



Det här verket har digitaliserats vid Göteborgs universitetsbibliotek och är fritt att använda. Alla tryckta texter är OCR-tolkade till maskinläsbar text. Det betyder att du kan söka och kopiera texten från dokumentet. Vissa äldre dokument med dåligt tryck kan vara svåra att OCR-tolka korrekt vilket medför att den OCR-tolkade texten kan innehålla fel och därför bör man visuellt jämföra med verkets bilder för att avgöra vad som är riktigt.

This work has been digitized at Gothenburg University Library and is free to use. All printed texts have been OCR-processed and converted to machine readable text. This means that you can search and copy text from the document. Some early printed books are hard to OCR-process correctly and the text may contain errors, so one should always visually compare it with the images to determine what is correct.



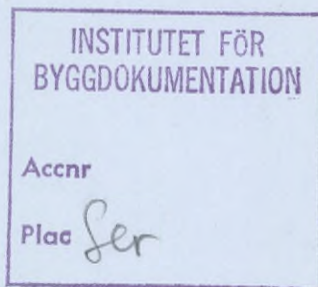
**Rapport**

**R95:1987**

# **Strömning i springor och sprickor**

**Bernt Schechinger**

R  
RNR



**Byggforskningsrådet**

R95:1987

STRÖMNING I SPRINGOR OCH SPRICKOR

Bernt Schechinger

Denna rapport hänför sig till forskningsanslag 821653-4 från Statens råd för byggnadsforskning till Chalmers tekniska högskola, Byggnadskonstruktion, Göteborg.

## REFERAT

I undersökningen studeras strömningssamband för enskilda otätheter - springor och sprickor - i byggnader. Med springor avses väldefinierade strömningssamband medan sprickor avser strömningssamband vilka svårigen kan bestämmas. Strömningen i otätheter i byggnader är ofta i grunden laminär men i olika grad störd på grund av förekomsten av sektions- och riktningsändringar.

Rapporten innehåller en sammanställning av teoretiska och experimentella undersökningsresultat. En beräkningsmodell för springor med sektions- och riktningsändringar redovisas.

Ett förslag till förbättrad bestämning av strömningssamband för sprickor ställs upp. Förslaget bygger på modifieringar av beräkningsmodellen för springor samt införande av generella geometriska beskrivningsmått för sprickor av samma typ. Den föreslagna modellen tillämpas med gott resultat på en grupp betongsprickor.

I Bygghälsöversynens rapportserie redovisar forskaren sitt anslagsprojekt. Publiceringen innebär inte att rådet tagit ställning till åsikter, slutsatser och resultat.

R95:1987

ISBN 91-540-4791-9

Svenskt Tryck Stockholm 1987

## INNEHÅLL

FÖRORD	5
SAMMANFATTNING	6
SUMMARY	7
BETECKNINGAR OCH DEFINITIONER	8
1 INLEDNING	
1.1 Problembeskrivning, bakgrund och syfte	11
1.2 Förutsättningar och begränsningar	14
2 TEORETISK BAKGRUND - EXISTERANDE BERÄKNINGSMODELLER	
2.1 Grundläggande samband	15
2.2 Fullt utbildad strömning i springor	
2.2.1 Springa mellan två parallella plattor	17
2.2.2 Tvärsnittsformens inverkan på strömningen	21
2.3 Engångsförluster	
2.3.1 Allmänt om engångsförluster	24
2.3.2 Engångsförluster vid sektionsminskningar	28
2.3.3 Engångsförluster vid sektionsökningar	32
2.3.4 Engångsförluster vid ändringar av flödesriktning	37
2.3.5 Engångsförluster vid ofullständigt utbildad strömning	42
2.3.6 Engångsförlusternas betydelse vid några olika strömningsgeometrier	45

3	EXPERIMENTELLA UNDERSÖKNINGAR AV STRÖMNING I SPRINGOR OCH SPRICKOR	
3.1	Mätmetod och mätutrustning	49
3.2	Strömning genom raka rör	52
3.3	Strömning genom springor mellan betongytor	58
3.4	Strömning genom sprickor i betong	60
3.5	Felanalys av experimentella undersökningar	65
4	STRÖMNING GENOM SPRICKOR, INVERKAN AV SPRICKGEOMETRI	
4.1	Inledning	75
4.2	Mätmetod och mätutrustning	77
4.3	Metoder för ytbeskrivning	81
4.4	Geometriska mått erhållna vid sprickytemätning	85
4.5	Modifierade strömningssamband	89
4.5.1	Inledning	89
4.5.2	Engångsförlusterna vid strömning i sprickor	89
4.5.3	Strömningssambandets sprickviddsberoende	90
4.5.4	Strömningssamband för en spricka i betong	95
5	DISKUSSION	
5.1	Begränsningar och brister i undersökningen	102
5.2	Undersökningens huvudsakliga slutsatser	103
5.3	Forskningsbehov	103
	REFERENSER	105

## FÖRORD

Föreliggande rapport utgör en redovisning av forskningsprojektet "Strömning i springor och sprickor" vilket finansierats av Statens råd för byggnadsforskning, BFR. Rapporten har utarbetats vid avdelningen för byggnads-konstruktion, Chalmers tekniska högskola.

Projektledaren, Docent Alf Jergling har lämnat intressanta synpunkter och många gånger varit ett stöd då författaren varit villrådig. Universitetslektor Bo Appelqvist vid institutionen för tillämpad termodynamik och strömningslära på Chalmers har lämnat värdefulla synpunkter på innehållet i rapportens andra kapitel. Ingenjör Hans Coster har med entusiasm och sällan sinande idériakedom utfört de experimentella undersökningarna. De handritade figurerna i rapporten har utförts av Wera Magnusson. Margaret Micrander har på kort tid och med få fel omvandlat ett kladdigt manuskript till en maskinskriven text.

Till ovanstående personer och alla andra som bidragit till detta arbete riktas ett varmt tack.

Göteborg, januari 1987

Bernt Schechinger

## SAMMANFATTNING

I undersökningen studeras strömningssamband för enskilda otätheter (springor och sprickor) i byggnader. Med springor avses väldefinierade strömningssamband medan sprickor avser strömningssamband vilka svårigen kan bestämmas. Strömningen i otätheter i byggnader är ofta i grunden laminär men i olika grad störd på grund av förekomsten av sektions- och riktningsändringar.

Rapporten innehåller en sammanställning av teoretiska och experimentella undersökningsresultat. En beräkningsmodell för springor med sektions- och riktningsändringar redovisas.

Ett förslag till förbättrad bestämning av strömningssamband för sprickor ställs upp. Förslaget bygger på modifieringar av beräkningsmodellen för springor samt införande av generella geometriska beskrivningsmått för sprickor av samma typ. Den föreslagna modellen tillämpas med gott resultat på en grupp betongsprickor.

Sökord: Laminär strömning, sprickor, springor, byggnader, betong, engångsförluster, sprickyteometri.



## SUMMARY

This investigation concerns the flow of air through slots and cracks in buildings. (A slot has a well-defined geometry, whereas the geometry of a crack cannot easily be measured geometrically.) The flow through slots and cracks in buildings is usually laminar, with varying degrees of disturbance due to changes in sectional area and flow direction.

The report contains a review of results from theoretical and experimental investigations. A calculation model for slots, with changes in sectional area and flow direction, is presented.

A proposal for an improved procedure for the determination of flow through cracks is given. The proposal is based on modifications in the calculation model for slots, and the introduction of general geometrical descriptive terms to be applied to cracks of the same type. A test of the proposed model has been made on a number of concrete cracks, with encouraging results.

Key words: Laminar flow, slots, cracks, buildings, concrete, minor losses, surface analysis.

## BETECKNINGAR OCH DEFINITIONER

A	=	tvärsnittsarea [m <sup>2</sup> ]
De	=	Deans tal (= $Re(d_h/r_c)^{\frac{1}{2}}$ )
M	=	flödesmodulen
O	=	våta perimetern [m]
Q	=	flöde [m <sup>3</sup> /s]
Ra	=	medelvärdet av ytavvikelserna från medelytan [m]
Re	=	Reynolds tal (= $d_h \bar{u}/\nu$ ) (för sprickor: $Re = 2 \cdot q/\nu$ )
SSE	=	residualkvadratsumma
T	=	temperatur [K]
X	=	masskraft i x-riktningen per massenhet [m/s <sup>2</sup> ]
Y	=	masskraft i y-riktningen per massenhet [m/s <sup>2</sup> ]
Z	=	masskraft i z-riktningen per massenhet [m/s <sup>2</sup> ]
b	=	bredd [m]
c	=	$\lambda Re$
d	=	vidd [m]
d <sub>h</sub>	=	hydrauliska diametern (= $4 A/O$ ) [m]
f	=	antal frihetsgrader
h	=	tvärsnittets största höjd [m]
i	=	index i datamatrix
j	=	index i datamatrix
k	=	konstant
k <sub>s</sub>	=	sandskrovligheten [m]
l	=	flödeslängd [m]
m	=	förlustkoefficient
m <sub>sp</sub>	=	förlustkoefficient per längdenhet för sprickor [m <sup>-1</sup> ]
n	=	förlustkoefficient
n <sub>sp</sub>	=	förlustkoefficient per längdenhet för sprickor [m <sup>-1</sup> ]

