkna manuellt. En möjlighet är att använda teorierna för ortotropa plattor. För en runt om fritt upplagd platta gäller enligt Leissa (1969) att

$$f_{mn} = \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2}{a^2 \sqrt{\rho t}} \sqrt{D_x m^4 + 2D_{xy} m^2 n^2 \left(\frac{a}{b}\right)^2 + D_y n^4 \left(\frac{a}{b}\right)^4} \quad (2.3)$$

där a , b , x och y definieras enligt



ρ = materialets densitet

D_x = $E_x t^3 / (12 (1 - \nu_x \nu_y))$

D_y = $E_y t^3 / (12 (1 - \nu_x \nu_y))$

D_{xy} = $D_x \nu_y + 2D_k$

D_k = $Gt^3 / 12$

Plattstyvheten, D_{xy} , är dock svår att bestämma och andra randvillkor än fritt upplagd kant komplicerar bilden ytterligare. Ohlsson (1984) tillämpar teorierna för ortotropa plattor.

En annan väg som borde vara framkomlig är att betrakta linjen $x = 1/2$ (fig. 2.4) som en balk på fjädrande bädd. Bäddens flexibilitet som funktion av koordinaten y skulle då vara summan av elementets och upplagsbalkens flexibilitet. Denna idé till metod kräver dock ytterligare bearbetning.

2.3.2 Datorberäkningsmodeller

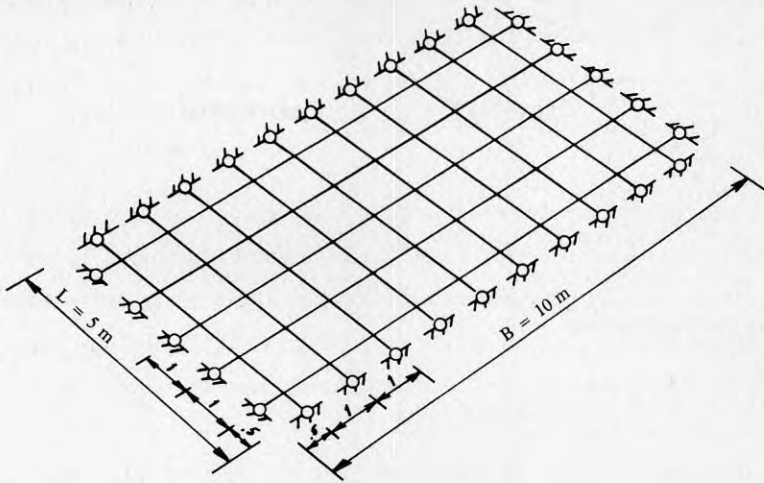
Ett flertal modelleringsmöjligheter finns för datorberäkningar enligt finita elementmetoden (FEM). Som exempel kan nämnas plattelement med ortotropa egenskaper (problematiken med plattstyvheten kvarstår), plattelement med förstyvande balkar (främst för TT-bjälklag) samt balkrostmodell. Av dessa har det sistnämnda alternativet ansetts vara det mest attraktiva här.

Balkrostmodell av helt bjälklag

Balkrostmodellen byggs upp av balkelement som antingen beräknas exakt enligt balkteori eller med numeriska metoder (trad. FEM). Här har beräkningarna utförts i programmet SFVIBAT-II, se Åkesson m.fl. (1980), vilket använder den förstnämnda metoden.

Fördelen med exakt beräkning enligt balkteori är att endast ett element per balk krävs för exakt lösning. Balkrostmodellen består av balkelement dels i betongelementens längsriktning, dels i deras tvärriktning samt slutligen av element som representerar upplagsbalkarna.

För att undersöka om en balkrostmodell ger en korrekt bild av det dynamiska beteendet hos en platta studerades i ett teoretiskt exempel en jämntjock isotrop platta. Balkrostmodellen som användes visas i fig. 2.7. Varje balkelement representerar här en en meter bred strimla av plattan. Balkelementen gavs de böj- och vridstyvheter som motsvarande plattstrimlor har, betraktade som balkar. Plattans massa fördelades lika mellan balkelementen i de två riktningarna. Detta gav "korrekta" resultat vad beträffar såväl resonansfrekvenser, modformer som modal massa. Med korrekt menas här överensstämmande med teori för vibrationer i isotropa plattor enl. Leissa (1969). Värdet på balkarnas vridstyvhet har härvid en ganska stor betydelse.



Figur 2.7 Balkrostmodell av isotrop platta.

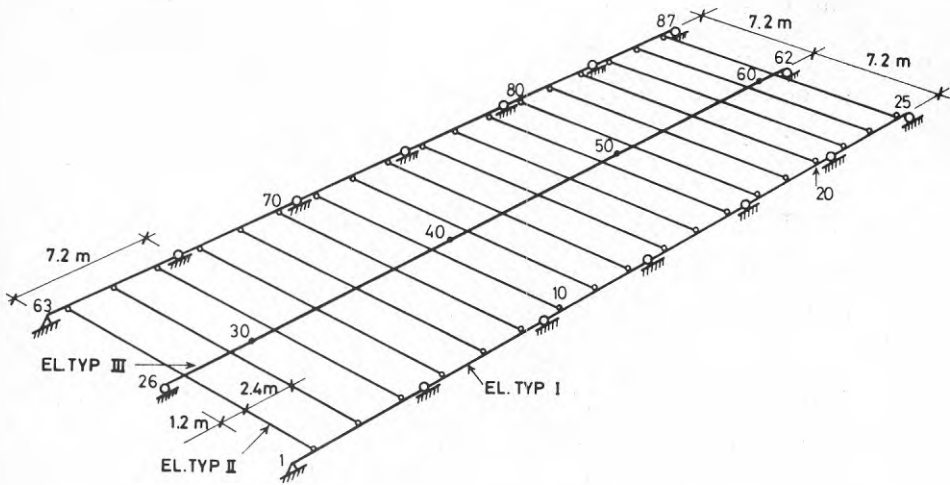
För betongelementbjälklag har det visat sig tillräckligt att modellera varje betongelement som ett längsgående balkelement brutet av ett tvärgående element. Det längsgående balkelementet ges härvid hela betongelementets massa, böjstyvhet samt vridstyvhet. Det tvärgående balkelementet ges en böjstyvhet som motsvarar en plattstrimla med bredden $1/3$ (en tredjedel av spännvidd). Vridstyvheten hos tvärbalkarna har ingen betydelse för första ordningens moder, dock måste den i programmet SFVIBAT ges ett värde skilt från noll. Elementet ges massan noll, vilket medför att moder med våglängd mindre än två elementbredder i y -led ej kan beräknas korrekt. För ett TT-bjälklag där styvheten i tvärled endast består av plattans (flänsens) styvhet inträffar detta emellertid vid moder med resonansfrekvenser över ca. 30 Hz (ännu högre för HD-bjälklag).

Upplagsbalkarnas flexibilitet är normalt relativt liten i förhållande till elementens. Då TT-element sammangjuts för kontinuitet fås en samverkande konstruktion mellan upplagsbalk och elementfläns med mycket stor böjstyvhet. Dessutom har lägsta egenmoden en modform enligt figur 2.5 a), d.v.s. upplagen rör sig inte i vertikalled. Dock kan det vara värt

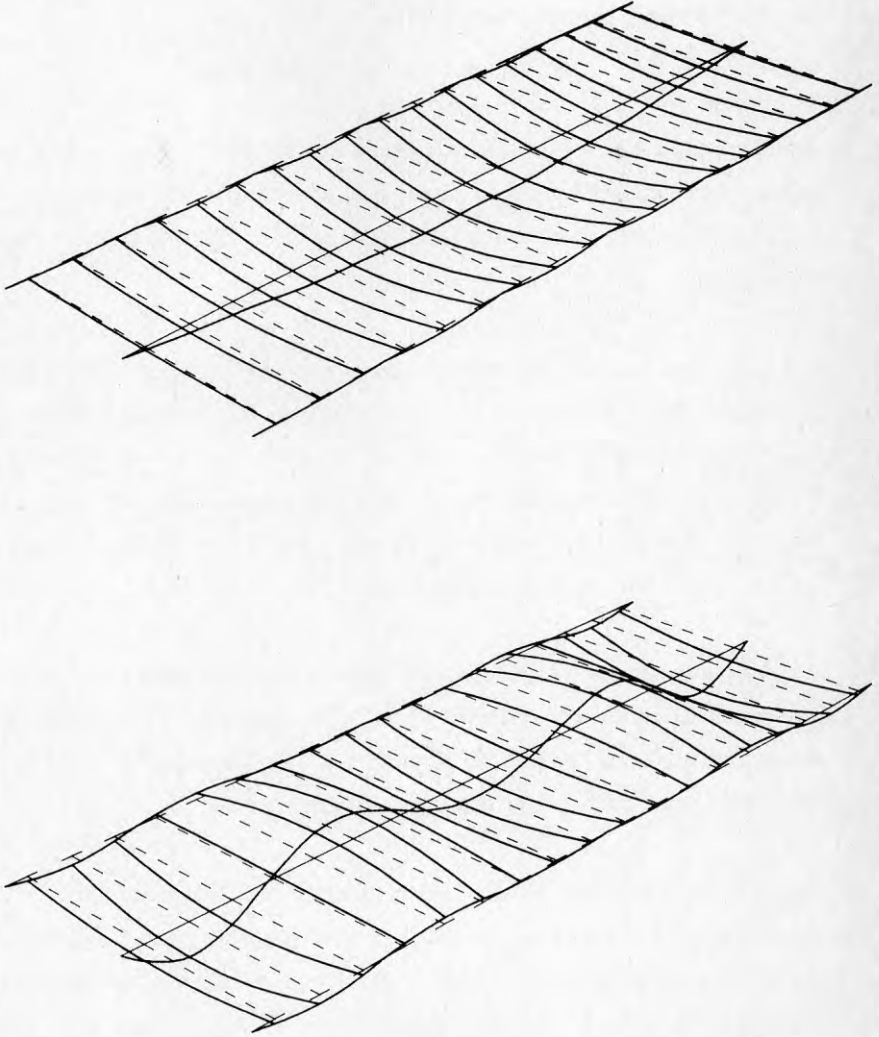
att tillgodoräkna sig den vridstyvhet som upplagsbalkarna ger. För fallet fritt upplagda betongelement kan upplagsbalkarnas eftergivlighet ge lägre resonansfrekvenser och bör modelleras. Även här kan en viss samverkan mellan balk och betongelement uppstå.

Det längsgående balkelementet ges för fallet kontinuerligt bjälklag spännvidden lika med centrumavståndet mellan upplagsbalkarna medan man vid fri uppläggning kan minska denna till avståndet mellan de verkliga upplagspunkterna. En typisk balkrostmodell av ett TT-bjälklag kan se ut enligt fig. 2.8. Två av de beräknade egenmoderna visas i fig. 2.9.

Balkrostmodellerna kan lämpligen omfatta ett "fack" av bjälklaget varvid upplagsbalkarnas tvärsnittsstorheter reduceras till hälften. Härur fås resonansfrekvenser, modformer och, då elementen är fritt upplagda, även modmassor för respektive mod. Vid kontinuerlig uppläggning kan modmassorna multipliceras med antalet medsvängande "fack".



Figur 2.8 Balkrostmodell av bjälklag av TT-element.



Figur 2.9 Två egenmoder ($n = 1$ resp 5) såsom beräknade med programmet SFVIBAT för modellen i fig. 2.8.

3. DYNAMISK BELASTNING

3.1 Belastning från persontrafik

Människor i rörelse alstrar avsevärda dynamiska krafter med lågt frekvensinnehåll. På grund av att dessa krafter har en relativt bredbandig karaktär och att bjälklag med stora spännvidder ofta har ett flertal resonansfrekvenser inom detta frekvensområde finns stor risk för resonanta vibrationer.

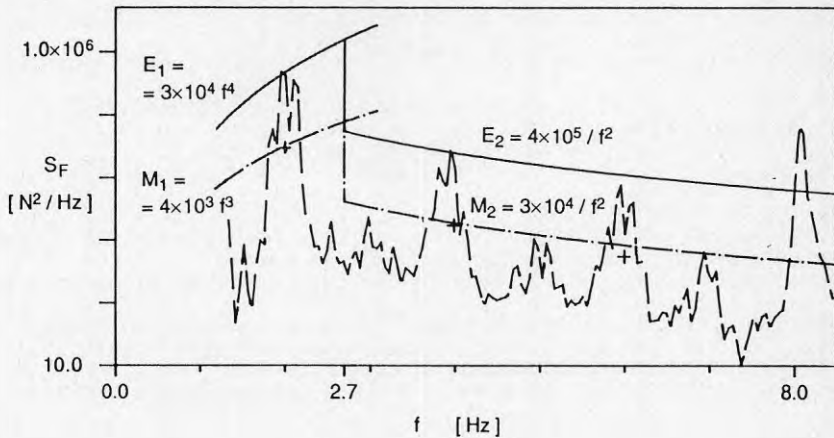
För bjälklag i kontors- och affärsbyggnader är belastningen från *gående* människor oftast avgörande. I andra lokaltyper kan betydligt större belastning fås av löpning eller rytmisk aktivitet (t.ex. i motionshallar). Rainer m.fl. (1988) anger storleken av belastningen vid olika typer av aktivitet utförd av en människa, men beaktar inte lastens bredbandiga karaktär utan betraktar den som en harmonisk belastning.

En noggrann studie av den dynamiska belastningen från gående människor har gjorts. Denna finns redovisad i artikeln "Dynamic Footfall Loading from Groups of Walking People" (se Appendix A). En kort sammanfattning av resultaten ges här. I övrigt hänvisas till appendix A.

För gående människor återfinns den allra största belastningen vid stegfrekvensen, vilket i normala fall är cirka 2 steg/s eller 2 Hz. Storleken på denna last är starkt beroende av stegfrekvensen. Högre stegfrekvens ger större kraftamplitud. I ett frekvensspektrum för lasten uppträder klara toppar även vid multiplar av stegfrekvensen. Dessa brukar kallas "stegfrekvensens övertoner" (se figur 3.1).

Om man nu beaktar att "normal gång" kan ske med stegfrekvenser mellan 1.4 och 2.6 steg/s kommer ovannämnda toppar att "flyta ihop" då belastningen består av ett flertal människor. Ett sätt att beakta detta är att

konstruera en envelopp till topparna i de frekvensspektra som erhålles från gång med olika stegfrekvenser och därefter multiplicera denna med en förstoringfaktor, som tar hänsyn till antalet gående. I figur 3.1 representeras denna envelopp av funktionerna E_1 och E_2 . På y-axeln återfinns storheten S_F , vilket är spektraltätheten av lasten, en storhet som lämpar sig för att beskriva slumpartade processer. Skuttet mellan E_1 och E_2 vid 2.7 Hz illustrerar skillnaden i lastintensitet mellan "grundtonen" (= stegfrekvensen) och dess "övertoner". Funktionerna M_1 och M_2 i fig. 3.1 representerar medelvärden av respektive lastspektrum runt "grundtonen" resp. "övertonerna" av stegfrekvensen, bildade över ett frekvensband med bredden lika med stegfrekvensen.



Figur. 3.1 Föreslagna envelopp- och medelvärdesfunktioner, E resp. M , för spektraltätheten av belastningen från en gående människa. Spektraltätheten av belastningen vid 2.0 steg/s inlagd som jämförelse (---). Observera att vertikala axeln har logaritmisk skala.

3.2 Belastning från maskiner

De maskiner som främst är aktuella som störkällor *inom* kontors- och varuhuslokaler är rulltrappor och fläktar.

3.2.1 Rulltrappor

Rulltrappor ger en avsevärd dynamisk belastning vid gång, till största delen mot det undre bjälklaget. De är emellertid vanligen upplagda på styvt underlag (bottenplatta, primärbalkar eller andra jämförelsevis styva konstruktioner) samt isolerade från direkt kontakt med stommen. I kända fall av "problembjälklag" där rulltrappor nämnts som möjliga störkällor är det dock den övre ändan av rulltrappan som är ansluten till elementbjälklaget. Det har konstaterats att nedåtgående rulltrappor inducerar mer vibrationer än uppåtgående, vilket synes stärkt genom gjorda fältmätningar (se kap. 7). Den del av vibrationerna i övre bjälklaget som kan sägas vara orsakad av rulltrappor finns företrädesvis i frekvensområdet >15 Hz, dvs. ovanför gränsen för människans maximala känslighet (8 Hz), och upplevs främst som "skrammel" (försäljning av porslin).

Slutsatsen blir att rulltrapporna, och då främst nedåtgående, bör läggas upp så styvt som möjligt, t.ex. invid en pelare (samt att porslinsförsäljningen bör flyttas till en annan del av bjälklaget). Ytterligare kunskap om vilken dynamisk last som rulltrappor ger är dock önskvärd.

3.2.2 Fläktar

I de bjälklag som omfattas av fältmätningarna inom projektet har inte någon väsentlig del av vibrationerna kunnat härledas till fläktsystemen.

4. BERÄKNINGSMETOD

Tillämpningar av nedan föreslagen beräkningsmetod redovisas som beräkningsexempel i bilaga A.

4.1 Bjälklagets modala parametrar

Rekommendationerna här bygger på vad som sagts i avsnitt 2.2.

4.1.1 Uppskattning av lägsta resonansfrekvens

Ekv. (2.1) användes för att uppskatta bjälklagets lägsta resonansfrekvens. Härvid sättes $E_{c,dyn} = 1.2 E_{ck}$. Yttröghetsmomentet, I , inkluderar eventuella pågjutningar på elementen. Massan per längdenhet, m , inkluderar pågjutning samt eventuell övrig *stationär* död massa (t.ex. av sekundärkonstruktioner, inredning och ev. vissa tyngre varor). Spännvidden, l_{red} , slutligen sättes vid kontinuerligt hopgjutna element lika med hela spännvidden l medan den vid fritt upplagda element eventuellt kan reduceras m.h.t. upplagsbredd.

I affärs- och kontorslokaler där dynamisk belastning främst utgöres av gående människor *bör* den härigenom beräknade lägsta egenfrekvensen inte understiga 3 Hz. Observera att detta endast är en preliminär kontroll för att undvika tillämpningen av högre lastnivå enligt avsn. 3.1. Bachmann och Ammann (1987) förespråkar avstämning av lägsta egenfrekvensen för att helt enkelt undvika att större delen av den dynamiska lasten kan ge resonanta vibrationer. För t ex ett kontorsbjälklag säger man att f_1 bör vara större än ca 8 Hz, vilket emellertid leder till relativt grova konstruktioner.

4.1.2 Datorberäkning av modala parametrar

Beräkningsmodellen omfattar lämpligen ett spann av bjälklaget i elementens

längsled. Om bjälklaget har större utsträckning i elementens tvärled än tre gånger spännvidden räknas denna bredd ($3x_l$) som medsvängande och omfattas av modellen (ränderna modelleras härvid som fritt upplagda). I modellen betraktas bjälklagets upplag på pelare som oeftergivliga stöd. Upplagsbalkarna (primärbalkarna) modelleras som balkar vars böjstyvheter beräknas för en tvärsektion som kan inkludera 1 meter av bjälklaget på ömse sidor av balken förutsatt att god förbindning finnes. Om upplaget är ett "inre upplag", dvs. bjälkagslement finns på båda sidor av balken, och beräkningsmodellen omfattar ett spann ges modellens upplagsbalk halva de beräknade tvärsnittskonstanterna.

Beroende på vilken typ av beräkningsprogram som användes för beräkning av egenmoder beskrivs nu bjälklagselementen på olika sätt. Vad som krävs av programmet är möjlighet till tredimensionell analys samt att, förutom resonansfrekvenser, fullständig modform samt modala massor redovisas. Beräkningen skall utföras för alla moder med resonansfrekvens ≤ 8 Hz. I avsnitt 2.3.2 beskrivs modellering av bjälklag som balkrost för program där varje balkelement beräknas exakt enligt balkteorin (Euler-Bernoulli el. Timoshenko).

Om bjälklaget är hopgjutet för kontinuitet över upplagsbalkarna och beräkningen utförts för ett spann skall de modala massorna multipliceras med antalet kontinuerliga spann, dock förslagsvis begränsat till högst 3 spann. Dessutom skall upplagsbalkarna modelleras som oeftergivliga stöd då dessa utgör nodlinjer (då spännvidderna på ömse sidor är lika, jfr. fig. 2.5).

4.1.3 Uppskattning av modal dämpning

Som nämnts tidigare är dämpningen inte direkt beräkningsbar. Istället hänvisas man till t.ex. provningsresultat för en uppskattning av denna parameter. Den parameter som används här är den relativa modala

dämpningen $\zeta_n = (c/c_{kr})_n$. Rekommenderade värden på ζ_n för användning i beräkningsmodellen enligt avsnitt 4.2 ges i tabell 4.1.

Tabell 4.1 Rekommenderade preliminära värden för den relativa modala dämpningen, ζ_n .

Bjälklagstyp	ζ_n
Fritt upplagda bjälklagselement med undertak och mellanväggar	1.2%
Fritt upplagda bjälklagselement utan undertak och mellanväggar samt kontinuerliga bjälklagselement med undertak och mellanväggar	1.0%
Kontinuerliga bjälklagselement utan undertak och mellanväggar	0.8%

4.1.4 Etablerad modal modell

Den modell av bjälklaget som användes fortsättningsvis kallas en modal modell. Denna beskrivs för respektive mod av resonansfrekvens, f_n , modform, $\phi_n(x,y)$, modal massa, m_n , samt relativ modal dämpning, ζ_n . Modformen skall vara normerad så att $\phi_{\max}(x,y) = 1.0$. Om annan normering användes av beräkningsprogrammet skall den modala massan multipliceras med en faktor $(1/\phi_{\max})^2$, eftersom massan m.h.t. aktuella modformer (våglängder) approximativt kan antas jämnt fördelad.

4.2 Uppskattning av vibrationsacceleration

Bakgrunden till beräkningsmetoden ges i appendix A. Den dynamiska belastningen inom frekvensområdet 0-8 Hz anses här uteslutande utgöras av gående människor (se kap. 3). Om speciella maskiner finnes på bjälklaget, vilka alstrar avsevärda dynamiska krafter inom detta frekvensområde, bör särskild analys utföras under sådan harmonisk last. Härvid finns en

maximal accelerationsnivå om 0.02 m/s² föreslagen i SBN 80 21:32 som avser bostäder etc. För butiker bör något högre nivåer kunna accepteras.

4.2.1 Lokal belastning ("på stället marsch")

Först bestäms vilken av moderna som ger störst rms-värde på accelerationen. Denna mod kommer fortsättningsvis att kallas "farligaste" mod. Beräkningen görs för en gående människa och belastningsfunktionen E (se kap. 3) användes enligt

$$a_{n,rms}^I = \frac{\sqrt{E(f_n) \pi f_n \zeta_n}}{2 \zeta_n m_n} \quad (4.1)$$

Max($a_{n,rms}^I$) avgör alltså vilken av moderna som är farligast för vilken vi sätter $n = X$. För denna mod skall belastningsfunktionen E användas och för övriga moder funktionen M. Belastningen antas här stationär i rummet och antas verka i golvets vekaste punkt för den "farligaste" moden, dvs. den punkt där $\phi_X(x,y) = 1.0$. De övriga modernas "modala acceleration" multipliceras med respektive mods modformsvärde i denna punkt. De "modala accelerationerna" kan då skrivas

$$a_{n,rms}^{II} = \begin{cases} a_{n,rms}^I, & n = X \\ \phi_n(\dots) \frac{\sqrt{M(f_n) \pi f_n \zeta_n}}{2 \zeta_n m_n} = \phi_n(\dots) \sqrt{\frac{M}{E}} a_{n,rms}^I, & n \neq X \end{cases} \quad (4.2)$$

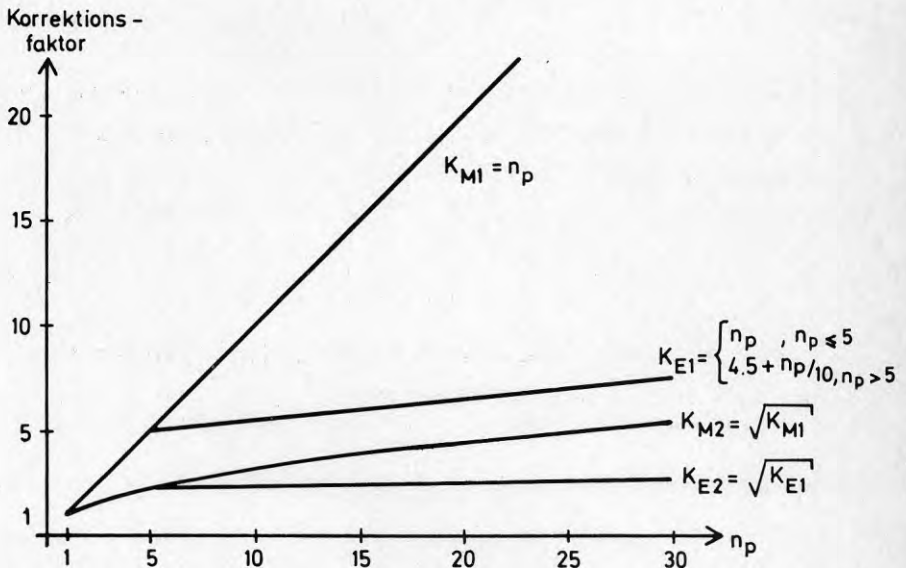
$\phi_n(\dots)$ är modformsvärdet för aktuell mod i den punkt där $\phi_X(x,y) = 1.0$.

Det uppskattade rms-värdet av den totala accelerationen till följd av en gående blir

$$a_{\text{rms}}^{\text{est}} = \left\{ \sum_{n=1}^N (a_{n,\text{rms}}^{\text{II}})^2 \right\}^{1/2} \quad (4.3a)$$

där N = antalet moder med $f_n \leq 8$ Hz.

I vissa typer av lokaler (t.ex. gångstråk där folk huvudsakligen *passerar*) kan det tänkas att mindre grupper av människor går i takt och på ett sätt som påminner om det ovan beskrivna. Grupper om upp till fem personer har i appendix A antagits kunna samverka till denna typ av belastning. Om så anses vara fallet skall de modala accelerationerna, $a_{n,\text{rms}}^{\text{II}}$, multipliceras med korrektionsfaktorer, vilka är funktioner av antalet gående, n_p . Dessa faktorer är olika beroende på vilken belastningsfunktion (E_1 , E_2 , M_1 el. M_2) som använts och framgår av figur 4.1.



Figur 4.1 Korrektionsfaktorer för de "modala accelerationerna" beräknade med belastningsfunktionerna E_1 , E_2 , M_1 resp M_2 som funktion av antalet gående n_p .

Om lägsta resonansfrekvensen är större än 2.7 Hz (bel.funkt. E_2 el. M_2) och $n_p \leq 5$ enligt ovan kan ekv. (4.3a) skrivas ($K_{E2} = K_{M2} = \sqrt{n_p}$)

$$a_{rms}^{est}(n_p) = \left\{ n_p \sum_{n=1}^N (a_{n,rms}^{\text{II}})^2 \right\}^{1/2} \quad (4.3b)$$

4.2.2 Utbredd belastning

De gående antas nu vara utspridda över hela eller delar av bjälklaget. Belastningen kommer därigenom att appliceras i punkter med olika modformsvärden för olika moder. Hänsyn härtill tas genom att använda den s.k. generaliserade (modala) spektraltätheten av lasten.

$$S_{F,n} = \iint_{A_{bel}} [\phi_n(x,y)]^2 S_q(x,y) dx dy \quad (4.4)$$

där $S_q(x,y)$ är spektraltätheten av en ylast som funktion av läget i rummet och A_{bel} är den belastade ytan. Belastningen antas nu jämnt fördelad över den belastade ytan

$$S_q = S_F/A_{bel} \quad (4.5)$$

S_F är här spektraltätheten av belastningen applicerad i en punkt (bel.funktionerna E resp. M). Vi har alltså

$$S_{F,n} = (K_{\phi,n})^2 S_F \quad (4.6)$$

där

$$(K_{\phi,n})^2 = \frac{1}{A_{bel}} \iint_{A_{bel}} [\phi_n(x,y)]^2 dx dy \quad (4.7a)$$

Om hela den del av bjälklaget som förutsatts vara medsvängande antas

jämnt belastad ($A_{bel} = A_{tot}$) synes direkt i ekv. (4.4) att förhållandet mellan $S_{F,n}$ och S_q är exakt detsamma som förhållandet mellan modal massa m_n , och bjälklagets totala massa (om denna antas jämnt fördelad inom arean A_{tot}). Vi får alltså den enkla relationen

$$(K_{\phi,n})^2 = \frac{m_n}{m_{tot}} \quad (4.7b)$$

De "maximala modala accelerationerna" (jfr ekv. (4.1)) fås nu som

$$a_{n,rms}^{III} = \frac{\sqrt{(K_{\phi,n})^2 E(f_n) \pi f_n \zeta_n}}{2\zeta_n m_n} = K_{\phi,n} a_{n,rms}^I \quad (4.8)$$

där $K_{\phi,n}$ kallas korrektionsfaktorn för modform. Det största värdet på $a_{n,rms}^{III}$ ger nu den "farligaste moden". De modala accelerationerna, justerade med hänsyn till belastningsfunktion (jfr. ekv. (4.2)) och antalet gående, blir då

$$a_{n,rms}^{IV}(n_p) = \begin{cases} K_E(n_p) a_{n,rms}^{III} & , n = X \\ K_M(n_p) \sqrt{\frac{M}{E}} a_{n,rms}^{III} & , n \neq X \end{cases} \quad (4.9)$$

Slutligen blir rms-värdet för den totala accelerationen orsakad av n_p gående, jämnt utspridda över (en viss yta av) bjälklaget

$$a_{rms}^{est}(n_p) = \left\{ \sum_{n=1}^N [a_{n,rms}^{IV}(n_p)]^2 \right\}^{1/2} \quad (4.10)$$

4.3 Kriterier

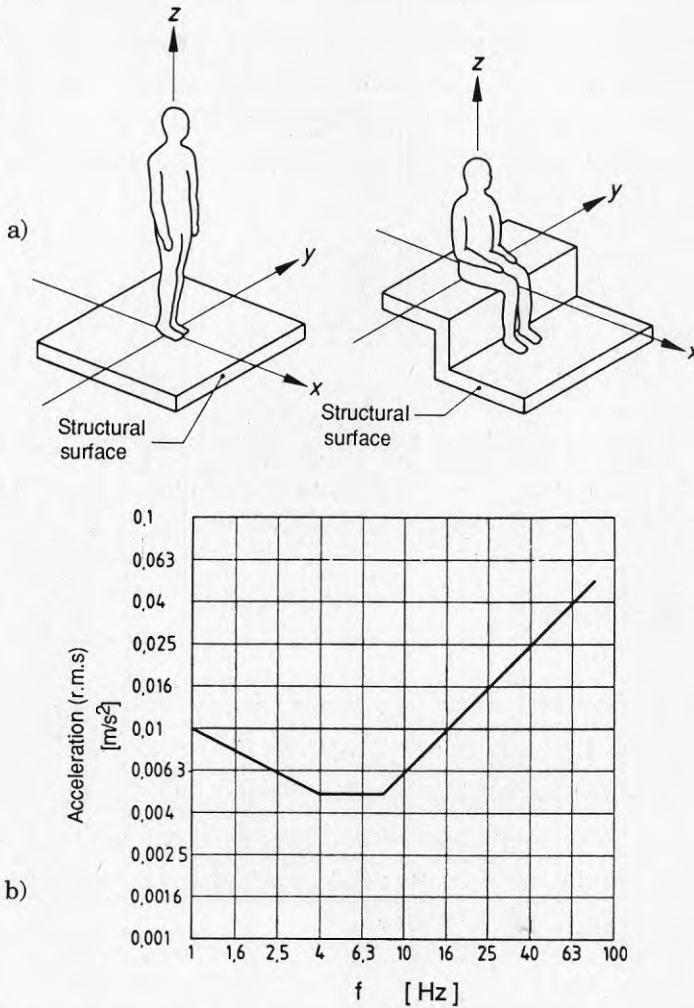
Absoluta gränsvärden för vibrationsnivåer med hänsyn till brukarens obehag är mycket svåra att ställa upp. Upplevelsen av vibrationer skiljer sig

mycket från person till person och är ännu mer beroende av vilken aktivitet som utföres. Vid vertikala vibrationer i bjälklag är man som allra mest känslig vid stillasittande, medan en person som rör sig eller utför fysiskt arbete har sin känslighetströskel vid minst tio gånger högre vibrationsnivå. Ett förslag till internationell standard, ISO/DIS 2631-2.2 (1987), finns dock. Där presenteras kurvor som representerar konstant känslighet för vibrationsacceleration respektive -hastighet vid olika frekvenser (se fig. 4.2). Det sägs vidare att vid vibrationsnivåer *under* dessa kurvor har inga betydande klagomål inrapporterats. Huruvida vibrationsnivåer över baskurvorna kommer att leda till klagomål sägs dock vara beroende av omständigheter (t.ex. verksamhet) och förväntningar. Faktorer att multiplicera baskurvorna med beroende på lokaltyp och typ av vibrationer (stationära eller transienta) används i en del länder och ges i en bilaga till nämnda normförslag.

De gränsvärden som visas i figur 4.2 bygger på provningar vilka främst avsett att mäta mänskligt obehag av vibrationer i *fordon*. Att direkt tillämpa dessa på vibrationer i byggnader är inte nödvändigtvis riktigt. Till exempel verkar det tveksamt att tillåta större vibrationsacceleration ju lägre frekvensen är i intervallet 1-4 Hz. Vid en harmonisk svängningsrörelse är förhållandet mellan förskjutningsamplitud och accelerationsamplitud omvänt proportionell mot frekvensen i kvadrat. Med samma accelerationsamplitud vid frekvenserna 1 resp. 4 Hz blir alltså förskjutningsamplituden 16 gånger större vid 1 Hz än vid 4 Hz. Inrapporterade klagomål och egna upplevelser indikerar att känsligheten för vertikal vibrationsacceleration i bjälklag snarare ökar än minskar med sjunkande vibrationsfrekvens. I brist på tillräckligt underlag föreslås därför en konstant känslighetsgräns för vibrationsacceleration inom frekvensintervallet 0-8 Hz.

Det bästa sättet att specificera godtagbart uppträdande för ett bjälklag, vad beträffar bruksstadievibrationer, synes vara en jämförelse med existerande bjälklag. Man kan till exempel beräkna förväntad vibrationsnivå för ett antal existerande bjälklag enligt metoden ovan (avsn. 4.1 och 4.2). Sedan utföres

motsvarande beräkningar för ett tilltänkt bjälklag. En beställare kan då lättare ta ställning till vad som är godtagbart eller önskvärt uppträdande för bjälklaget.



Figur 4.2 a) Definition av vibrationsriktningar.
 b) Baskurva för vibrationsacceleration (rms-värden) i z-led i byggnader.
 Efter ISO/DIS 2631-2.2 (1987).

5. KONSTRUKTIVA ÅTGÄRDER

Inverkan på bjälklagets respons, a_{rms}^{est} enligt avsnitt 4.2.1, från variation av olika parametrar undersöks. Belastningen antas i förenklande syfte hela tiden vara en punktlast. Responsen antas dominerad av den "farligaste moden" (avsn. 4.2) och egenfrekvensen för denna mod antas ligga inom frekvensintervallet 2.7-8 Hz. Egenfrekvensen för den "farligaste moden" antas vidare vara proportionell mot grundegenfrekvensen beräknad enligt ekv. (2.1). Belastningsfunktionen $E_d(f) = 4 \times 10^5/f^2$ (se fig. 3.1) användes och ekv. 4.1 kan då skrivas

$$a_{n,rms}^I = \sqrt{\frac{4 \times 10^5 \pi}{4f_n \zeta_n m_n^2}} \quad (5.1)$$

Alltså är a_{rms}^{est} proportionell mot $1/(m_n \sqrt{f_n \zeta_n})$. f_n är enligt ovanstående antagande proportionell mot $\sqrt{EI/ml^4}$. Bjälklagets massa antas jämnt fördelad och därmed blir m_n proportionell mot den jämnt fördelade massan m .

5.1 Spännviddsvariation

Vid en ren spännviddsvariation (alla övriga parametrar konstanta) är f_n proportionell mot $1/l^2$ och m_n mot l . Enligt ekv. (5.1) är alltså a_{rms}^{est} oberoende av spännvidden! Notera dock att vid utbredd belastning ökar även den totala belastningen av resp. spann med ökande spännvidd och därmed även a_{rms}^{est} . Resonemanget förutsätter även att antalet medsvängande spann (vid kontinuerlig uppläggning) är konstant.

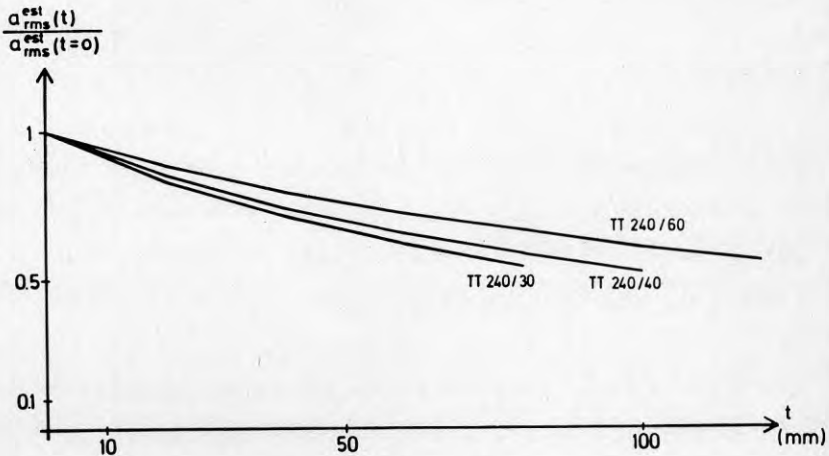
Om istället den medsvängande bjälklagsarean antas konstant och antalet spann inom denna area ändras (kontinuerligt bjälklag antaget) erhålles konstant modmassa, m_n . Då egenfrekvensen f_n är omvänt prop. mot spännvidden i kvadrat blir a_{rms}^{est} enl. ekv. (5.1) proportionell mot spännvidden l ($1/\sqrt{f_n}$) respektive omvänt proportionell mot antalet spann.

5.2 Massvariation

Om den jämnt utbredda massan, m (inkl yttre pålagd massa), varieras och övriga parametrar hålles konstanta är f_n resp. m_n proportionella mot $1/\sqrt{m}$ resp. a_{rms}^{est} är därmed proportionell mot $1/(m\sqrt{1/\sqrt{m}}) = 1/(m)^{3/4}$. Vid t.ex. lika stor "nyttig massa" som bjälklagsmassa fås en acceleration för belastat bjälklag som uppgår till 60% av a_{rms}^{est} hos ett tomt golv. Av denna anledning är det tveksamt att vid beräkning enligt kap. 4 inräkna "nyttig massa" som inte kan förväntas vara helt stationär.

5.2.1 Pågjutning av TT-element

Vid pågjutning av ett TT-element ökar tröghetsmomentet och tvärsnittsarean (och därmed den utbredda massan). Ökningen av I resp. m är dock ungefärligen lika stor vid antagande om full samverkan och f_n är därmed i stort oberoende av pågjutningens tjocklek, t (7% förhöjning av f_n vid $t = 120$ mm på TT 240/60). Eftersom elementets massa dock ökar fås minskande a_{rms}^{est} för ökande t enligt figur 5.1.



Figur 5.1 Kvoten mellan a_{rms}^{est} som funktion av pågjutningens tjocklek, t , och a_{rms}^{est} vid $t = 0$ för olika TT-element.

5.3 Dämpningsvariation

$a_{\text{rms}}^{\text{est}}$ är enligt ekv.(5.1) omvänt proportionell mot $\sqrt{\zeta_n} = \sqrt{(c/c_{\text{kr}})_n}$. En ökning av den relativa dämpningen ζ_n i den "farligaste moden" från t.ex. 1% till 2% skulle därmed ge samma effekt som att öka pågjutningen på ett bjälklag av TT 240/40-element från 40 till 100 mm (se fig. 5.1). En motsvarande ökning av dämpstyvheten, c , borde t.ex. kunna åstadkommas genom att ett par strävor med viskösa dämpare installeras mellan bjälklaget och bottenplattan (där så är möjligt). Troligen kan ännu större förbättringar uppnås. Möjlighet att tillföra konstruerade dämpningsmekanismer till bjälklag kommer att studeras vidare vid Avdelningen för Stål- och Träbyggnad vid CTH.

5.4 Elementvariation

Effekten av att ändra elementtvärsnitt undersöks under förutsättning om att spännvidden och betongkvalitén är konstant (12 m resp. K60).

Rekommenderade element för spännvidden 12 m har hämtats från Betongelementföreningen (1984), figur 2.24 (HD-element) resp. 3.24 (TT-element).

TT-element

Beräkningarna gäller element med tjock överfläns. För spännvidden 12 m kan TT 240/34, 44 resp. 54 användas. Beräknad acceleration $a_{\text{rms}}^{\text{est}}$ för bjälklag av element TT 240/34 betecknas a_{34} . Då uppgår motsvarande värde för element TT 240/44 till 0.76 a_{34} och för element TT 240/54 till 0.55 a_{34} .

Samtidigt som egenfrekvensen ökar sjunker emellertid även sannolikheten för att "farligaste moden" skall finnas kvar inom frekvensintervallet 2.7 - 8 Hz. Detta beaktas dock inte kvantitativt här, men faktumet bidrar ytterligare till att minska risken för störande vibrationer vid användande av högre element.

HD-element

Elementen HD 120/27, 32 resp. 38 kan användas för $l = 12$ m. På motsvarande sätt som ovan betecknas $a_{\text{rms}}^{\text{est}}$ för element HD 120/27 med a_{27} . För element HD 120/32 fås då $0.85 a_{27}$ och för element HD 120/38 $0.67 a_{27}$.

Motsvarande kommentar som för TT-elementen ovan gäller även här. För HD-elementen ökar dessutom böjstyvheten i tvärled med elementhöjden.

TT-HD

Vid spännvidden 12 m har elementen TT 240/44 och HD 120/32 samma lastkapacitet för jämnt utbredd last i brottgränstillståndet (9 kN/m^2). En jämförelse av responsen hos dessa element kompliceras av att antalet moder inom ett givet frekvensintervall är mycket mindre för ett HD-bjälklag än för ett TT-bjälklag p g a HD-elementens betydligt högre böjstyvhet i tvärled. Om vi bortser från detta fås $a_{\text{rms}}^{\text{est}}(\text{HD}) = 1.0 a_{\text{rms}}^{\text{est}}(\text{TT})$.

Om man beaktar hur antalet moder inverkar på responsen bör alltså HD-bjälklaget ge ett bättre uppträdande under dynamisk belastning än TT-bjälklaget med motsvarande lastkapacitet och uppläggning.

6. LABORATORIEPROV OCH ANALYS

Experimentell modanalys av ett betongelement av typen TT/F 240/40 har utförts i laboratorium. Denna redovisas tillsammans med jämförande teoretiskt modanalys, utförd med hjälp av datorberäkningar, i artikeln "Modal Analysis of a Pre-Cast Concrete Floor Element" (se appendix B).

Avsikterna med provning och analys var att:

- 1) uppskatta värden på de modala parametrarna för elementets första böj- resp. böjvridmod. Den modala modell av elementet som därvid etablerades användes sedan vid provningarna med personlast för att bestämma belastningen från gående människor. Vid dessa senare försök användes elementet som gångplattform (se kap. 3).
- 2) etablera en lämplig balkrostmodell för datorstödd modanalys av TT-element.
- 3) få en indikation om vilket värde elasticitetsmodulen bör ges vid dynamisk analys av betongkonstruktioner av aktuell typ.

Resultaten kan sammanfattas med att de modala parametrarna (moddämpningen undantagen) för grundmoden (första böjmoden) kan beräknas med god noggrannhet med dator eller till och med för hand. Den dynamiska elasticitetsmodulen är emellertid en osäkerhetsfaktor. 1.1 gånger den karakteristiska E-modulen enligt BBK 79 (1979) befanns här ge en god överensstämmelse mellan prov- och analysresultat (se vidare kap. 2).

I första böjvridmoden uppvisade TT-elementet starka olineariteter vilka troligen orsakades av längsgående sprickor i elementets fläns. Sprickorna verkar under vissa delar av svängningsrörelsen uppträda som leder. Med olika finit element-modeller kunde detta uppträdande resp. uppträdandet vid

det andra extremfallet (fullständig samverkan över sprickorna) modelleras och motsvarande modala parametrar beräknas.

Den modala dämpningen uppmättes till $c/c_{kr} = 0.4 \%$ för första böjmoden resp. $0.5 - 0.7 \%$ för böjvridmoderna. Det förstnämnda värdet är mer trovärdigt då olineariteterna vid böjvridsvängning förvanskar resultaten.

Vid sidan av denna undersökning provades även inverkan på den modala dämpningen i grundmoden av hur elementet var upplagt. Vid uppläggning direkt på stålprofiler (istället för på rullar som ovan) befanns den modala dämpningen vara oförändrad ($c/c_{kr} = 0.4 \%$). Då ett mellanlägg av 10 mm tjock neoprene placerades mellan stålprofilerna och elementet ökade dämpningen till 0.6% . Detta bör ej ses som en 50% -ig ökning utan snarare som en rent additiv ökning med 0.2% av den relativa modala dämpningen. Uppläggning av betongelementen på neoprenemellanlägg har alltså en viss, om än liten, positiv inverkan på bjälklagets dynamiska egenskaper. Denna effekt minskar emellertid då upplagsbalkarna vinkeländras (vrids) i ett verkligt bjälklag.

7. FÄLTSTUDIER

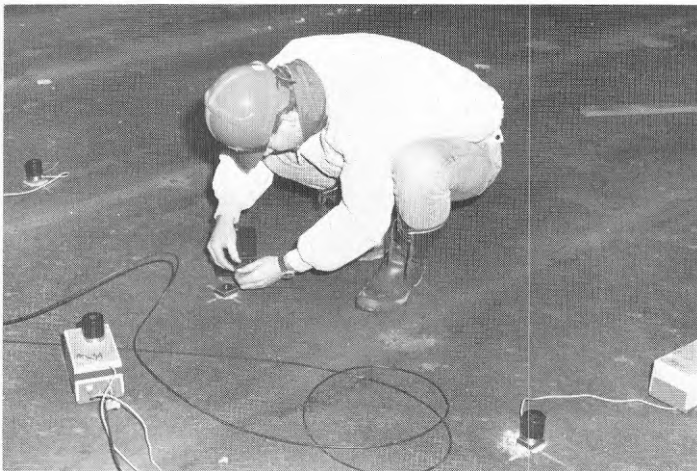
Mätningar har gjorts på betongelementbjälklag i tre byggnader som är i bruk samt en under byggnad. Syftet med dessa fältstudier har varit att:

- * registrera vilka vibrationsnivåer som uppkommer av "brukslast".
- * få klarhet i vad som i första hand orsakar vibrationerna samt vilken karaktär de har.
- * med hjälp av påtvungen last uppskatta bjälklagens dynamiska egenskaper (modala parametrar) i frekvensområdet 0-10 Hz.

7.1 Metodik och utrustning

7.1.1 Vibrationsmätningar

I samtliga fall användes 500-grams accelerometrar (Brüel & Kjaer) med mycket stor känslighet. Dessa har en undre frekvensgräns på 0.4 Hz. Accelerometrarna fästes till bjälklagen med dubbelhäftande tejp eller lim. Signalerna spelades in på en 4-kanals FM-bandspelare och analyserades därefter med hjälp av en tvåkanalig frekvensanalysator (HP 5423A), vilken utför FFT (Fast Fourier Transform) av tidsignalerna.



Figur 7.1 Typisk accelerometeruppställning.

7.1.2 Försök med påtvungen last

Den teknik som använts för att uppskatta bjälklagens dynamiska egenskaper kallas experimentell modanalys. Tekniken beskrivs utförligt av Ewins (1986) (se även Ohlsson (1983)). I stora drag går den ut på att man exciterar en struktur med en kontrollerad stöt- eller stationär last. Belastningsförloppet mätes med en dynamisk kraftgivare samtidigt som de uppkomna vibrationerna mätes med t.ex. accelerometrar. Genom att parvis analysera kraftsignalen och en responssignal i en frekvensanalysator erhålles så kallade överföringsfunktioner eller dynamiska flexibiliteter (komplexa funktioner i frekvensplanet). Ur dessa kan sedan information hämtas om bl.a. strukturens egenfrekvenser, modal dämpning, modformer samt modala massor. Metoden bygger i princip på att man anpassar strukturparametrarna massa, styvhet och dämpning för ett dynamiskt system med en frihetsgrad till att överensstämma med den aktuella strukturens uppträdande vid resonans. Härvid förutsätts alltså att den resonanta responsten helt domineras av en svängningsmod. Vid tätt liggande resonansfrekvenser kan detta ge felaktiga resultat. De härigenom uppmätta resonansfrekvenserna är dock trovärdiga medan en viss osäkerhet finns beträffande den modala dämpningen resp. modala massan. De överföringsfunktioner som använts här är s.k. acceleranser, $A_{i-j}(f)$, d.v.s. kvoten mellan accelerationen i punkt i och den kraft som, applicerad i punkt j , ger upphov till accelerationen.

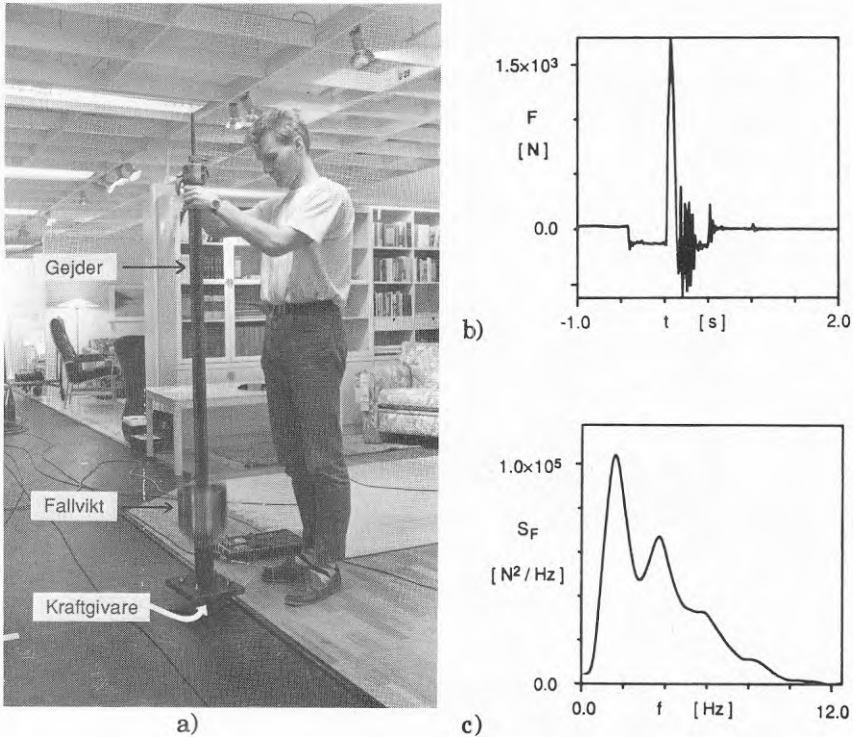
Två olika metoder för excitering av bjälklagen har använts här.

1) Stötexcitering

Stötapparaten, som beskrivs närmare av Ashton (1986), består av en vikt som faller fritt mot en fjäder och därefter låses under rekylen för att bara ge *en* stöt. Massa-fjädersystemet är avstämt för att ge en stötkraft med frekvensinnehållet koncentrerat till intervallet 0-10 Hz.

Belastningen påföres bjälklaget genom en kraftgivare som är monterad

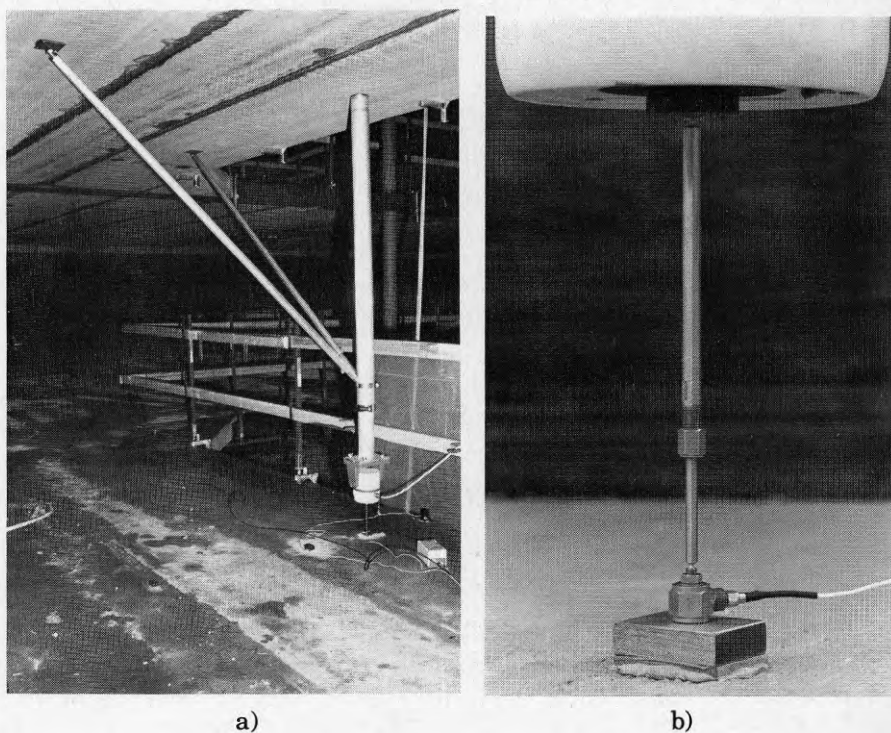
mot apparatens undersida (se fig. 7.2). På grund av att en person måste vistas på bjälklaget är belastningsanordningen endast användbar för relativt tunga konstruktioner. Personen måste dessutom hålla sig mycket stilla under mätförloppet.



Figur 7.2 a) Anordning för stötexcitering av tunga konstruktioner.
b) Kraftimpulsens tidsfunktion samt
c) dess spektraltäthet.

2) Stationär excitering m.h.a. vibrator.

Vid en provning (Objekt IV) exciterades bjälklaget med en elektromagnetisk vibrator med maximal kraftamplitud 98 N. Vibratorn fästes härvid upp i ovanliggande bjälklag med ett aluminiumstativ (fig. 7.3a). Kraften matades via en stav med försvagade snitt, avsedda att eliminera momentexcitering, genom en kraftgivare fäst i mätbjälklaget enligt fig. 7.3b.



Figur 7.3 a) Uppfästning av vibrator.
b) Detalj av kraftinföringen från vibrator till bjälklag.

Vibratoren matades dels med bandbegränsat brus (0-16 Hz), dels med sinussignal. Vid analysen bildades sedan medelvärden av ett stort antal utsnitt av kraft- resp. responssignalerna. Fördelarna med denna typ av excitering är främst att bjälklagen bringas i stationär vibration, vilket bäst motsvarar bruksstadieförhållandena samt att överföringsfunktionernas upplösning i frekvensplanet kan ökas. Frekvensupplösningen är nämligen omvänt proportionell mot tidsintervallet vid sampling av signalerna i tidsplanet, vilket inte kan vara större än stötförloppets halva längd vid stötexcitering. En god upplösning hos överföringsfunktionerna är mycket viktig vid analys av

system med liten dämpning och/eller tätt liggande resonansfrekvenser. Ytterligare en fördel med metoden är att en uppfattning om mätningarnas kvalitet kan fås ur koherensen mellan exciterings- och responssignalerna. Att observera är att det övre bjälklaget (där vibratorn fästs upp) måste ha vek eller ingen koppling till mätbjälklaget. Annars exciteras mätbjälklaget med krafter som inte kan mätas.

En jämförelse mellan överföringsfunktioner etablerade från stöt-, brus- resp. harmonisk excitering visade att överensstämmelsen blir mycket god.

7.1.3 Vibrationer orsakade av brukslast

I de fall där mätningar genomfördes i affärslokaler i drift mättes vibrationsaccelerationen dels under affärstid med persontrafik samt rulltrappor, fläktar o.dyl. i drift. Dels mättes vibrationer orsakade av enbart rulltrappor, enbart fläktar samt enbart gående människor efter stängningstid.

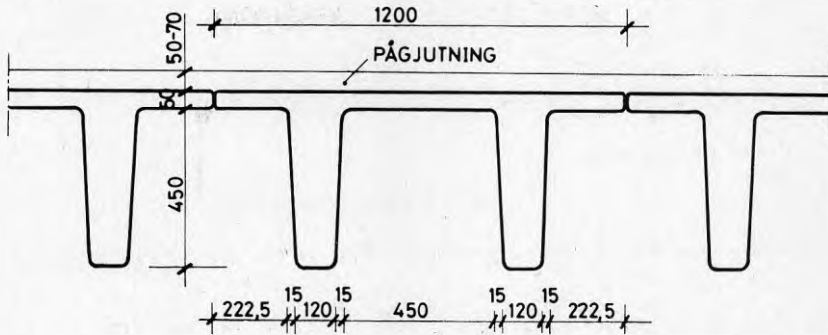
Efter analys av tidssignalerna i FFT-analysatorn kan s.k. spektraltätheter av accelerationen, S_a , etableras. Dessa är funktioner av frekvensen och har enheten $[(m/s^2)^2/Hz]$. Ur spektraltätheterna beräknas sedan rms-värden (root mean square) av de mätta vibrationsaccelerationerna (se även appendix A, kap. 3).

7.2 Mätobjekt och resultat

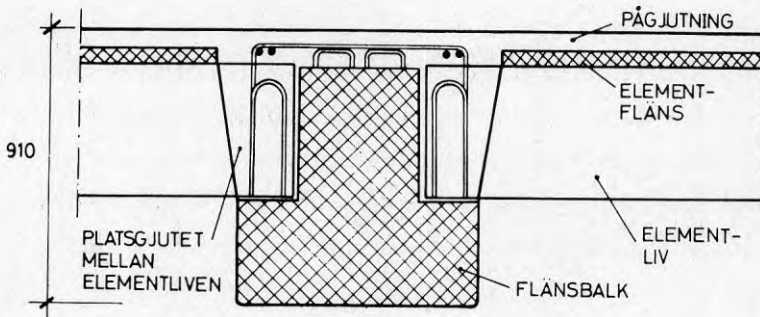
7.2.1 Objekt I

Byggnaden är belägen strax utanför Göteborg och inhyser en stormarknad. Den uppfördes 1973 och har en stomme helt i betong. I två delar av byggnaden finns entresolbjälklag av TT-element varav det där mätningar utförts främst används för möbelutställning. Bjälklagselementen är 1200 mm breda, 500 mm höga och har spännvidden 18 m. Elementen är hopgjutna för kontinuitet över

upplagsbalkarna (flänsbalkar av betong). Bjälklaget är pågjutet med 50-70 mm armerad betong. Figur 7.4 och 7.5 visar ett tvärsnitt genom elementen respektive elementens uppläggning på flänsbalkarna.

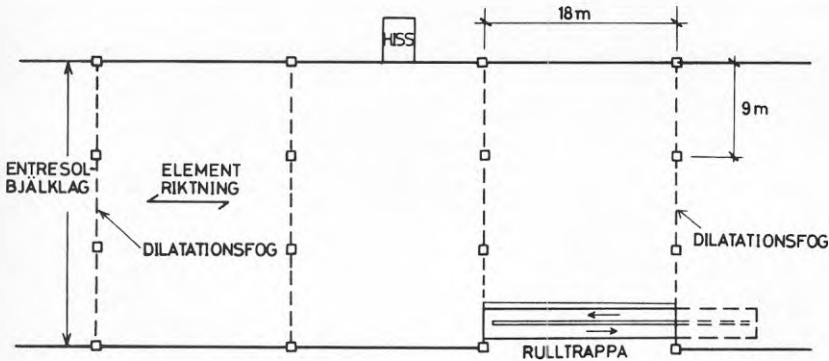


Figur 7.4 Snitt genom bjälklagselementen.



Figur 7.5 Bjälklagselementens uppläggning på och hopgjutning över upplagsbalkarna.

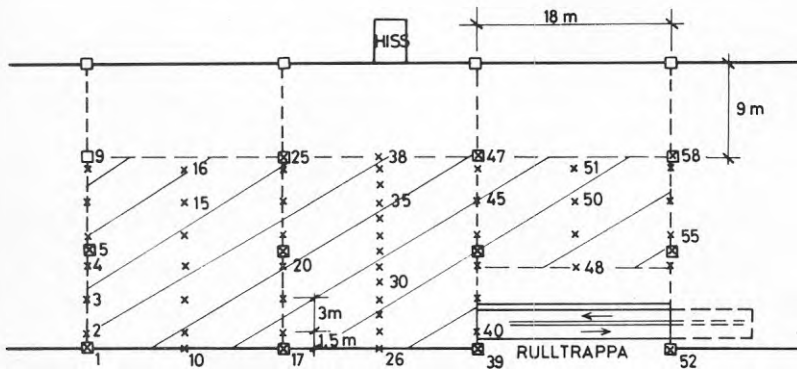
Upplagsbalkarnas längd (= pelardelningen) är 9 m och bjälklagets bredd är 3 x 9 m. I längsled består bjälklaget av nio spann, dvs. totala längden är 9 x 18 m. Vid var tredje upplagsbalk finns en dilatationsfog, varför tre spann av bjälklaget kan förväntas medverka i eventuella svängningar (se plan i fig. 7.6).



Figur 7.6 Plan över den del av entresolbjälklaget där mätningarna utfördes.

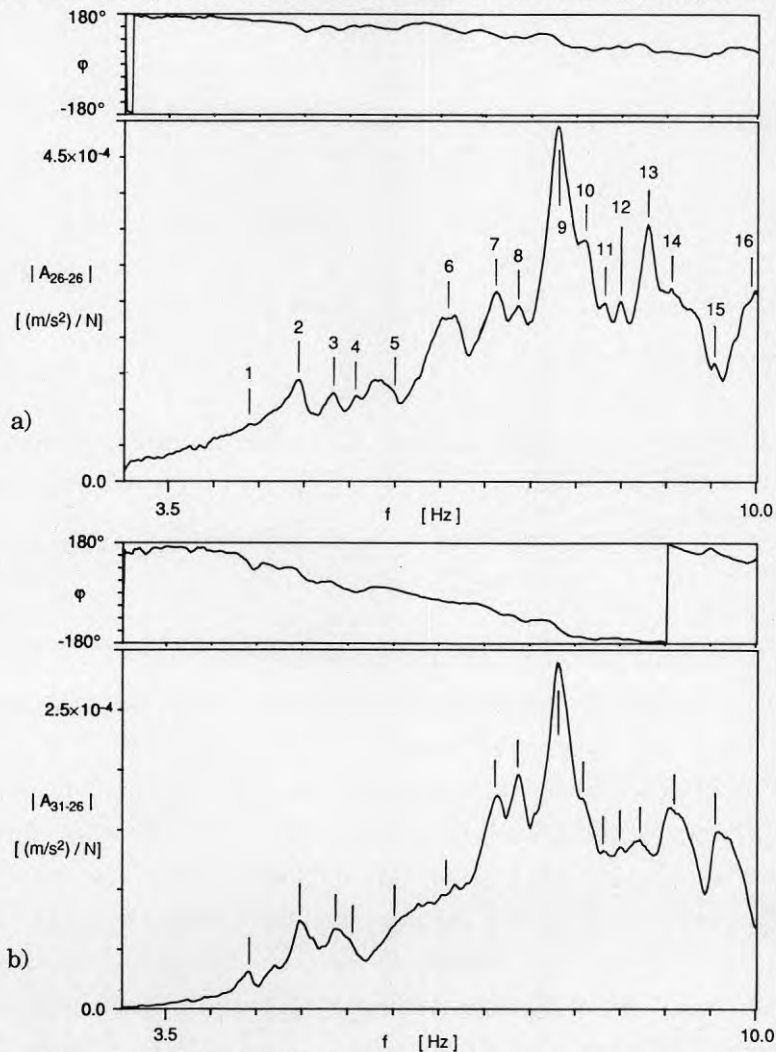
Bjälklagets dynamiska egenskaper

Metoden med stötexcitering användes här. Kraften applicerades i punkt 26 (fig. 7.7) då denna kant är att betrakta som fri och därför teoretiskt har modformsvärden skilda från noll i alla moder. Resultande vibrationsaccelerationer mättes i punkterna 1-58 (fig. 7.7) förutom de punkter som sammanfaller med pelare, där rörelsen antogs vara med noll.



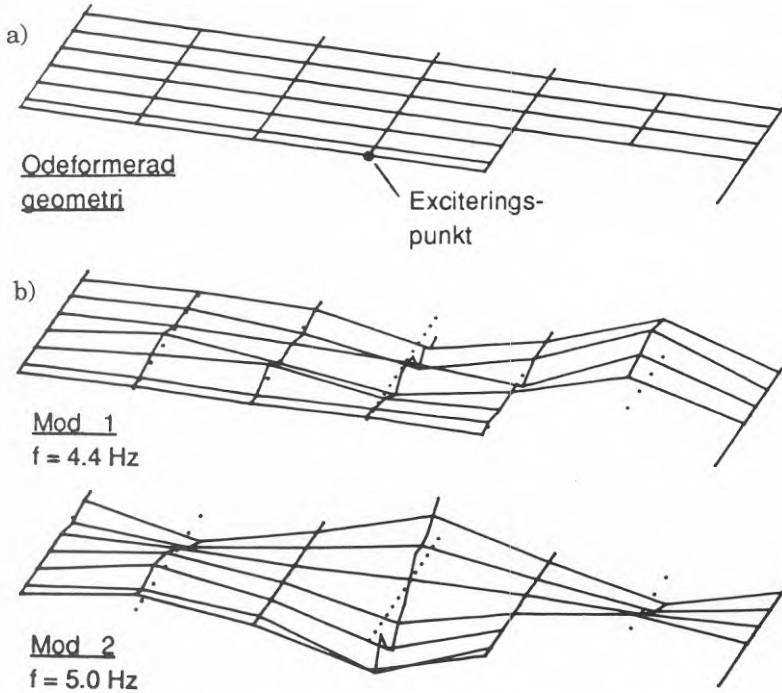
Figur 7.7 Mätpunkternas placering (jfr. fig. 7.6).

Ur acceleransfunktionerna, $A_{i-26}(f)$, kunde 16 st resonansfrekvenser identifieras i intervallet 0-10 Hz. Den lägsta resonansfrekvensen, den s.k. grundfrekvensen, bestämdes till 4.4 Hz (se fig. 7.8) att jämföra med den teoretiskt beräknade lägsta egenfrekvensen, 3.5 Hz (se bilaga A). Denna förhållandevis stora avvikelse orsakas troligen främst av en högre verklig E-modul för betongen än den som förutsatts vid beräkningarna (jfr. avsnitt 2.2.1).



Figur 7.8 Fasvinkel och belopp av acceleransfunktionen $A_{i-26}(f)$ i frekvensintervallet 3-10 Hz för a) $i = 26$ och b) $i = 31$. Kraften applicerad i punkt 26. Mätpunktsnumrering enligt fig. 7.7.

Modformerna för första och andra svängningsmoden redovisas i figur 7.9 (samtliga modformer finns redovisade i bilaga B). Till formen är dessa i god överensstämmelse med de teoretiskt beräknade (se bilaga A).



Figur 7.9 a) Odeformerad struktur (jfr skuggad yta i fig. 7.7)
b) Modformer för första resp. andra andra svängningsmoden.

Antalet identifierade moder vid provningarna är mycket större än det teoretiskt beräknade antalet. Enligt datoranalysen skall det finnas sex moder i intervallet 0-10 Hz. Förklaringen till detta är att ett antal av de uppmätta moderna innebär rörelse antingen i endast någon enstaka punkt (t.ex. mod 4, trolig anledning: mätfel eller svängning hos sekundärkonstruktion) eller i enbart något av sidofacken (t.ex. mod 10-12, trolig anledning: ofullständig symmetri i strukturen). I övriga fall är överensstämmelsen mellan uppmätta och beräknade modformer och egenfrekvenser mycket god. Ur acceleransfunktionerna kan, som nämndes, även modal dämpning samt, då modformen

är bestämd och normerad, modal massa bestämmas. De modala parametrarna (exkl. modform) ges i tabell 7.1 för de 16 uppmätta moderna i jämförelse med motsvarande teoretiskt beräknade värden i förekommande fall (se bilaga A).

Tabell 7.1 Uppmätta modala parametrar i jämförelse med motsvarande teoretiskt beräknade värden för resonanser i frekvensområdet 0-10 Hz. n = modnummer, f_n = resonansfrekvens, ζ_n = modal relativ dämpning och m_n = modal massa. Observera att ζ_n ej är beräkningsbar.

Experimentellt				Analytiskt		
n	f_n [Hz]	ζ_n [%]	m_n [10 ³ kg]	n	f_n [Hz]	m_n^{***} [10 ³ kg]
* 1	4.43	0.59	65	1	3.47	180
* 2	4.96	0.97	270	2	4.18	150
* 3	5.36	0.85	250	3	5.23	110
4	5.60	(-1.2)**	53			
* 5	6.02	2.0	69	4	6.41	81
* 6	6.59	1.1	210			
* 7	7.07	2.0	91	5	7.77	70
8	7.40	0.95	2.0			
* 9	7.79	1.3	240			
10	8.12	0.54	44			
11	8.32	0.39	17			
12	8.50	0.54	19			
* 13	8.81	0.70	390	6	9.41	69
14	9.16	1.6	32			
15	9.54	0.40	17			
* 16	9.94	0.80	220			

*) Trovärdiga moder.

***) Skenbart negativ dämpning kan fås då kurvanpassning utföres av en acceleranstopp som egentligen inte motsvarar en resonans eller då dämpningen är mycket liten.

****) Värdena motsvarar tre gånger de modala massorna beräknade enligt bilaga A (tre medsvängande fack).

Den modala dämpningen är alltså mycket liten i det aktuella bjälklaget. I några få moder är $(c/c_{kr})_n$ upp till 2% men för de flesta är den relativa dämpningen mindre än 1%. Medelvärdet för de moder som markerats som mest trovärdiga i tabell 7.1 är 1.1% (för samtliga utom $n = 4$: 0.98%). De uppmätta modala massorna varierar kraftigt mellan de olika moderna och är, liksom dämpvärdena, en relativt osäker parameter (avsn. 7.1.2). Med ett par undantag ligger dock modmassorna mellan 100 och 200 ton för de moder som kan jämföras med dem från den teoretiska analysen. Detta är något högre än de beräknade modmassorna men förklaras bl.a. av att massan av inredning, installationer o.dyl. ej adderats till bjälklagets massa i datormodellen. Antagandet att de tre fälten mellan dilatationsfogarna svänger ihop anses härmed styrkt.

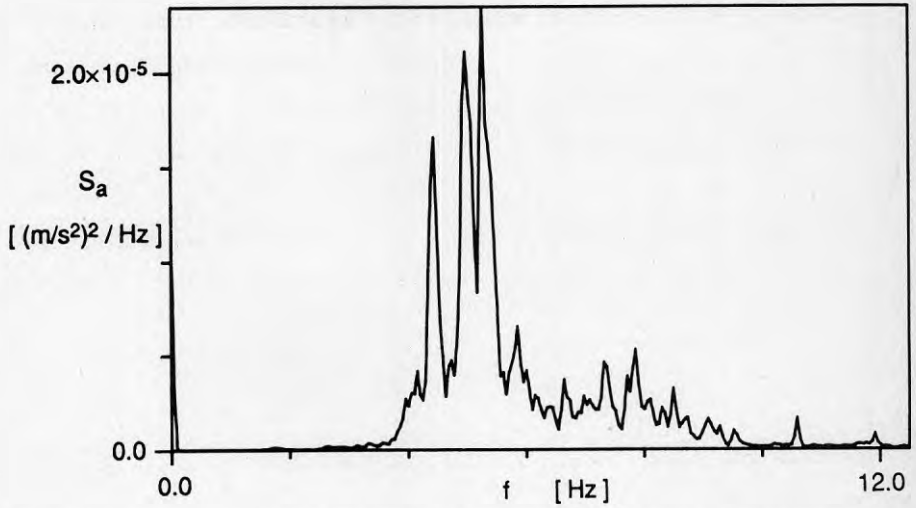
Vibrationer orsakade av brukslast

Under mätningarna var det mycket få människor som rörde sig på bjälklaget. Vibrationerna registrerades med tre accelerometrar placerade i punkt 26, 30 resp. 41. En typisk uppmätt spektraltäthetsfunktion av accelerationen, $S_a(f)$, visas i figur 7.10. Som synes finns större delen av vibrationerna i frekvensbandet 4-8 Hz. Maximalt uppmätta rms-värdet av accelerationen, a_{rms} , gällde punkt 26 och uppgick till $7.5 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$ inom frekvensbandet 0-8 Hz och med en fortvarighet om cirka 1 minut. Uppskattningsvis var 3-5 personer i rörelse på bjälklaget under den tiden.

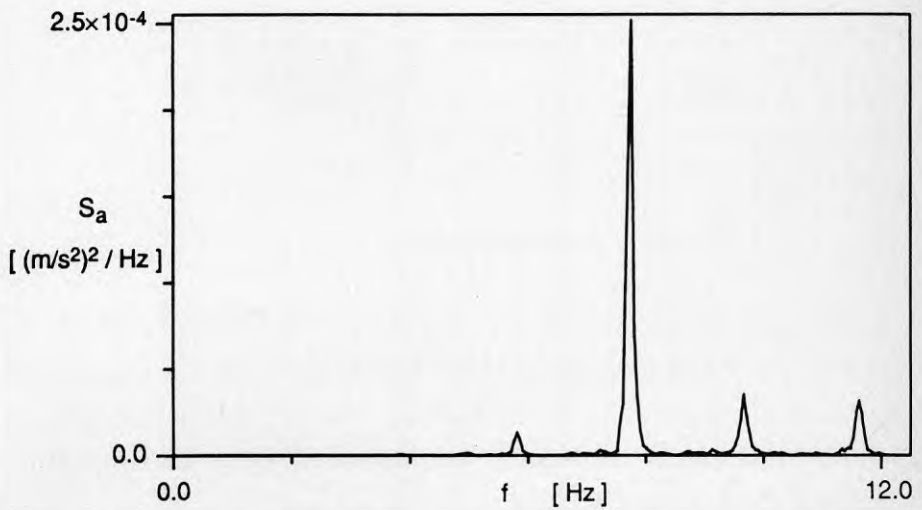
Då bjälklaget var tomt på människor men rulltrappor och fläktar fortfarande var igång försvann större delen av vibrationerna i frekvensbandet 4-8 Hz. De mer högfrekventa delarna ($f > 15 \text{ Hz}$) kvarstod dock. a_{rms} uppmättes till $3 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$ (0-10 Hz).