$p$	=	totaltryck (om inte annat anges) [Pa]
$q$	=	flöde per breddenhet [ $m^3/s\ m$ ]
$r$	=	radie [m]
$r_c$	=	krökningsradie [m]
$t$	=	tid [s]
$u$	=	hastighet i x-riktningen [m/s]
$v$	=	hastighet i y-riktningen [m/s]
$w$	=	hastighet i z-riktningen [m/s]
$x$	=	längdkoordinat [m]
$y$	=	längdkoordinat [m]
$z$	=	längdkoordinat [m]
$\alpha$	=	rörelsemängdskoefficient
$\beta$	=	kinetisk energikoefficient
$\Delta$	=	differens
$\delta$	=	förhållande
$\epsilon$	=	felintervall runt medelvärde som vid stort antal observationer förväntas innehålla 95% av observationerna
$\lambda$	=	friktionsfaktor
$\mu$	=	dynamisk viskositet [ $kg/m\ s$ ]
$\nu$	=	kinematisk viskositet [ $m^2/s$ ]
$\pi$	=	3,1415927
$\rho$	=	densitet [ $kg/m^3$ ]
$\Sigma$	=	summatecken
$\sigma$	=	standardavvikelse
$\phi$	=	vinkeländring
-	=	betecknar medelvärde

index:

c	=	sektionsminskning, krök
del	=	delmått
e	=	sektionsökning
engång	=	engångsförlust
nom.	=	nominellt mått
uppm.	=	uppmätt värde
verk.	=	verkligt mått
viskös	=	förlust orsakad av viskösa effekter
kinetisk	=	förlust orsakad av kinetiska effekter
s	=	rak flödesgeometri

## 1 INLEDNING

### 1.1 Problembeskrivning, bakgrund och syfte

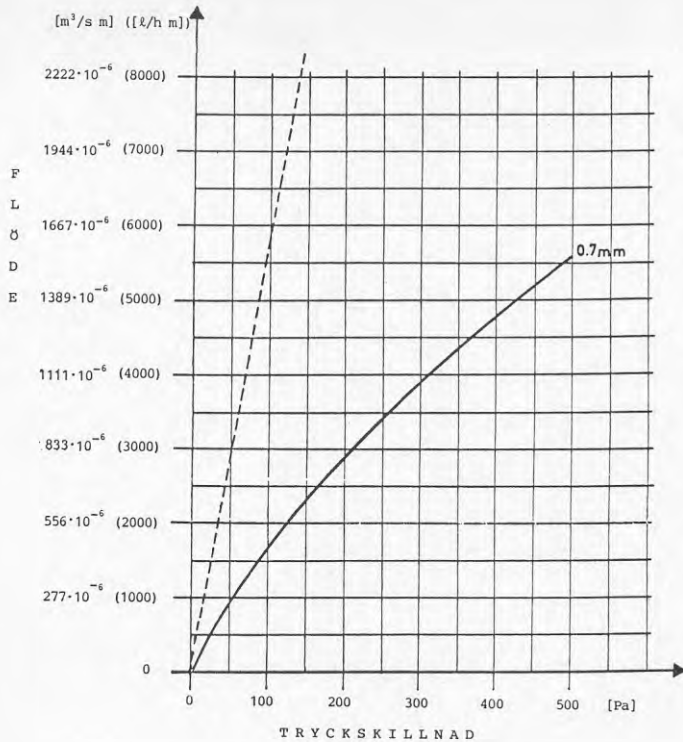
Kunskap om strömningsegenskaperna för enskilda otätheter i byggnadsverk är av intresse, inte enbart ur grundforsknings-synpunkt. Vid bedömning av läckage/infiltration i olika sammanhang kan sådana kunskaper ofta komma till användning. Vid uppställande av beräkningsmodeller för hela byggnaders täthet bör kännedom om strömningssamband för enskilda otätheter vara grundläggande.

Strömningen i otätheter i byggnader skiljer sig i flera avseenden från den, i betydligt större utsträckning studerade, strömning som vanligen förekommer i bland annat maskiner, ventilations- och rörsystem. En väsentlig skillnad är att otätheterna i byggnader i regel är oavsiktligt uppkomna och därför oftast är små och inte sällan har en komplicerad geometri. Den pådrivande kraften, tryckskillnaden över otätheten, orsakas i byggnadssammanhang av mekanisk ventilation, vindpåverkan, skillnader i luftdensitet och dylikt, vilket medför att tryckskillnaderna blir små, oftast mindre än 50 Pa. Små tryckskillnader i kombination med små tvärsnittsareor hos otätheterna medför att strömningen i otätheterna oftast är av laminär\* natur.

Bakgrunden till den föreliggande undersökningen är en tidigare vid avdelningen för byggnadskonstruktion utförd undersökning, *Jergling (1981)*, i vilken luftströmning i sprickor i betong studerades. I figur 1.1 redovisas uppmätt strömningssamband för en sådan betongspricka tillsammans med teoretiskt beräknat strömningssamband för en rak otäthet av samma dimensioner som betongsprickan.

---

\* Se förklaring sid.17



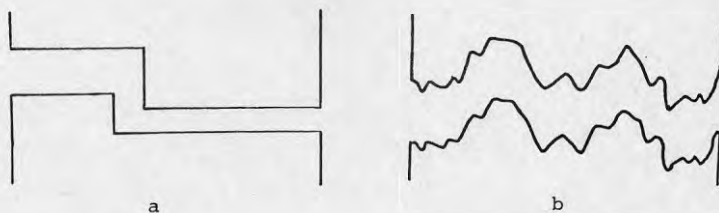
Figur 1.1 Tryck-flödessamband

heldragen kurva = Uppmätt samband för en betongspricka i en 100 mm tjock provkropp för vilken provkroppshalvorna fjärmats 0,7 mm från varandra.  
Enligt *Jergling (1981)*

streckad kurva = Teoretiskt beräknat strömningssamband för en rak otäthet med längd 100 mm och vidd 0,7 mm.

Figur 1.1 visar klart att det teoretiska sambandet för raka otätheter inte kan användas vid beräkning av strömning genom sprickor i betong. Det teoretiska sambandet ger inte enbart en flerfaldig överskattning av uppmätta flöden, det beskriver inte heller den krökta form som det uppmätta sambandet har. Det är betongsprickans komplicerade geometri som orsakar ovanstående skillnader mellan teori och mätresultat. Sprickgeometrin påverkar dels strömningen så

att den blir störd varför sambandet för den raka otät-  
heten inte gäller. Sprickgeometrin medför också att  
verklig flödeslängd och sprickvidd blir större respektive  
mindre än vad som anges i figur 1.1. För att bättre kunna  
bestämma strömningen i komplicerade strömningsgeometrier  
måste därför dels studeras hur olika störningar påverkar  
strömningen vid väldefinierade strömningsgeometrier och  
dels möjligheterna undersökas att finna enkla beskrivnings-  
mått för komplicerade strömningsgeometrier. För den fort-  
satta redovisningen inför författaren begreppen springa  
respektive spricka vilka definieras i figur 1.2.



Figur 1.2 Strömningsgeometrier,  
springa respektive spricka.

- a. springa = Oavsiktligt uppkommen otät-  
het i en konstruktion. Före-  
kommer i gränser mellan  
byggnadsdelar eller material.  
Springans geometri kan i  
regel enkelt bestämmas och  
beskrivas.
- b. spricka = Oavsiktligt uppkommen otät-  
het i en konstruktion. Före-  
kommer inom en byggnadsdel  
eller ett material. Sprickans  
geometri är oregelbunden och  
kan i regel inte enkelt  
bestämmas eller beskrivas.

Syftet med det forskningsprojekt som redovisas i denna  
rapport har varit att genom sammanställning av teoretiska  
och experimentella undersökningsresultat redovisa beräknings-

samband för luftströmning i springor, samt att utveckla en beräkningsmodell för strömning i sprickor.

## 1.2 Förutsättningar och begränsningar

I den föreliggande undersökningen förutsätts vid studierna av strömning i springor och sprickor att strömningen i grunden är laminär till sin natur, då inget annat anges. Förutsättningen innebär inte någon allvarlig begränsning då, som tidigare angivits, strömningen i otätheter i byggnader under normala betingelser i de allra flesta fall är laminär. I rapporten lämnas dessutom i många fall hänvisningar till litteratur där förhållandena vid icke-laminär strömning beskrivs.

En annan förutsättning och begränsning är att endast strömning vid stationära förhållanden studeras. Det vill säga, experiment och beräkningar förutsätter icke-varierande tryckskillnad över otätheterna. Vid verkliga förhållanden varierar många gånger tryckskillnaderna över otätheterna i en byggnad, främst beroende på vindpåverkan. Vid varierande tryckskillnader kan dynamiska effekter uppstå i otätheterna så att medeltryckskillnaden inte kan användas med tillfredsställande resultat för beräkning av flödet genom otätheterna.

Föreliggande undersökning är begränsad till studier av strömning i enskilda otätheter i byggnader. För den som är intresserad av en bredare beskrivning av luftströmning i otätheter i byggnader och i byggnadsmaterial rekommenderas *Kronvall (1980)*.



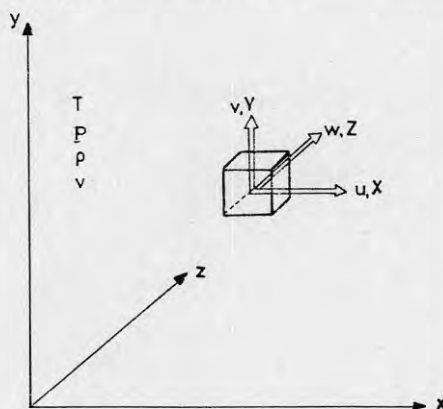
2            TEORETISK BAKGRUND -  
 EXISTERANDE BERÄKNINGSMODELLER

2.1        Grundläggande samband

De grundläggande sambanden för strömning är kontinuitets-  
 ekvationen (ekv.2.1) och rörelseekvationen (ekv.2.2 - 2.4).  
 Härledningar av dessa ekvationer står att finna i den  
 strömningstekniska litteraturen, till exempel *Schlichting*  
 (1979). Ekvationerna gäller för isotropa Newtonska  
 fluider, det vill säga fluider med riktningsoberoende  
 materialegenskaper och med ett linjärt förhållande mellan  
 friktionskrafter och deformationshastigheter. Alla gaser  
 och många vätskor, exempelvis vatten, är Newtonska fluider.

I den form ekvationerna redovisas nedan gäller de för  
 fall där fluidens densitet, viskositet och temperatur är  
 konstant i hela strömningsgeometrin. I de experimentella  
 undersökningar som redovisas i kapitel 3 uppfyller fluiden  
 dessa förhållanden. Vid strömning av till exempel luft  
 eller vatten genom springor och sprickor i byggnadsdelar  
 är, under normala betingelser, dessa förhållanden upp-  
 fyllda med god approximation.