Efter att allt maskineri stängts av uppmättes även acceleration orsakad av gående på en kontrollerad yta. Försökspersonerna (en resp. två) gick slumpmässigt över en yta $9 \times 18 \text{ m}^2$ vid rulltrappans övre fäste. I figur 7.11 visas spektraltäthetsfunktionen av den uppmätta accelerationen orsakad av en

gående. Maximalt uppmättes a_{rms} till 6.2×10^{-3} resp. $6.7 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$ för en resp. två gående (punkt 26, 0-8 Hz).



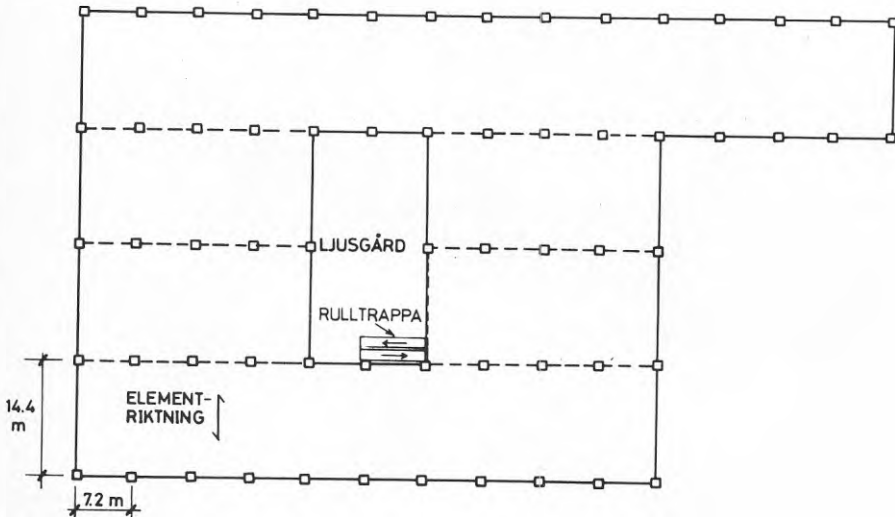
Figur 7.10 Uppmätt spektraltäthetsfunktion av accelerationen orsakad av brukslast (punkt 26).



Figur 7.11 Uppmätt spektraltäthetsfunktion av accelerationen orsakad kontinuerlig gång av en människa på en yta $9 \times 18 \text{ m}^2$ (punkt 26).

7.2.2 Objekt II

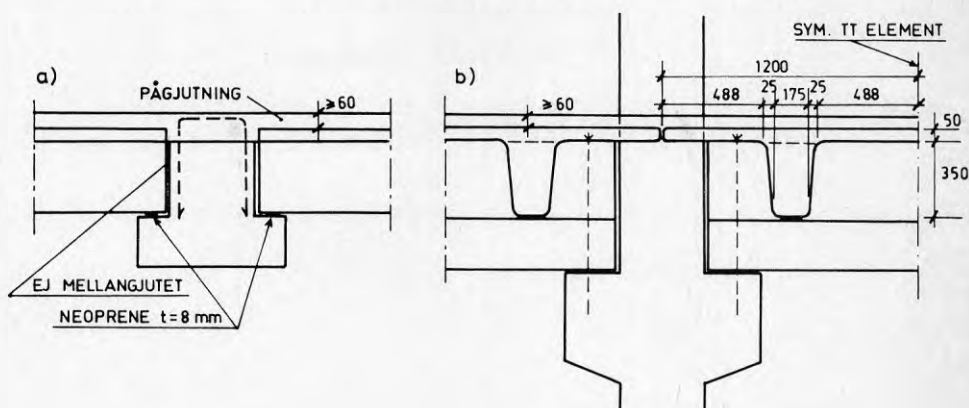
Byggnaden är belägen i Eskilstuna och inhyser en stormarknad. Den uppfördes 1979 och har en stomme helt i betong. I huset inryms varuhus i två plan, varav bjälklaget till det övre är utfört av prefabricerade TT-element. Bjälklaget används främst som möbelutställning och är byggt runt om en centralt placerad ljusgård (se fig. 7.12). Klagomål har framförts av personal och kunder gällande fortvariga vibrationer. Vid en tidigare undersökning, Nitro Consult (1979), kunde inte någon orsak konstateras och det fastslogs även att vibrationsnivån normalt ligger under människans uppfattningsförmåga.



Figur 7.12 Plan över mellanbjälklaget.

Bjälklagskassetterna är av typ TT/F 240/40 med spännvidden 14,4 m. Kassetterna är fritt upplagda på prefabricerade flänsbalkar av betong (FB/F 70/60-25) med spännvidden 7,2 m. Bjälklaget har en armerad pågjutning av minst 60 mm tjocklek (spannmitt). Vid inspektion befanns TT-elementens tvärfogar (över upplagsbalkarna) vara uppspruckna, varför ingen kontinuitet mellan spannen kan påräknas ur dynamisk synvinkel. I figur 7.13 visas bjälklagets uppbyggnad.

Rulltrappan är i detta bjälklag inte upplagd på en vanlig primärbalk utan på en extra stödbalk, parallell med TT-elementen (se fig. 7.12).

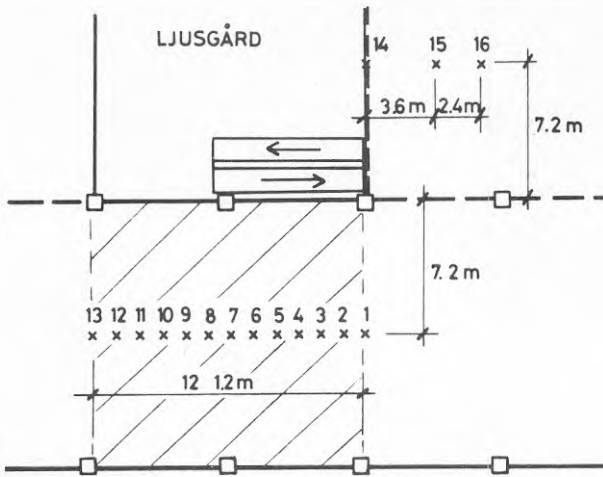


Figur 7.13 a) TT-elementens uppläggning på flänsbalkarna.
b) Tvärsektion genom TT-elementen samt flänsbalkarnas uppläggning på pelare.

Den subjektiva bedömningen av vibrationerna är att de är klart kännbara, trots att det vid mättillfället inte var speciellt mycket folk i lokalen. Om man sätter sig ned känns det tydligt om en person kommer gående i närheten och vid rulltrappans övre ände skramlar porslinet i hyllorna. Det känns, som någon har uttryckt det, som att vara i en båt. Svängningarnas storlek är direkt beroende av om det finns några människor i rörelse eller inte och de känns påfallande lågfrekventa i jämförelse med andra liknande bjälklag.

Bjälklagets dynamiska egenskaper

En mindre omfattande modanalys utfördes på detta objekt. I figur 7.14 visas de mätpunkter där mätningar gjordes (punkterna 1-13 användes för modanalysen). Exciteringen utgjordes även här av stötar vilka applicerades i punkt 8.

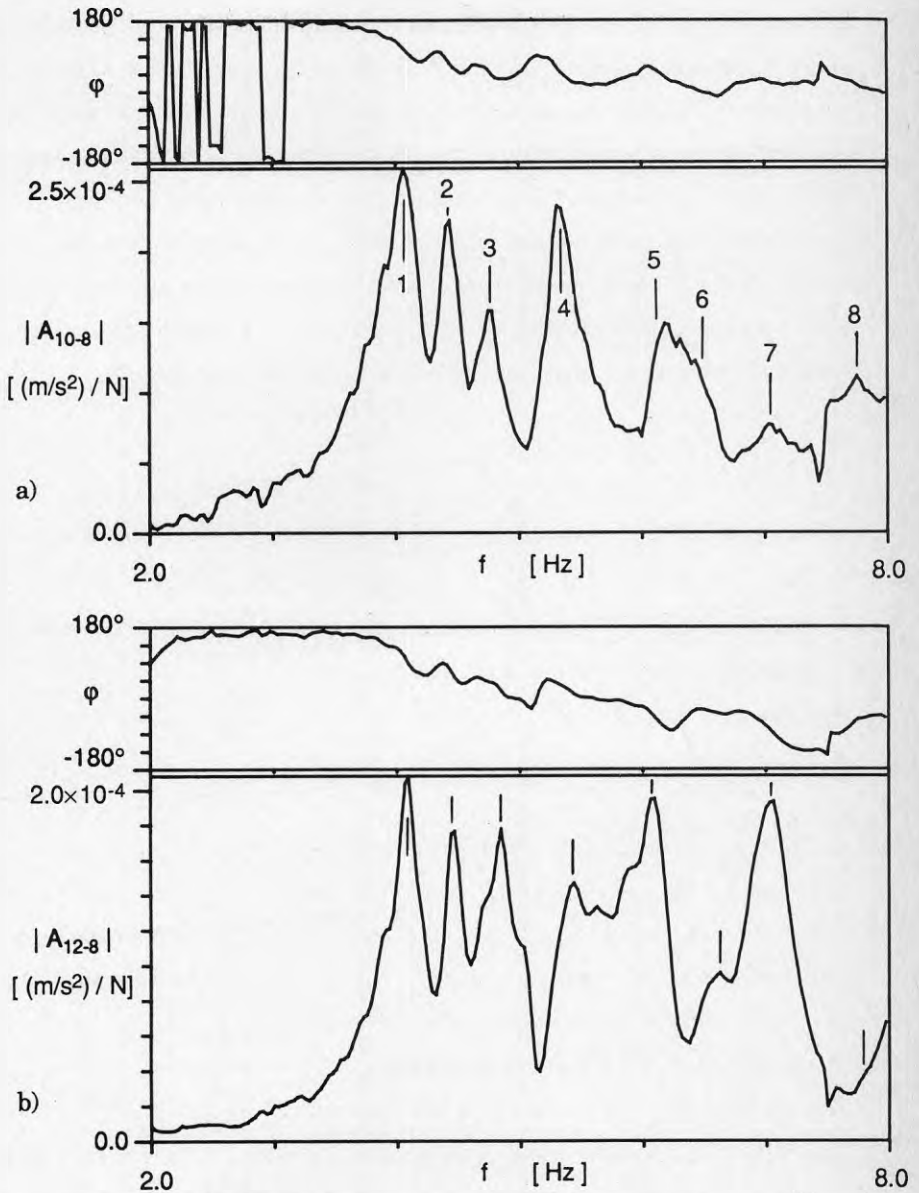


Figur 7.14 Mätpunkternas placering (jfr fig. 7.12).

Analysen omfattade här frekvensintervallet 0-8 Hz. Inom detta intervall identifierades 8 st resonansfrekvenser. Grundfrekvensen bestämdes till 4.1 Hz men antydningar till resonanser finns även något lägre i frekvens. Vid ca. 3.5 Hz uppvisar acceleransfunktionerna i fig. 7.15 något som torde var en resonans i någon del av bjälklaget.

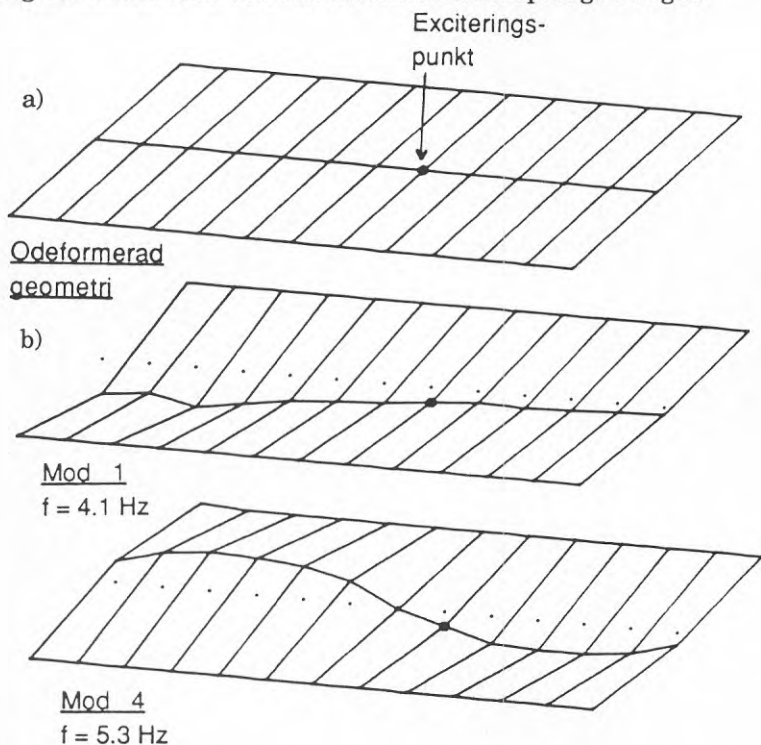
Jämfört med den datorberäknade grundfrekvensen, 4.0 Hz, är överensstämmelsen mycket god (beräkningen redovisas i bilaga A). Med tanke på att ingen samverkan mellan upplagsbalk och elementfläns/påggjutning har antagits i modellen borde man dock, liksom för övriga mätobjekt, snarare ha underskattat grundfrekvensen vid datorberäkningen. Om det desutom finns en resonans vid ca. 3.5 Hz enligt ovan skulle detta betyda att det bärande systemet har en lägre styvhet än vad som borde kunna påräknas. Tänkbara anledningar till detta är att E-modulen för betongen i TT-elementen är lägre än vad som motsvarar K60, eller att någon del av bjälklaget eller dess bärande system (inkl. grundläggning) ej fungerar som tänkt. Påggjutningens betongkvalitet är specificerad till lägst K30. Skillnaden i E-modul mellan element och påggjutning

medför dock ej någon nämnvärd förändring av resonansfrekvenserna beräknade enligt bilaga A (grundresonansfrekvensen sjunker med ca. 2%).



Figur 7.15 Fasvinkel och belopp av acceleransfunktionen $A_{i,8}(f)$ i frekvensintervallet 2-8 Hz för a) $i = 10$ och b) $i = 12$. Mätpunktsnumrering enligt fig. 7.14.

Modformerna för första resp. fjärde resonansen redovisas i fig. 7.16 (samtliga redovisas i bilaga B). I stort sett samtliga modformer är förvånansvärt "rena" från oregelbundenheter och överensstämmelsen med teoretiskt beräknade moder är mycket god såväl vad gäller frekvens (se tabell 7.2) som form. De experimentellt uppskattade modala massorna uppvisar relativt stor spridning, men indikerar att antagandet om sex medsvängande fack i tvärled (tre gånger spännvidden, enl. avsn. 4.1) är rimligt. Den relativa moddämpningen, ζ_n , uppskattades till mellan 0.8% och 2.2% med medelvärdet 1.4% för samtliga åtta moder. Dessa värden är alltså genomgående något högre än motsvarande värden för mätobjekt I. Detta förstärker tron att en fri uppläggning av betongelementen ökar den relativa modala dämpningen något.



Figur 7.16 a) Odeformerat bjälklag motsvarande skuggat parti i figur 7.14.
b) Första resp. fjärde modens modform. Observera att mätningar endast gjorts i spannmitt och att rörelsen antagits vara noll över upplagsbalkarna.

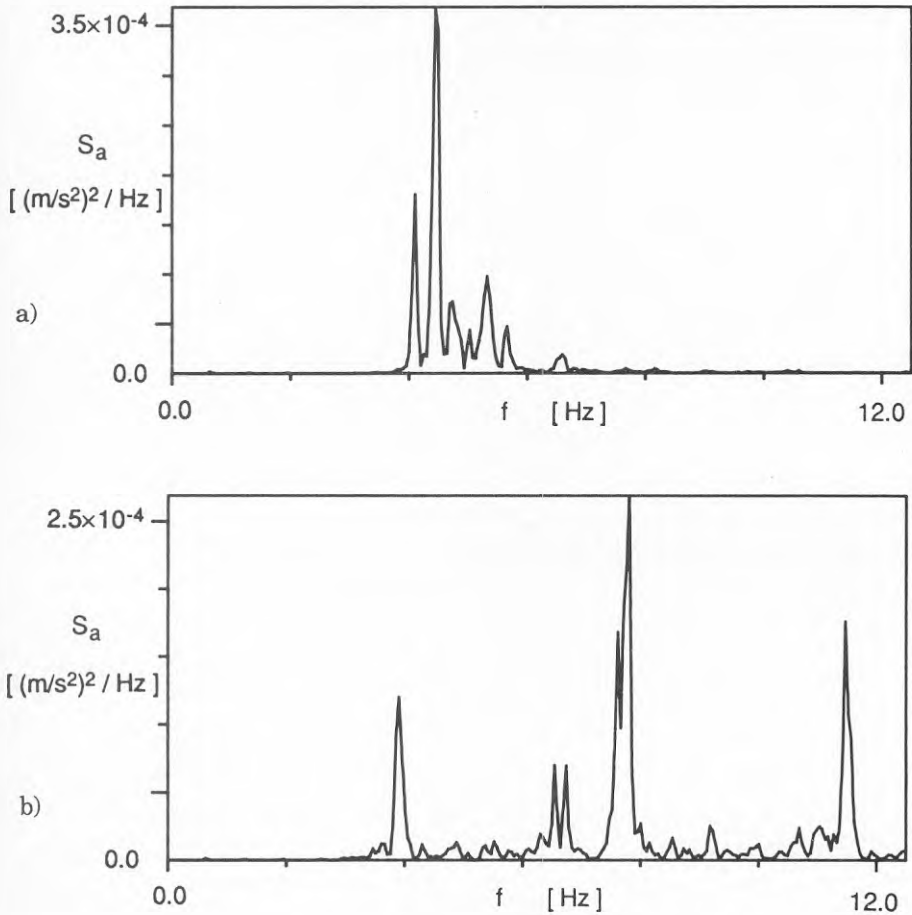
Tabell 7.2 Uppmätta modala parametrar i jämförelse med motsv. teoretiskt beräknade värden för moder i frekvensområdet 0-8 Hz.

Experimentellt				Analytiskt		
n	f_n [Hz]	ζ_n [%]	m_n [10 ³ kg]	n	f_n [Hz]	m_n [10 ³ kg]
1	4.09	1.8	15	1	3.99	63
2	4.44	0.77	63	2	4.14	58
3	4.79	1.1	24	3	4.41	75
4	5.32	1.4	45	4	4.79	64
5	6.11	1.2	79	5	5.27	51
6	6.60	1.1	52	6	5.63	73
7	7.07	1.7	92	7	7.04	44
8	7.74	2.2	29	8	7.94	58

Vibrationer orsakade av brukslast

Relativt få människor var i rörelse på bjälklaget under mätningarna. De uppkomna vibrationerna mättes dels i punkterna 4, 9 och 11 och dels i punkterna 14, 15 och 16. Vibrationsaccelerationens frekvensinnehåll uppvisar en klar skillnad mellan de två olika spannen (se fig. 7.17). I det förstnämnda fallet (max. acceleration i punkt 11) är vibrationsaccelerationen helt koncentrerad till frekvensbandet 4-6 Hz medan accelerationsresponsen i det andra fallet (punkt 14) har betydligt högre frekvenskomponenter. Förklaringen till detta är förmodligen dels att bjälklagsdelen vid rulltrappan styvas upp av den extra upplagsbalken för rulltrappan, dels att den dynamiska belastningen i de två spannen är olika.

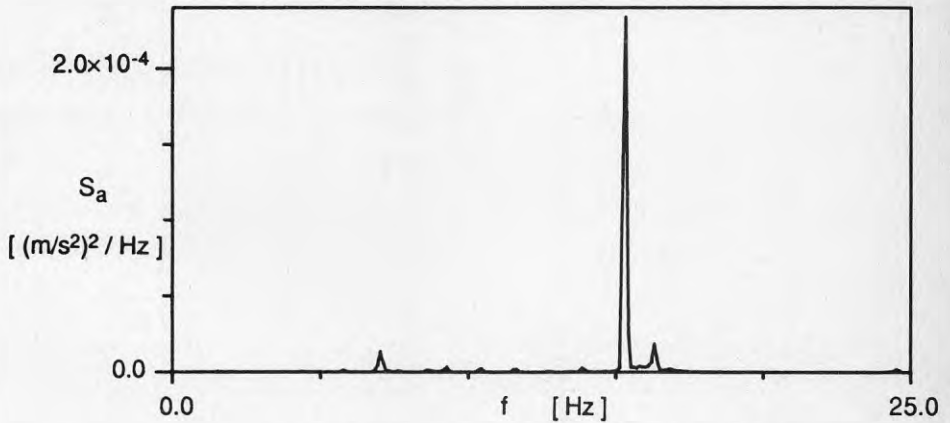
Maximalt uppmättes rms-värdet av accelerationen inom frekvensintervallet 0-8 Hz till $11.2 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$ (punkt 11). Tidsintervallet för denna registrering var 1 minut.



Figur 7.17 Uppmätt spektraltäthet av accelerationen, orsakad av brukslast, i a) punkt 11 och b) punkt 14.

Efter stängning av varuhuset undersöktes även hur stor del av vibrationerna i bjälklaget som orsakas av maskineri såsom rulltrappa och fläktar. Ingen mätbar vibrationsacceleration i bjälklaget kunde härvid påvisas bero på fläktsystemet. Av rulltrappan (särskilt den nedåtgående) orsakades dock tydliga vibrationer. Rulltrappan verkar dock excitera bjälklaget med relativt

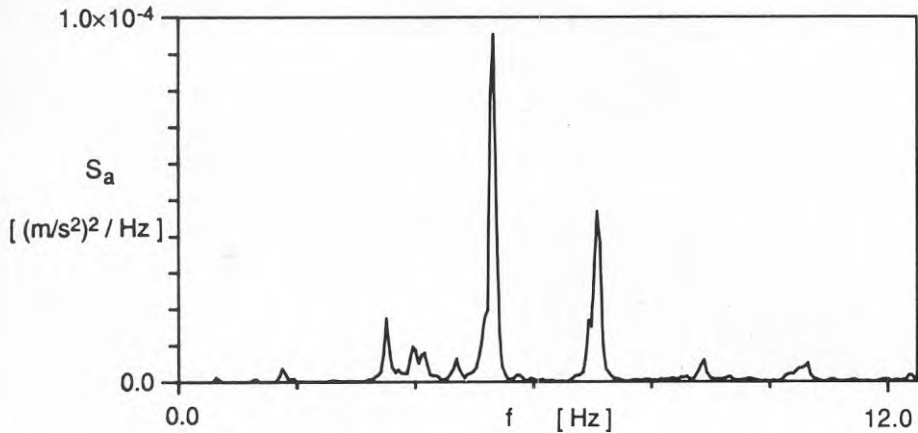
höga frekvenser. Spektraltätheten av accelerationen (se fig. 7.18) visar att inom intervallet 0-25 Hz är vibrationen främst koncentrerad till ca. 15 Hz. Den subjektiva upplevelsen på plats av dessa vibrationer är att de främst märks genom skrammel i porslinshyllor.



Figur 7.18 Uppmätt spektraltäthet av accelerationen orsakad av enbart nedåtgående rulltrappa (punkt 14).

En del av förklaringen till bjälklagets "dåliga uppträdande" finns förmodligen i spektraltätheten av accelerationen orsakad av en gående (fig. 7.19). Gångmönstret var slumpartat inom det skuggade området i figur 7.14 och stegfrekvensen ca. 1.8 steg/s. a_{rms} uppmättes härvid till $5.7 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$ (0-8 Hz).

De största vibrationerna uppträder vid tredje och fjärde "övertonen" av stegfrekvensen (se avsn. 3.1) dvs. vid 5.4 resp. 7.2 Hz. Det finns emellertid även en tydlig topp vid 3.6 Hz, vilket stärker misstanken om att det finns resonanser i golvet även under 4 Hz (jfr ovan).



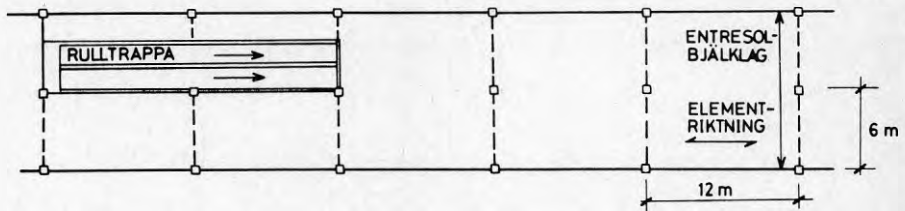
Figur 7.19 Uppmätt spektraltäthet av accelerationen orsakad av en gående (punkt 11).

Vad som är än mer förvånande är de bidrag till accelerationen som finns vid 1.8 Hz. Visserligen är den dynamiska kraften från gående mycket större vid gångfrekvensen än vid "övertonerna". Om man dock beaktar att accelerationen är proportionell mot frekvensen i kvadrat (harmonisk svängningsrörelse) inses att förskjutningsamplituden är *relativt* stor. Möjligen är även svängningarna vid 1.8 Hz resonanta och utgör en av förklaringarna till klagomålen mot bjälklaget. Detta förstärker också den egna upplevelsen på plats av att de mest kännbara vibrationerna var mycket lågfrekventa. Förklaringen till en eventuell resonans under 2 Hz går inte att finna i de insamlade mätdata. En upplagsbalk eller pelargrundläggning som inte fungerar som tänkt skulle emellertid kunna ge motsvarande effekt.

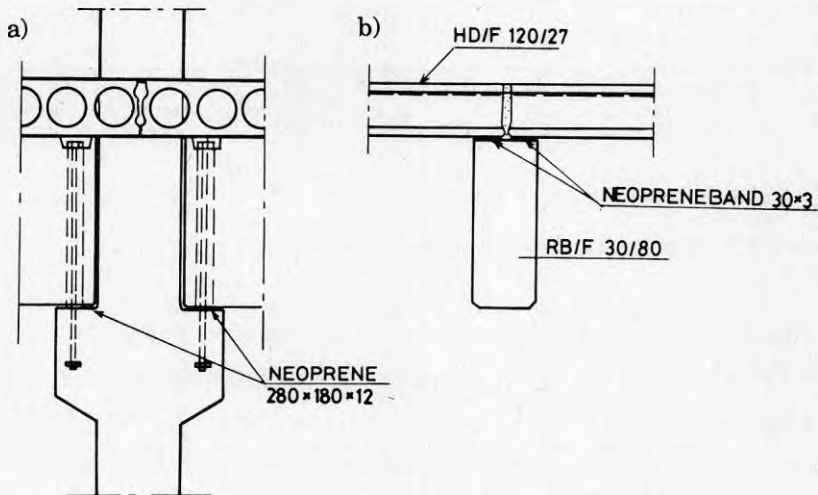
7.2.3 Objekt III

Byggnaden som är belägen utanför Göteborg är från 1971 och används som möbelvaruhus. Stommen är helt av betong. Det entresolbjälklag där huvuddelen av möbelutställningen finns sträcker sig runt hela byggnaden längs yttervägen och är utfört av hålelement. Dessa är av typ HD/F 120/27, har spännvidden 12 m och är fritt upplagda på rakkalkar RB/F 30/80.

Upplagsbalkarna har spännvidden 6 m mellan pelare. Ovanpå hålelementen finns en tunn avjämning om 20-30 mm. En plan över den del av entresolbjälklaget där mätningarna gjordes samt bjälklagets konstruktionsutförning visas i figurerna 7.20 resp. 7.21.



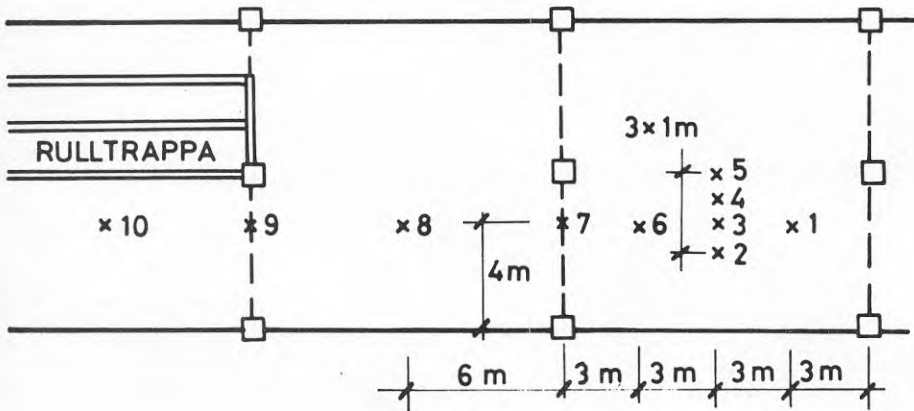
Figur 7.20 Plan över del av entresolbjälklaget.



Figur 7.21 a) Snitt genom bjälklagselementen vid pelarupplag.
 b) HD-elementens uppläggnings på primärbalkarna.

Bjälklagets dynamiska egenskaper

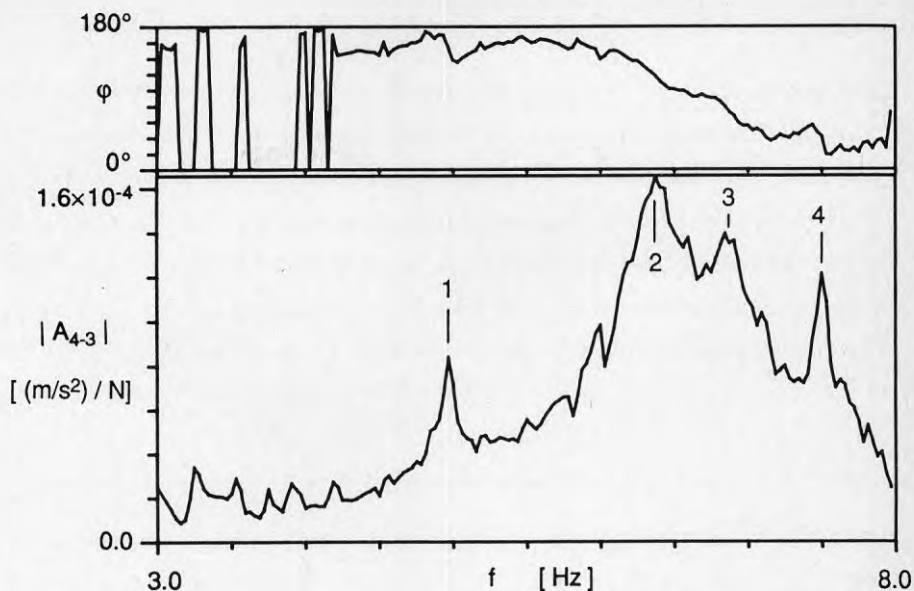
En enkel modanalys genomfördes för ett fåtal mätpunkter för att uppskatta i första hand resonansfrekvenser och modal dämpning och i andra hand ge en uppfattning om modformer samt huruvida vibrationer sprids över elementens tvärfogar (nominellt momentfria). Mätpunkterna redovisas i figur 7.22. Metoden med stötexcitering användes och kraften applicerades omväxlande i punkt 3 resp. 4 för att säkerställa att alla moder av intresse exciterades.



Figur 7.22 Mätpunkternas placering.

Fyra moder identifierades i intervallet 0-10 Hz med resonansfrekvenserna 5.0, 6.3, 6.8 resp 7.5 Hz. De uppmätta acceleransfunktionerna är emellertid mycket svåra att analysera på grund av olineariteter i strukturen (se fig. 7.23).

Bjälklaget är helt enkelt ett stort antal relativt svagt kopplade dynamiska system, vilka vardera utgöres av ett spann. Detta medför att tekniken med experimentell modanalys inte är tillämpbar i sträng mening. Dessutom finns sekundärkonstruktioner, t.ex. mellanväggar, mellan bjälklaget och bottenplattan i varierande omfattning för de olika spannen, vilket medför att dessa får olika dynamiska egenskaper (se t.ex. Pernica (1987)).



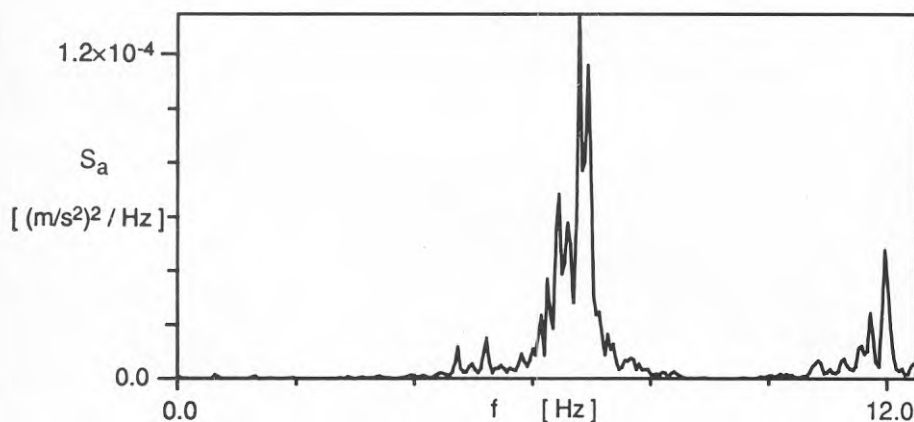
Figur 7.23 Fasvinkel samt belopp av acceleransfunktionen $A_{4-3}(f)$ i frekvensintervallet 3-10 Hz.

Ur acceleransfunktionerna kunde emellertid resonansfrekvenserna enligt ovan bestämmas. De tillhörande modformerna indikerar dock att första, andra och tredje resonanserna samtliga hör till första moden för olika fack (alternativt vid olika vibrationsamplitud, jfr. appendix B). Resonansen vid 7.5 Hz kan vara andra moden för det uppmätta spannet. Av mätningarna i linjen längs elementen (mellan punkterna 1 och 10) kunde konstateras att stöden kan betraktas som relativt oeftergivliga (punkt 7), att modformen längs det exciterade elementet är en halv sinusvåg samt att skarvarna över upplagsbalkarna även vid bruksstadieberäkningar kan betraktas som momentfria.

En jämförelse av de övriga modala parametrarna (dämpning och massa) är relativt meningslös för en så här olinjär struktur. Medelvärdet av den relativa modala dämpningen för de fyra resonanserna var emellertid ca. 1.5%. En datorberäkning av resonansfrekvenser och modformer redovisas i bilaga A.

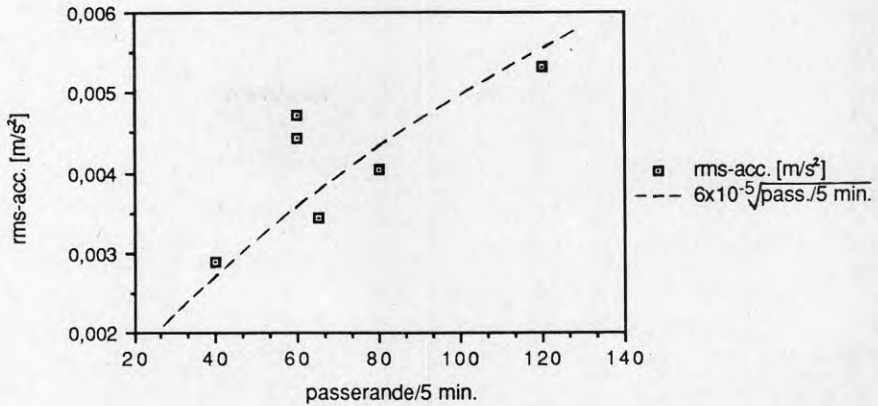
Vibrationer orsakade av brukslast

Mätningarna genomfördes vid öppningstid en dag då det var skollov, varför ett stort antal kunder passerade över mätbjälklaget. Som mest passerade 120 personer mätplatsen under en period av 5 minuter. Med en genomsnittlig tid av cirka 10 sekunder för att passera över ett spann (12 m) skulle detta innebära att i snitt fyra gående människor hela tiden fanns på mätbjälklaget. Under denna period uppmättes a_{rms} till $8.3 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$ med en minuts varaktighet. Spektraltäthetsfunktionen av accelerationen i punkt 5 redovisas i figur 7.24.



Figur 7.24 Uppmätt spektraltäthetsfunktion av accelerationen orsakad av intensiv persontrafik.

I figur 7.25 ges a_{rms} , uppmätt över perioder om 5 minuter, som funktion av antalet passerande människor under respektive period. Ett klart beroende hos uppmätt acceleration av antalet gående kan skönjas. Då antalet gående som samtidigt befann sig på aktuell bjälklagsdel uppgick till mindre än fyra (se ovan) skulle accelerationens rms-värde enligt kapitel 4 vara proportionell mot $\sqrt{n_p}$. En sådan kurvanpassning finns inlagd i fig. 7.25 och stämmer förhållandevis bra överens med uppmätta värden.



Figur 7.25 Accelerationens rms-värde, a_{rms} , som funktion av antalet förbipasserande per 5 minuter.

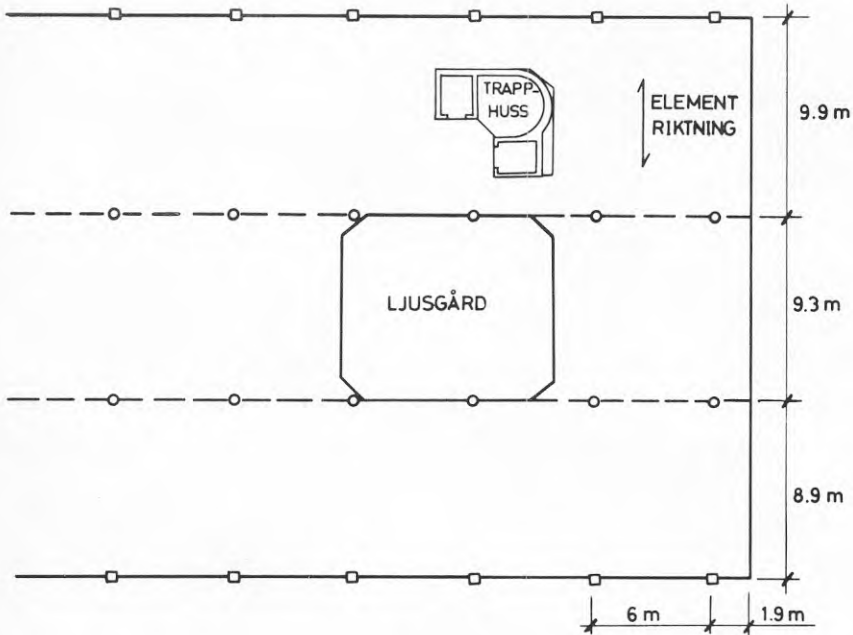
Innan varuhuset öppnades gjordes mätning av vibrationer orsakade av kontinuerlig gång av en person med slumpmässigt gångmönster på en yta av $12 \times 12 \text{ m}^2$. a_{rms} mättes härvid till $3,8 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$. Rulltrappan konstaterades inte ge några mätbara vibrationer i punkterna 2-5.

7.2.4 Objekt IV

Byggnaden, som är under uppförande, kommer att ha sju våningar. Den är belägen i Göteborg och avses inrymma kontor. Bjälklagen är av hålelement upplagda på en stomme helt i stål. Elementen är överallt av typ HD/F 120/27 och spännvidderna varierar mellan 8,9 och 9,9 m. Mätningarna utfördes på tredje våningens bjälklag (se fig. 7.26), vilket visas i planritning i figur 7.27.

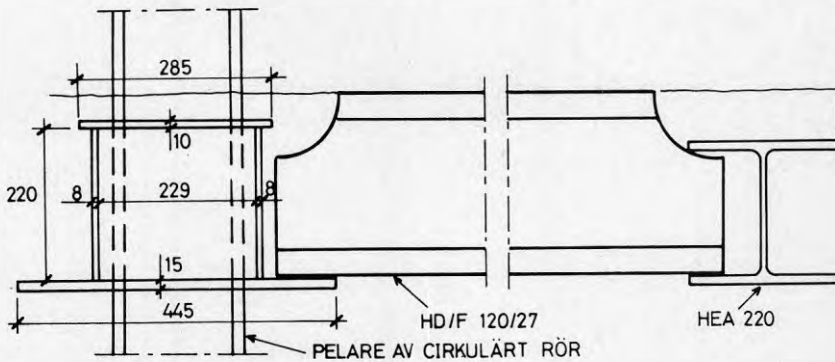


Figur 7.26 Byggnadens utseende vid mättillfället.



Figur 7.27 Plan över tredje våningens bjälklag.

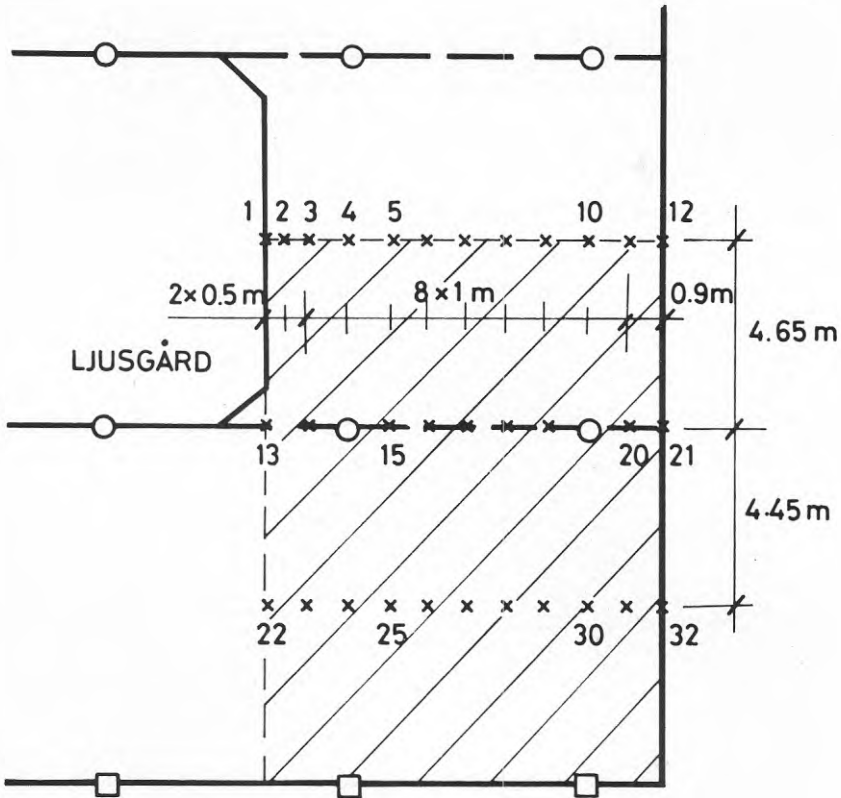
Upplagsbalkarna är i fasadlinjerna HEA 220-profiler och inne i byggnaden s.k. hattprofiler. Dessa är momentstyvt infästa mot pelarna och har spännvidden 6 m. HD-elementen är beräkningsmässigt fritt upplagda på stålbalkarna men var vid mättillfället nyligen fogade över uplagen, varför viss kontinuitet över upplagen kan förväntas. Längsfogarna var igjutna med fogbruk men någon pågjutning ovanpå bjälklaget var ej utförd. I figur 7.28 redovisas uppläggningsen av HD-elementen på stålbalkarna.



Figur 7.28 Bjälklagets konstruktionsutformning.

Bjälklagets dynamiska egenskaper

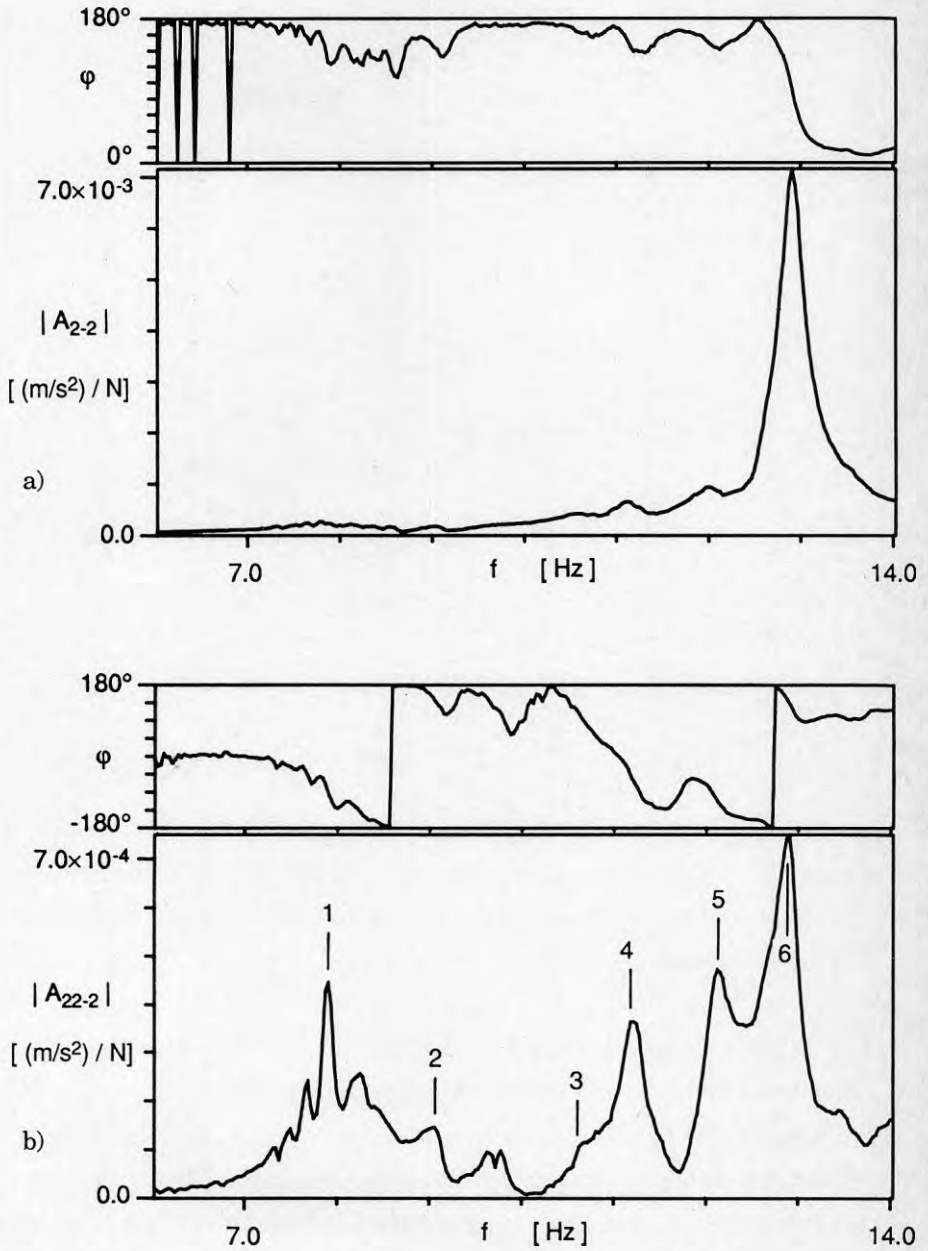
Modanalys utfördes inom den del av bjälklaget som skuggats i figur 7.29. Excitering utgjordes här av en stationär brusartad last inom frekvensbandet 0-16 Hz (se avsn. 7.2.1). Vibratorn placerades i punkt 2 och de uppkomna vibrationerna registrerades i punkt 1-32 (se fig. 7.29).



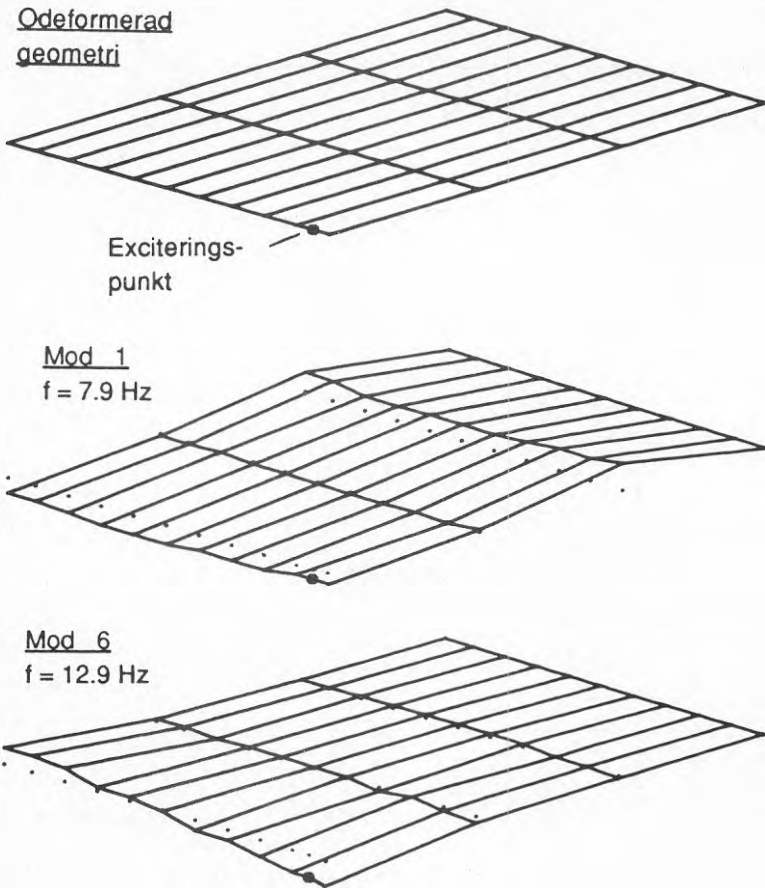
Figur 7.29 Analyserad bjälklagsdel samt mätpunktsnumrering.

Anledningen till att bjälklaget exciterades inom frekvensintervallet 0-16 Hz (och inte 0-10 Hz som vid övriga provningar) var att lägsta resonansfrekvensen uppskattats vara ca. 7 Hz och det bedömdes angeläget att bestämma parametrar för åtminstone ytterligare någon mod.

Vid en första analys identifierades 6 moder i frekvensområdet 0-14 Hz. Acceleransfunktionerna för två mätpunkter ges i figur 7.30 och modformerna för första och sjätte moden ges i figur 7.31 (samtliga modformer redovisas i bilaga B).



Figur 7.30 Acceleransfunktioner, $A_{i-2}(f)$ i intervallet 6-14 Hz för
 a) $i = 2$ och b) $i = 22$. Kraften hela tiden påförd i punkt 2.

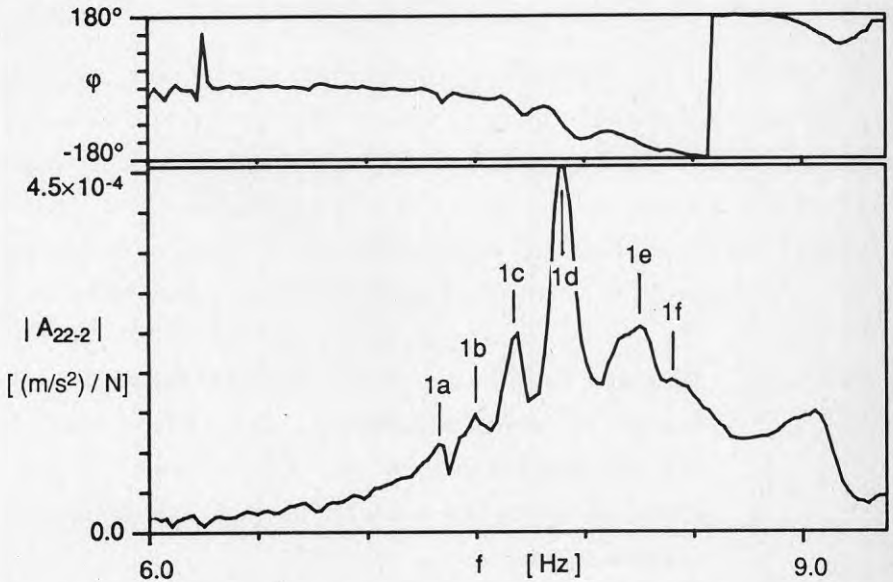


Figur 7.31 Odeformerad geometri motsvarande det skuggade området i figur 7.29 samt uppmätta modformer för första resp. sjätte moden.

Lägsta resonansfrekvensen bestämdes till 7.9 Hz, men toppen i acceleransfunktionerna, särskilt A_{22-2} , är delad, vilket syns ännu tydligare vid en expansion av funktionen i intervallet 6 - 9 Hz (fig. 7.32). Förklaringen till detta är att de olika facken av bjälklaget har en viss koppling. På grund av att sidofacken har mycket större utsträckning i tvärled än mittfacket är det som uppfattas som första moden i mittfacket i själva verket ett stort antal moder med olika antal sinusvågor i sidofackens tvärled. Även mod nummer 2 enligt

ovan kan hänföras till denna kategori moder.

Det som normalt skulle kallas för den andra moden för mittfacket motsvaras av mod nummer 6 enl. figur 7.31. För denna mod tycks även kopplingen till intilliggande fack vara vekare. Resonansfrekvensen för mod 6 är 12.9 Hz.



Figur 7.32 Uppförstoring av acceleransfunktionen $A_{22-2}(f)$ inom intervallet 6.5-9 Hz. 1a-1f avser identifierade moder med samma modform som mod 1 ovan.

En datorberäkning av bjälklagets resonansfrekvenser och modformer har genomförts och redovisas i bilaga A. Enligt denna skulle resonansfrekvenserna vara 6.73 resp. 9.32 Hz. Den stora skillnaden i frekvens för andra moden (jämfört med den sjätte uppmätta) förklaras av att elementens tvärfogar över upplagsbalkarna ger viss momentstyvhet i bruksstadium. Denna effekt är särskilt tydlig strax efter ihopgjutningen av dessa fogar och kommer att försvagas om bjälklaget belastas hårdare eller krymper så att fogarna spricker.

Den modala relativa dämpningen bestämdes till mellan 0.9 och 2.0 % för moderna 1-6. Det högsta värdet gäller första moden och är mindre trovärdigt

då det kommer från en dålig kurvanpassning över hela den grupp av resonanser som utgör första modtypen. Om man i stället ser på de resonanser (1a - 1f) som identifierades ur acceleransfunktioner med finare upplösning (fig. 7.32) skulle första modens dämpning, ζ_n , snarare vara 0.5 - 1.5 %.

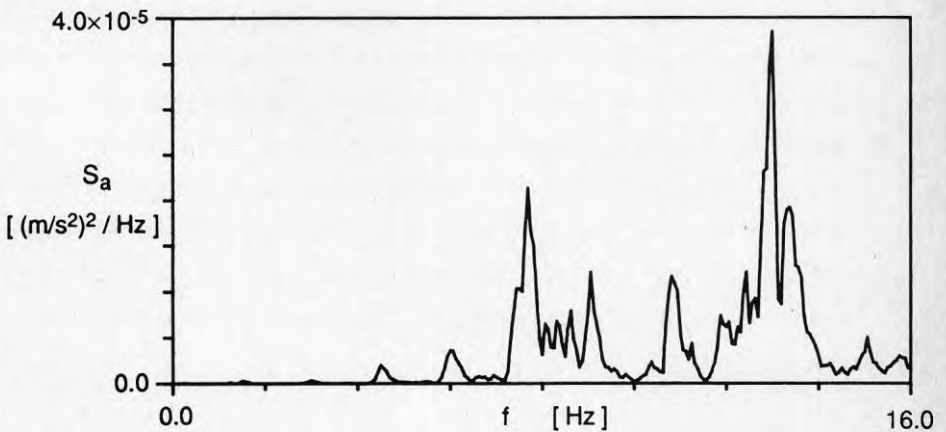
De uppmätta modala massorna uppvisar mycket stor spridning, varför det är omöjligt att dra några slutsatser ur dessa om hur stor del av bjälklaget som är "medsvängande". Anledningen till denna osäkerhet är även här strukturernas ickelinjära uppträdande orsakat av den veka kopplingen mellan spannen. I tabell 7.3 ges emellertid ändå de uppmätta modala massorna tillsammans med övriga parametrar i jämförelse med motsvarande teoretiskt beräknade värden.

Tabell 7.3 Uppmätta modala parametrar i jämförelse med motsvarande teoretiskt beräknade värden (i förekommande fall). För moderna 1a-1f (jfr. fig. 7.32) ges endast resonansfrekvens och modal relativ dämpning då ingen modanalys genomförts för dessa.

Experimentellt				Analytiskt		
n	f_n [Hz]	ζ_n [%]	m_n [10 ³ kg]	n	f_n [Hz]	m_n [10 ³ kg]
1	7.90	2.0	23	1	6.73	17.5
1a	7.33	0.51				
1b	7.51	(0.06)				
1c	7.67	0.38				
1d	7.90	0.58				
1e	8.25	1.5				
1f	8.44	(2.9)				
2	9.10	0.95	105			
3	10.61	1.5	2.4			
4	11.11	0.95	19			
5	12.09	1.2	3.4			
6	12.90	0.86	5.8	2	9.32	6.45

Vibrationer orsakade av "brukslast"

Även här gjordes försök med "slumpmässigt" gående av försökspersoner. Vid gång inom mittspannet, $9 \times 10 \text{ m}^2$, uppmättes a_{rms} till $3.3 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$ för en gående resp. $4.0 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$ för två gående inom frekvensintervallet 0-8 Hz (7.1 resp. $9.2 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$ inom intervallet 0-14 Hz). I spektraltäthetsfunktionen av accelerationen orsakad av en gående (fig. 7.33) kan man se att det uppstår tydligt icke-resonanta svängningar vid stegfrekvensen ($\sim 1.5 \text{ steg/s}$) och dess "övertoner" i ett relativt lätt bjälklag som detta.



Figur 7.33 Uppmätt spektraltäthet av accelerationen orsakad av en gående.

7.2.5 Objekt V

Ytterligare en fältmätning gjordes inom ramen för programarbetet som föregick detta forskningsprojekt. Objektet var ett varuhus med bjälklag av fritt upplagda TT-element där klagomål framförts pga. vibrationer. Inga försök med uppmätt påtvungen last gjordes här men vibrationerna orsakade av bruksbelastning registrerades i ett antal punkter på två bjälklag. Resultaten från dessa mätningar redovisas i rapporten till programarbetet (Karlsson 1983).

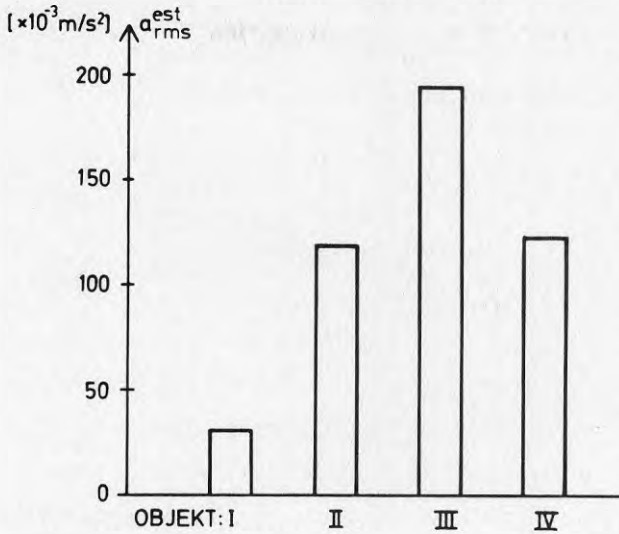
7.3 Beräkningsresultat

Beräkning enligt kap. 4 av förväntade vibrationsnivåer hos mätobjekten I t.o.m. IV redovisas i bilaga A. Resultaten för de två beräknade lastfallen sammanställs och kommenteras i korthet nedan.

7.3.1 "På stället marsch"

De beräknade accelerationsnivåerna orsakade av en person redovisas i figur 7.34. Som synes fås relativt stora skillnader, objekten emellan för detta lastfall. Lastfallet bygger på att en gående person skall kunna åstadkomma stationära vibrationer vid gående inom den medsvängande bjälklagsytan (egentligen på en punkt). Huruvida dessa uppstår är bl.a. beroende av modformernas våglängd i bjälklagselementens längs- och tvärled (se även Ohlsson (1984)). I svagt dämpade dynamiska system krävs nämligen ett stort antal lastcykler (steg) för att stationära vibrationer skall uppstå. Dock kan man tänka sig att flera personer, gående efter varandra, tillsammans åstadkommer detta belastningsfall.

Av jämförelsen i figur 7.34 kan man dra slutsatsen att ett stort kontinuerligt bjälklag (objekt I) ger betydligt lägre accelerationsnivåer för detta belastningsfall än övriga här beräknade bjälklag. Detta är ett väntat resultat då accelerationen är omvänt proportionell mot den medsvängande massan. Vidare ökar accelerationsnivån för minskande bjälklagsstorlek i samtliga utom ett fall. För objekt III (jämfört med objekt IV) syns att modformen för den "farligaste" moden har en mycket stor betydelse för den beräknade accelerationsnivån. Detta kan förvanska jämförelsen bjälklag emellan, särskilt vid HD-bjälklag med få moder inom aktuellt frekvensintervall. Det bör även noteras att värdet för objekt II är högt i förhållande till bjälklagets storlek.



Figur 7.34 Beräknad accelerationsnivå (a_{rms}^{est}) hos objekt I-IV för belastningsfallet "på stället marsch".

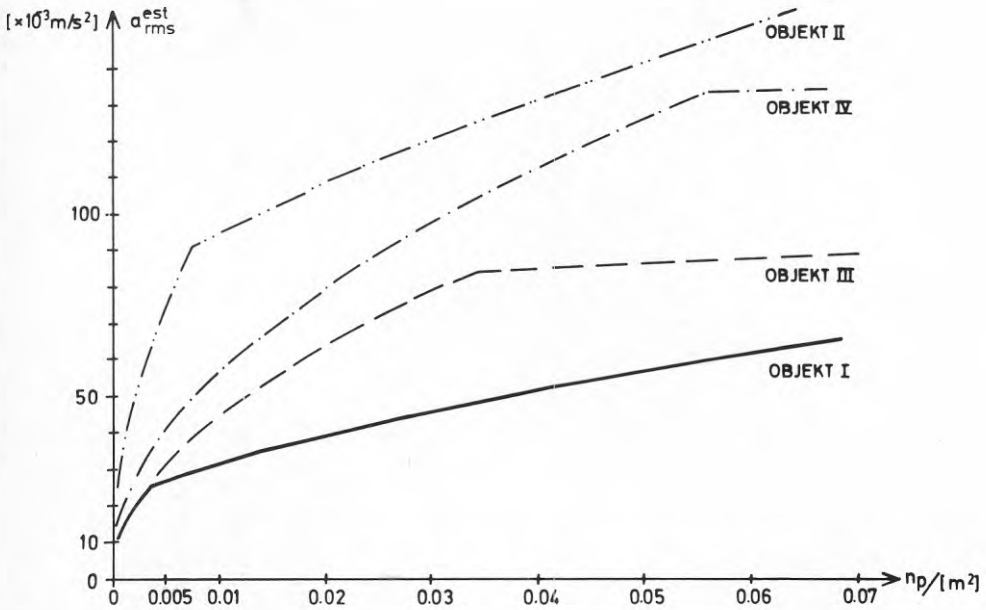
Det bör även nämnas att objekt III är det bjälklag som uppvisar störst skillnader mellan beräknade och uppmätta modala parametrar, bl.a. beroende på förekomst av sekundärkonstruktioner på och under bjälklaget.

7.3.2 Utbredd belastning

I figur 7.35 redovisas en sammanställning av beräknade rms-värden för accelerationen som funktion av antalet gående per kvadratmeter.

För detta belastningsfall utjämnas effekten av modal massa (och därmed "lokala" modformer) genom modformsfaktorn $K_{\phi,n}$. Detta gör att skillnaderna i accelerationsnivå blir mindre för de olika objekten. Även för detta lastfall fås emellertid "bäst uppträdande" för objekt I. För övriga objekt är dock ordningen omvänd jämfört med lastfallet "på stället marsch". Objekt II har här

utkristalliserats som det klart sämsta av de tre varuhusbjälklagen (I, II resp. III). Detta bjälklag är ju även det mot vilket klagomål har riktats (avsn. 7.2.2). Kontorsbjälklaget (objekt IV) har ett uppträdande som är nästan jämförbart med objekt II för upp till ca. 0.05 personer/m². Belastningen mot detta kan dock förväntas bli betydligt mindre än mot varuhusbjälklagen.



Figur 7.35 Beräknad accelerationsnivå hos objekt I-IV som funktion av antalet gående/m². Lastfallet utbredd belastning.

Eventuellt skulle man utgående från jämförelsen i figur 7.35 kunna ställa upp absoluta kriterier för acceptabelt beteende hos varuhusbjälklag. Det statistiska underlaget är emellertid för litet i nuläget. Dock verkar beräkningsmetoden tjäna syftet att tjänstgöra som jämförelse mellan olika bjälklag (avsn. 4.3).

8. SLUTSATSER

Vibrationer i betongelementbjälklag i affärs- och kontorsbyggnader orsakas främst av dynamisk belastning från *gående människor*. Denna belastning är allra störst vid själva stegfrekvensen, varför bjälklag med resonansfrekvenser under ca 3 Hz bör undvikas. Avsevärd belastning fås emellertid även vid multiplar av stegfrekvensen varför resonanta vibrationer kan uppkomma vid betydligt högre frekvenser. Belastningen från en grupp av gående människor har karaktären av en bredbandig, slumpartad last. Detta medför att resonanser i bjälklaget med i princip vilken resonansfrekvens som helst löper risk att exciteras av gående människor. Dock avtar belastningen med stigande frekvens.

Människans känslighet för vertikala vibrationer är enligt gängse betraktelsesätt knuten till vibrations*acceleration*. Störst känslighet för vibrations*acceleration* har man inom frekvensområdet 0-8 Hz. Bjälklag av den typ som behandlats här har vanligen en eller flera resonanser inom detta frekvensområde. Då den dynamiska belastningen, enligt ovan, samtidigt är störst inom detta område finns risk för störande resonanta vibrationer. Bjälklagen är emellertid relativt tunga, vilket bidrar till att begränsa de uppkomna vibrationerna.

Den beräkningsmetod som föreslås för förutsägande av ett bjälklags beteende har visat sig vara användbar för jämförande studier av olika bjälklagskonstruktioner. Kriterier i absoluta tal för vad som är godtagbara accelerationsnivåer är emellertid mycket svåra att ställa upp. Det bör poängteras att de beräknade accelerationsnivåerna ej är direkt jämförbara med vad som kan mätas experimentellt i existerande byggnader.

De egenskaper hos ett bjälklag som främst avgör hur bjälklaget kommer att bete sig är den medsvängande massan, dämpningen samt resonansfrekvenserna. Enligt den föreslagna beräkningsmetoden innebär en

ökning av någon av dessa parametrar minskande vibrationsacceleration (för resonansfrekvensen gäller detta då $f_1 > 2,7$ Hz).

Det starkaste beroendet gäller för den medsvängande (modala) massan. Detta innebär att ett bjälklag utfört med momentstyv förbindning av elementen (kontinuitet) över upplag vibrerar mindre än ett med fri uppläggning av elementen. Även pågjutning på elementen medför positiva effekter.

Den naturligt uppträdande relativa modala dämpningen, ζ_n , har befunnits vara mycket lägre än vad som ofta anges i litteraturen. Vad som rätteligen kan kallas relativ modal dämpning har för samtliga mätobjekt bestämts till storleksordningen 1%, med "viss" spridning uppåt och nedåt. Då de uppträdande vibrationerna är starkt beroende av ζ_n vore det värdefullt dels att kunna kontrollera/förutsäga storleken på denna parameter (med bättre noggrannhet än -50% - +100%) dels att kunna öka dess storlek. Båda dessa mål borde kunna åstadkommas genom att "bygga in" viskoelastiska material eller viskösa dämpare med god vibrationsdämpande förmåga i bjälklaget. Sådana möjligheter kommer att studeras vidare vid Avd. för Stål- och Träbyggnad vid CTH.

Den tredje betydelsefulla parametern är grundresonansfrekvensen hos bjälklaget, som indirekt styr dimensionerande lastnivåer. Även antalet egenfrekvenser inom ett givet intervall har stor betydelse. Ju större detta antal är desto högre blir vibrationsnivån. Här finns en skillnad mellan bjälklag av HD- och TT-element. Hålelementens större böjstyvhet i tvärled samt vridstyvhet medför att dessa bjälklag kan förväntas få ett bättre beteende än ett TT-bjälklag med motsvarande lastkapacitet och konfiguration.

Punkter med stor vibrationsacceleration har experimentellt ofta befunnits vara belägna vid fria kanter. Detta återspeglas i beräkningsmetoden (jämför samtliga beräkningsexempel). Det borde därför vara möjligt att åstadkomma förbättringar i vissa bjälklag genom att förstyva dessa kanter.

BILAGA A

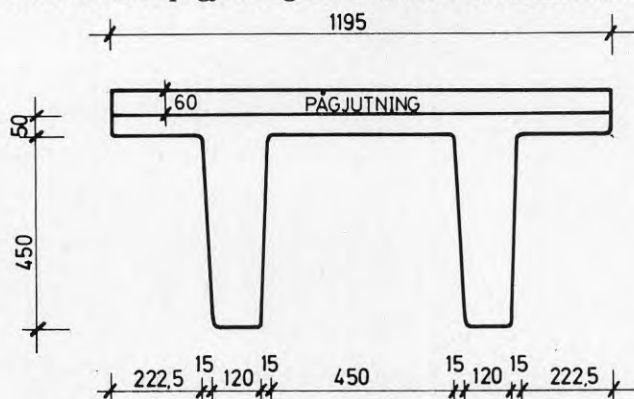
BERÄKNINGSEXEMPEL

Exempel 1 (Mätobjekt I)

Bjälklaget är utfört av TT-element med 18 m spännvidd och 1.2 m bredd. Geometri och utförande beskrivs i övrigt i avsnitt 7.2.1.

Tvärsnittsdata för elementen

60 mm armerad pågjutning medräknas i tvärsnittet.



$$A = 0.253 \text{ m}^2$$

$$m = 608 \text{ kg/m}$$

$$I_x = 6.84 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

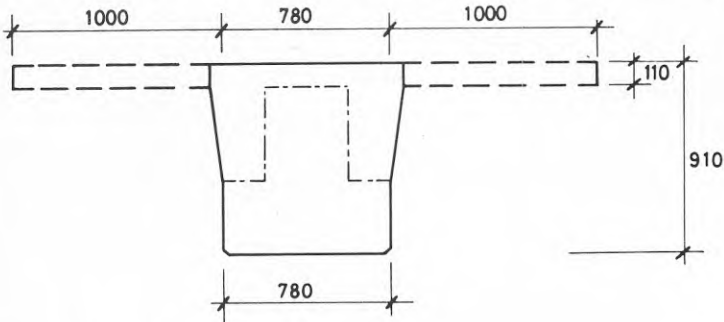
$$I_y = 2.70 \times 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$J = 1.39 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

Tvärsnittsdata för upplagsbalkarna

Elementen är hopgjutna över upplagsbalkarna för att åstadkomma kontinuitet. Upplagsbalkarna, vilka nominellt sett är flänsbalkar, får därigenom ett utseende enligt figuren nedan. Vid beräkning av area och böjstyvhet medräknas även 1 m av TT-elementens överfläns på ömse sidor (streckad

linje), Streck-punkterad linje visar flänsbalkens grundutförande.



$$A = 0.934 \text{ m}^2$$

$$m = 1710 \text{ kg/m}$$

$$I_x = 76.4 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$I_y = 230 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$J = 70.4 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

Elasticitets- och skjuvmodul

Betongkvaliteten är genomgående K60

$$E_{c,dyn} = 1.2 \times E_{ck} = 43.2 \text{ GPa}$$

$$G_{c,dyn} = 0.4 \times E_{c,dyn} = 17.3 \text{ GPa}$$

Uppskattning av lägsta resonansfrekvens

Resonansfrekvensen för grundmoden bestäms enligt avsnitt 2.2.1 av ekv. (2.1).

Upplagsbalkarna betraktas härvid som oeftergivliga stöd. Spännvidden reduceras inte m.h.t. upplagslängd vid kontinuerliga bjälklagselement varför $l_{red} = l = 18 \text{ m}$.

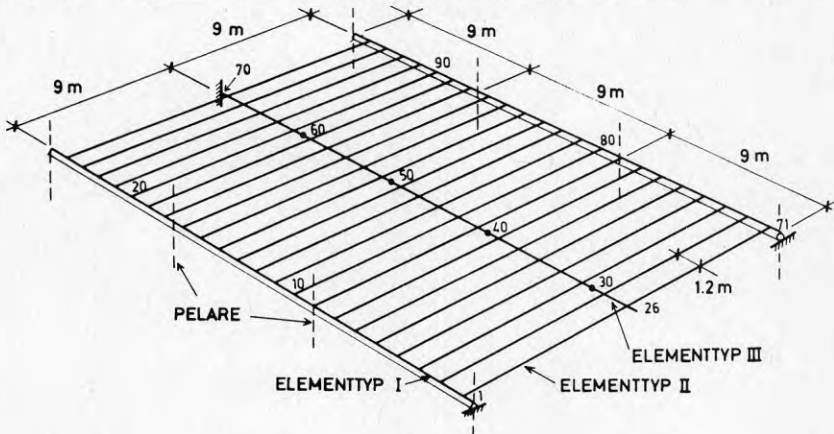
$$f_1 = \pi/2 \sqrt{43.2 \times 10^9 \times 6.84 \times 10^{-3} / 608 \times 18^4} = 3.38 \text{ Hz}$$

Detta är mycket lågt p.g.a. den stora spännvidden men uppfyller kontrollen $f_1 > 3 \text{ Hz}$ enligt avsn. 4.1.1.