De beteckningar som används i ekvationerna förklaras i  
 figur 2.1 och nedanstående lista.



Figur 2.1    Beteckningar

$p$	=	statiskt tryck	[N/m <sup>2</sup> ]
$t$	=	tid	[s]
$T$	=	temperatur	[K]
$u$	=	hastighet i x-riktningen	[m/s]
$v$	=	hastighet i y-riktningen	[m/s]
$w$	=	hastighet i z-riktningen	[m/s]
$x$	=	längdkoordinat	[m]
$X$	=	masskraft i x-riktningen per massenhet	[m/s <sup>2</sup> ]
$y$	=	längdkoordinat	[m]
$Y$	=	masskraft i y-riktningen per massenhet	[m/s <sup>2</sup> ]
$z$	=	längdkoordinat	[m]
$Z$	=	masskraft i z-riktningen per massenhet	[m/s <sup>2</sup> ]
$\nu$	=	kinematisk viskositet	[m <sup>2</sup> /s]
$\mu$	=	dynamisk viskositet	[kg/m·s]
$\rho$	=	densitet	[kg/m <sup>3</sup> ]

Kontinuitetsekvationen baseras på att massflödet in i en studerad volym är lika stort som massflödet ut ur den samma.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$

Rörelseekvationen, även benämnd Navier-Stokes' ekvationer, uttrycker Newtons andra lag i de tre koordinatriktningarna.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u \partial u}{\partial x} + \frac{v \partial u}{\partial y} + \frac{w \partial u}{\partial z} = X - \frac{\partial p}{\rho \partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{u \partial v}{\partial x} + \frac{v \partial v}{\partial y} + \frac{w \partial v}{\partial z} = Y - \frac{\partial p}{\rho \partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{u \partial w}{\partial x} + \frac{v \partial w}{\partial y} + \frac{w \partial w}{\partial z} = Z - \frac{\partial p}{\rho \partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (2.4)$$

Vänsterleden i Navier-Stokes' ekvationer innehåller tröghetstermerna (accelerationstermerna) medan högerleden innehåller i tur och ordning masskrafter, tryckkrafter och friktionskrafter.

Ovanstående ekvationer kan i många fall förenklas. Ofta är tyngdkraften den enda masskraften som påverkar fluiden. Vid gasströmning kan många gånger även tyngdkraften försummas.

Vid stationär strömning försvinner tidsderivatorna i rörelseekvationen.

Vid många springgeometrier är strömningen av tvådimensionell eller endimensionell natur, varvid antalet ekvationer reduceras.

Kontinuitetsekvationen och rörelseekvationen borde tillsammans med randvillkor vara tillräckliga för att bestämma de fyra variablerna ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $p$ ). I det allmänna fallet erhålls dock ett system av icke lineära differential-ekvationer som inte är analytiskt lösbart. Approximativa lösningar kan erhållas med hjälp av numeriska metoder och förenklingar till exempel linearisering av ekvations-systemet. Finit differensmetod och även finit elementmetod har använts i ett antal datorprogram för strömningssimulering.

## 2.2 Fullt utbildad strömning i springor

### 2.2.1 Springa mellan två parallella plattor

Vi skall här studera fullt utbildad, stationär, laminär gasströmning mellan två parallella plattor.

Vid fullt utbildad strömning är tryckfördelning och hastighetsfördelning över tvärsnittet oföränderliga med avseende på längdkoordinaten i flödesriktningen. Tryckfallet blir lineärt utmed strömningslängden. Fullt utbildad strömning uppnås ett stycke nedströms inloppet i en strömningsgeometri om det inte förekommer några störningar, till exempel i form av sektionssäkringar och krökar.

Vid laminär strömning sker strömningen som den vore ordnad i skikt där fluidpartiklarna endast rör sig i strömningsriktningen för sitt skikt och någon förflyttning av fluidpartiklar mellan skikten förekommer inte. Ökad strömningshastighet alternativt förändring av strömningsgeometrin eller minskad fluidviskositet kan medföra att strömningen blir turbulent.

Turbulent strömning skiljer sig mycket från laminär strömning. De enskilda fluidpartiklarna rör sig oregelbundet och inte enbart i strömningsriktningen. Strömningen innehåller överlagrade virvelrörelser.

Den dimensionslösa parametern Reynolds' tal,  $Re$ , kan användas för att karakterisera strömningen. Vid strömning mellan parallella plattor inleds omslaget från laminär till turbulent strömning omkring  $Re = 2000$ , då  $Re$  beräknas enligt:

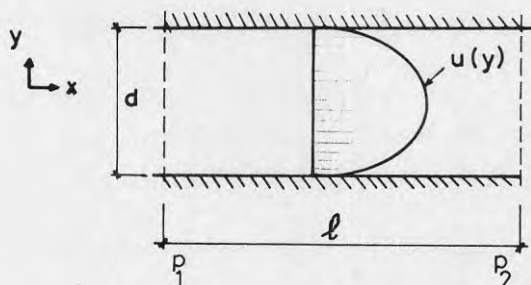
$$Re = \frac{d_h \bar{u}}{\nu} \quad (2.5)$$

där  $\bar{u}$  är strömningens medelhastighet och  $d_h$  är den hydrauliska diametern vilken har följande definition:

$$d_h = \frac{4 A}{O} \quad (2.6)$$

där  $A$  är tvärsnittsarean och  $O$  den våta perimetern.  $O$  är lika med omkretsen då fluiden förekommer inom hela tvärsnittet.

Fullt utbildad, stationär, laminär gasströmning mellan två parallella plattor, figur 2.2, är ett exempel på ett fall där strömningsvariablerna kan lösas direkt ur rörelseekvationen.



Figur 2.2 Strömning mellan parallella plattor

Detta problem är av grundläggande betydelse för de fortsatta studierna av strömning genom springor och sprickor. Vid detta enkla endimensionella fall är  $v = w = 0$  inom hela strömningsfältet. Kontinuitetsekvationen (ekvation (2.1)) ger då  $\partial u / \partial x = 0$ .

Rörelseekvationen (ekvation (2.2)) får följande form:

$$0 = -\frac{\partial p}{\rho \partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2.7)$$

Randvillkoren är följande:

$$\partial u / \partial y = 0 \quad \text{vid} \quad y = 0$$

$$u = 0 \quad \text{vid} \quad y = \pm \frac{d}{2}$$

vilka tillsammans med sambandet

$$\mu = \rho \nu$$

ger

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\partial p}{\mu \partial x} (y + C_1) && \Rightarrow C_1 = 0 \\ u &= \frac{dp}{\mu dx} \left( \frac{y^2}{2} + C_2 \right) && \Rightarrow C_2 = -\frac{d^2}{8} \\ u &= \frac{\partial p}{2\mu dx} \left( y^2 - \frac{d^2}{4} \right) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Ovanstående ekvation, vilken ger hastighetsfördelningen över tvärsnittet, kan även härledas på annat sätt genom en jämviktsbetraktelse.

Flödet per breddenhet erhålls genom att integrera över tvärsnittet

$$q = \frac{\partial p}{2\mu \partial x} \int_{-d/2}^{d/2} \left( y^2 - \frac{d^2}{4} \right) dy = -\frac{\partial p}{\partial x} \frac{d^3}{12\mu} \quad (2.9)$$

Flödet mellan två sektioner på avstånd  $\ell$  och med tryckskillnad  $\Delta p = p_1 - p_2$  kan lätt bestämmas, ty

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\Delta p}{\ell} \quad (2.10)$$

$$q = \frac{\Delta p}{12\mu \ell} d^3 \quad (2.11)$$

eller tryckskillnaden mellan två sektioner vid ett visst flöde.

$$\Delta p = \frac{12\mu \ell}{d^3} q \quad (2.12)$$

Ekvation (2.12) är som tidigare nämnts av stor betydelse för den fortsatta framställningen. Förutsättningarna för dess giltighet är:

- Stationära förhållanden ( $\partial u / \partial t = 0$ )
- Inkompressibel fluid ( $\rho = \text{konst}$ )
- Endimensionell strömning ( $v = w = 0$ )
- Konstant viskositet och temperatur ( $\mu, T = \text{konst}$ )
- Tryckfallet per längdenhet är oberoende av längdkoordinaten ( $\partial p / \partial x = \text{konst}$ )

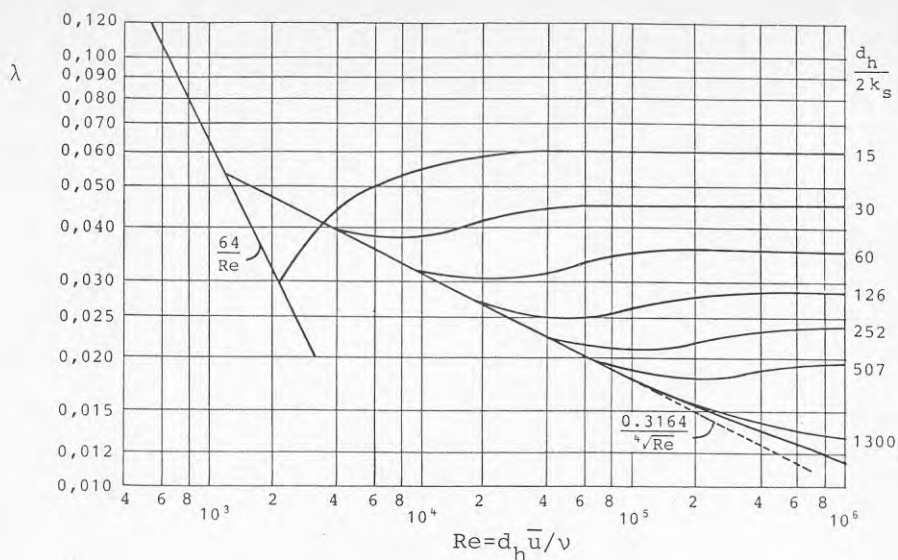
Ekvation (2.12) gäller med andra ord för fullt utbildad, stationär, inkompressibel, laminär strömning av en fluid med konstant viskositet och temperatur.

### 2.2.2 Tvårsnittens inverkan på strömningen

Sambandet tryckförlust-strömningshastighet, vid fullt utbildad, stationär, inkompressibel strömning, kan generellt beskrivas med allmänna friktionsformeln även kallad Darcy-Weisbach's formel

$$\Delta p = \frac{\lambda l \rho \bar{u}^2}{2d_h} \quad (2.13)$$

Friktionsfaktorn,  $\lambda$ , uppvisar olika egenskaper beroende på om strömningen är turbulent eller laminär, vilket illustreras i figur 2.3. Vid turbulent strömning påverkas  $\lambda$  av skrovligheten hos springans väggar men är oberoende av Reynolds' tal vid höga Re-värden. Vid laminär strömning är  $\lambda$  lineärt beroende av  $Re^{-1}$ , jämför ekvation (2.12), men oberoende av skrovligheten. I ett övergångsområde är friktionsfaktorn beroende av såväl Re som skrovlighet.



Figur 2.3 Friktionsfaktorn,  $\lambda$ , som funktion av Reynolds' tal (ekvation (2.5)) och relativ skrovlighet  $d_h/2 \cdot k_s$ , där  $k_s$  betecknar sandskrovligheten. Figuren redovisar experimentella resultat för rörströmning och funktionen är i det laminära området enbart tillämplig på cirkulära tvärsnitt. Efter *Nikuradse (1933)*.

I allmänna friktionsformeln beaktas tvärsnittsformens inverkan, vid turbulent strömning, genom användandet av den hydrauliska diametern,  $d_h$ , definierad enligt ekvation (2.6).

Vid laminär strömning fungerar inte denna enkla metod att beakta olika tvärsnittsformer med hjälp av den hydrauliska diametern. I stället måste friktionsfaktorn,  $\lambda$ , härledas för varje tvärsnittsform (på liknande sätt som gjordes i föregående avsnitt för fallet strömning mellan parallella plattor).

Friktionsfaktorn är, som tidigare nämnts, i den laminära regionen en funktion av  $Re$  på formen  $\lambda = \frac{c}{Re}$ , där  $c$  är en konstant som är unik för varje tvärsnittsform. Ett antal analytisk bestämda värden på  $c$  anges i tabell 2.1.



Tabell 2.1 Värden på  $c = \lambda \cdot Re$  för ett antal tvärsnittsformer

cirkel	$c = 64$
kvadrat	$c = 57$
liksidig triangel	$c = 52$
rektangel	$c = 57-96$

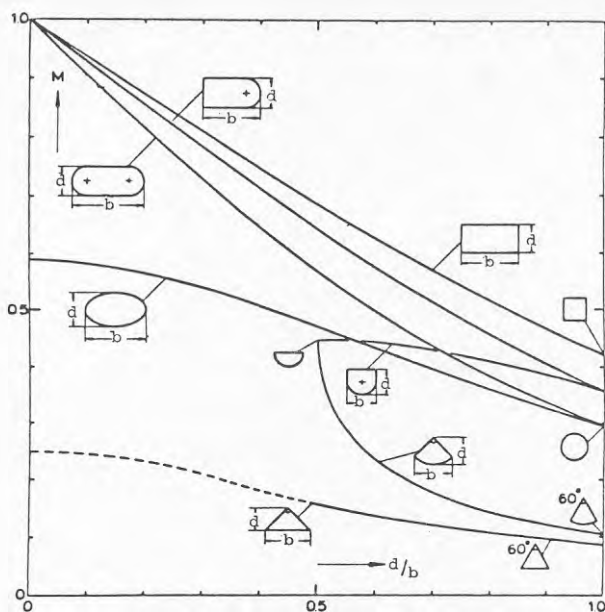
Vid tvärsnitt vars form inte fullständigt kan beskrivas av enbart ett geometriskt mått, t ex rektangeln, erhålls ett värde på  $c$  för varje geometriskt förhållande.

En alternativ metod att beakta tvärsnittsformens inverkan vid laminär strömning är att införa flödesmodulen,  $M$ , i det tidigare härledda strömningssambandet (ekvation (2.12)) för springa mellan parallella plattor.

$$\Delta p = \frac{12 \cdot \mu \cdot l \cdot Q}{M \cdot b \cdot d^3} \quad (2.14)$$

Studerar vi ett godtyckligt tvärsnitt med en maximal bredd ( $b$ ) och en maximal höjd ( $d$ ) definieras flödesmodulen som förhållandet mellan flödet genom detta tvärsnitt delat med dess maximala bredd och flödet per breddenhet i springa med vidden  $d$  mellan parallella plattor (vid i övrigt identiska förhållanden). Av denna definition inses att  $M > 0$  och  $M \leq 1$ . För varje tvärsnitt finns ett samband mellan friktionsfaktorn  $\lambda$  i ekvation (2.13) och flödesmodulen  $M$  i ekvation (2.14). Ekvation (2.14) har fördelen gentemot ekvation (2.13) att varken den hydrauliska diametern eller Reynolds tal behöver beräknas.

I figur 2.4 redovisas flödesmodulen som funktion av höjd/bredd-förhållandet för ett antal tvärsnitt.

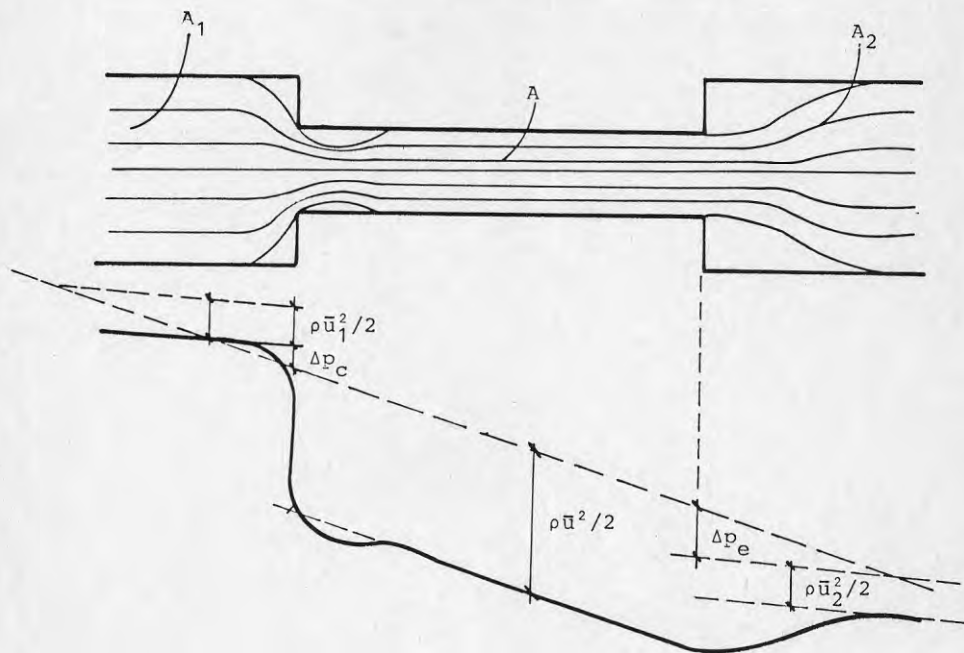


Figur 2.4 Flödesmodulen för olika tvärsnitt som funktion av höjd/bredd förhållande. Efter *Holmes* (1967).

## 2.3 Engångsförluster

### 2.3.1 Allmänt om engångsförluster

Hittills har vi behandlat strömning i springor och sprickor vilka haft samma tvärsektion i hela sin längdriktning. I detta avsnitt skall vi studera de tryckförluster som tillkommer vid inlopp, utlopp, sektions- och riktningsändringar. Dessa förluster kallas fortsättningsvis engångsförluster, i enlighet med strömningsteknisk praxis.



Figur 2.5 Strömlinjer vid sektionssminkning och sektionssökning. Tryckfall och engångsförluster.  $\Delta p_c$  = tryckförlust vid sektionssminkning.  $\Delta p_e$  = tryckförlust vid sektionssökning.

Betrakta vad som händer vid en plötslig sektionssminkning, vilket illustreras i vänstra delen av figur 2.5. Långt uppströms sektionssminkningen är strömningen helt opåverkad. Strömlinjerna i figur 2.5 är parallella. Närmare sektionssminkningen måste avståndet mellan strömlinjerna minska för att anpassa till det trängre tvärsnittet nedströms. Hastighetsfördelningen över tvärsnittet förändras och fluidpartiklarnas hastighet måste öka för att uppfylla

kontinuitetsvillkoret. Vid plötsliga sektionminskningar, som i figur 2.5, separerar strömningen från uppströmssektionens väggar. I separationszonerna i hörnen uppkommer stationära virvlar. Vid inloppet till nedströmssektionen kommer fluidpartiklar nära väggarna att uppbromsas. Vid skarpkantade inlopp separerar ofta strömningen på det sätt som visas i figur 2.5. Vid mjuka övergångar mellan tvärsnitten inträffar ingen separation. Nedströms inloppet sker en successiv förändring av hastigheten över tvärsnittet så att fullt utbildad hastighetsfördelning slutligen uppnås.

Med engångsförlusterna för den ovan beskrivna sektionminskningen avses de tryckförluster som tillkommer jämfört med om strömningen varit fullt utbildad hela vägen i såväl uppströms- som nedströmssektionerna. För laminär strömning erhålls följande samband:

$$\Delta p_{\text{engång}} = \Delta p_{ab} - \frac{12\mu l_a Q}{M_1 b d_1^3} - \frac{12\mu l_b Q}{M b d^3} \quad (2.15)$$

där

$l_a$  = avstånd från sektionändringen till en punkt a i uppströmssektionen där strömningen är fullt utbildad.

$l_b$  = avstånd från sektionändringen till en punkt b i nedströmssektionen där strömningen är fullt utbildad.