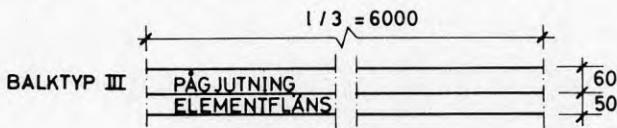
Modala parametrar

Beräkningarna utförs på dator med hjälp av programmet SFVIBAT.

Bjälklaget modelleras härvid som en balkrost (se även avsnitt 2.3.2). Den del av bjälklaget som beräknats är ett spann i elementens längsriktning enligt figuren nedan. Hänsyn till kontinuiteten mellan spannen tas sedan genom multiplicering av modmassorna med tre då de tre spannen mellan dilatationsfogarna antas medverka i svängningsrörelsen.



För balktyp I (upplagsbalkarna) användes halva värdena av de tvärsnittsdata som givits ovan pga. att endast ett spann modelleras och för balktyp II (längs TT-elementen) används tvärsnittsdata enligt ovan. Balkarna typ III (tvärs TT-elementen) avses modellera bjälklagets plattverkan och ges en böjstyvhets motsvarande TT-elementens överfläns (inkl. pågjutning) med bredden lika med en tredjedel av spannvidden, l (se fig.).



$$A = 0.66 \text{ m}^2$$

$$I_x = 0.666 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$I_y = 1.98 \text{ m}^4$$

$$J = 2.66 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

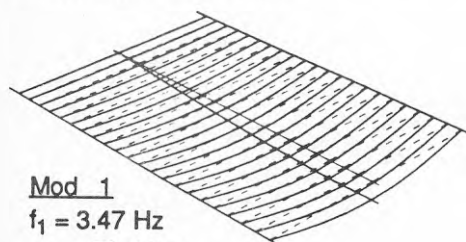
m ges värdet 0 då elementens hela massa lagts på de längsgående balkarna.

Jämförelse med experimentella resultat

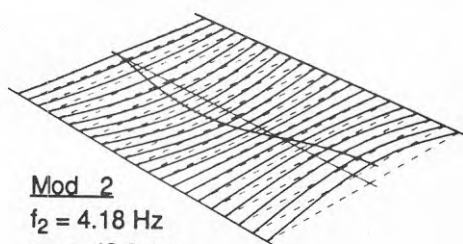
Randvillkoren för balkrostmodellen illustreras i fig. ovan och innebär att båda upplagslinjerna betraktas som fasta upplag i vertikalled (se avsn. 4.1.2).

Dessutom är knut 70 helt låst med hänsyn till den inspanning som finns vid bjälklagets infästning till hisschaktet.

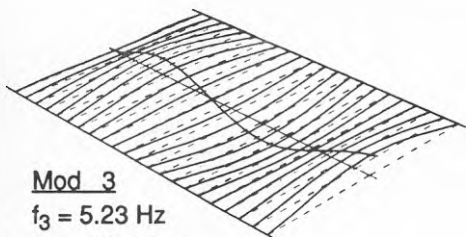
Sex egenmoder konstaterades under 10 Hz. De moder som redovisas här hänför sig till *ett spann*.



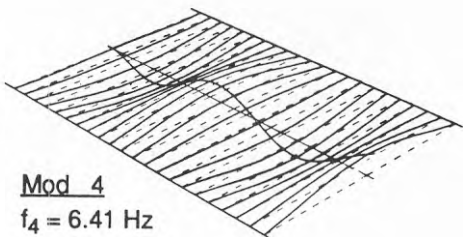
Mod 1
 $f_1 = 3.47 \text{ Hz}$
 $m_1 = 58.4 \text{ ton}$



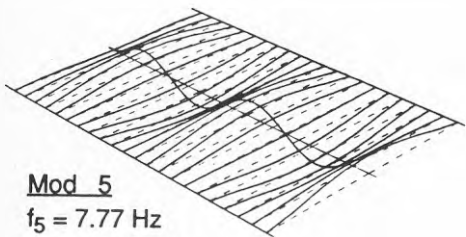
Mod 2
 $f_2 = 4.18 \text{ Hz}$
 $m_2 = 48.9 \text{ ton}$



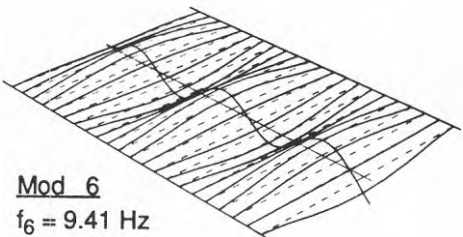
Mod 3
 $f_3 = 5.23 \text{ Hz}$
 $m_3 = 36.1 \text{ ton}$



Mod 4
 $f_4 = 6.41 \text{ Hz}$
 $m_4 = 27.1 \text{ ton}$



Mod 5
 $f_5 = 7.77 \text{ Hz}$
 $m_5 = 23.4 \text{ ton}$

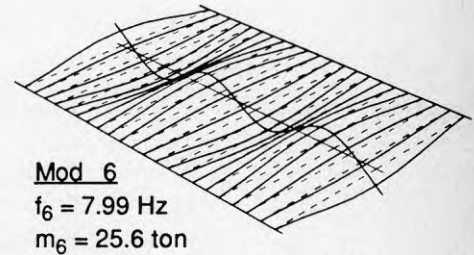
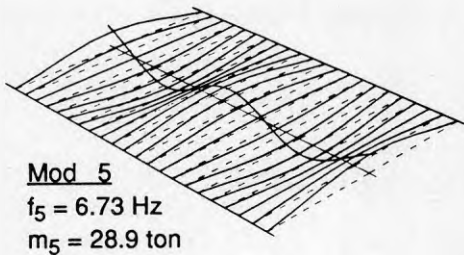
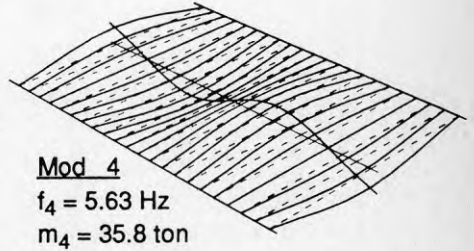
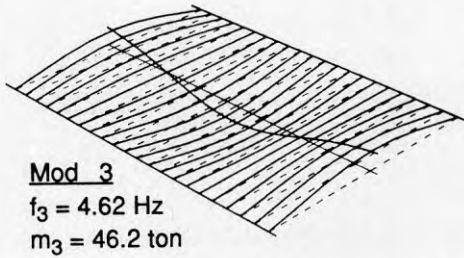
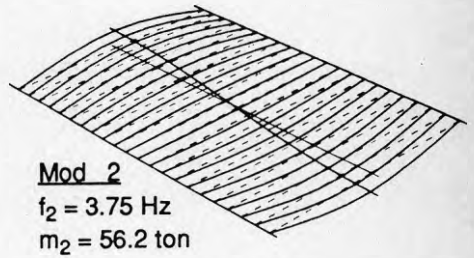
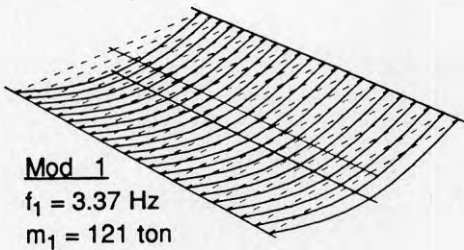


Mod 6
 $f_6 = 9.41 \text{ Hz}$
 $m_6 = 23.1 \text{ ton}$

Modal modell för beräkning av förväntad accelerationsnivå

Här beräknas de modala parametrarna för moder i intervallet 0-8 Hz för en modell av den del av golvet som kan förväntas vara mest vibrationsbenägen, dvs. där båda kanterna är fria. Samma modell som ovan användes men nu utan låsningen av knut 70.

Sex egenmoder konstaterades härvid i intervallet 0-8 Hz.



Den modala dämpningen antas för samtliga moder vara $\zeta_n = 0.8\%$ på grund av att inga mellanväggar eller andra sekundärkonstruktioner finns på bjälklaget och elementen dessutom är kontinuerliga över upplagsbalkarna (se avsnitt 4.1.3). De modala massorna enligt ovan multipliceras med tre. Modformerna har normerats så att $\phi_{n,\max} = 1$.

Vibrationsacceleration orsakad av gående människor

På stället marsch

Bestämning av "farligaste" mod (avsnitt 4.2.1):

Mod nr. n	f_n [Hz]	m_n [10^3 kg]	ζ_n [%]	E [10^3 N ² /Hz]	$a_{n,rms}^I$ [10^{-3} m/s ²]
1	3.37	362	0.8	35.2	9.43
2	3.75	169	0.8	28.4	19.1
3	4.62	139	0.8	18.7	21.0
4	5.63	108	0.8	12.6	24.5
5	6.73	86.6	0.8	8.83	27.9
6	7.99	76.8	0.8	6.27	<u>28.9</u>

Största värdet på $a_{n,rms}^I$ fås för mod 6 varför belastningsfunktionen E användes för denna mod och funktionen M för övriga. Modformen för denna mod, ϕ_6 , har sitt maximala värde i knut 26 (dvs. vid en av de fria kanterna), varför belastningen påföres i denna knut. Modifierade accelerationsnivåer för resp. mod kan nu beräknas:

n	$\phi_{n,26}$	M [10^3 N ² /Hz]	$a_{n,rms}^{II}$ [10^{-3} m/s ²]
1	1.0	2.64	2.58
2	1.0	2.13	5.23

3	1.0	1.40	5.75
4	1.0	0.945	6.71
5	1.0	0.662	7.64
6	1.0	--	28.9

Rms-värde för totala accelerationen orsakad av en person vid "på stället marsch":

$$a_{\text{rms}}^{\text{est}} = 31.7 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

Utbredd belastning

De gående antas nu jämnt fördelade över hela golvet. Modformsfaktorn, $K_{\phi,n}$, beräknas enligt ekv. (4.7b) under förutsättning av att bjälklagets massa kan betraktas som jämnt fördelad. I detta bjälklag är en stor del av den totala massan koncentrerad till upplagsbalkarna vilka ej rör sig i vertikalled, varför förutsättningen inte kan anses gälla. Om man dock reducerar m_{tot} med upplagsbalkarnas massa fås korrekta värden på $K_{\phi,n}$.

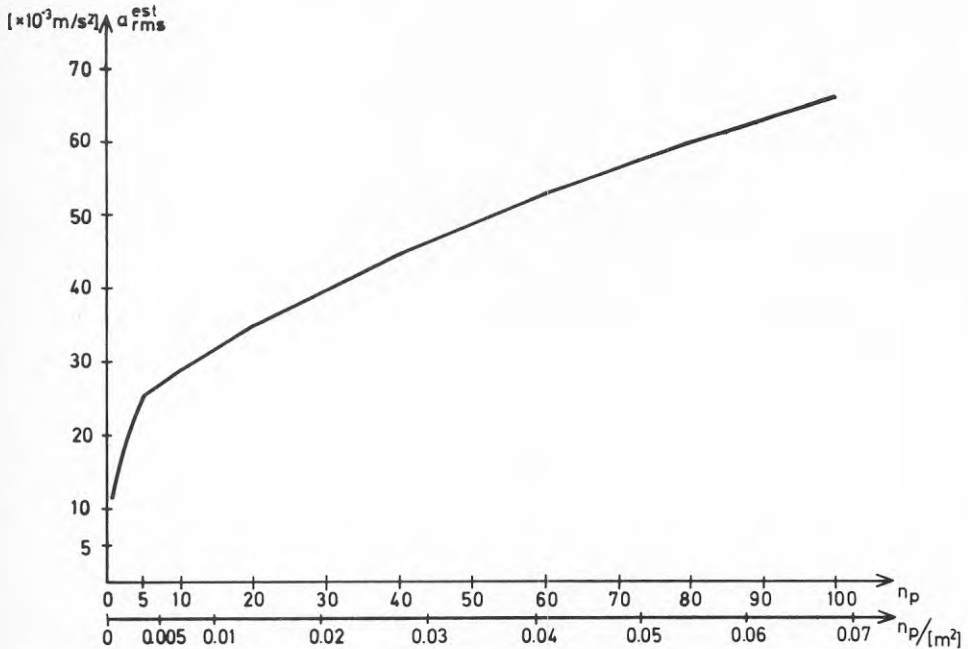
För en gående fås:

n	$(K_{\phi,n})^2$	III $a_{n,\text{rms}}$ [10^{-3} m/s^2]	IV $a_{n,\text{rms}}$ [10^{-3} m/s^2]
1	0.498	6.65	1.82
2	0.233	9.22	2.52
3	0.192	9.20	2.52
4	0.149	9.44	2.58
5	0.120	<u>9.66</u>	9.66
6	0.106	9.42	2.58

För detta fall är alltså mod 5 "farligast" och totala accelerationens rms-värde vid en gående blir

$$a_{rms}^{est} = 11.1 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

Vid fler än en gående används korrektionsfaktorerna K_{E2} och K_{M2} för "modala accelerationer" uppskattade med belastningsfunktionerna E_2 resp M_2 . Faktorernas storlek vid olika antal gående ges i avsnitt 4.2.1 a_{rms}^{est} som funktion av antalet gående, n_p , resp. antalet gående per kvadratmeter golvyta blir då i grafisk form (ytan är härvid ytan av den medsvängande bjälklagsdelen, dvs. $(3 \times 18) \times (3 \times 9) \text{ m}^2$):

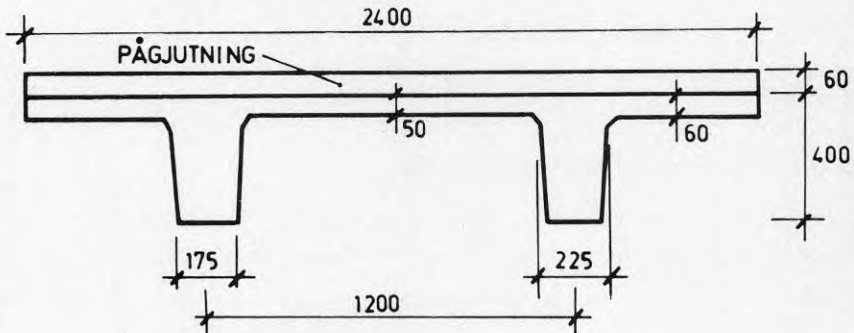


Exempel 2 (Mätobjekt II)

Bjälklaget är utfört av TT-element av typ TT/F 240/40 med 14.4 m spännvidd. Geometri och utförande beskrivs i övrigt i avsnitt 7.2.2.

Tvärsnittsdata för elementen

60 mm armerad pågjutning medräknas i tvärsektionen.



$$A = 0.373 \text{ m}^2$$

$$m = 896 \text{ kg/m}$$

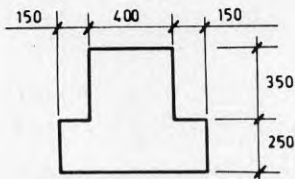
$$I_x = 6.60 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$I_y = 3.0 \times 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$J = 3.09 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

Tvärsnittsdata för upplagsbalkarna

Elementen är fritt upplagda på flänsbalkar av betong (FB/F 70/60-25). Ingen samverkan mellan upplagsbalk och elementflänsar/pågjutning antages.



$$A = 0.315 \text{ m}^2$$

$$m = 756 \text{ kg/m}$$

$$I_x = 10.1 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$I_y = 10 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$J = 11.1 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

Elasticitets- och skjuvmodul

Betongkvaliteten antages genomgående vara motsvarande K60.

$$E_{c,dyn} = 1.2 \times E_{ck} = 43.2 \text{ GPa}$$

$$G_{c,dyn} = 0.4 \times E_{c,dyn} = 17.3 \text{ GPa}$$

Uppskattning av lägsta resonansfrekvens

Resonansfrekvensen för grundmoden bestäms enligt avsnitt 2.2.1 av ekv. (2.1).

Upplagsbalkarna betraktas härvid som oeftergivliga stöd, vilket är på osäkra sidan då balkarna är relativt veka och inte antas samverka med

bjälklagsplattan. Spännvidden reduceras inte m.h.t. upplagslängd varför $l_{red} = l = 14.4 \text{ m}$ (på säkra sidan).

$$f_1 = \pi/2 \sqrt{43.2 \times 10^9 \times 6.60 \times 10^{-3} / 896 \times 14.4^4} = 4.27 \text{ Hz} > 3 \text{ Hz}$$

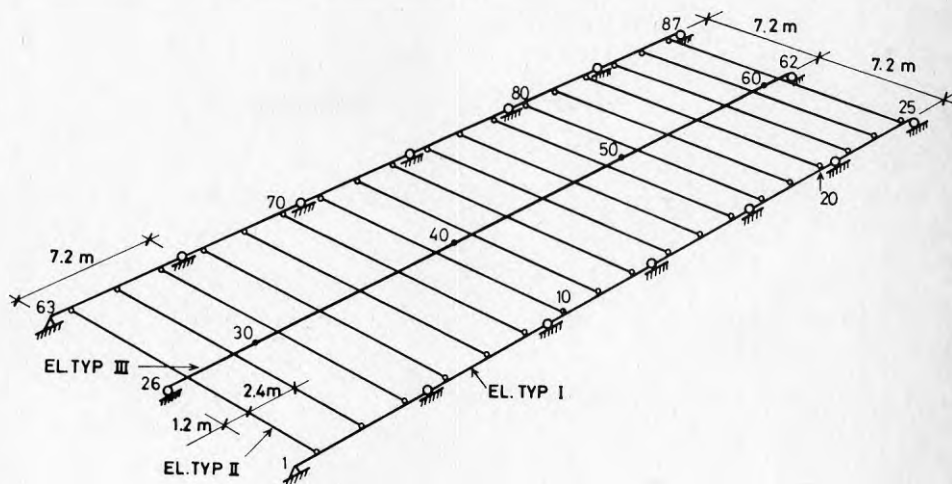
Detta är emellertid en överskattning av grundfrekvensen på grund av upplagsbalkarnas eftergivlighet (jfr. avsn. 7.2.2 samt nedan).

Modala parametrar för moder med resonansfrekvens < 8 Hz

Jämförelse med experimentella resultat

Bjälklaget modelleras som en balkrost för beräkning med hjälp av programmet SFVIBAT (se även avsnitt 2.3.2). Den del av bjälklaget som beräknats är ett spann i elementens längsriktning resp. sex "fält" (tre gånger

spännvidden enligt avsn. 4.1.2) i tvärriktningen enligt figuren nedan.



För balktyp I (upplagsbalkarna) användes halva värdena av de tvärsnittsdata som givits ovan på grund av att endast ett spann modelleras och för balktyp II (längs TT-elementen) används tvärsnittsdata enligt ovan. Balkarna typ III (tvärs TT-elementen) avses modellera bjälklagets plattverkan och ges en böjstyvhets motsvarande TT-elementens överfläns (inkl. pågjutning) med bredden lika med en tredjedel av spännvidden.

$$A = 0.66 \text{ m}^2$$

$$I_x = 0.666 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

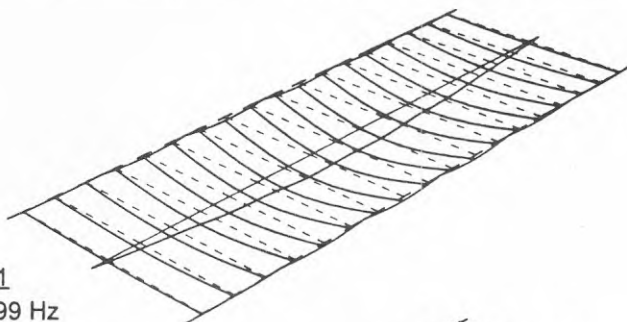
$$I_y = 1.98 \text{ m}^4$$

$$J = 2.66 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

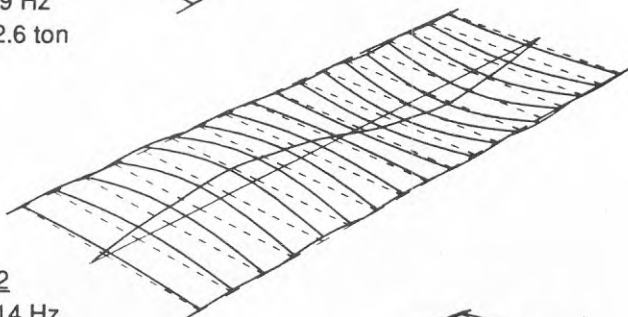
m ges värdet 0 då elementens hela massa lagts på de längsgående balkarna.

Randvillkoren för balkrostmodellen illustreras i fig. ovan och innebär att pelarna betraktas som fasta upplag i vertikalled. Dessutom låses knutarna 26 och 62 i vertikalled då dessa ej representerar fria kanter i bjälklaget utan gräns för vad som betraktas som medsvängande del (avsn. 4.1.2).

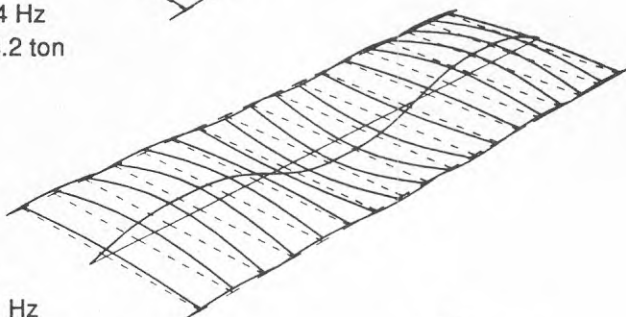
Följande åtta egenmoder konstaterades i frekvensintervallet under 8 Hz:



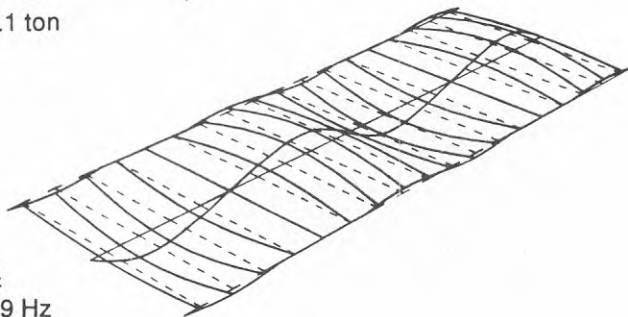
Mod 1
 $f_1 = 3.99 \text{ Hz}$
 $m_1 = 62.6 \text{ ton}$



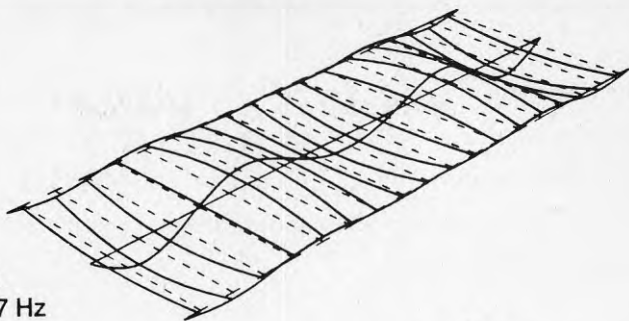
Mod 2
 $f_2 = 4.14 \text{ Hz}$
 $m_2 = 58.2 \text{ ton}$



Mod 3
 $f_3 = 4.41 \text{ Hz}$
 $m_3 = 75.1 \text{ ton}$



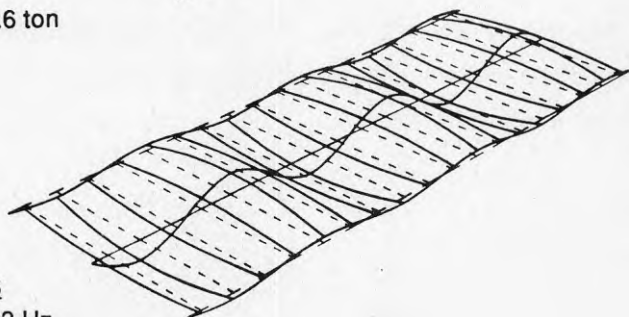
Mod 4
 $f_4 = 4.79 \text{ Hz}$
 $m_4 = 65.4 \text{ ton}$



Mod 5

$f_5 = 5.27 \text{ Hz}$

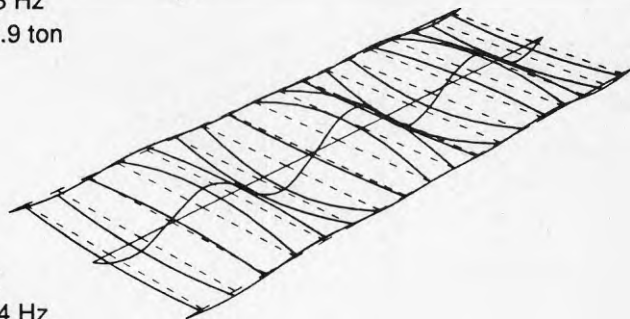
$m_5 = 50.6 \text{ ton}$



Mod 6

$f_6 = 5.63 \text{ Hz}$

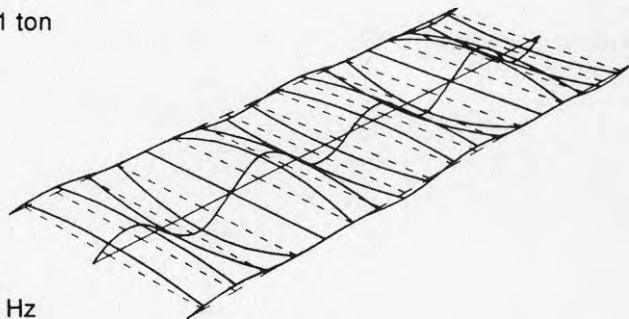
$m_6 = 72.9 \text{ ton}$



Mod 7

$f_7 = 7.04 \text{ Hz}$

$m_7 = 44.1 \text{ ton}$



Mod 8

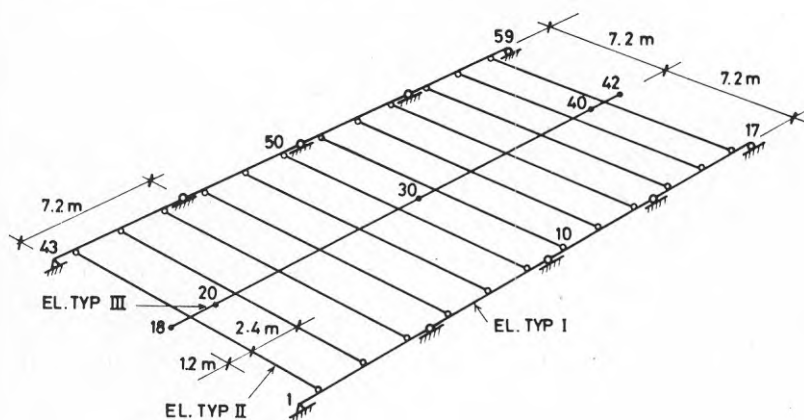
$f_8 = 7.94 \text{ Hz}$

$m_8 = 57.5 \text{ ton}$

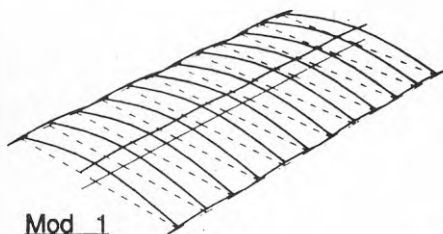
Modal modell för beräkning av förväntad accelerationsnivå

Liksom i exempel I sammanfaller inte den beräkningsmässigt mest vibrationsbenägna delen av bjälklaget med den del där fältmätningarna utfördes. Bjälklagsdelarna längs ljusgårdens långsidor har endast fyra fack i tvärläng (4 x 7.2 m). Detta medför mindre modala massor och dessutom har dessa delar två fria kanter.

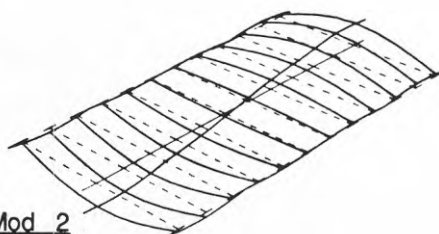
Balkrostmodellens utseende visas i figuren nedan. Balkelementens tvärsnittsdata samt randvillkoren är identiska med dem för modellen ovan, förutom att knutarna 18 och 42 ej är låsta i någon riktning.



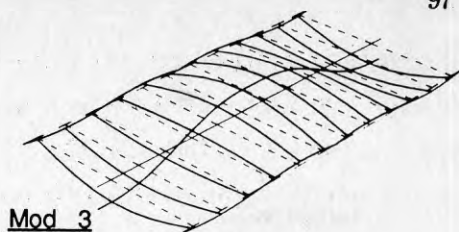
Följande sex egenmoder konstaterades under 8 Hz:



Mod 1
 $f_1 = 3.94 \text{ Hz}$
 $m_1 = 77.3 \text{ ton}$

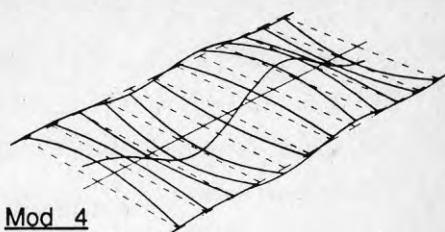


Mod 2
 $f_2 = 4.05 \text{ Hz}$
 $m_2 = 43.9 \text{ ton}$

**Mod 3**

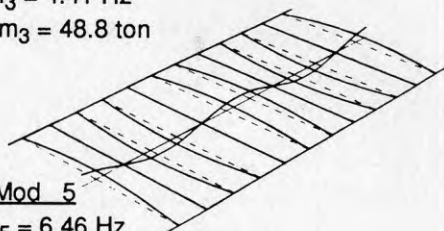
$f_3 = 4.41 \text{ Hz}$

$m_3 = 48.8 \text{ ton}$

**Mod 4**

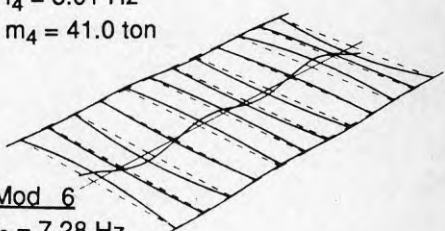
$f_4 = 5.01 \text{ Hz}$

$m_4 = 41.0 \text{ ton}$

**Mod 5**

$f_5 = 6.46 \text{ Hz}$

$m_5 = 25.7 \text{ ton}$

**Mod 6**

$f_6 = 7.28 \text{ Hz}$

$m_6 = 18.4 \text{ ton}$

Den modala dämpningen antas för samtliga moder vara $\zeta_n = 1.0\%$ på grund av att inga mellanväggar eller andra sekundärkonstruktioner finns på bjälklaget och att elementen är fritt upplagda på upplagsbalkarna (se avsnitt 4.1.3).

Modformerna har normerats så att $\phi_{n,\max} = 1$.

Vibrationsacceleration orsakad av gående människor

På stället marsch

Bestämning av "farligaste" mod (avsnitt 4.2.1):

Mod nr. n	f_n [Hz]	m_n [10^3 kg]	ζ_n [%]	E [$10^3 \text{ N}^2/\text{Hz}$]	$a_{n,\text{rms}}^I$ [10^{-3} m/s^2]
1	3.94	77.3	1.0	25.8	36.6
2	4.05	43.9	1.0	24.4	63.4
3	4.41	48.8	1.0	20.6	54.8
4	5.01	41.0	1.0	15.9	61.1
5	6.46	25.7	1.0	9.59	85.8
6	7.28	18.4	1.0	7.55	<u>113</u>

Största värdet på $a_{n,rms}^I$ fås för mod 6 varför belastningsfunktionen E användes för denna mod och funktionen M för övriga. Modformen för denna mod, ϕ_6 , har sitt maximala värde i knut 18 (och 42, dvs. vid de fria kanterna), varför belastningen påföres i denna knut. Modifierade accelerationsnivåer för resp. mod kan nu beräknas:

n	$\phi_{n,18}$	M [$10^3 \text{ N}^2/\text{Hz}$]	$a_{n,rms}^{II}$ [10^{-3} m/s^2]
1	0.862	1.94	8.64
2	0.926	1.83	16.1
3	1.0	1.54	15.0
4	0.882	1.19	14.8
5	1.0	0.719	23.5
6	1.0	--	113

Rms-värde för totala accelerationen orsakad av en person vid "på stället marsch":

$$a_{rms}^{est} = 119 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

Utbredd belastning

De gående antas nu jämnt fördelade över hela golvet. Beräkningen utföres för den del av bjälklaget som betraktats som "medsvängande". Då bjälklagets massa i det här fallet approximativt kan beskrivas som jämnt fördelad beräknas modformsfaktorn, $K_{\phi,n}$, enligt ekv. (4.7b) (avsnitt 4.2.2). För en gående fås:

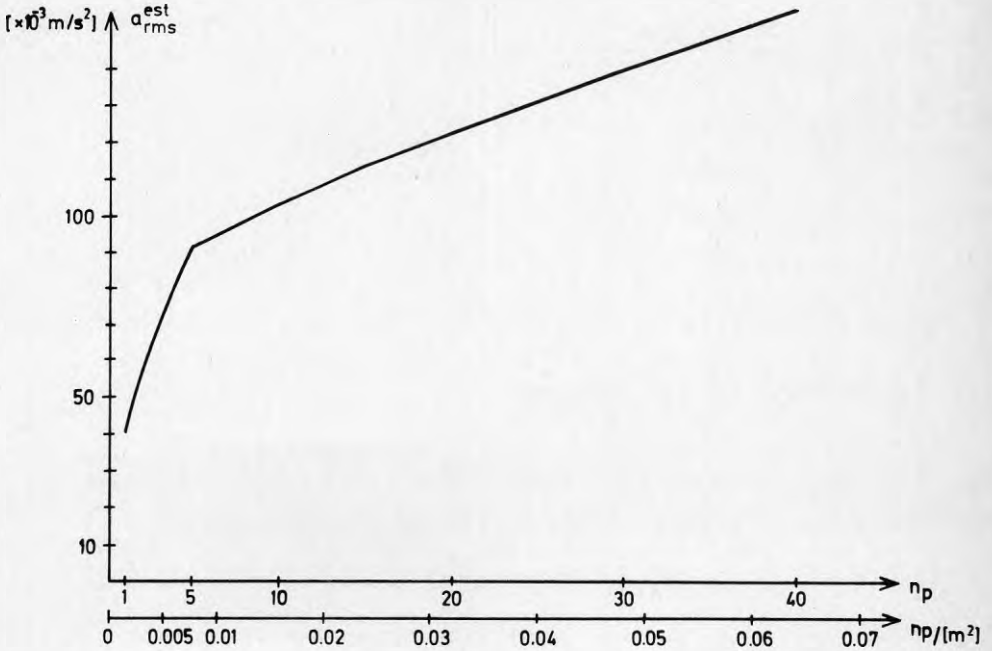
n	$(K_{\phi,n})^2 =$ m_n/m_{tot}	$a_{n,rms}^{III}$ [10^{-3} m/s^2]	$a_{n,rms}^{IV}$ [10^{-3} m/s^2]
1	0.438	24.2	6.63
2	0.249	31.6	8.66
3	0.276	28.8	7.88

4	0.232	29.4	8.05
5	0.146	32.7	8.96
6	0.104	<u>36.5</u>	36.5

Fortfarande är alltså mod 6 "farligast" och totala accelerationens rms-värde vid en gående blir

$$a_{\text{rms}}^{\text{est}} = 40.7 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

Vid fler än en gående används korrektionsfaktorerna K_{E_2} och K_{M_2} för "modala accelerationer" uppskattade med belastningsfunktionerna E_2 resp M_2 . Faktorernas storlek vid olika antal gående ges i avsnitt 4.2.1. $a_{\text{rms}}^{\text{est}}$ som funktion av antalet gående, n_p , resp. antalet gående per kvadratmeter golvyta blir då i grafisk form (totala ytan är den medsvängande bjälklagsdelens yta = $14.4 \times (2 \times 14.4) \text{ m}^2$).

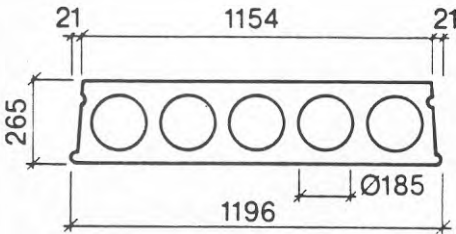


Exempel 3 (Mätobjekt III)

Bjälklaget är utfört av HD-element av typ HD/F 120/27 med 12 m spännvidd. Geometri och utförande beskrivs i övrigt i avsnitt 7.2.3.

Tvärsnittsdata för elementen

Endast en tunn avjämning finns på elementen varför nominella tvärsnittsdata för elementen används.



$$A = 0.192 \text{ m}^2$$

$$m = 453 \text{ kg/m}$$

$$I_x = 1.61 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$I_y = 2.4 \times 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$J = 5.4 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

Tvärsnittsdata för upplagsbalkarna

Elementen är fritt upplagda på rakkalkar av betong (RB/F 30/80). Ingen samverkan mellan upplagsbalk och bjälklagselementen antages.

$$A = 0.240 \text{ m}^2$$

$$m = 576 \text{ kg/m}$$

$$I_x = 12.8 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$I_y = 1.8 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$J = 4.73 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

Elasticitets- och skjuvmodul

Betongkvaliteten antages genomgående vara motsvarande K50.

$$E_{c,dyn} = 1.2 \times E_{ck} = 40.8 \text{ GPa}$$

$$G_{c,dyn} = 0.4 \times E_{c,dyn} = 16.3 \text{ GPa}$$

Uppskattning av lägsta resonansfrekvens

Resonansfrekvensen för grundmoden bestäms enligt avsnitt 2.2.1 av ekv. (2.1).