$\Delta p_{ab}$  = total tryckskillnad mellan punkterna a och b.

$\Delta p_{\text{engång}}$  = engångsförlusterna

index = 1 avser uppströmssektionen.

Vid sektionminskningen orsakas tryckförluster både av kinetiska och viskösa effekter.

De tryckförluster som orsakas av kinetiska effekter, det vill säga den ovan beskrivna ändringen av fluidpartiklarnas hastighet betecknas fortsättningsvis

$$\Delta p_{\text{kinetisk}} \cdot$$

Det faktum att fluidpartiklar närmare väggarna har en längre strömningsväg än partiklar som rör sig utmed centrumlinjen och den ökade viskösa dissipationen då avståndet mellan strömlinjerna minskar är exempel på viskösa effekter som ger upphov till tryckförluster. Dessa tryckförluster betecknas  $\Delta p_{\text{viskös}}$ .

Engångsförlusterna för förlustställen som sektion- eller riktningsändringar kan bestämmas på experimentell eller teoretisk väg. Vid låga Reynolds' tal, då engångsförlusterna oftast är mycket små, ställs stora krav på den experimentella noggrannheten, varför teoretiska bestämningar i regel är tillförlitligare. Vid turbulent strömning är, på grund av komplexa strömningsförhållanden, experimentell bestämning av engångsförlusterna ofta tillförlitligare än teoretiska modeller. Strömning genom sprickor är så komplex att endast experimentella undersökningar kan komma i fråga.

I de närmast följande avsnitten anges samband för bestämning av engångsförluster vid sektionminskningar, sektionökningar och krökar. I dessa avsnitt behandlas främst engångsförluster vid laminär strömning. I respektive avsnitt lämnas hänvisning till litteratur där förlustkoefficienter för turbulent strömning anges.

### 2.3.2 Engångsförluster vid sektionminskningar

Beskrivningen i avsnitt 2.3.1 visar att engångsförlusterna har dels ett kinetiskt och dels ett visköst ursprung. Det är naturligt att söka uttrycka de förluster som bero av kinetiska effekter i förhållande till förändringen i kinetisk energi.

$$\Delta P_{\text{kinetisk}} = \frac{m \cdot \rho (\bar{u}^2 - \bar{u}_1^2)}{2} = m \left( 1 - \left( \frac{A}{A_1} \right)^2 \right) \frac{\rho \bar{u}^2}{2} \quad (2.16)$$

där  $\bar{u}$  och  $A$  är medelhastighet respektive tvärsnittsarea i den mindre sektionen och  $\bar{u}_1$  och  $A_1$  är motsvarande storheter i den större sektionen. Förlustkoefficienten  $m$  benämns ibland Hagenbach-koefficienten (*Hagenbach, 1860*).

Redan för mer än hundra år sedan använde *Weisbach (1878)* ovanstående samband för att beräkna engångsförlusterna. Det bör påpekas att förändringen i termen  $\rho \bar{u}^2 / 2$  inte är densamma som förändringen i kinetisk energi. Detta beror på att hastigheten inte är lika stor över hela tvärsnittet. Olika värden på förlustkoefficienten  $m$  erhålls därför för olika tvärsnitt och hastighetsfördelningar.

Förlustkoefficienten  $m$  i ekvation (2.16) är i det närmaste konstant vid Reynolds' tal större än 500. Vid  $Re < 500$  varierar  $m$  med  $Re$  på grund av viskösa effekter. Vid mycket låga Reynolds' tal är de viskösa förlusterna helt dominerande och förlusterna varierar lineärt med  $Re$ . Vid  $Re < 1$  där engångsförlusterna nästan enbart är beroende av viskösa effekter kan därför nedanstående ekvation användas för beräkning av engångsförlusternas storlek.

$$\Delta P_{\text{viskös}} = \frac{\eta \rho (\bar{u}^2 - \bar{u}_1^2)}{Re \cdot 2} = \frac{\eta}{Re} \left( 1 - \left( \frac{A}{A_1} \right)^2 \right) \frac{\rho \bar{u}^2}{2} \quad (2.17)$$

där  $n$  är en förlustkoefficient, vilken ibland benämns Couette-koefficienten (*Couette (1890)*). Engångsförluster av visköst ursprung är studerade i liten utsträckning beroende på att de är av betydelse endast vid låga Reynolds' tal. De värden som redovisas i litteraturen uppvisar stor spridning och resultaten är i vissa fall motsägelsefulla.

I Re-området 1-500 är både kinetiska och viskösa förluster av betydelse, vilket gör engångsförlusterna svårberäknade. Olika metoder att beräkna engångsförlusterna inom detta område förekommer.

En metod som använts av bland andra *Kays (1950)* och *Bunditkul (1978)* innebär att ekvation (2.16) används för att beräkna engångsförlusterna också vid  $Re < 500$ . Förlustkoefficienten  $m$  kommer då, på grund av de viskösa effekterna, att variera med  $Re$ .

I en annan metod, använd av bland annat *Holmes (1967)*, beräknas engångsförlusterna genom att summera förlusterna enligt ekvationerna (2.16) och (2.17).

$$\Delta p_{\text{engång}} = \left( m + \frac{n}{Re} \right) \left( 1 - \left( \frac{A}{A_1} \right)^2 \right) \frac{\rho \bar{u}^2}{2} \quad (2.18)$$

Fördelen med ekvation (2.18) är att den med kontanta värden på förlustkoefficienterna  $m$  och  $n$ , kan användas inom hela det laminära området. I denna rapport beräknas engångsförlusterna enligt ekvation (2.18) och värden på förlustkoefficienterna  $m$  och  $n$  redovisas.

I litteraturen redovisas ett stort antal undersökningar av engångsförlusternas storlek. De flesta undersökningarna behandlar strömning i cirkulära rör. Beroende på att undersökningarna baseras på olika förutsättningar uppvisar resultaten viss spridning. Övervägande antalet av undersökningarna gäller strömning vid  $Re > 500$ , varför Hagenbach-koefficienter studerats i betydligt större utsträckning än

Couette-koefficienter. För turbulent strömning finns förlustkoefficienter för en mängd olika strömningsfall samlade i olika handböcker, exempelvis *Ideléhik (1966)*.

I tabell 2.2 redovisas, för olika tvärsnitt, Hagenbach-respektive Couette-koefficienter vid sektionsminskning. Samtliga redovisade värden gäller för centralt placerade sektionsändringar, där fullt utbildad strömning föreligger såväl uppströms som nedströms.

Tabell 2.2 Värden på Hagenbach-koefficienten (m) och Couette-koefficienten (n) redovisade i litteraturen

Referens	m	n	teor/ exp	anm.
Cirkulärt tvärsnitt O				
Boussinesq, J (1891)	1,24		teor	
Knibbs, G H (1897)	1,27		exp	
Schiller, L (1922)	1,16		teor	
Schiller, L (1922)	1,32		exp	
Rieman, W (1928)	1,25		exp	
Langhaar, H L (1942)	1,28		teor	
Siegel, R (1953)	1,11		teor	
Swindells, J R, Coe, T B & Godfrey, J (1959)	1,30		exp	
Collins, M & Schowalter, W R (1962)	1,33		teor	
Campbell, W D & Slattery, J C (1963)	1,18		teor	
Lundgren, T S, Sparrow, E M & Starr, J B (1964)	1,33		teor	
Hosking, R (1909)		52,4	exp	
Karev, V N (1953)		27	exp	Re < 8
Rivas, M A & Shapiro, A H (1956)		14,7	exp	
Oka, S (1960)		18,1-25,6	exp	
Weissberg, H L (1962)		37,7-43,6	teor	
La Nieve, H L & Bogue, D C (1968)		36,8	exp	
Chen, R Y (1973)	1,20	38,0	teor	Re < 0,1
Linehan, J H & Hirsch, S H (1977)	28,2-33,8		exp	Re = 0,000035 - 0,01
Astarita, G & Greco, G (1968)	5,48	795	exp	
Kaye, S & Rosen, S L (1971)	1,32	159	exp	

forts...



Tabell 2.2 (forts.)

Referens	m	n	teor/ exp	anm.
Springa mellan parallella plattor				
Schlichting, H (1934)	0,601		teor	
Bodia, J R & Osterle, J F (1961)	0,676		teor	
Roidt, M & Cess, R D (1962)	0,630		teor	
Collins, M & Schowalter, W R (1962)	0,676		teor	
Lundgren, T S, Sparrow, E M & Starr, J B (1964)	0,686		teor	
Beavers, G S, Sparrow, E M & Magnusson, R A (1970)	0,630		exp	
Holmes, D B (1967)		47,5	exp	d/b = 0,1
Chen, R Y (1973)	0,64	19,0	teor	
Kvadratisk tvärsnitt				
Lundgren, T S, Sparrow, E M & Starr, J B (1964)	1,55		teor	
Beavers, G S, Sparrow, E M & Magnusson, R A (1970)	1,31		exp	
Holmes, D B (1967)		39,8	exp	
Liksidigt triangulärt tvärsnitt				
Lundgren, T S, Sparrow, E M & Starr, J B (1964)	1,82		teor	

Enligt de i tabell 2.2 redovisade undersökningsresultaten är Hagenbach-koefficienten vid sektionsminskning, ungefär 1,3 för cirkulära rör och ungefär 0,63 för springor mellan parallella plattor.

Undersökningarna av Couette-koefficienten för cirkulära tvärsnitt uppvisar stor spridning i resultaten. Flera undersökningar, *Weissberg (1962)*, *La Nieve & Bogue (1968)* och *Chen (1973)*, anger Couette-koefficienten till ungefär 38. Detta värde har även använts i andra undersökningar

t.ex. *Holmes (1967)* och *Linehan & Hirsch (1977)*. Couette-koefficienter för springor mellan parallella plattor redovisas av *Holmes (1967)* och *Chen (1973)* och för springor med kvadratisk tvärsnitt av *Holmes (1967)*.