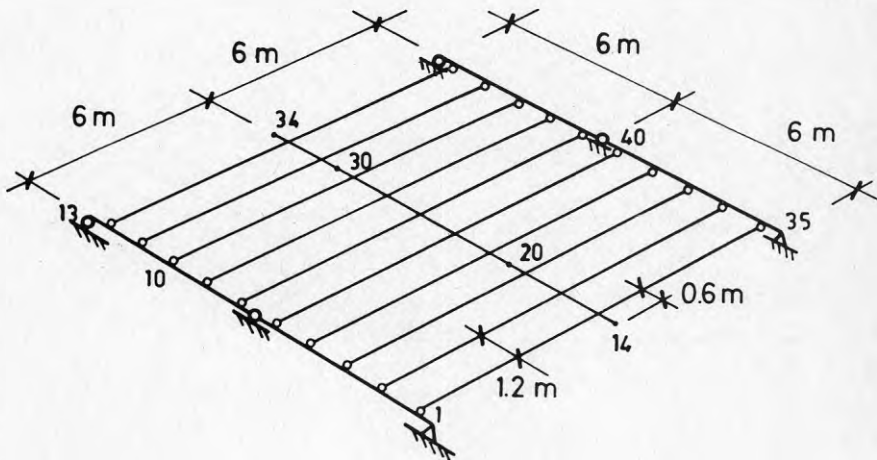
Upplagsbalkarna betraktas härvid som oeftergivliga stöd, vilket är på osäkra sidan då balkarna inte antas samverka med bjälklagsplattan. Spännvidden reduceras inte m.h.t. uppslagslängd varför $l_{red} = l = 12.0 \text{ m}$ (på säkra sidan).

$$f_1 = \pi/2 \sqrt{40.8 \times 10^9 \times 1.61 \times 10^{-3} / 453 \times 12.0^4} = 4.15 \text{ Hz} > 3 \text{ Hz}$$

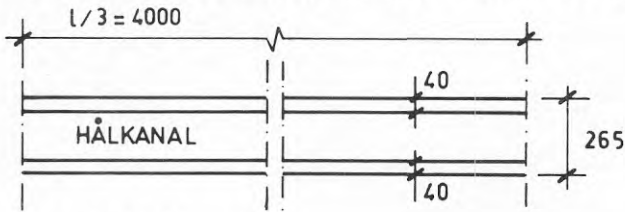
Modala parametrarna för moder med resonansfrekvens < 8 Hz

Beräkningarna utförs på dator med hjälp av programmet SFVIBAT.

Bjälklaget modelleras härvid som en balkrost (se även avsnitt 2.3.2). Den del av bjälklaget som beräknats är ett spann i elementens längsriktning resp. två "fält" i tvärriktningen enligt figuren nedan.



För balktyp I (upplagsbalkarna) användes halva värdena av de tvärsnittsdata som givits ovan på grund av att endast ett spann modelleras och för balktyp II (längs HD-elementen) används tvärsnittsdata enligt ovan. Balkarna typ III (tvärs HD-elementen) avses modellera bjälklagets plattverkan och ges en böjstyvhet motsvarande HD-elementens delar över och under hålskanalerna med bredden lika med en tredjedel av spännvidden (se fig. nedan).



$$A = 0.32 \text{ m}^2$$

$$I_x = 4.1 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

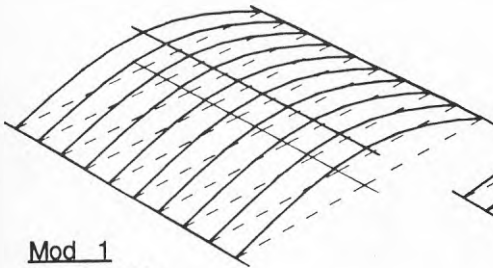
$$I_y = 1.0 \text{ m}^4$$

$$J = 25 \times 10^{-3} \text{ m}$$

m ges värdet 0 då elementens hela massa lagts på de längsgående balkarna.

Randvillkoren för balkrostmodellen illustreras i fig. ovan och innebär att pelarna betraktas som fasta upplag i vertikalled. Ytterkanterna längs elementen är fria.

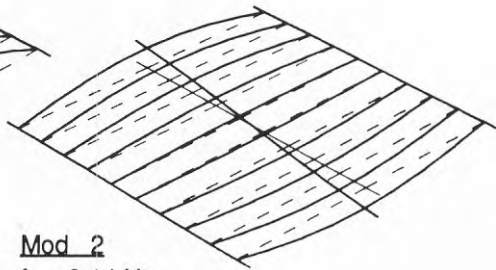
Följande två egenmoder konstaterades i frekvensintervallet under 8 Hz.



Mod 1

$$f_1 = 4.10 \text{ Hz}$$

$$m_1 = 27.2 \text{ ton}$$



Mod 2

$$f_2 = 6.14 \text{ Hz}$$

$$m_2 = 10.6 \text{ ton}$$

Den modala dämpningen antas för samtliga moder vara $\zeta_n = 1.2\%$ på grund av förekomsten av mellanväggar och andra sekundärkonstruktioner på och under bjälklaget samt att elementen är fritt upplagda på upplagsbalkarna (se avsnitt 4.1.3). Modformerna har normerats så att $\phi_{n,\max} = 1$.

Vibrationsacceleration orsakad av gående människor

På stället marsch

Bestämning av "farligaste" mod (avsnitt 4.2.1):

Mod nr. n	f_n [Hz]	m_n [10^3 kg]	ζ_n [%]	E [10^3 N ² /Hz]	$a_{n,rms}^I$ [10^{-3} m/s ²]
1	4.10	27.2	1.2	23.8	92.9
2	6.14	10.6	1.2	10.6	<u>195</u>

Största värdet på $a_{n,rms}^I$ fås för mod 2 varför belastningsfunktionen E användes för denna mod och funktionen M för den andra. Modformen för denna mod, ϕ_2 , har sitt maximala värde i knutarna 14 och 34 (återigen de fria kanterna) varför belastningen påföres i denna knut. Modifierade accelerationsnivåer för resp. mod kan nu beräknas:

n	$\phi_{n,29}$	M [10^3 N ² /Hz]	$a_{n,rms}^{II}$ [10^{-3} m/s ²]
1	0.984	1.78	25.0
2	1.0	--	195

Rms-värde för totala accelerationen orsakad av en person vid "på stället marsch":

$$a_{\text{rms}}^{\text{est}} = 196 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

Utbredd belastning

De gående antas nu jämnt fördelade över hela golvet. Beräkningen utföres för den del av bjälklaget som betraktats som "medsvängande". Då bjälklagets massa i det här fallet approximativt kan beskrivas som jämnt fördelad beräknas modformsfaktorn, $K_{\phi,n}$, enligt ekv. (4.7b) (avsnitt 4.2.2)

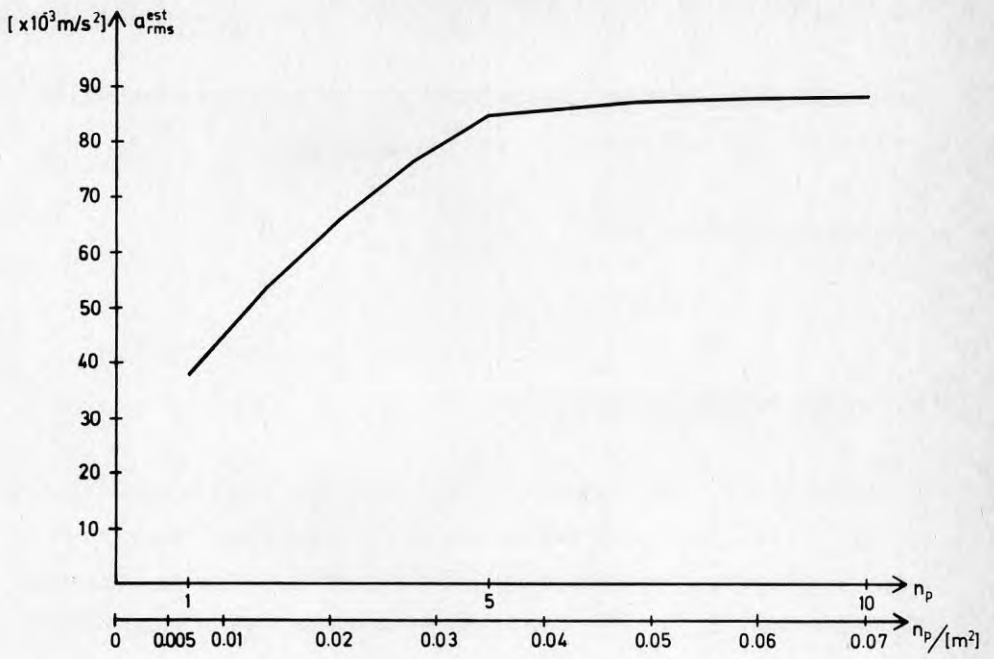
För en gående fås:

n	$(K_{\phi,n})^2 =$ m_n/m_{tot}	$a_{n,\text{rms}}^{\text{III}}$ [10^{-3} m/s^2]	$a_{n,\text{rms}}^{\text{IV}}$ [10^{-3} m/s^2]
1	0.399	<u>37.1</u>	37.1
2	0.155	30.2	8.3

Här är alltså mod 1 "farligast" och totala accelerationens rms-värde vid en gående blir

$$a_{\text{rms}}^{\text{est}} = 38.0 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

Vid fler än en gående används korrektionsfaktorerna K_{E2} och K_{M2} för "modala accelerationer" uppskattade med belastningsfunktionerna E_2 resp M_2 . Faktorernas storlek vid olika antal gående ges i avsnitt 4.2.1. $a_{\text{rms}}^{\text{est}}$ som funktion av antalet gående, n_p , resp. antalet gående per kvadratmeter golvyta blir då i grafisk form (totala ytan är den medsvängande bjälklagsdelens yta = $12 \times 12 \text{ m}^2$).



Exempel 4 (Mätobjekt IV)

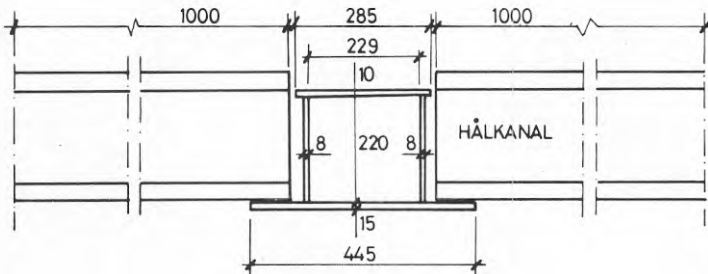
Bjälklaget är utfört av HD-element av typ HD/F 120/27 med 9.3 m spännvidd. Geometri och utförande beskrivs i övrigt i avsnitt 7.2.4.

Tvärsnittsdata för elementen

Se exempel 3.

Tvärsnittsdata för upplagsbalkarna

Elementen är fritt upplagda på s.k. hattbalkar av stål. Viss samverkan mellan upplagsbalk och bjälklageelement antages då fogbetongen vid denna typ av upplag tillåts tränga in i hålskanalerna. Vid beräkning av upplagsbalkarnas tröghetsmoment, I_x , inräknas därför 1 m av HD-elementen på ömse sidor. Dessa räknas om till motsvarande tvärsnitt av stål med hänsyn till skillnad i E-modul. Vad beträffar vridstyvhetens tvärsnittsfaktor, J , samt massan, m , behålls hattbalkens värden.



$$A = 0.0466 \text{ m}^2$$

$$m = 100 \text{ kg/m}$$

$$I_x = 5.84 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$I_y = 10 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$J = 1.96 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

Elasticitets- och skjuvmodul

Betongkvaliteten antages genomgående vara motsvarande K50.

$$E_{c,dyn} = 1.2 \times E_{ck} = 40.8 \text{ GPa}$$

$$G_{c,dyn} = 0.4 \times E_{c,dyn} = 16.3 \text{ GPa}$$

För stålet i upplagsbalkarna gäller

$$E = 210 \text{ GPa}$$

$$G = 81.0 \text{ GPa}$$

Uppskattning av lägsta resonansfrekvens

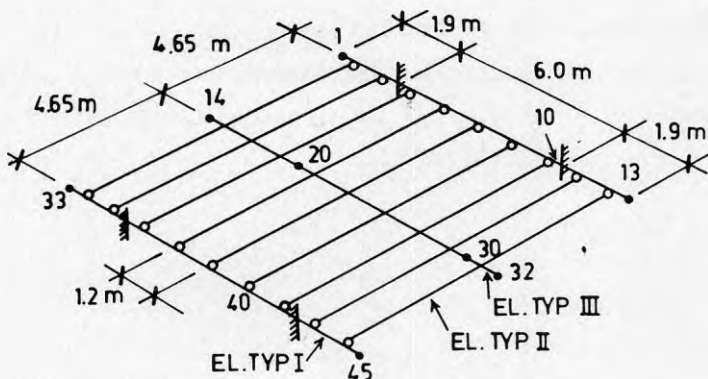
Resonansfrekvensen för grundmoden bestäms enligt avsnitt 2.2.1 av ekv. (2.1). Upplagsbalkarna betraktas härvid som oeftergivliga stöd, vilket är på osäkra sidan då balkarna inte antas samverka med bjälklagsplattan. Spännvidden reduceras inte m.h.t. upplagslängd varför $l_{red} = l = 9.3 \text{ m}$ (på säkra sidan).

$$f_1 = \pi/2 \sqrt{40.8 \times 10^9 \times 1.61 \times 10^{-3} / 453 \times 9.3^4} = 6.92 \text{ Hz} > 3 \text{ Hz}$$

Modala parametrarna för moder med resonansfrekvens < 8 Hz

Beräkningarna utförs på dator med hjälp av programmet SFVIBAT.

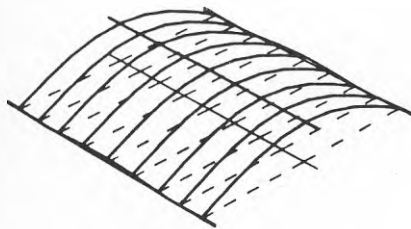
Bjälklaget modelleras härvid som en balkrost (se även avsnitt 2.3.2). Den del av bjälklaget som beräknats är mittspannet i fig 7.27.



För balktyp I (upplagsbalkarna) användes halva värdena av de tvärsnittsdata som givits ovan på grund av att endast ett spann modelleras och för balktyp II (längs HD-elementen) används tvärsnittsdata enligt ovan. För balktyp III gäller samma tvärsnittsdata som i exempel 3.

Randvillkoren för balkrostmodellen illustreras i fig. ovan och innebär att pelarna betraktas som fasta upplag i vertikalled samt att upplagsbalkarna är fast inspända i dessa. Ytterkanterna längs elementen är fria.

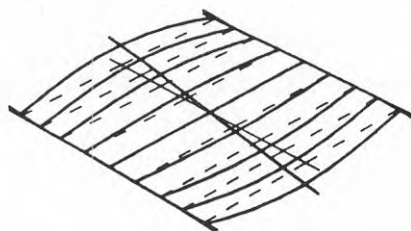
Endast en egenmod konstaterades i frekvensintervallet under 8 Hz. För jämförelse med experimentella resultat redovisas dock även mod 2.



Mod 1

$$f_1 = 6.73 \text{ Hz}$$

$$m_1 = 17.5 \text{ ton}$$



Mod 2

$$f_2 = 9.32 \text{ Hz}$$

$$m_2 = 6.45 \text{ ton}$$

Den modala dämpningen antas för samtliga moder vara $\zeta_n = 1.0\%$ på grund av att inga mellanväggar eller andra sekundärkonstruktioner finns på bjälklaget samt att elementen är fritt upplagda på upplagsbalkarna (se avsnitt 4.1.3).

Modformerna har normerats så att $\phi_{n,\max} = 1$.

Vibrationsacceleration orsakad av gående människor

På stället marsch

Mod nr. n	f_n [Hz]	m_n [10^3 kg]	ζ_n [%]	E [10^3 N ² /Hz]	$a_{n,rms}^I$ [10^{-3} m/s ²]
1	6.73	17.5	1.0	8.83	123

Rms-värde för totala accelerationen orsakad av en person vid "på stället marsch":

$$a_{rms}^{est} = 123 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

Utbredd belastning

De gående antas nu jämnt fördelade över hela golvet. Beräkningen utföres för den del av bjälklaget som betraktats som "medsvängande". Då bjälklagets massa i det här fallet approximativt kan beskrivas som jämnt fördelad beräknas modformsfaktorn, $K_{\phi,n}$, enligt ekv. (4.7b) (avsnitt 4.2.2).

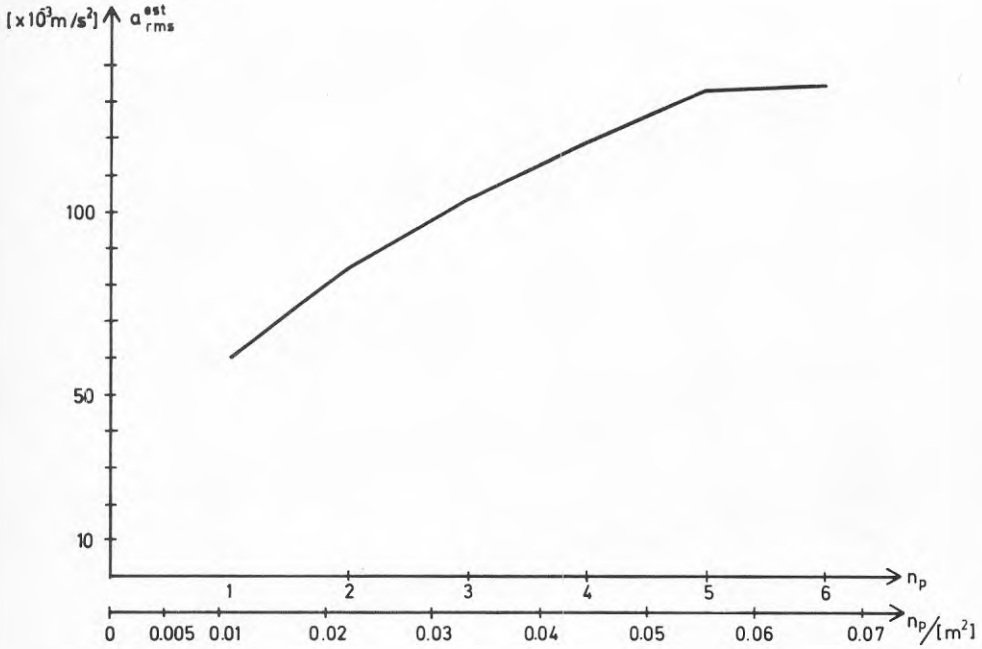
För en gående fås:

n	$(K_{\phi,n})^2 =$ m_n/m_{tot}	$a_{n,rms}^{III} = a_{n,rms}^{IV}$ [10^{-3} m/s ²]
1	0.484	59.8

Totala accelerationens rms-värde vid en gående blir

$$a_{rms}^{est} = 59.8 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

Vid fler än en gående används korrektionsfaktorerna K_{E2} och K_{M2} för "modala accelerationer" uppskattade med belastningsfunktionerna E_2 resp M_2 . Faktorernas storlek vid olika antal gående ges i avsnitt 4. a_{rms}^{est} som funktion av antalet gående, n_p , resp. antalet gående per kvadratmeter golvyta blir då i grafisk form (totala ytan är den medsvängande bjälklagsdelens yta = $9.3 \times 9.8 \text{ m}^2$):



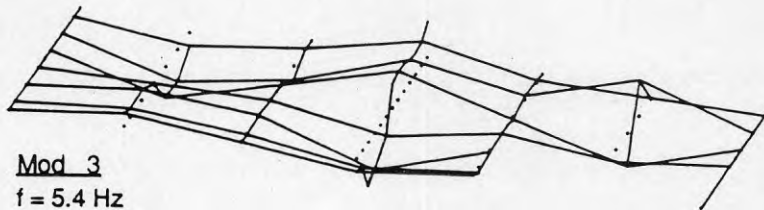
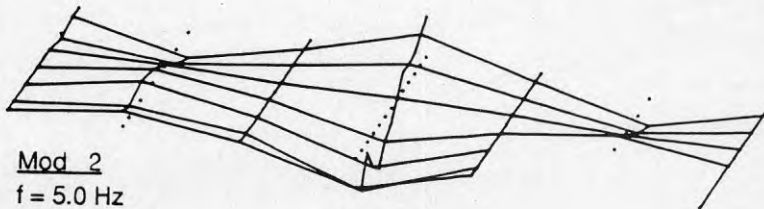
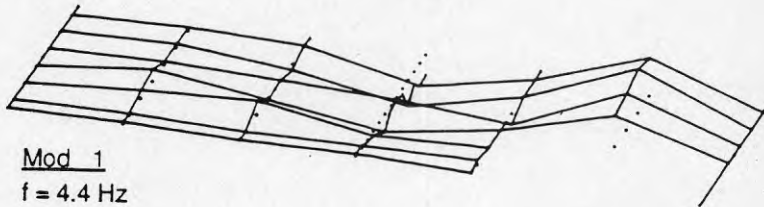
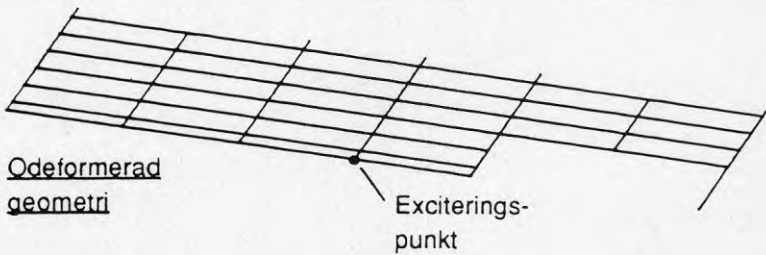
BILAGA B

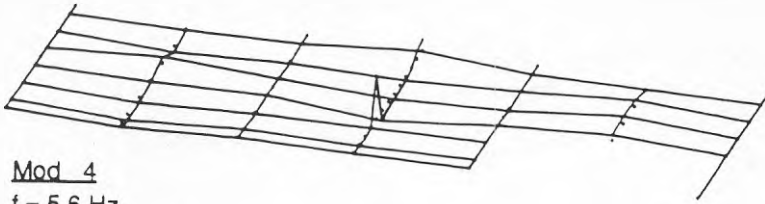
EXPERIMENTELLA RESULTAT

Här nedan redovisas de experimentellt bestämda modformerna, resonansfrekvenserna samt modala massorna för fältmättningsobjekten I, II och IV.

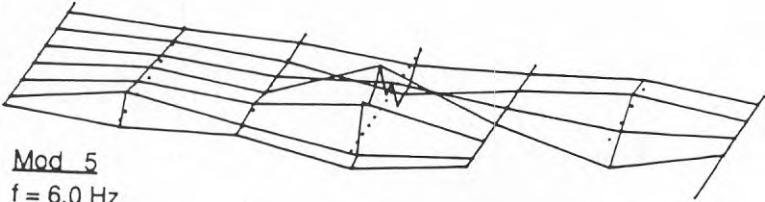
Objekt I

Jämför odeformerad geometri med skuggad yta i figur 7.7.

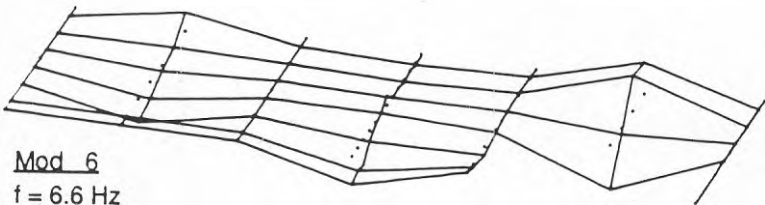




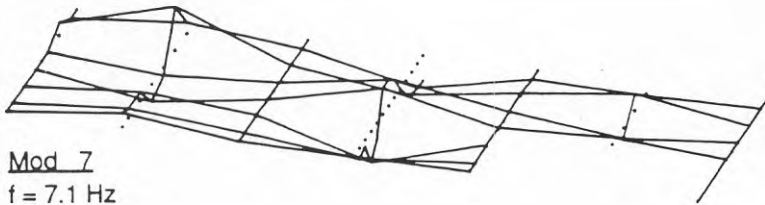
Mod 4
 $f = 5.6 \text{ Hz}$



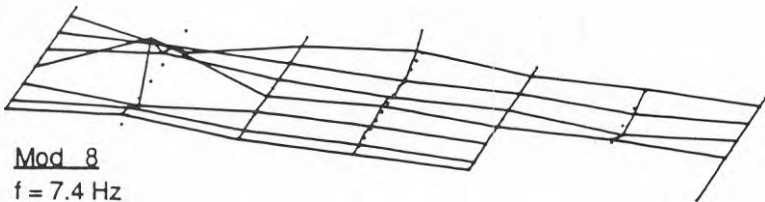
Mod 5
 $f = 6.0 \text{ Hz}$



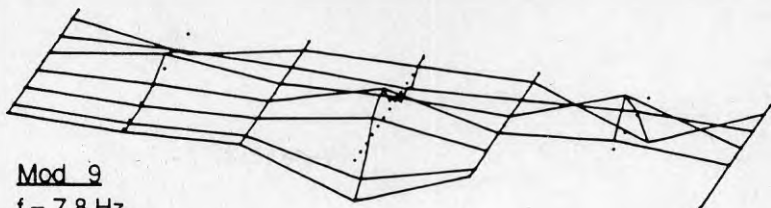
Mod 6
 $f = 6.6 \text{ Hz}$



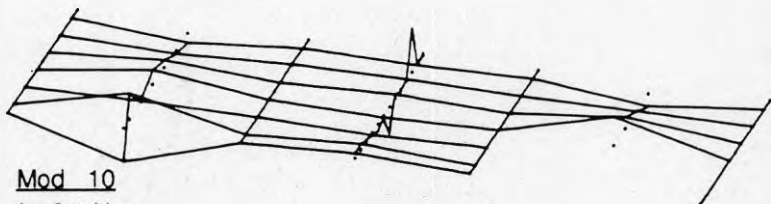
Mod 7
 $f = 7.1 \text{ Hz}$



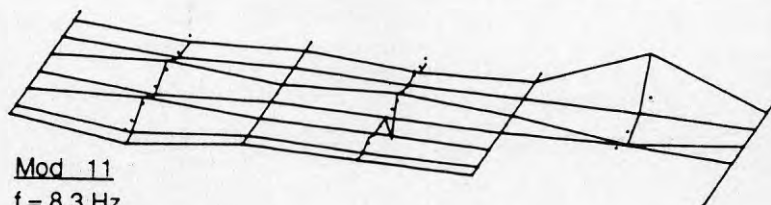
Mod 8
 $f = 7.4 \text{ Hz}$



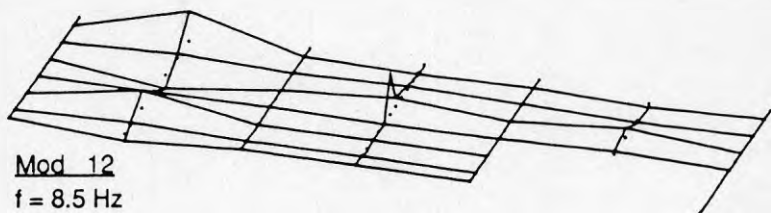
Mod 9
 $f = 7.8 \text{ Hz}$



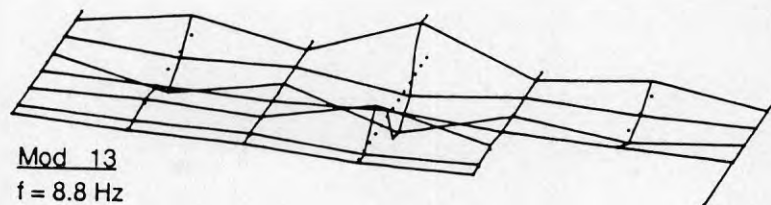
Mod 10
 $f = 8.1 \text{ Hz}$



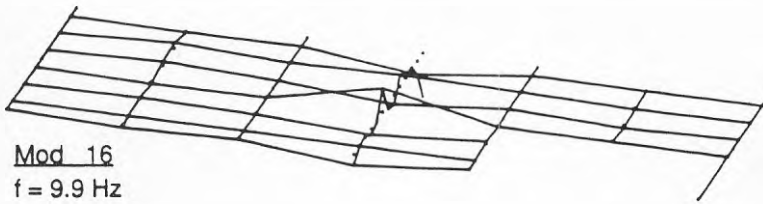
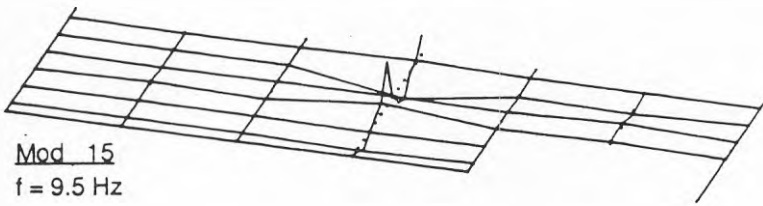
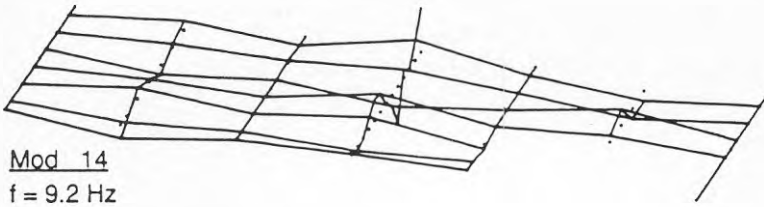
Mod 11
 $f = 8.3 \text{ Hz}$



Mod 12
 $f = 8.5 \text{ Hz}$

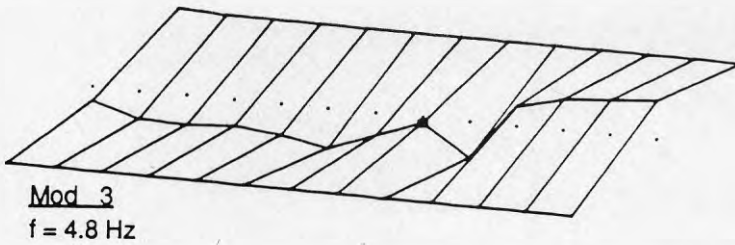
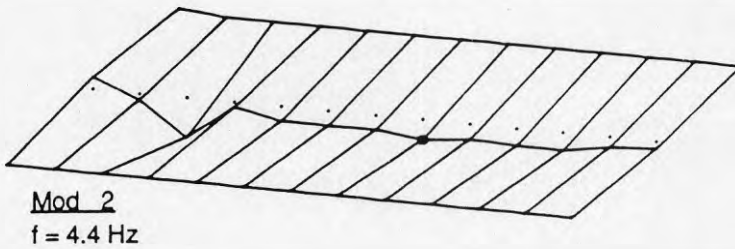
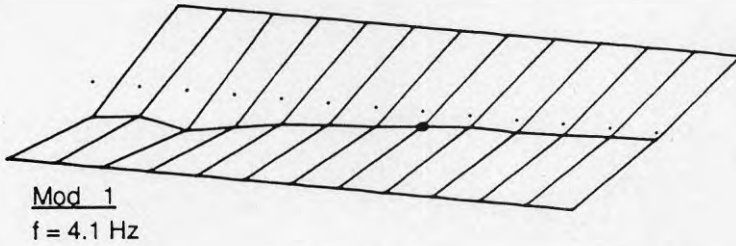
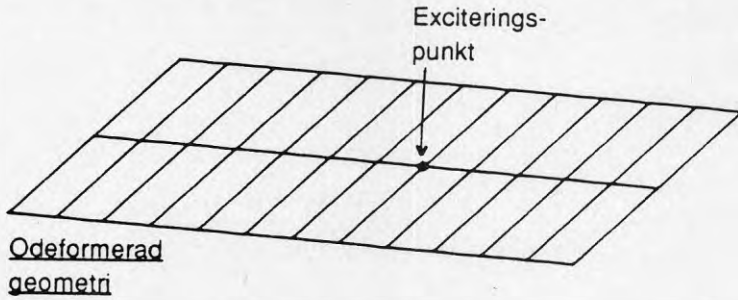


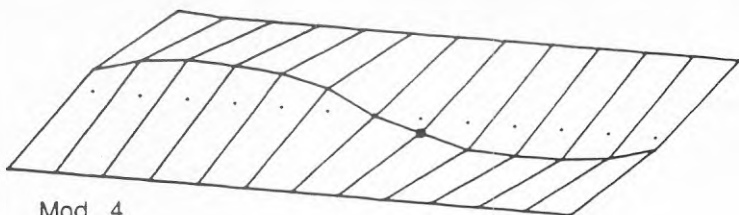
Mod 13
 $f = 8.8 \text{ Hz}$



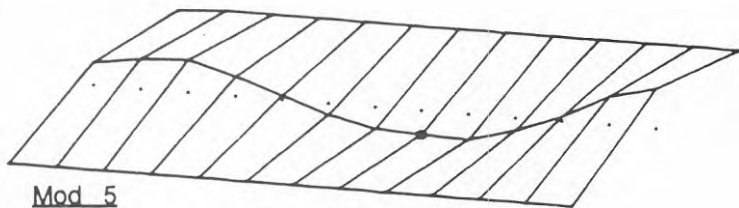
Objekt II

Jämför odeformerad geometri med skuggad yta i figur 7.14.

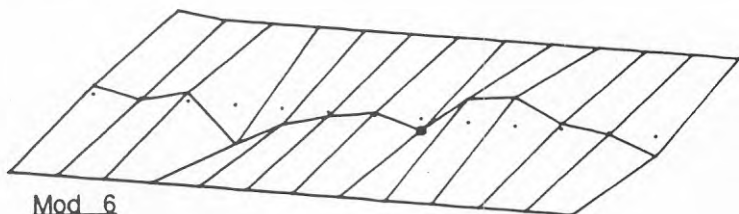




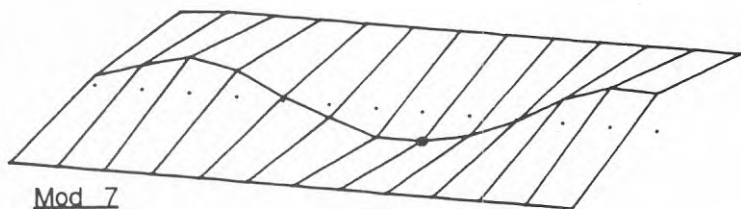
Mod 4
 $f = 5.3 \text{ Hz}$



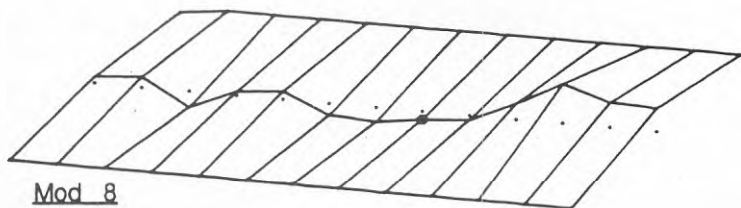
Mod 5
 $f = 6.1 \text{ Hz}$



Mod 6
 $f = 6.6 \text{ Hz}$



Mod 7
 $f = 7.1 \text{ Hz}$

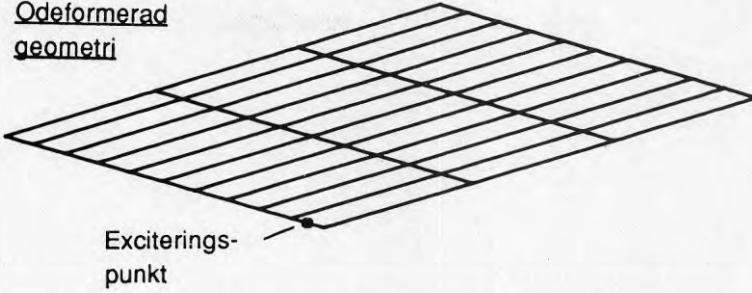


Mod 8
 $f = 7.7 \text{ Hz}$

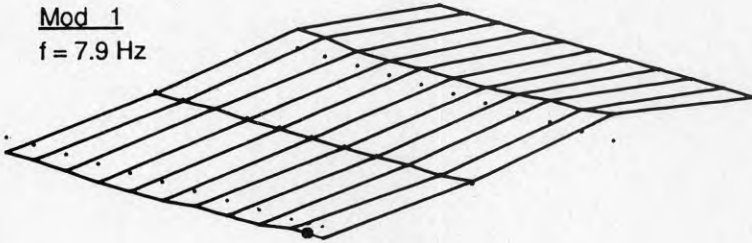
Objekt IV

Jämför odeformerad geometri med skuggad yta i figur 7.29.