I två undersökningar, *Astarita & Greco (1968)* och *Kaye & Rosen (1971)*, har man sökt bestämma såväl Hagenbach- som Couette-koefficienter ur experimentella resultat. De erhållna värdena är betydligt större än de som redovisas i övriga undersökningar. Bidragande orsak till detta förhållande kan, åtminstone vad gäller den förstnämnda undersökningen, vara att mätningar skett på en icke fullt utbildad hastighetsprofil.

Av tabell 2.2 framgår att tryckförluster vid sektionsminskningar endast har studerats för ett fåtal tvärsnittsformer. I vissa fall kan de angivna förlust-koefficienterna, med god approximation, även användas för snarlika tvärsnitt. Sålunda kan enligt *Lundgren, Sparrow & Starr (1964)* Hagenbach-koefficienten för sektionsminskning i en rak springa mellan plana parallella plattor även användas om plattorna har en krökning vinkelrätt strömningsriktningen, under förutsättning att krökningen inte är större än att förhållandet inre krökningsradie/yttre krökningsradie  $> 0,6$ .

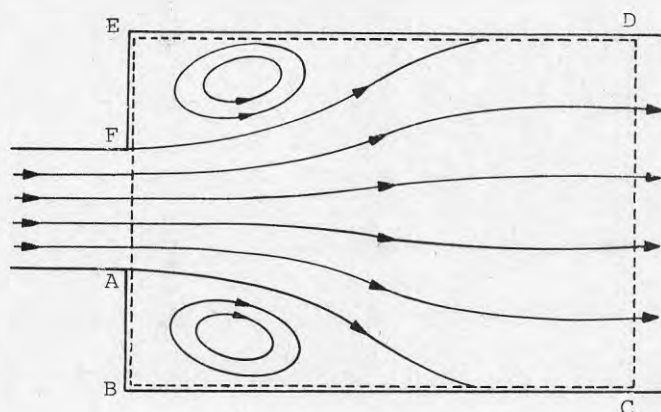
### 2.3.3 Engångsförluster vid sektionsökningar

Tryckförlusterna vid sektionsökningar orsakas, liksom vid sektionsminskningar, av kinetiska och viskösa effekter. Strömningsbilden vid sektionsökningar skiljer sig dock i flera avseenden från den vid sektionsminskningar.

Vid sektionsökningar separerar i allmänhet flödet från randen, figur 2.6. Vid laminär strömning uppstår permanenta virvlar i de separerade zonerna. Någon transport av fluid-

partiklar mellan separationszonerna och huvudflödet förekommer inte vid laminär strömning och separationszonerna har enligt *Macagno & Hung (1967)* nästan enbart en formgivande inverkan på huvudflödet.

Medan sektionminskningar verkar stabiliserande på flödet har sektionökningar motsatt effekt. Vid sektionökningar bibehålls eller förstärks oregelbundenheter i strömningen. Vid turbulent strömning är de turbulenta fluktuationerna större nedströms sektionökningen än uppströms den samma.



Figur 2.6 Strömning vid plötslig sektionökning

Genom att använda impulssatsen i flödesriktningen på volymen ABCDEF i figur 2.6 kan ett uttryck på tryckförlusterna vid en sektionökning erhållas. Impulssatsen säger att vid stationär strömning är resultanten till de yttre krafterna på en kontrollvolym lika med summan av impulsen av per tidsenhet ur kontrollvolymen utströmmad massa.

$$\begin{aligned}
 p_{1,\text{stat}} A_1 - p_{2,\text{stat}} A_2 + p_{1,\text{stat}} (A_2 - A_1) &= \\
 = \rho u_2^2 A_2 - \rho u_1^2 A_1 & \quad (2.19)
 \end{aligned}$$

där index = 1 avser uppströmssektionen och index = 2 avser nedströmssektionen.

Med hjälp av kontinuitetsekvationen och sambandet mellan statiskt tryck och totaltryck erhålls

$$p_1 - p_2 = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \frac{\rho \cdot \bar{u}_1^2}{2} \quad (2.20)$$

Denna ekvation benämns Borda-Carnot's ekvation. Förutom kravet på stationär strömning gäller följande förutsättningar för ekvation (2.20):

- Statiska trycket antas vara konstant på sträckorna AB och EF i figur 2.6 och lika stort som i den mindre sektionen FA;
- Jämn hastighetsfördelning antas föreligga i såväl upp- som nedströmssektionerna, FA och CD;
- Tryckförlusterna på grund av friktion antas vara försumbara.

Experimentella undersökningar har enligt *Ward-Smith (1980)* bekräftat den förstnämnda förutsättningens rimlighet vid turbulent strömning.

Förutsättningen om jämn hastighetsfördelning är inte strikt tillämpbar i verkliga strömningsfall. Hastighetsfördelningen vid fullt utbildad turbulent strömning avviker inte så mycket från en jämn fördelning. Ekvation (2.20)'s användbarhet vid turbulent strömning har bekräftats av bland andra *Archer (1913)*, *Schutt (1929)*, *Peters (1931)*, *Hall & Orme (1955)* och *Ackeret (1967)*. Vid fullt utbildad laminär strömning kan inte ekvation (2.20) användas utan

att korrektion för den parabelformiga hastighetsprofilen görs. Genom att införa rörelsemängds och kinetisk energi koefficienter ( $\alpha$  respektive  $\beta$ ) är det möjligt att uttrycka variationer i hastighetsfördelningen i förhållande till medelhastigheten (jämför avsnitt 2.3.1 och 2.3.5).

Rörelsemängdskoefficienten relaterar variationen i rörelsemängd över tvärsnittet till medelhastigheten, enligt:

$$\alpha = \frac{1}{\bar{u}^2 A} \int_A u^2 dA \quad (2.21)$$

På liknande sätt relaterar kinetisk energi koefficienten variationen i kinetisk energi till medelhastigheten:

$$\beta = \frac{1}{\bar{u}^3 A} \int_A u^3 dA \quad (2.22)$$

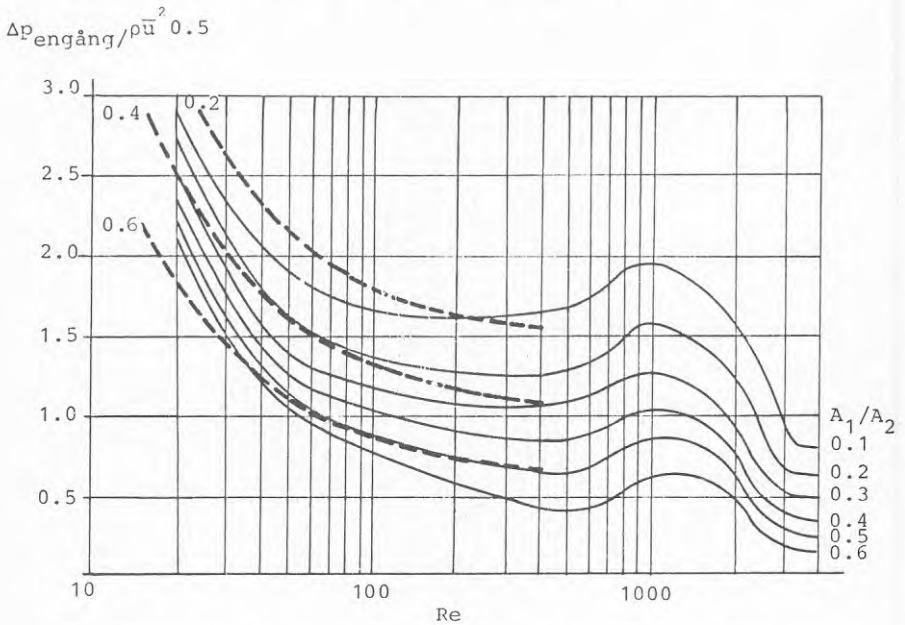
Därmed kan ekvation (2.20) modifieras med följande resultat:

$$p_1 - p_2 = \left( \beta_1 - 2\alpha_1 \frac{A_1}{A_2} + (2\alpha_2 - \beta_2) \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right) \frac{\rho \bar{u}_1^2}{2} \quad (2.23)$$

Vid fullt utbildad laminär strömning i springa med cirkulärt tvärsnitt är  $\alpha = 1,33$  och  $\beta = 2,00$  och i springa mellan parallella plattor är  $\alpha = 1,20$  och  $\beta = 1,55$ . Motsvarande värden vid fullt utbildad turbulent strömning i springa med cirkulärt tvärsnitt är  $\alpha \approx 1,02$  och  $\beta \approx 1,06$ .

I figur 2.7 redovisas av *Karev (1952)* uppmätta engångsförluster vid sektionsökning i cirkulära rör. Av figuren framgår att tryckförlusterna vid  $Re < 4000$  varierar med  $Re$ . Detta indikerar att friktionens inverkan inte kan försummas inom området  $Re < 4000$ . *Weissberg (1962)* anger att vid  $Re < 1$  är de viskösa effekterna lika stora vid sektionsökning som vid