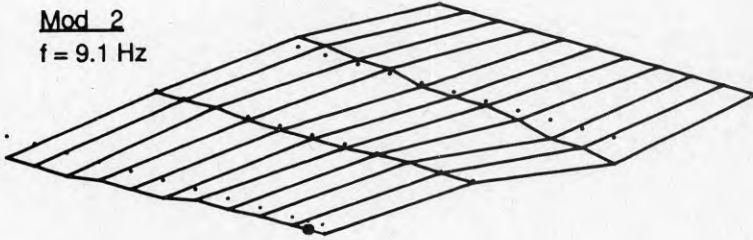
Odeformerad
geometri



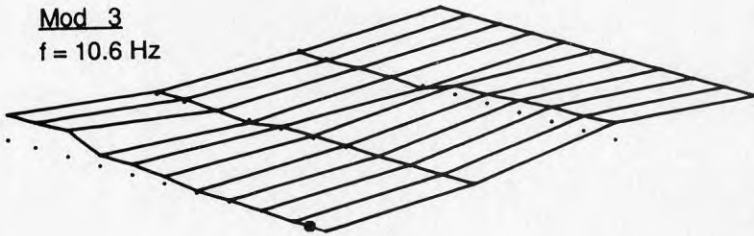
Mod 1
 $f = 7.9 \text{ Hz}$



Mod 2
 $f = 9.1 \text{ Hz}$

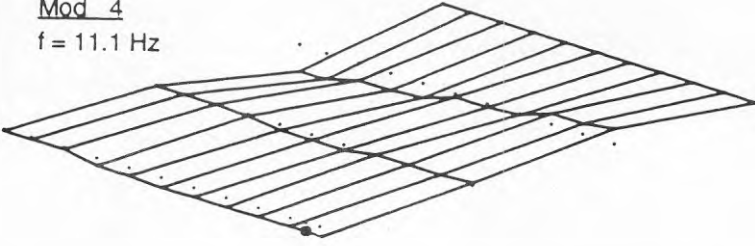


Mod 3
 $f = 10.6 \text{ Hz}$



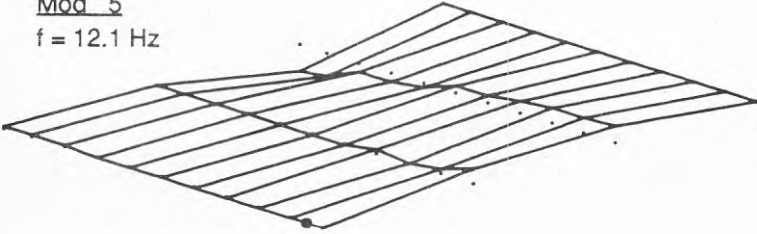
Mod 4

$f = 11.1 \text{ Hz}$



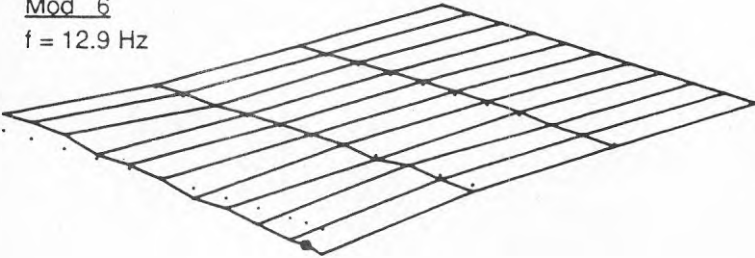
Mod 5

$f = 12.1 \text{ Hz}$



Mod 6

$f = 12.9 \text{ Hz}$



REFERENSER

- Ashton, L-E., 1986: Vibrationsvältning på broar - Experimentella provningar och teoretiska studier. Chalmers Tekniska Högskola, Avd. Stål- och Träbyggnad, Int skr. 86:10, Göteborg 1986.
- Bachmann, H., Ammann, W., 1987:
Schwingungsprobleme bei Bauwerken - Durch Menschen und Maschinen induzierte Schwingungen. IABSE - AIPC - IVBH, Zürich 1987 (Engelsk översättning utgiven 1987).
- BBK 79, 1979: Bestämmelser för betongkonstruktioner: Band 1 Konstruktion. Statens Betongkommitté, AB Svensk Byggtjänst, Stockholm 1979.
- Betongelementföreningen, 1984*):
Bjälklag och tak. Betongelementföreningen, Publ. nr 35, Stockholm 1984.
- Betongelementföreningen, 1985*):
Anslutningar. Betongelementföreningen, Publ. nr. 41, Stockholm 1985.
- Ewins, D.J., 1986: Modal Testing - Theory and Practice. Research Studies Press Ltd., Letchworth, England 1986.
- ISO/DIS 2631-2.2, 1987:
Evaluation of Human Exposure to Whole-body Vibration - Part 2: Human Exposure to Continuous and Shock-induced Vibrations in Buildings (1 to 80 Hz). The International Organization for Standardization (ISO), 1987. Observera: Endast utkast (draft) till norm!

- Karlsson, L-E, 1983: Vibrationsproblem i samband med betongelementbjälklag (programarbete). Chalmers Tekniska Högskola, Avd. Stål- och Träbyggnad, Int.skr. 83:14, Göteborg 1983.
- Leissa, A.W., 1969: Vibration of Plates. NASA SP-160, Washington D.C. 1969.
- Nitro Consult, 1979: Mätning av vibrationer på kassetbjälklag i Obs-varuhuset, Eskilstuna. Nitro Consult AB, NCS 1979:51, Stockholm 1979.
- Ohlsson, S.V., 1982: Floor vibrations and Human Discomfort.
Doktorsavhandling vid Chalmers Tekniska Högskola, Avd. Stål- och Träbyggnad, ISBN 91-7032-077-2, Göteborg 1982.
- Ohlsson, S.V., 1983: Mådsyntes baserad på dynamisk provning - En introduktion. Chalmers Tekniska Högskola, Avd. Stål- och Träbyggnad, Int. skr. 83:20, Göteborg 1983.'
- Ohlsson, S.V., 1984: Svikt, svängningar och styvhet hos bjälklag: Dimensioneringsmetoder. Statens råd för byggnadsforskning, T20:1984, Stockholm 1984 (Engelsk översättning utgiven 1988, ISBN 91-540-4901-6).
- Ohlsson, S.V., 1988: Ten Years of Floor Vibration Research - A Review of Aspects and some Results. Proc. of Symposium/Workshop on Serviceability of Buildings, Vol. 1 sid. 435-450, Ottawa 1988.
- Pernica, G., 1987: Effect of Architectural Components on the Dynamic Properties of a Long-span Floor. Canadian Journ. of Civil Eng., Vol. 14 pp. 461-467, 1987.

Rainer, H., Allen, D.E., Pernica, G., 1988:

Dynamic Response of Floors due to People in Motion. Proc. of Symposium/Workshop on Serviceability of Buildings, Vol. 1 sid. 566-572, Ottawa 1988.

Rostasy, F. S., Teichen, K.T., Engelke, H., 1972:

Beitrag zur Klärung des Zusammenhanges von Kriechen und Relaxation bei Normalbeton. Strassenbau und Strassenverkehrstechnik, Heft 139, Bonn 1972.

Wilson, R., 1987:

Further Development of the Improved Dischinger Method, Proc. of Fourth Int. Symp. on Creep and Shrinkage of Concrete, sid. 873-878, Northwestern University, Evanston, USA 1986.

Åkesson, B., Tägnfors, H., Friberg, O., 1980:

SFVIBAT II: A Computer Program for Space Frame Vibration Analysis. Chalmers Tekniska Högskola, Inst. för Hållfasthetslära, Publ. nr. 28, Göteborg 1980.

*) Ingår i publikationsserien "Betongelement - Handbok i rationellt byggande".

ÖVRIG LITTERATUR

Allen, D.E., Swallow, J.C., 1975:

Annoying Floor Vibrations - Diagnosis and Therapy.
Sound and Vibration, Mars 1975, sid. 12-17.

Allen, D.E., Rainer, J.H., 1976:

Vibration Criteria for Long-span Floors. Canadian Journ.
of Civ. Eng., Juni 1976, sid. 165-172.

Allen, D.E., Rainer, J.H., Pernica, G., 1985:

Vibration Criteria for Assembly Occupancies. Canadian
Journ. of Civ. Eng., No. 12 1985, sid. 617-623.

Becker, R., 1980:

Simplified Investigation of Floors under Foot Traffic.
Journ. of the Struct. Div., Proc. of ASCE, Nov. 1980, sid.
2221-2234.

Chien, E.Y.L., Ritchie, J.K., 1984:

Design and Construction of Composite Floor Systems.
Canadian Inst. of Steel Constr., Universal Offset Ltd.,
Markham, Canada 1984.

Corbridge, C., Griffin, M.J., 1986:

Vibration and Comfort: Vertical and Lateral Motion in the
Range 0.5 to 5.0 Hz. Ergonomics, Vol. 29, Nr. 2 1986, sid.
249-272.

Ellingwood, B., Tallin, A., 1984:

Structural Serviceability: Floor Vibrations. Journ. of
Struct. Eng., Proc. of ASCE, Febr. 1984, sid. 401-417.

- Galbraith, F.W., Barton, M.V., 1970:
Ground Loading from Footsteps. Journ. of Aconst. Soc. of
America, Vol. 48 1970, Part 2, sid. 1268-1292.
- Lenzen, K.H., 1966: Vibration of Steel Joist-Concrete Slab Floors. AISC Eng.
Journ., Juli 1966, sid. 133-136.
- Murray, T.M., 1975: Design to Prevent Floor Vibrations. AISC Eng. Journ.,
No. 3 1975, sid. 82-87.
- Murray, T.M., 1981: Acceptability Criterion for Occupant-Induced Floor
Vibrations. AISC Eng. Journ., No. 2 1981, sid. 62-70.
- Newland, D.E., 1975: An Introduction to Random Vibration and Spectral
Analysis. Longman, London 1975.
- Pernica, G., Allen, D.E., 1982:
Floor Vibration Measurement in a Shopping Centre,
Canadian Journ. of Civ. Eng., No. 9 1982, sid. 149-155.
- Pernica, G., 1983: Dynamic Live Loads at a Rock Concert. Canadian Journ.
of Civ. Eng., No. 10 1983, sid. 185-191.
- Rainer, J.H., Pernica, G., 1981:
Damping of a Floor Sample. Proc. of Dynamic Response of
Structures, Spec. Conf. IABSE, Atlanta 1981.
- Rainer, J.H., Pernica, G., 1986:
Vertical Dynamic Forces from Footsteps. Canadian
Acoustics, No. 14 1986, sid. 12-21.

Rainer, J.H., Swallow, J.C., 1986:

Dynamic Behaviour of a Gymnasium Floor. Canadian Journ. of Civ. Eng., No. 13 1986, sid. 270-277.

Symposium/Workshop on Serviceability of Buildings, 1988:

Proc. of Symp./Workshop on Serviceability of buildings, Vol. 1, National Research Council Canada, Ottawa 1988. (Vol. 2 innehållande referat av de diskussioner (workshops) som hölls skall komma ut senare.)

Vogt, R., Bachmann, H., 1987:

Dynamische Kräfte beim Klatschen Fusstampen und Wippen. Inst. für Baustatik, Eidgenössige Techn. Hochschule, Bericht Nr. 7501-4, Zürich 1987.

Wheeler, J.E., 1982: Prediction and Control of Pedestrian-Induced Vibrations in Footbridges. Journ. of the Struct. Div., Proc. of ASCE, Sept. 1982, sid. 2045-2065.

APPENDIX A

DYNAMIC FOOTFALL LOADING FROM GROUPS OF WALKING PEOPLE

Per-Erik Eriksson and Sven V. Ohlsson

Chalmers University of Technology
Dep. of Structural Engineering
Div. of Steel & Timber Structures
Gothenburg, Sweden

Särtryck ur:
(sid. 497-511)

PROCEEDINGS VOLUME I

SYMPOSIUM/WORKSHOP ON SERVICEABILITY OF BUILDINGS
(MOVEMENTS, DEFORMATIONS, VIBRATIONS)

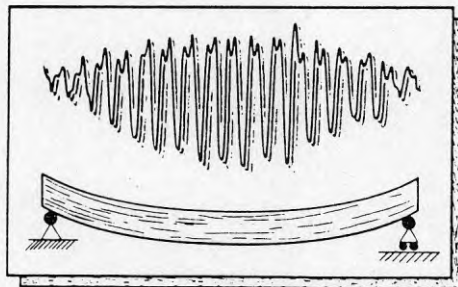
May 16-18, 1988

University of Ottawa
Ottawa, Ontario, Canada



National Research
Council Canada

Conseil national
de recherches Canada



DYNAMIC FOOTFALL LOADING FROM GROUPS OF WALKING PEOPLE

Per-Erik Eriksson and Sven V. Ohlsson

Chalmers University of Technology
Dep. of Structural Engineering
Div. of Steel & Timber Structures
Gothenburg, Sweden

ABSTRACT: The main objective of this study is to establish an estimate of the resulting force spectrum as a function of the number of walking persons. The study is based on laboratory measurements of the response of a test floor to prescribed motions of a varying number of persons. The force spectrum is then determined indirectly via the laws for spectral response. Typical features of the loads in general caused by walking people are discussed. Such features are e.g. the distribution in time and space as well as the influence of walking rate. The interest is focused on long-span floors and a "model" of the load to be used in the design of such floors is proposed.

1. INTRODUCTION

Over the last fifteen years a lot of research has been done in the field of floor vibrations and various design methods have been suggested. However, although a lot of these methods deal with the load induced by persons walking on the floor, to the authors' knowledge, no one of them is based on a proper determination of the low-frequency (0-10 Hz) force spectrum caused by continuous walking. Furthermore, little has been written about the influence on the floor response of more than one walking person and in [1] it is even stated that "dynamic forces from groups of people walking about the floor at random would seldom cause serviceability problems". While this may be true for some types of residence buildings, it appears not to be the case for shopping areas and offices with crowds of walking people.

The aim of the present study is to estimate the force spectral density related to one walking person as well as to express the additive effects on the dynamic load when several persons are walking on the floor simultaneously. This is achieved by laboratory tests, fig. 1, as well as computer analyses. The paper also gives a general description of the loads from walking as a basis for the simplifications introduced when proposing a design procedure. The study is focused on frequencies below 8 Hz, which is relevant for long-span floor vibrations. It is assumed that the root mean square (rms) value of the vibration acceleration is the governing quantity for human discomfort within this frequency range in accordance with the proposed ISO standards [2].

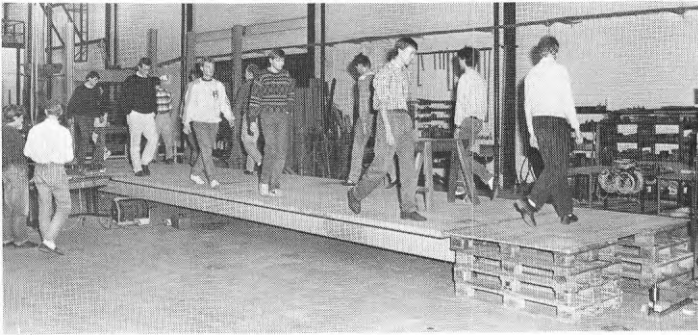


Figure 1: Laboratory test for estimating the forces from groups of walking people.

2. FOOTFALL FORCES AND WALKING

2.1 Single step force pulses: Forces from footsteps have been studied for various reasons ranging from ergonomic considerations to the detection of intruders [3] as well as to prediction of floor and footbridge vibrations [4, 5, 6]. Different researchers agree as to the time functions of footfall loads from walking and running. It is also generally concluded that the type of footwear has a minor influence on the low-frequency part of the load. A typical footfall force pulse at normal walk is shown in fig.2, where the first peak corresponds to the heel strike and the second to the toe liftoff contact.

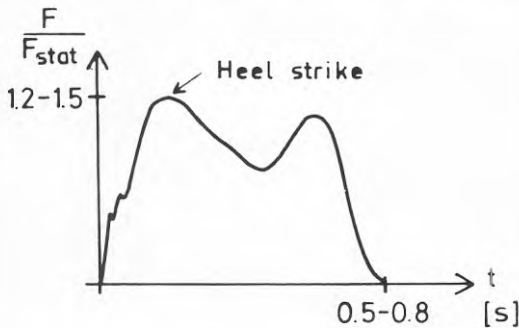


Figure 2: Typical force pulse from single step, after [4].

The duration of the pulse is directly dependent on the rate of walking and as successive footsteps overlap by approx. 15% a duration of 0.5 to 0.8 s would correspond to 1.4 - 2.5 steps per second. One can find even lower step frequencies (e.g. uninterested husband with supermarket trolley) but that is hardly of interest as the dynamic load is then much lower.

At the upper end of the range 2.5 or, possibly, 2.6 steps/s seems to be a reasonable limit. It is very difficult to maintain an ordinary walking pattern above that. The ratio F/F_{stat} , i.e. the ratio between the heel strike peak force and the weight of the walker, is also strongly dependent on the rate of walking and increases with increasing walking rate. This is confirmed by the experimental results described later.

One phenomenon that might distort the shape of the force pulse is the interaction between the floor and the human body. The presence of a floor resonance will cause the force to drop at the resonance frequency and if the floor is very springy the drop can be quite severe. However, for long-span floors, the main interest here, this effect can probably be ignored as the weight of the floor system is large compared to the weight of the walkers.

2.2 Continuous walking: The continuous load from walking could be described as a series of footfall force pulses, over-lapping in the manner described above. The force intensity of such a series, as a function of frequency, together with an approximation to be used for frequencies between 6 and 50 Hz, is given in [7]. Some mathematical models of this idealised pulse-train have also been suggested, e.g. in [8], but they are difficult to use in a design situation. Different rates of walking are also difficult to take into account when using a time-domain forcing function. Therefore it seems appropriate to establish force spectra in the frequency domain for different step frequencies or, possibly, an envelope to these spectra. The latter could be a "worst case" curve or a "mean" curve or a combination of the two.

A matter that is not very easily dealt with is the horizontal motion of the load source. If the fundamental mode of vibration of the floor was assumed to dominate the response totally, the prediction would be fairly easy as the floor could then be treated as a single degree of freedom system. The response would only have to be "scaled down" by the spatial average of the mode shape function in the case of a random walking pattern assumed to cover the whole floor. However, as floors are often mainly one way structural systems with relatively low flexural rigidity in the transverse direction, there will be a number of first order modes (half a sine wave along the primary beams) with closely spaced natural frequencies. Also, the damping ratios (modal damping) might differ quite significantly between the different modes. For such reasons, the assumption mentioned above may be erroneous. For one person walking on a long span, open plan floor, it seems reasonable to idealise this as "treading in place" at the weakest point of the floor in the "governing mode". The governing mode means, here, the mode that has the highest ratio between excitation level and the product of modal damping and modal mass. By the "weakest" point in this mode is understood the point having the maximum mode shape value.

2.3 The effects of several walkers: If a number of persons, say n_p , would be walking in step and in the same manner (producing identical footfall forces), then the magnification factor for the load would be n_p (n_p^2 for the spectral density of the load). Although small groups of people walking together are often seen walking in step, the assumption above has experimentally been found true only for the first harmonic of the step frequency. In larger groups, the influence of other people is even weaker.

The "treading in place" idealisation still holds when dealing with the load from groups of people, but it is no longer correct to apply the total load at the weakest point. The load is, however, usually restricted to certain areas (e.g. walking paths in a shopping centre). Given this and the mode shapes of the floor, an equivalent load can be estimated. Suggested values of the maximum number of persons per square meter are referred to in [8].

3. FORCE SPECTRAL REPRESENTATION

As was mentioned earlier it is preferable to represent the load as a spectrum in the frequency domain. This is due to the fact that the simplest way of describing the dynamic behaviour of a complex structure is in terms of its modal properties (eigenfrequencies, mode shapes, modal masses and modal damping). If these properties are known, a transfer function between force and response (a frequency response function, or FRF) can be established and, given the force spectrum, the response can be calculated.

3.1 Random vibrations of linear systems: In a normal situation with a number of persons walking on a floor, the load input to the structure is probably best described as a random process. The response to such excitation (the vibrations) is also a random process and, provided that the structure behaves like a linear mechanical system, can be estimated in much the same manner as when dealing with deterministic loads. However, it is no longer relevant to talk about peak response, but instead the root mean square (rms) value over a certain frequency bandwidth is used.

3.2 Spectral density: A random process cannot be represented by a discrete Fourier series because it is not periodic. It is therefore necessary to use some other means of describing the frequency content of the process. This is achieved through use of spectral densities which are Fourier transforms of the autocorrelation function of the process (as opposed to the process itself). Only a brief description of the theory will be given here. For further information see, for instance [9]. For a measured acceleration time history, $a(t)$, which can be treated as a random process, the autocorrelation function is defined as

$$R_a(\tau) = E [a(t)a(t+\tau)] \quad (1)$$

i.e. the expected value of the acceleration at time t multiplied by the acceleration at a time τ later (note that single subscripts are used for autocorrelations and power spectral densities). For a stationary process this quantity will be independent of absolute time, t . The *single-sided* power spectral density of the acceleration, $S_a(f)$ is the Fourier transform of $R_a(\tau)$ so we have

$$S_a(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_a(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (2)$$

and

$$R_a(\tau) = \int_0^{\infty} S_a(f) e^{i2\pi f\tau} df \quad (3)$$

Setting $\tau = 0$ and combining (1) and (3) it is clear that

$$\int_0^{\infty} S_a(f) df = E [a^2(t)] \quad (4)$$

i.e. the mean square value of the process.

If the measured acceleration is the result of a load $F(t)$, which is also a random process, then the relation between their spectral densities is

$$S_a(f) = |A(f)|^2 S_f(f). \quad (5)$$

$A(f)$ is the complex transfer function between force and acceleration and is called the accelerance. When two or more random loads ($F_1(t)$, $F_2(t)$, ..., $F_N(t)$) are applied to a linear mechanical system, the resulting spectral density of the acceleration is

$$S_a(f) = \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^N A_r^*(f) A_s(f) S_{F_r F_s}(f) \quad (6)$$

where $A_r^*(f)$ is the complex conjugate of the transfer function between F_r and the acceleration. $S_{F_r F_s}(f)$, for $r \neq s$, is the cross-spectral density of the pair $F_r(t)$ and $F_s(t)$ defined as the power spectral density but using the cross-correlation instead of the autocorrelation. Also, $S_{F_r F_r} = S_{F_r}$. If the loads are uncorrelated, all cross-spectral densities are zero and eq.(6) gives

$$S_a(f) = \sum_{r=1}^N |A_r(f)|^2 S_{F_r}(f) \quad (7)$$

as $A^*(f)A(f) = |A(f)|^2$. This means that the spectral density of the resulting acceleration is simply the sum of the spectral densities of the accelerations caused by each load separately. If, on the other hand, all the loads are identical ($=F(t)$) and fluctuate in phase with each other (this might be the case for several persons walking "in step") and are also applied at the same point (more difficult!), then we have

$$S_a(f) = N^2 |A(f)|^2 S_F(f) \quad (8)$$

These calculations, however, require *complete* knowledge of the modal properties of the structure. In order to adjust to the design situation where this is generally not the case, some simplifications have to be made.

3.3 The design situation (Narrow band processes): When a broad band excitation is applied to a structure this functions as a mechanical filter. Provided that the damping is low for one or more excited modes, the response will be totally dominated by its resonant parts. We then get what is usually called a narrow band process or a sum of such processes. The calculation of the spectral density of the response can be carried out in an approximate way outlined in figure 3. Instead of the accelerance $A(f)$, the dynamic flexibility, $\alpha(f)$ (displacement/force = w/F), is used. The excitation is white noise with the spectral density S_0 and the structure is a single degree of freedom (SDOF) system with the static stiffness k , the natural frequency f_1 and the damping ratio $\zeta = c/c_{cr}$, i.e.

$$w_{rms} = \underbrace{\sqrt{S_0 \frac{\pi f_1}{4\zeta k^2}}}_{\text{L.H.S. of fig. 3}} = \underbrace{\sqrt{\frac{S_0}{(2\zeta k)^2} \pi f_1 \zeta}}_{\text{R.H.S.}} = w_{1,rms}^{est} \quad (9)$$

L.H.S. of fig. 3

R.H.S.

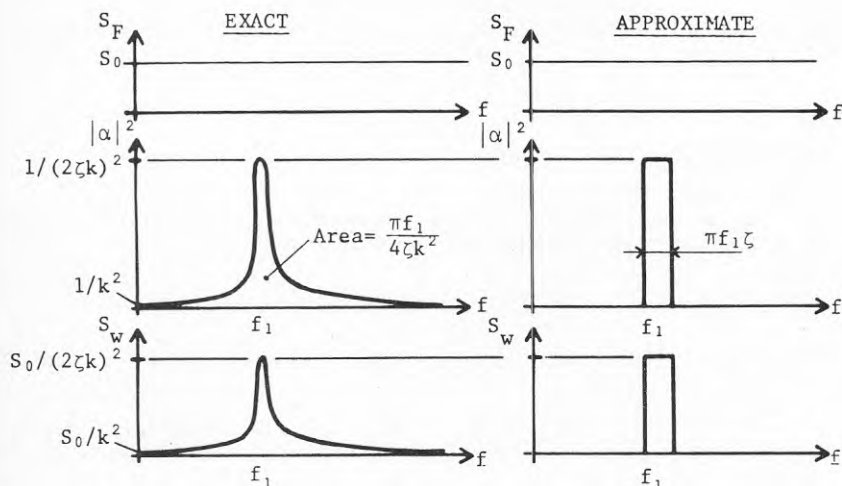


Figure 3: Response of single degree of freedom system to white noise excitation and simplified solution for lightly damped system. The parameters are described in the text.

This means that for the situation outlined above, the approximate method gives the true rms value of the displacements. However, after converting this into an acceleration rms value and considering that the force spectral density varies with the frequency, we arrive at the approximation

$$\begin{aligned}
 a_{\text{rms}} &\approx a_{1,\text{rms}}^{\text{est}} = (2\pi f_1)^2 w_{1,\text{rms}}^{\text{est}} = \sqrt{S_F(f_1) \frac{(2\pi f_1)^4 \pi f_1}{4\zeta k^2}} \\
 &= \sqrt{S_F(f_1) \frac{\pi f_1}{4\zeta m^2}} \quad (10)
 \end{aligned}$$

where m is the mass of the SDOF system ($=k/(2\pi f_1)^2$). This approximation should be reasonable for $\zeta < 3\%$.

For a multidegree of freedom (MDOF) system the "governing mode" mentioned in section 2.2 is the one with the highest "estimated modal rms acceleration" which is expressed by

$$a_{n,\text{rms}}^{\text{est}} = \frac{\sqrt{S_F(f_n) \pi f_n \zeta_n}}{2\zeta_n m_n} \quad (11)$$

i.e. the ratio between the approximate rms force over the equivalent frequency interval ($\pi f_n \zeta_n$) and the double product of the modal damping and the modal mass n denotes the mode number and m_n is the modal mass defined for a two-dimensional structure as

$$m_n = \iint_A g(x,y) [\phi_n(x,y)]^2 dA, \quad (12)$$

where $g(x,y)$ is the mass per square meter and $\phi_n(x,y)$ is the mode shape func-

tion of the n :th mode. A discussion on how to estimate the modal properties is given in [7].

Finally, for a system with more than one resonance frequency in the considered frequency interval we may write the approximate acceleration rms value as

$$a_{\text{rms}}^{\text{est}} = \left[\sum_{n=1}^N (a_{n,\text{rms}})^2 \right]^{1/2} = \left[\sum_{n=1}^N S_F(f_n) \frac{\pi f_n}{4\zeta_n m^2} \right]^{1/2} \quad (13)$$

provided that the natural frequencies are reasonably well separated. f_N is less than the upper limit of the considered frequency interval.

4. EXPERIMENTAL DESIGN AND SET-UP

4.1 Idea and outline: In order to measure the dynamic load from groups of people walking in an ordinary manner it is necessary to use a fairly large test floor. The technique used for measuring the load from a single step, i.e. using a "stiff, massless" platform with one force transducer is apparently not applicable here. The method chosen for this study is to determine the dynamic load *indirectly* from measurements of the response of a well-known floor structure to excitation from walking. The "semi-static" part of the response (i.e. the frequency range below the first natural frequency) will mainly be used and the measurement point is selected so that contribution to the response from all modes except the fundamental mode can be neglected. The measured quantity is the vertical acceleration at midspan.

4.2 Test floor properties: The test floor is a precast concrete element of a type frequently used in floor construction in Sweden. The element, called TT/F 240/40, is 2.4 m wide and 0.4 m deep. It is 10 m long and simply supported at both ends, which gives a lowest natural frequency of approx. 8 Hz. The weight of the element is 6.5 tons, which means that the presence of people on the floor will not change the dynamic properties of the system dramatically. Figure 4 shows the geometry of the test floor arrangements.

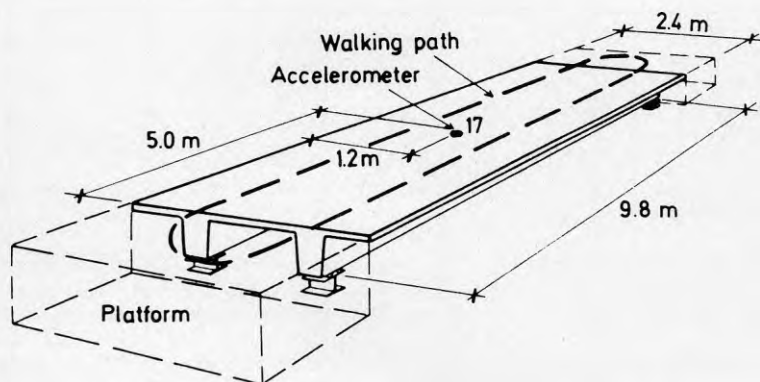


Figure 4: The test floor geometry and walking path.

Experimental as well as theoretical modal analysis of the structure was performed. The eigenfrequency of the first mode was experimentally found to be 7.9 Hz and the mode shape very nearly that of half a sine wave along the length of the element. Point no. 17, the midpoint of the floor, was chosen for the response measurements as the mode shape values for all modes of interest except the fundamental mode were close to zero (as expected) at this point. The point acceleration function for point no. 17, denoted $A_{17-17}(f)$, was then synthesized from the modal test data and is shown in figure 5.

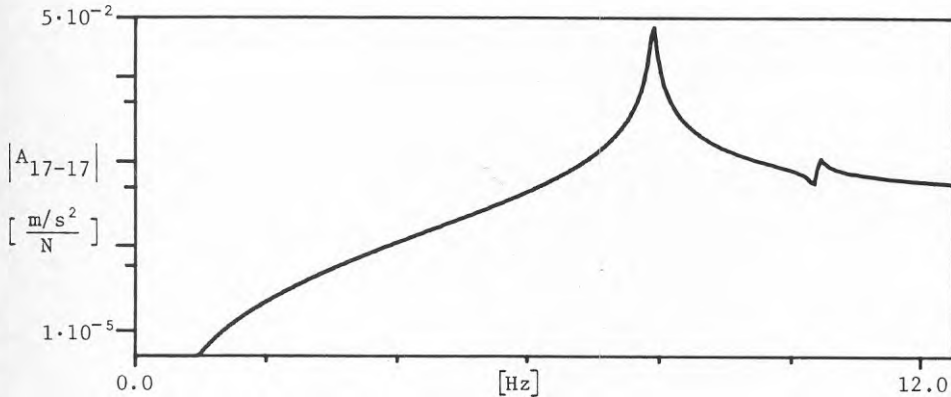


Figure 5: Magnitude of the point acceleration for the response measurement point (no. 17). Vertical axis is in logarithmic scale.

4.3 Test floor response measurements: Experiments were carried out with different rates of walking and with a varying number of participants. The walking path is shown in figure 4. It goes along the webs of the floor element and in order not to disturb the walk, the turning areas are located on separate platforms at each end of the element.

The acceleration signals were recorded continuously during walking and later analysed in a frequency analyser to produce acceleration spectral densities. Each recording was taken to be about 100 seconds in order to allow for averaging over a number of time intervals. For the experiments with one walker the main objective was to study the effect of various walking rates. The rate was kept constant by means of a metronome and the rate was changed from 1.3 to 2.6 steps per second in increments of 0.1 steps/s. For tests with several walkers the response was measured when walking in step (1.7 or 2.0 steps/s) as well as for irregular walking rates (i.e. each walker used his/her own rate although all moved with the same speed).

4.4 Force estimation and generalizations: From eq.(5) in ch.3 it is clear that if we know the spectral density of the response and the transfer function between force and response, the force spectral density can be obtained as

$$S_F(f) = S_a(f) / |A(f)|^2 \quad (14)$$

In this case the acceleration spectral density at point no. 17 as well as the point acceleration for this point are known. The spectral density of an equivalent force applied at point no. 17 can therefore be obtained from eq.(14). If the mode shape of the fundamental mode is normalized with respect to this parti-

cular point (say $\phi_1(17) = 1$, where $\phi_1(i)$ is the mode shape value at point i), then this force is what is usually called the first mode generalized force, denoted F_1 . The real load in this case is assumed to be uniformly distributed along the walking path, i.e. along the webs of the element. Using the notations in figure 6 the relationship between the u.d.l., $q(x)$, and F_1 is given by

$$F_1 = 2 \int_0^{\ell} q(x) \phi_1(x) dx \quad (15)$$

In this case the mode shape values are given at discrete points as estimated from the modal testing and hence eq.(15) will become a summation:

$$F_1 = q \sum_{i=1}^{10} \phi_1(i) \Delta \ell_i \quad (16)$$

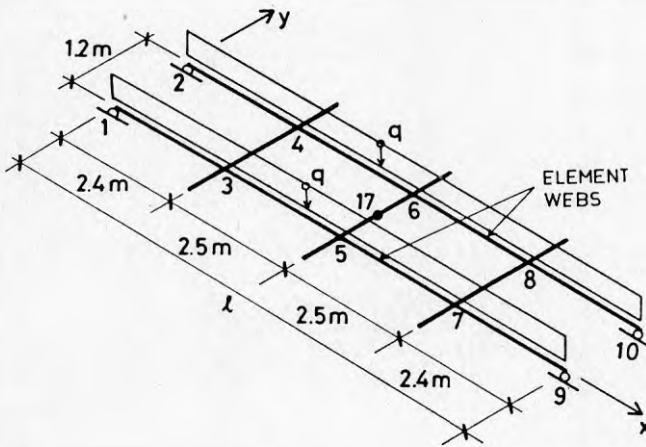


Figure 6: Measurement grid at modal test and idealisation of load

The mode shape values from the modal testing and the length increments related to each point in figure 6 are given in table 1. If the load q is replaced by the resultant, F , of the load from the walkers and if it is also taken into account that only 85% of the walking path is on the element (the rest being on the end platforms), the relationship between F and F_1 is given by

$$F = 2q\ell/0.85 = 2F_1\ell / [0.85 \sum_{i=1}^{10} \phi_1(i) \Delta \ell_i] \quad (17)$$

$$F = 2.20 F_1$$

Table 1: Mode shape values for the fundamental mode, $\phi_1(i)$, and length increments $\Delta \ell_i$ for points 1-10 & 17.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	17
$\phi_1(i)$	0.02	0.02	0.64	0.65	0.90	0.87	0.55	0.61	0.00	0.01	1.00
$\Delta \ell_i$ [m]	1.20	1.20	2.45	2.45	2.50	2.50	2.45	2.45	1.20	1.20	-

In order to convert this into a relationship between the spectral densities of the forces the proportionality factor should be squared. Thus from eqs.(14) and (17) we have the sought spectral density of the load from walking as

$$S_F = (2.20)^2 \frac{S_{a,17}}{|A_{17-17}|^2} \quad (18)$$

A typical force spectral density calculated in this manner is shown in figure 7. The calculation involves a division by the squared magnitude of the point acceleration for point no. 17 (eq.(18)). This quantity is very low at low frequencies (equal to zero at 0 Hz) and the effect of the noise present in the acceleration signals will therefore be greatly enlarged in the low frequency region of the load spectral density. Furthermore, the transducers involved have a lower frequency limit at 0.4 Hz. Also, as was said earlier, the study is focused on frequencies below 8 Hz. For these reasons, mainly the frequency range 1.2 - 8 Hz will be included in the further discussion.

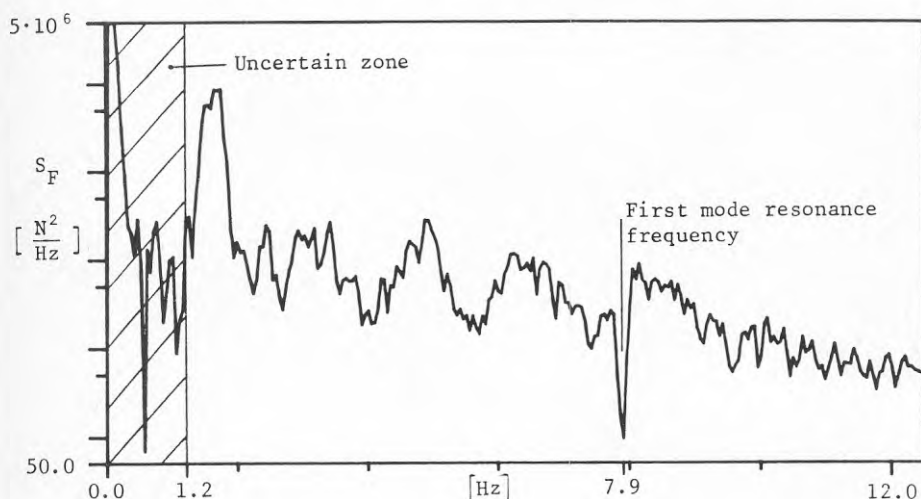


Figure 7: Estimated spectral density of the load from 11 persons walking at irregular rates ("normal walk"). Note that the vertical axis has a logarithmic scale.