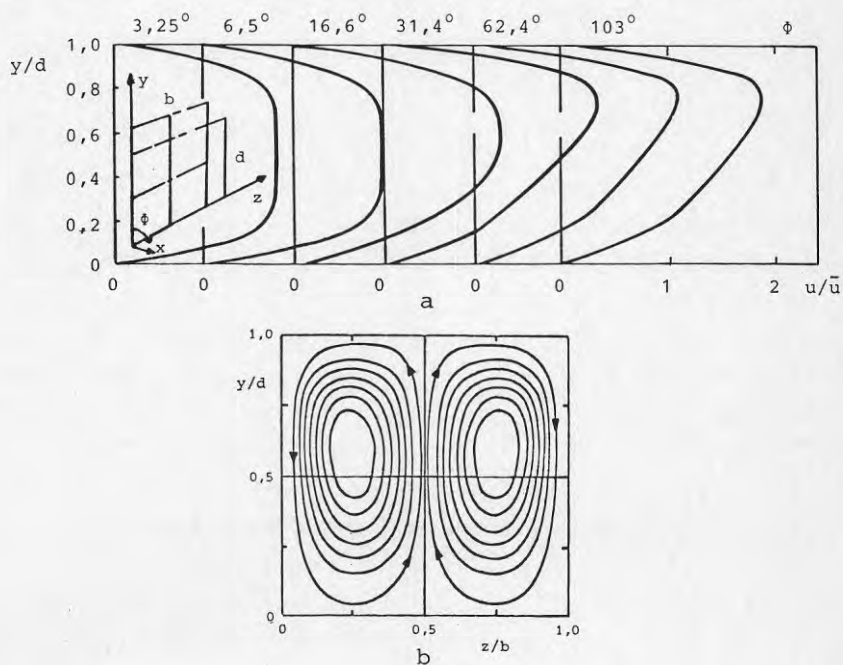
sektionsminskning. Karevs experimentella resultat styrker detta påstående. Detta innebär att ekvation (2.17) och Couette-koefficienter givna i tabell 2.2 kan användas för att beräkna de viskösa effekternas inverkan på tryckförlusterna vid sektionsökningar. I figur 2.7 har markerats resultat av en ansats att beräkna totala engångsförlusten vid sektionsökning genom att summera tryckförluster beräknade enligt ekvation (2.17) med förluster beräknade enligt ekvation (2.23). För areaförhållandet  $A_1/A_2 = 0,6$  är överensstämmelsen god med experimentella resultat. För  $A_1/A_2 \leq 0,4$  leder ansatsen till att engångsförlusterna överskattas. Ansatsen kan användas för överslagsmässig beräkning av engångsförlusterna vid plötslig sektionsökning. Vid noggrannare beräkningar rekommenderas att de uppmätta engångsförlusterna i figur 2.7 används, även om dessa kurvor baseras på ett begränsat dataunderlag.



Figur 2.7 Engångsförluster vid sektionsökning i springa med cirkulärt tvärsnitt. Heldragna linjer = Experimentella resultat enligt Karev (1952). Streckade linjer = Resultat av beräkningsansats. Jämför texten.

### 2.3.4 Engångsförluster vid ändringar av flödesriktning

När en fluid som strömmar i en ursprungligen rak flödesgeometri utsätts för en riktningsändring kommer fluid-elementen, på grund av centrifugalkraften, att pressas utåt från krökningscentrum. En skev hastighetsfördelning utbildas över tvärsnittet därför att fluidelement med högre hastighet utsätts för en större radiellt riktad kraft än de med lägre hastighet, figur 2.8a. En virvelrörelse uppstår vinkelrätt mot springens längdaxel då fluidelementen pressas mot tvärsnittets ytteryta där de bromsas upp och därefter rör sig utmed tvärsnittets begränsningsytor in mot krökningscentrum, figur 2.8b.



Figur 2.8 a: Hastighetsfördelningens utveckling i en krökt springa med kvadratisk tvärsnitt. Jämn hastighetsprofil vid inloppet. Krökningsradien =  $r_c$ ,  $Re = 206$ ,  $(d_h/r_c)^{-1} = 14$ , Deans tal.  $(Re(d_h/r_c)^{\frac{1}{2}} = 55$ .

b: Fluidelementens rörelser vinkelrätt mot springans längdaxel. Efter *Ghia & Sokhey (1977)*.

En fullt utbildad krökt strömning kommer att erhållas ett stycke nedströms inloppet i den krökta springan under förutsättning att springans tvärsnitt och krökningsradie är konstanta och den krökta delen av springan är tillräckligt lång. En av de första som analytiskt studerade den fullt utbildade krökta strömningen var *Dean (1927, 1928a)*. Han fann att strömningen kunde beskrivas med hjälp av parametern  $De$ , vilken numera benämns Deans tal.

$$De = Re \left( \frac{d_h}{r_c} \right)^{1/2} \quad (2.24)$$

där  $r_c$  = springans krökningsradie.

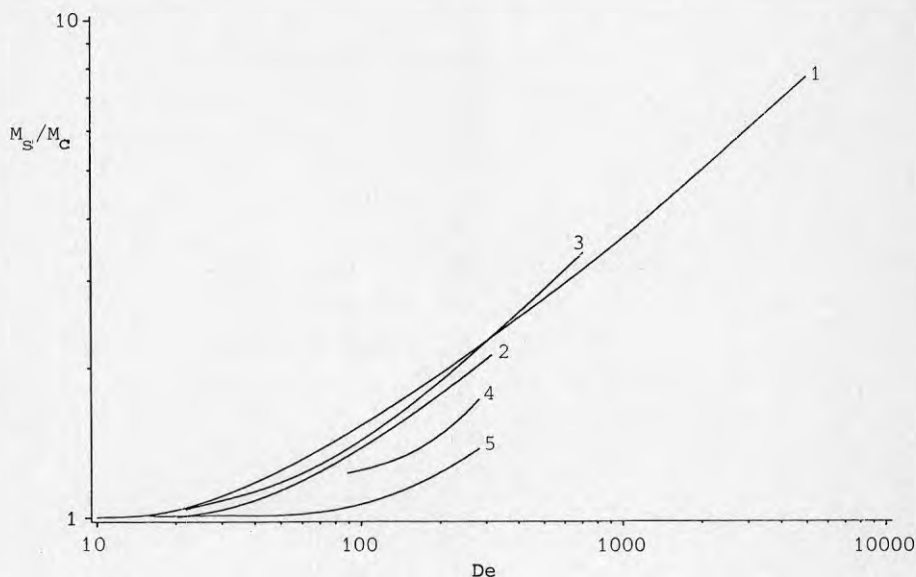
I figur 2.9 redovisas, som funktion av Deans tal, tryckförluster vid fullt utbildad krökt strömning (flödesmodulen =  $M_c$ ) i förhållande till tryckförluster vid fullt utbildad strömning i raka springor (flödesmodulen =  $M_s$ ).

Sambanden i figur 2.9 gäller under förutsättningen  $d_h/r_c \ll 1$ . Vid skarpare krökning blir förhållandet  $M_s/M_c$  beroende av  $d_h/r_c$ . Enligt *Lin (1972)* och *Cheng, Lin & Ou (1976)* kan gränsen för detta beroende sättas vid  $d_h/r_c = 0,1$  för såväl cirkulära som kvadratiske tvärsnitt.

Samtliga i figur 2.9 redovisade samband gäller för laminär strömning. En effekt av krökningen är att det kritiska Reynoldska talet för omslag till turbulent strömning ökar med  $d_h/r_c$ . Fullt utbildad turbulent strömning i krökta springor har studerats av bland andra *Ito (1959)*.

I litteraturen (*Goldstein (1938)*, *So (1976)* och *Ward-Smith (1980)*) redovisas tryckförluster för fullt utbildad krökt strömning i springa mellan parallella plattor. Härvid har antagits att flödet är av tvådimensionell natur på grund av springans oändliga utsträckning vinkelrätt mot





Figur 2.9 Förhållandet mellan flödesmodulerna för rak respektive krökt fullt utbildad laminär strömning ( $M_s/M_c$ ) som funktion av Deans tal ( $De$ ).

Kurva 1 Cirkulärt tvärsnitt.  $De = 1-24$  enligt *Dean (1928)*  
 $De = 24-1400$  enligt *White (1929)*  
 (experimentell undersökning)  
 $De = 1400-5000$  enligt *Ito (1969)*

Kurva 2 Rektangulärt tvärsnitt. sidförhållande  $b:d = 1:2$

Kurva 3 Kvadratisk tvärsnitt

Kurva 4 Rektangulärt tvärsnitt. sidförhållande  $b:d = 2:1$

Kurva 5 Rektangulärt tvärsnitt. sidförhållande  $b:d = 5:1$

Kurva 2 - 5 enligt *Cheng, Lin & Ou (1976)*

flödesriktningen. Under denna förutsättning kan en lösning härledes direkt ur Navier-Stokes ekvationer.

$$\frac{M_s}{M_c} = \frac{3}{4} \left( \left( \frac{2r_c}{d} \right)^2 - \left( \frac{\left( \frac{2r_c}{d} - 1 \right)^2}{2} \ln \frac{\left( \frac{2r_c}{d} + 1 \right)}{\left( \frac{2r_c}{d} - 1 \right)} \right)^2 \right) \quad (2.25)$$

Lösningen visar att krökningens inverkan på tryckförlusterna är obetydlig för springor mellan parallella plattor. Förhållandet  $M_s/M_c$  varierar enligt ekvation (2.25) med  $d/r_c$  men är oberoende av Re. Ekvation (2.25) har inte verifierats experimentellt. Flera undersökningar, till exempel *Kelleher, Flentie & McKee (1980)*, har visat att virvelbildning uppstår även vid denna flödesgeometri, varför antagandet om tvådimensionellt flöde kan ifrågasättas. *Dean (1928b)* förutsade att virvelbildning skulle uppstå vid  $De > 100$  vilket har bekräftats av *Reid (1958)*.

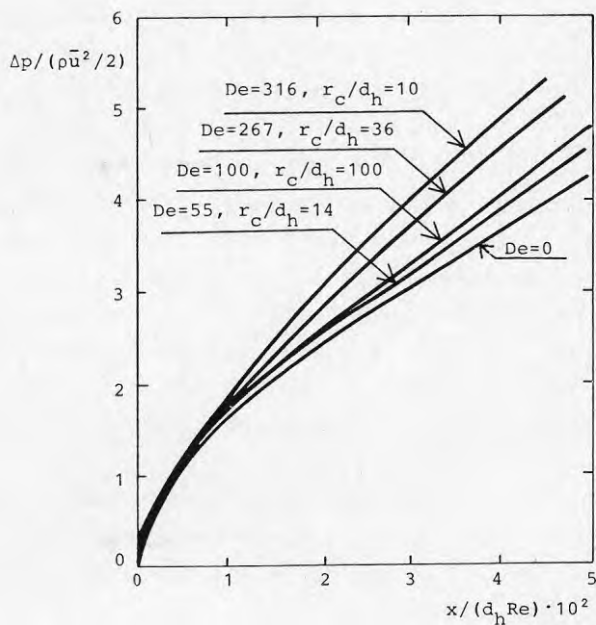
I de flesta verkliga krökar åtgår en avsevärd sträcka för strömningen att utbildas, jämför figur 2.8. I många krökar hinner fullt utbildad strömning överhuvudtaget inte att uppstå. Det är främst i spiralformiga springor som den fullt utbildade krökta strömningen dominerar. Engångsförlusterna (krökförlusterna) kommer att utgöras av förluster vid inlopp och utlopp samt eventuellt förluster orsakade av skillnaden mellan fullt utbildad krökt strömning och fullt utbildad rak strömning.