It is worth commenting here upon the dip in the load spectral density at the first natural frequency. This is partly explained by the high flexibility of the floor element at that frequency (which causes the load to drop). It is, however, quite likely that it is also caused by the slight change of the natural frequency that occurs with the presence of people on the floor.

5. EXPERIMENTAL RESULTS

5.1 One person walking at different walking rates. The rate of walking was varied from 1.3 up to 2.6 per second. The results discussed in this section refer to a male person weighing 75 kg. In figure 8 the spectral densities of the load from walking at four different rates are given. This figure shows very clearly the peaks at each harmonic of the step frequency, f_s . Also, when comparing the ampli-

tudes of the peaks of the first harmonic, the strong dependence upon the rate of walking is evident. The peaks of the higher harmonics are all of the same order of magnitude but sloping off somewhat towards higher frequencies. When this information is compiled to obtain an envelope of the peaks of the spectral densities it is clear that the curve will have to be divided into two parts:

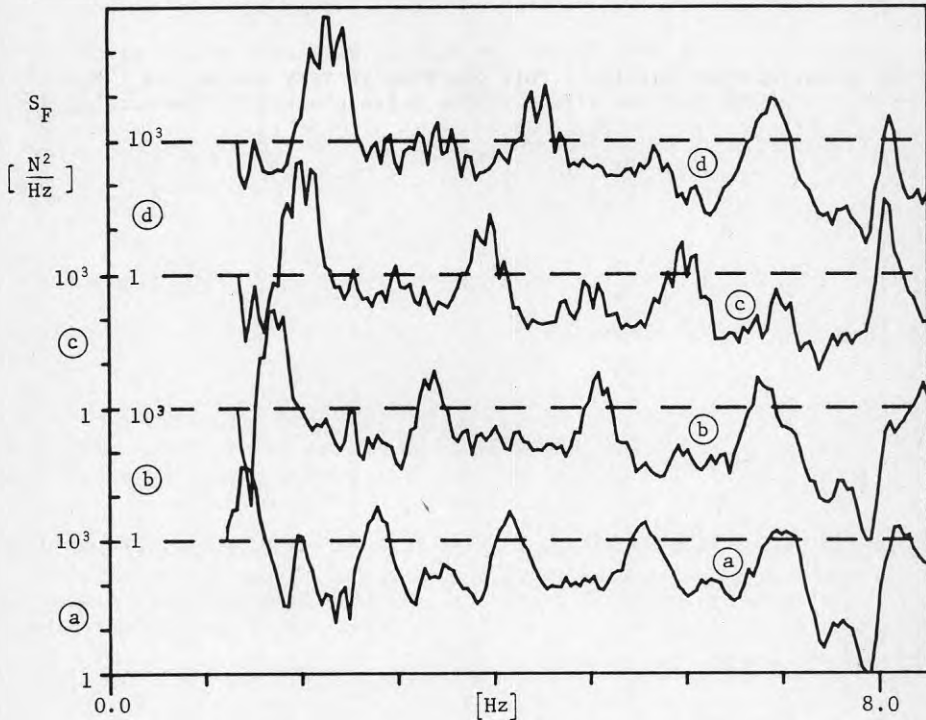


Figure 8: Spectral densities of the load from a 75 kg male person walking at rates: (a) 1.4, (b) 1.7, (c) 2.0 and (d) 2.3 steps/second.

one for the first harmonic ($1.3 < f < 2.7$ Hz) with a positive slope and one for the higher harmonics with a negative slope. A proposed estimate of this envelope is shown in figure 9 together with the spectral density of the load for the case $f_s = 2.0$ Hz. The idea is to apply this to the "governing mode" of the floor (see sections 2.2 and 3.3). If there is more than one mode present in the frequency range below 8 Hz, the use of the envelope function for all of these would probably give an overestimation of the resulting response. Therefore a "mean curve" is also given in figure 9, which is meant to be used for the rest of the excited modes. This latter function is a curve fit of the mean square values of the force in each harmonic divided by the bandwidth, i.e.

$$\frac{1}{f_s} \int_{nf_s - f_s/2}^{nf_s + f_s/2} S_F(f) df \quad (19)$$

where n is now the number of the harmonic. The square of the stationary force in-

tensity suggested in [7] proved to be a good approximation for frequencies above 2.7 Hz and is therefore used.

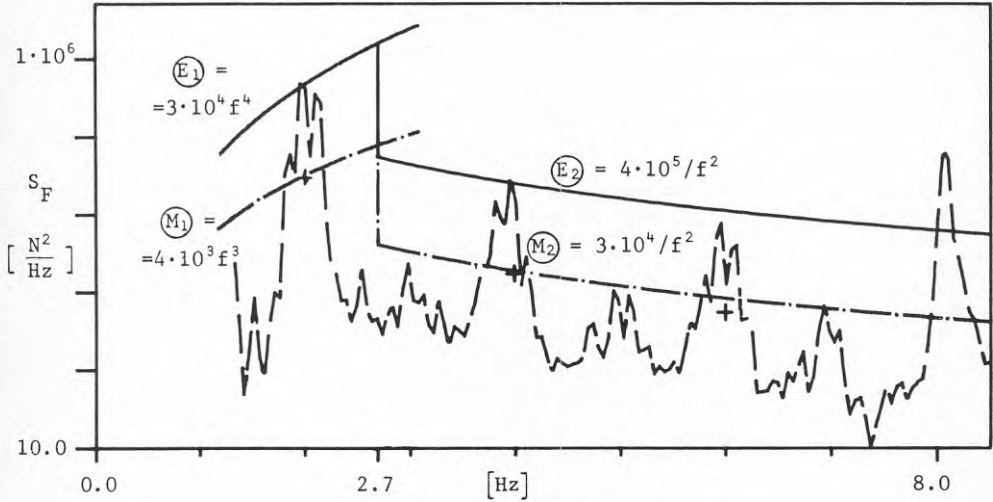


Figure 9: Proposed envelope \textcircled{E} (-) and "mean" \textcircled{M} (-.-) functions for the spectral density of the load from one person (weighing 75 kg/ walking continuously). For comparison the spectral density (-.-) as well as the values obtained from (19) (+) for $f_s = 2.0$ Hz are shown .

In [8] is given the Fourier amplitudes of the first five harmonics of the load from a person weighing 60 kg walking with $f_s = 2.0$ Hz. These are compared in figure 10 with the square root of the values obtained from (19) multiplied by f_s (from curve \textcircled{C} , fig.8) and also with the corresponding values from curves \textcircled{M}_1 and \textcircled{M}_2 in figure 9.

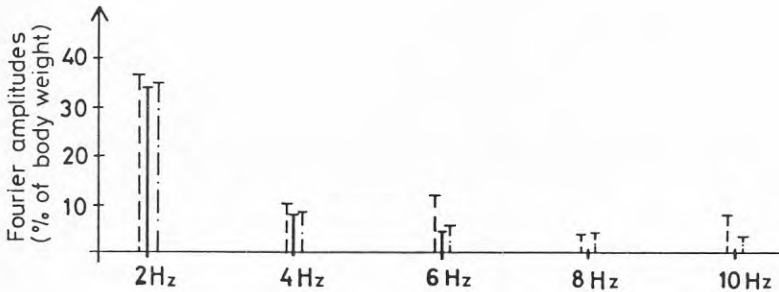


Figure 10: Fourier amplitudes of the harmonics of the load from a pedestrian as given in [8] (-.-) in comparison with corresponding experimental results (-) and a curve-fit of the latter (-.-).

5.2 Several persons walking in step: The peaks of the spectral densities of the load at the first harmonic of the step frequency have been found to be $(n_p)^2$ times higher than the corresponding peaks for one person (n_p is the number of persons). This is in agreement with eq.(8). However, at the higher harmonics the magnification factor for the peaks is instead n_p , i.e. the same as the theoretical value for uncorrelated random processes (eq.(7)). This is somewhat surprising but the explanation is probably that the footfall forces from different persons are not identical. It might also be due to the fact that the whole group does not walk *exactly* in step but probably as close to that as one would find in a real situation (apart from marching troupes). The magnification factors apply to the peak envelope (E) as well as to the "mean curve" (M) in fig.9.

The load spectral densities established at the tests with groups of people are not as distorted above the fundamental eigenfrequency of the test floor (7.9 Hz) as those for one person. They suggest that the proposed design functions can be used up to at least 12 Hz.

5.3 Several persons walking at individual walking rates: The groups were asked to walk like they do in a normal situation as well as when in a hurry. The different walking rates thereby occurring within the groups have the effect of smoothing out the peaks of the load spectral densities. The magnification factors to be used for the peak envelope are therefore less than $(n_p)^2$ and n_p for (E_1) and (E_2) respectively. These factors still apply to the curves (M_1) and (M_2) though, and for very large groups of people the "mean curve" and the peak envelope take the same values.

5.4 Summary of the experimental results:

- The proposed peak envelope and "mean" function in fig.9 can be used for frequencies below 12 Hz. For other static weights than 75 kg per person, the functions should be multiplied by the squared ratio between the weight in question and 75 kg.
- The vertical line connecting the functions (E_1) to (E_2) and (M_1) to (M_2) should be placed at approx. 2.7 Hz to incorporate a certain width of the spectral density peak at step frequencies 2.5 - 2.6 Hz (see fig.8). Some safety factor seems appropriate in order to take account of the uncertainties in the calculation of the eigenfrequencies of the floor.
- Groups of five persons or less are quite likely to walk in step and therefore the magnification factors given in section 5.2 are to be used for such groups. For larger groups the magnification factors for the peak envelope function are lower. The values obtained during the experiments are compiled in figure 11. Test data was obtained for groups of up to 11 persons but the graphs in figure 11 are extended further. The magnification factors obtained from this figure for the curves (E_2) and (M_2) should be squared when applied to the curves (E_1) and (M_1) respectively.

The proposed design loads according to figures 9 and 11 for 11 persons are given in fig.12 together with the load spectral density measured during the experiments at "hurried walk". For this specific case the design loads give overestimations of the load below 2.7 Hz.

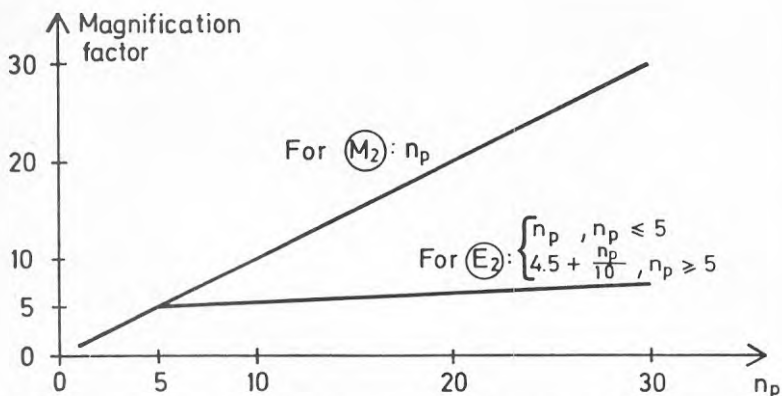


Figure 11: Magnification factors for the functions (E_2) and (M_2) in fig.9 as function of the number of persons, n_p . For functions (E_1) and (M_1) use the factors squared instead.

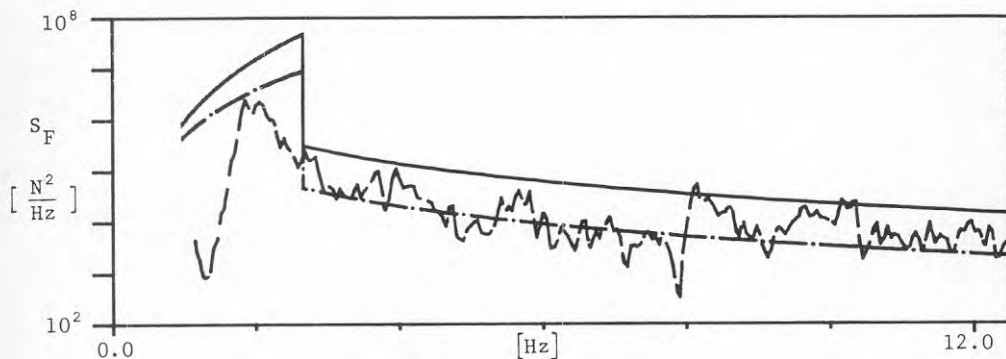


Figure 12: Proposed design loads and experimentally established load spectral density for 11 persons.

6. DISCUSSION AND DESIGN PROCEDURE

A "model" of the load from walking people has been proposed and a design procedure for long-span floors has been indicated. This procedure is outlined and discussed below.

1. Estimate the modal parameters (eigenfrequency, mode shape, modal mass and modal damping ratio) of the floor for modes with an eigenfrequency below 8 Hz.

That is the frequency region where the human being is most sensitive to vibration acceleration according to [2] (a higher frequency limit has recently been suggested in [10]). The modal parameters, apart from damping, can be estimated by means of computer analyses but it would be preferable to establish design charts for different floor systems. More knowledge about the modal damping is also required.

2. For groups of people the loads given by figures 9 and 11 should be converted into load per square meter. Critical loaded areas (walking paths etc.) should be selected and an equivalent modal load calculated in the same manner as described in section 4.4. For small groups (up to, say, 5 persons) the load should be treated as a point load (treading in place).

Values for the number of persons per square meter for different occupancies have still to be suggested

3. Establish which eigenmode is the "governing" for the response, using eq.(11) where $S_F(f)$ is either function (E_1) or (E_2) (fig.9) multiplied by the values given in fig.11.
4. Calculate $a_{n,rms}^{est}$ for each mode according to eq.(11), where $S_F(f)$ is now the adjusted values from curve (E_1) or (E_2) for the governing mode and from curve (M_1) or (M_2) for all other modes of interest.
The reason for this procedure is given in section 5.1.
5. Calculate the total acceleration rms value, a_{rms}^{est} , according to eq.(13) and compare this to some acceptability limit curve, for instance those given in the proposed ISO standards [8].

Further simplifications are probably necessary in order to facilitate the use of the procedure among practising engineers. The method also needs to be validated by means of comparisons to measurements in existing buildings. Furthermore, load "models" for other activities (e.g. jumping and dancing) have to be established. Results from [11] can probably be used for this.

ACKNOWLEDGEMENTS

This study forms part of a project sponsored by the Swedish Council for Building Research (BFR), the Swedish Precast Concrete Federation and the Development Fund of the Swedish Construction Industry (SEBUF). We would like to express our thanks to these organizations for their support.

REFERENCES

- [1] Ellingwood, B. & Tallin, A.: Structural Serviceability; Floor Vibrations. Journ. of the Struct. Div., Proc. of ASCE. Vol. 110, No.2, 1984. 401-417.
- [2] ISO 2631, DAD1: Guide for the Evaluation of Human Exposure to Vibration and Shock in Buildings, Addendum 1; Acceptable Magnitudes of Vibration. 1980. Note: Draft proposal!
- [3] Galbraith, F.W. & Barton, M.V.: Ground Loading from Footsteps. J. Acoust.Soc. of America, Vol. 48, 1970, Part 2, pp. 1268-1292.
- [4] Ohlsson, Sven: Floor Vibration and Human Discomfort. Chalmers Univ. of Techn. Div. of Steel and Timber Struct., PhD thesis, Gothenburg 1982.
- [5] Wheeler, B.: Prediction and Control of Pedestrian-Induced Vibrations in Footbridges. Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol.108, No.ST9,1982,pp.2045-2965
- [6] Becker, R.: Simplified Investigations of Floors under Foot Traffic. Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol.106, No.ST11, 1980, pp.2221-2234.
- [7] Ohlsson, Sven: Ten Years of Floor Vibration Research - A review of Aspects and some Results. Submitted to the Symposium on Serviceability of Buildings to be held at Univ. of Ottawa, May 1988.
- [8] Bachmann, H. & Ammann, W.: Schwingungsprobleme bei Bauwerken - Durch Menschen und Maschinen Induzierte Schwingungen. IABSE-AIPC-IVBH, Zürich 1987.
- [9] Newland, D.E.: An Introduction to Random Vibration and Spectral Analysis. Longman, London 1975.
- [10] Corbridge, C. & Griffin, M.J.: Vibration and Comfort: Vertical and Lateral Motion in the Range 0.5 to 5.0 Hz. Ergonomics, Vol.29, No.2,1986,pp.249-272.
- [11] Allen, D.E., Rainer, J.H. & Pernicia, G.: Vibration Criteria for Assembly Occupancies. Can. Journ. of Civ. Eng., Vol. 12, 1985, pp.617-623.

APPENDIX B

**MODAL ANALYSIS OF A PRE-CAST
CONCRETE FLOOR ELEMENT**

Per-Erik Eriksson

Chalmers University of Technology
Dep. of Structural Engineering
Div. of Steel & Timber Structures
Gothenburg, Sweden

MODAL ANALYSIS OF A PRE-CAST CONCRETE FLOOR ELEMENT

Per-Erik Eriksson

1. Floor element and structural system

The floor element is a precast, prestressed concrete element with a TT-shaped cross-section. The TT-shaped elements are frequently used in Swedish long-span floor structures when a high load-carrying capacity is required. The elements are available in a range of different dimensions. The particular element used here is called TT/F 240/40, denoting a width of 240 cm and a total depth of 40 cm (the cross-section is shown in figure 1). It is 10 meters long.

During the modal test the element was simply supported at both ends and the span length was 9.8 meters.

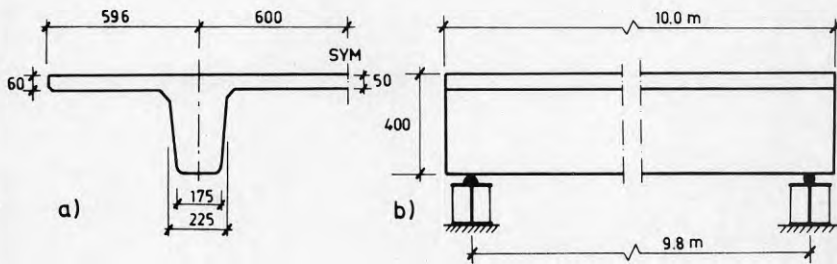


Figure 1 a) Floor element cross section (one half shown) and
b) elevation with supports.

The aims of the modal test and the theoretical modal analysis are to:

- * estimate the modal properties of the first order modes of the element (pure bending and torsional bending). These properties are the resonance frequency, the mode shape, the modal mass and the modal damping.
- * establish a reliable (grillage-type) finite element model for computer aided modal analysis.
- * give an indication of the value of Young's modulus that is appropriate to use for dynamic analyses of concrete.

The concrete of the element is grade 60, with a Young's modulus characteristic value $E_{ck} = 36.0$ GPa, according to Swedish Standards (BBK79, 1979). The longitudinal reinforcement was prestressed by a total force of 1.9 MN which guaranteed that there would be no transverse cracks. However, longitudinal cracks were found in the plate above the webs.

2. Modal testing

The structure was excited by means of hammer impacts at point no. 3 (see grid in figure 2). This point was chosen in order to give sufficient excitation of all modes of interest.

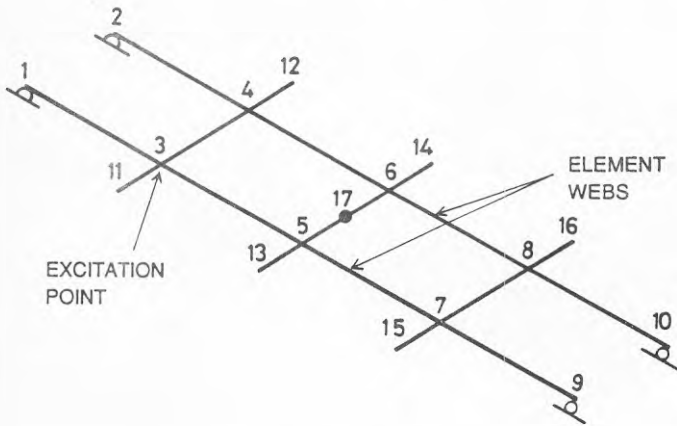


Figure 2 Measurement grid for modal testing.

The response was measured in terms of vertical accelerations at all points in the grid. For this, three 500 grams Brüel & Kjaer accelerometers with a lower frequency limit of 0.4 Hz, one PCB force transducer and a four channel FM-recorder (Nagra) were used. In this manner the impact signal as well as the response signals at three different points could be recorded simultaneously.

The impact hammer was fitted with a damped spring in order to prolong the impact signal. The force transducer was fixed to the structure and the impact was applied to it through a rubber tip. These arrangements were made in order to give the excitation signal a suitable frequency content, i.e. in the region below 30 Hz where the sought resonances were expected. The excitation and response measurement system is illustrated in figure 3 and a typical force pulse as well as its power spectral density, S_F , is shown in figure 4.

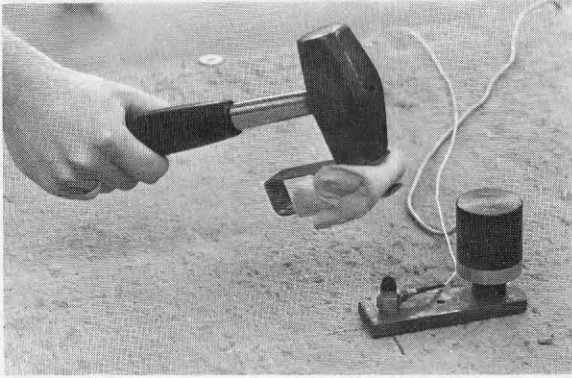


Figure 3 Excitation and response measurement system

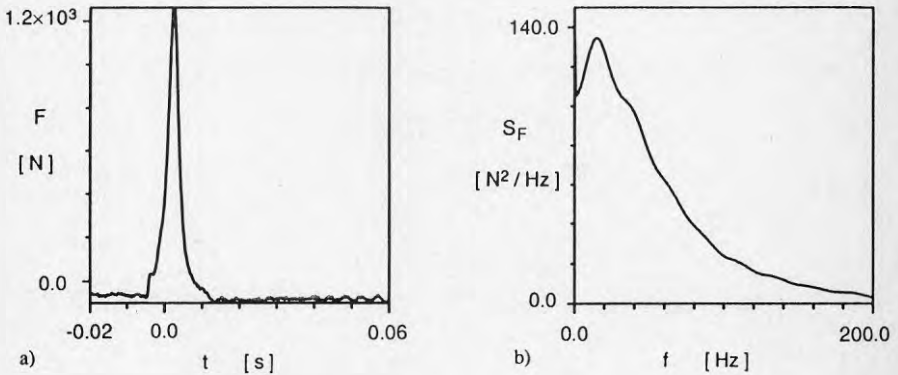


Figure 4 a) Typical time-function of the hammer impact excitation and
b) its force power spectral density in the frequency domain.

The signals were then analysed in a two-channel frequency analyser (HP 5423A) giving transfer functions, i.e. the ratio between acceleration at point i and a force applied at point no. 3 as functions of frequency. Such functions are usually called accelerances and will be denoted $A_{i,3}(f)$. Using a curve-fitting algorithm on the measured transfer functions, it is possible to establish the sought modal parameters (natural frequencies, mode shapes, modal mass and modal damping). For further description of modal testing see e.g. Ewins (1986).

Three vertical modes of vibration were found in the range 0-25 Hz (figure 5). The mode shapes are shown in figure 6. In table 1 (ch. 4) the mode shape values for the measurement points together with the natural frequencies, modal masses and modal damping ratios (c/c_{cr}) are given in comparison with corresponding analytical results.

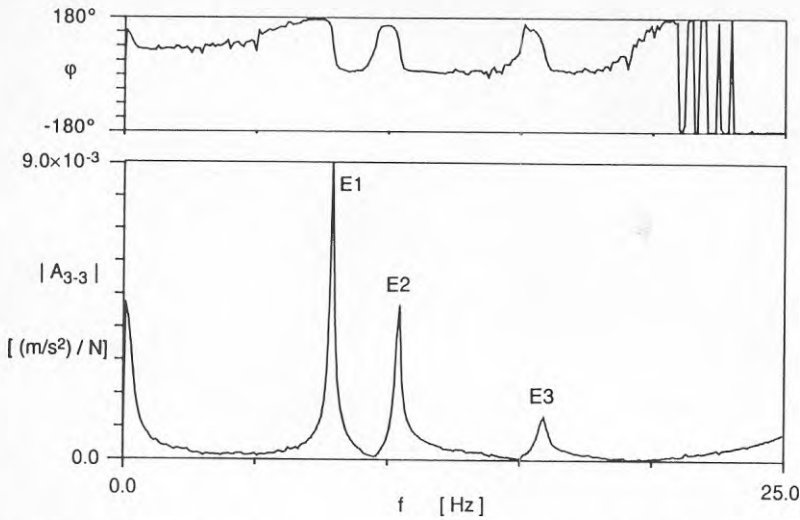


Figure 5 Magnitude and phase angle of measured point acceleration at point no. 3.

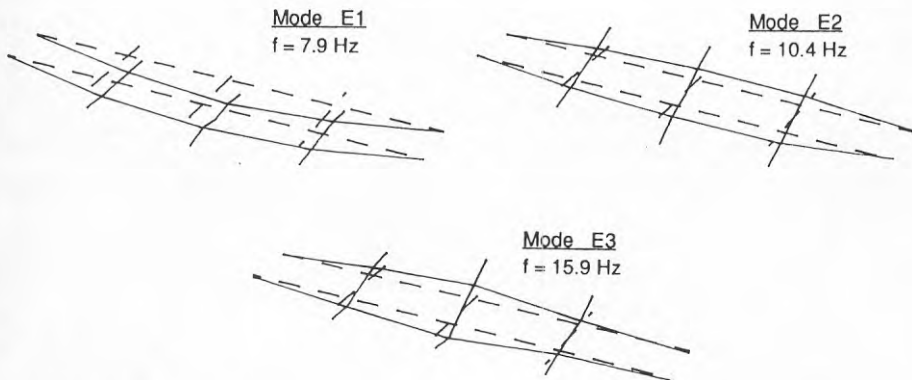


Figure 6 Measured mode shapes in the frequency range 0-25 Hz.
(E = Experimental.)

3. Modal finite element analysis

For the theoretical part of the analysis a finite element program called SFVIBAT (Åkesson et. al. (1980)), was used. This program uses exact Euler beam theory for vibration analysis of three-dimensional frames. The structure was therefore modelled as a grillage with two members in the longitudinal direction, corresponding to the webs. In the transverse direction the flange plate was discretised into three strips, modelled as beam members (see fig. 7).

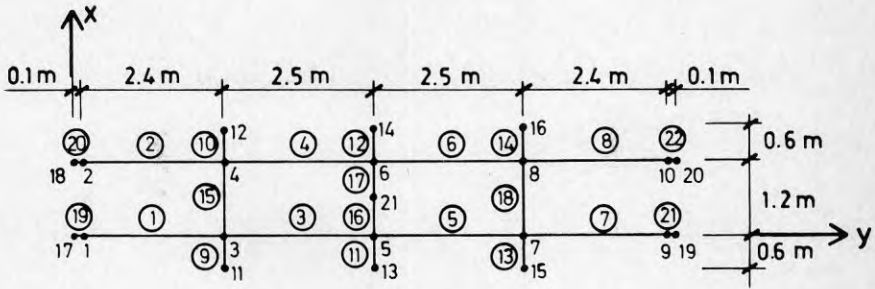


Figure 7 Grillage, finite element model of test floor (beam member numbers in circles).

The longitudinal beam members (no. 1-8 & 19-22) were given the mass of the webs and the moment of inertia (I_x) and, initially, the torsional constant of half the element cross section (fig. 1a). The mass of the plate was assigned to the transverse members and their moment of inertia (I_y) was given the true values for the plate strips. The moment of inertia of the longitudinal elements was modified w.r.t. the reinforcement. The prestressing axial load in these was also taken into account.

There are various proposals as to what value of Young's modulus should be used for dynamic analyses of concrete. Bachmann and Ammann (1987) suggest the formula $E_{c,dyn} = 1.1 \times E_{c,stat}$. This was found to give good agreement between the first natural frequency in the analysis and that found in the modal test (the Swedish Concrete Standards (BBK79, 1979) suggest a factor 1.2). In this manner the two eigenmodes shown in figure 8 were found below 25 Hz. They correspond to the first and third modes found in the modal test.

In this first analysis there were, however, no signs of the second mode found in the test. The presence of cracks in the plate and the close resemblance of its mode shape to that of the third mode suggested that the two modes (E2 and E3) only indicated different structural behaviour at different levels of vibration. The structure was therefore reanalysed with hinges introduced in the model at nodes no. 3-8, inside the longitudinal elements. The torsional constant of the longitudinal elements was, in this analysis, that of the webs only. This analysis gave a second mode with a natural frequency of 11.0 Hz and a shape similar to that found in the test (fig. 9). The changes did not affect the first mode significantly.

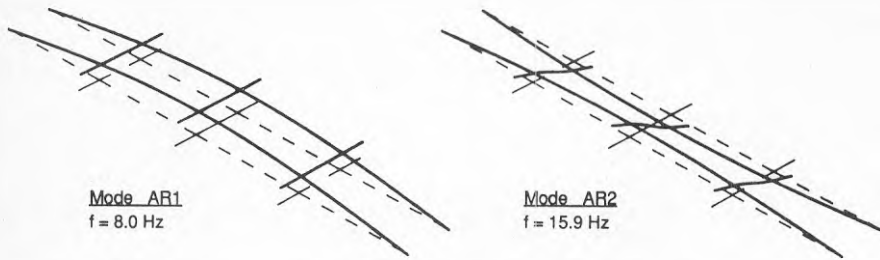


Figure 8 Mode shapes and natural frequencies of the first two modes from analysis in SFVIBAT with rigid joints. (AR = Analysis of Rigid model.)

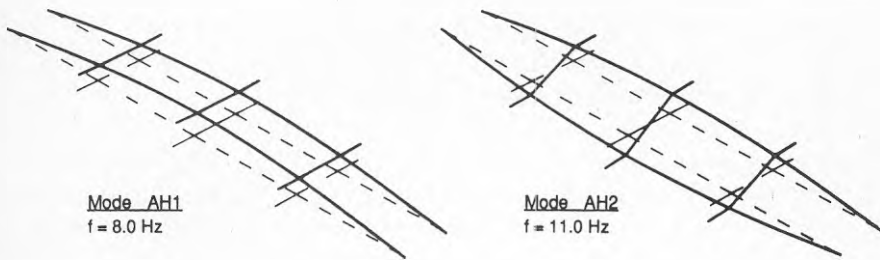


Figure 9 Mode shapes and natural frequencies of the first two modes from analysis in SFVIBAT with hinges at nodes no. 3-8. (AH = Analysis of model with Hinges.)

4. Comparison of experimental and analytical results

The mode shapes, as given in table 1, are normalised in a way such that $\max(\phi_{u,i}) = 1$ ($\phi_{u,i}$ = the mode shape value at point i). The maximum mode shape values occur at the same points (either no. 13 or no.14) in the experimental and analytical modes and so the modal masses ought to be comparable.

Table 1 Modal parameters (natural frequency, f_n , modal mass, m_n , modal damping ratio, $(c/c_{cr})_n$, and mode shape values at points i , $\phi_{u,i}$) of the first three experimental modes (E1 - E3) compared to corresponding analytical parameters (modes AR1-AR2 and AH1-AH2 respectively). Note that the modal damping ratios are not computable.

Mode no. (n)	E1	AR1	AH1	E2	AH2	E3	AR2
f_n Hz	7.90	8.01	7.98	10.41	11.00	15.88	15.91
m_n kg	2874	3085	2930	1311	2368	3820	1198
$(c/c_{cr})_n$ z	0.407	-	-	0.501	-	0.749	-
$\phi_{n,i}$, $i = 1$	0.04	0	0	-0.01	0	0.03	0
2	0.02	0	0	0.01	0	0.07	0
3	0.61	0.68	0.66	0.30	0.65	0.29	0.41
4	0.62	0.68	0.66	-0.34	-0.65	-0.32	-0.41
5	0.84	0.98	0.95	0.43	0.91	0.51	0.57
6	0.81	0.98	0.95	-0.45	-0.91	-0.53	-0.57
7	0.55	0.68	0.66	0.36	0.65	0.14	0.41
8	0.61	0.68	0.66	-0.42	-0.65	-0.14	-0.41
9	0.01	0	0	0.05	0	-0.07	0
10	0.01	0	0	0.03	0	-0.06	0
11	0.59	0.69	0.69	0.67	0.72	0.44	0.71
12	0.58	0.69	0.69	-0.60	-0.72	-0.33	-0.71
13	0.94	1	1	0.82	1	1	1
14	1	1	1	-1	-1	-0.42	-1
15	0.63	0.69	0.69	0.69	0.72	0.57	0.71
16	0.67	0.69	0.69	-0.76	-0.72	-0.36	-0.71
17	0.95	0.98	0.97	0.09	0	0.03	0

For the first experimental mode (E1) the agreement with the analytical results (modes AR1 and AH1) is very good. The mode shape values do not differ significantly. The biggest difference (17%) is found at point no. 6. The natural frequencies and modal masses are even closer and, also, compare very well with the theoretical results for the first bending mode of the element modelled as an ideal beam. For the latter case the natural frequency is given by

$$f_1 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{E_{c,dyn} I}{m l^4}} = 8.17 \text{ Hz} \quad (1)$$

where in this case

$$E = E_{c,dyn} = 1.1 \times 36.0 \text{ GPa}$$

$$I = 4.08 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$m = 648 \text{ kg/m}$$

$$l = 9.8 \text{ m}$$

The mode shape is theoretically one half sine wave along the beam, i.e.

$$\phi_1(y) = \sin \frac{\pi y}{l} , \quad (2)$$

and the modal mass is defined by

$$m_1 = \int_0^l m(y) [\phi_1(y)]^2 dy = \frac{ml}{2} = 3175 \text{ kg} . \quad (3)$$

The second experimental mode (E2) corresponds to the second analytical mode of the computer model with hinges (AH2). The mode shapes are similar, although there are some quite large differences (points no. 3-8). Due to this and that the natural frequencies are very well matched it was concluded that the test structure, at certain levels of vibration, behaves as described in chapter 3. I.e. that the longitudinal cracks should be modelled as hinges.

For the third experimental mode (E3) the mode shape is more irregular. However, it resembles that of the second mode from the analysis of a model with all joints rigid (AR2). The natural frequencies are almost exactly the same.

A later investigation also showed that when altering the excitation of the test structure, the relationship between the acceleration peaks of modes E2 and E3 changed. This means that, when vibrating in its torsional mode, the structure behaves non-linearly and cannot be described exactly by the modal parameters (see e.g. Ewins (1986)). Therefore a comparison of modal masses between modes E2 - AH2 and E3 - AR2 respectively is rather meaningless. The parameters are however given in table 1.

5. Conclusions

For the first bending mode of a prestressed concrete floor element, the modal parameters (apart from the damping) can be quite accurately determined using a simple grillage finite element model or even by hand calculations. The only uncertainty is the ratio between the dynamic and static Young's modulus $E_{c,dyn}/E_{c,stat}$ (even $E_{c,stat}$ is an uncertain parameter). A ratio of 1.1 has been found to give good agreement between analysis and experiments here.

When vibrating in the first order torsional (torsional bending) mode the element has been found to behave strongly non-linearly. This is probably due to the presence of longitudinal cracks in the plate (flange). Using different finite element models, it is possible to obtain modal data for the two extreme cases, i.e. the cracks working as

hinges and not opening at all (rigid joints) respectively. When modelling a whole floor consisting of prestressed concrete elements it is probably not necessary to use different computer models as there is usually some additional slab, cast in situ, binding the plate together.

The modal damping ratios (c/c_{cr}) have been found to be between 0.4% and 0.7% for an element on roller supports. The value obtained from the first bending mode (0.4%) is the most reliable.

References

- Bachmann, H. & Ammann, W.: Schwingungsprobleme bei Bauwerken - Durch Menschen und Maschinen Induzierte Schwingungen. IABSE-AIPC-IVBH, Zürich 1987.
- BBK 79, Regulations for Concrete Structures (in Swedish). Statens Planverk and AB Svensk Byggtjänst, Stockholm 1979.
- Ewins, D.J.: Modal Testing: Theory and Practice. Research Studies Press Ltd., Letchworth, England 1986.
- Åkesson, B., Tängfors, H. & Friberg, O.: SFVIBAT-II A Computer Program for Space Frame Vibration Analysis, Chalmers Univ. of Techn., Div. of Solid Mech., Publ. no. 28, Göteborg 1980.



**Denna rapport hänför sig till ett projekt, samfinansierat av
Byggeforskningsrådet, BFR (proj.nr. 860291-9), Svenska Byggbranschens
Utvecklingsfond SBUF/A-Betong i Strängnäs AB samt
Betongelementföreningen utfört vid Chalmers Tekniska Högskola,
Avd. Stål- och Träbyggnad, Göteborg.**

R95: 1988

ISBN 91-540-4956-3

Statens råd för byggnadsforskning, Stockholm

Art.nr: 6708095

**Abonnemangsgrupp:
Z. Konstruktioner och materia**

**Distribution:
Svensk Byggtjänst, Box 7853
103 99 Stockholm**

Cirka pris: 54 kr exkl moms