Storleken av krökförlusterna beror av ett flertal faktorer:

- Riktningensändringens storlek;
- Relativa krökningen  $d_h/r_c$ ;
- Reynolds tal;
- Springans tvärsnittsform;
- Krökens utseende (Till exempel: rundad krök, olika krökningsradier, förekomst av brytpunkter, mm.);
- Förhållanden vid inlopp och utlopp;
- Ytråhet (vid turbulent strömning).

För turbulent strömning finns krökförluster för en mängd olika fall angivna i handböcker, till exempel *Idelóhik* (1966)\*. Krökförlusterna vid laminär strömning är undersökta i betydligt mindre utsträckning. Författaren känner endast till ett par experimentella undersökningar av äldre datum, *Bruins* (1940) och *Beck* (1944), vilka behandlar förluster vid laminär strömning i krökar med cirkulärt tvärsnitt. Dessa undersökningar är av tvivelaktig kvalitet, varför resultaten inte redovisas här.

Under senare år (1970-) har laminär strömning i inloppet till krökar studerats, med hjälp av olika analytiska metoder, av *Pickett* (1968), *Yao* (1973), *Singh* (1974) och *Patankar, Pratap & Spalding* (1974) för cirkulära tvärsnitt, av *Ghia & Sokhey* (1977) för rektangulära tvärsnitt och av *Taylor, Whitelaw & Yianneskis* (1982) för kvadratiska tvärsnitt. I figur 2.10 visas hur tryck-



Figur 2.10 Tryckförluster i inloppet till krök med kvadratisk tvärsnitt. Enligt *Ghia & Sokhey* (1977).

\* Observera att krökförlusterna i vissa böcker anges som helhetsförluster. Varför krökens längd inte skall medtagas vid beräkning av tryckförluster orsakade av friktion mot springans ytor.

förlusterna utvecklas i en krök med kvadratisk sektion, enligt *Ghia & Sokhey (1977)*. Jämn hastighetsprofil har antagits föreligga i inloppssnittet, jämför figur 2.8.

Sammanfattningsvis kan konstateras att krökförluster vid laminär strömning inte har studerats i tillräcklig omfattning. Exempelvis har geometrier där separation kan tänkas uppstå överhuvudtaget inte studerats. Tillförlitliga experimentella data saknas.

#### 2.3.5 Engångsförluster vid ofullständigt utbildad strömning

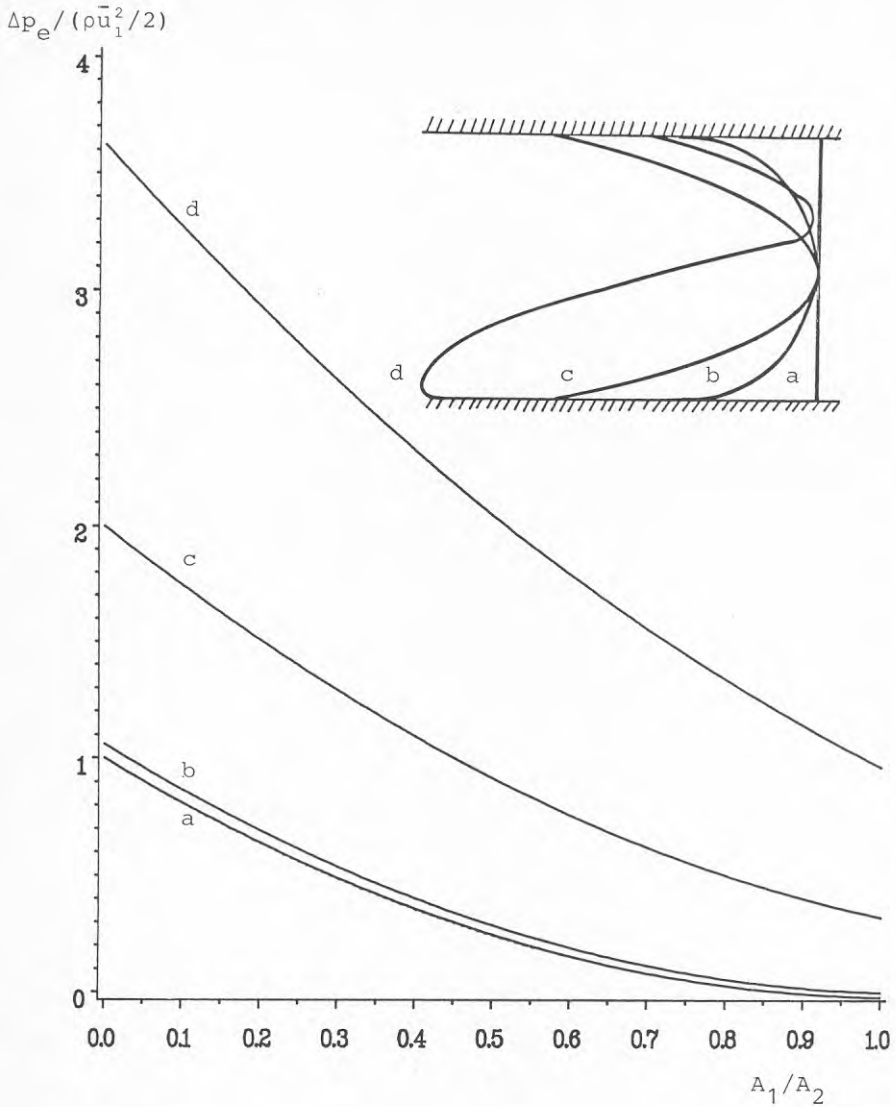
Tryckförlusterna vid strömning genom en springa beräknas normalt som summan av förlusterna orsakade av friktion mot springans begränsningsytor och ett antal tilläggsförluster (engångsförluster) som uppstår vid sektions- och riktningsändringar. De värden på engångsförlusternas storlek som redovisats i de föregående avsnitten gäller under förutsättning att strömningen är fullt utbildad både uppströms och nedströms förluststället. Avståndet mellan två förlustställen kan dock vara så litet att fullt utbildad strömning inte erhålls däremellan. Därvid kommer tryckförlusterna att påverkas. Beroende på om kombinationen av de båda förlustställena är gynnsam eller ogynnsam, kan den totala engångsförlusten komma att bli betydligt mindre eller större än summan av de båda engångsförlusterna vid fullt utbildad strömning.

*Miller (1971)* har studerat hur olika kombinationer av sektions- och riktningsändringar påverkar tryckförlusterna vid turbulent strömning. Motsvarande studier för laminär strömning saknas.

När avståndet mellan två förlustställen minskar börjar de påverka varandra vilket yttrar sig på följande sätt:

- Engångsförlusterna för det första förluststället påverkas på grund av att nedströmssträckan avkortas. Normalt innebär detta att förlusterna minskar. Denna effekt är ofta liten på grund av att engångsförlusterna utbildas på en betydligt kortare sträcka än vad som krävs för att uppnå en fullt utbildad hastighetsprofil. *Sparrow, Hixon & Shavit (1967)* fann vid mätningar på sektionsminskningar i rektangulära springor att 99% av engångsförlusterna utbildas på en 3-5 gånger kortare sträcka än en fullt utbildad hastighetsfördelning.
  
- Engångsförlusterna vid det andra förluststället påverkas genom att hastighetsprofilen inte är fullt utbildad uppströms. En mindre förändring av hastighetsprofilen har ringa påverkan på engångsförlusterna vid sektionsminskningar och krökar. Engångsförlusterna vid sektionsökningar kan påverkas betydligt av förändringar i hastighetsprofilen. I figur 2.11 redovisas hur engångsförlusterna vid en plötslig sektionsökning påverkas av hastighetsprofilens utseende uppströms. Kurvorna i figuren har erhållits med hjälp av ekvation (2.23), och avser turbulent strömning.

Vid ännu mindre avstånd mellan förlustställena kompliceras förhållandena ytterligare. Tryck- och hastighetsfördelningarna kommer att avvika avsevärt från de som föreligger vid störningsfri strömning. Det är inte längre meningsfullt att söka uttrycka den totala engångsförlusten i de enskilda engångsförlusterna.



Figur 2.11 Påverkan av hastighetsfördelningen uppströms på engångsförlusterna vid plötslig sektionsökning. Cirkulärt tvärsnitt. Turbulent strömning.

- a = jämn hastighetsfördelning
- b = fullt utbildad turbulent hastighetsfördelning
- c = parabelformad hastighetsfördelning
- d = hastighetsfördelning vid utlopp från skarp krök  $d/r_c = 0,5$

En kombination av förlustställen betecknas som gynnsam om den totala engångsförlusten är mindre än summan av de enskilda engångsförlusterna vid störningsfri strömning. Kombinationer bestående av två krökar är gynnsamma om krökningen är riktad åt samma håll (U-form) och ogynnsamma om krökningen är riktad åt motsatta håll (S-form). Kombinationer med förlustställen som ger separation, till exempel sektionsökningar, placerade uppströms är ogynnsamma. Den förlustökande effekten hos ogynnsamma kombinationer är i regel större än den motsatta effekten hos gynnsamma kombinationer.

#### 2.3.6 Engångsförlusternas betydelse vid några olika strömningsgeometrier

I de föregående avsnitten har engångsförluster redovisats för några vanligt förekommande förlustställen. I detta avsnitt visas med några exempel hur stor andel av totala strömningsmotståndet som orsakas av engångsförluster vid några olika strömningsgeometrier.

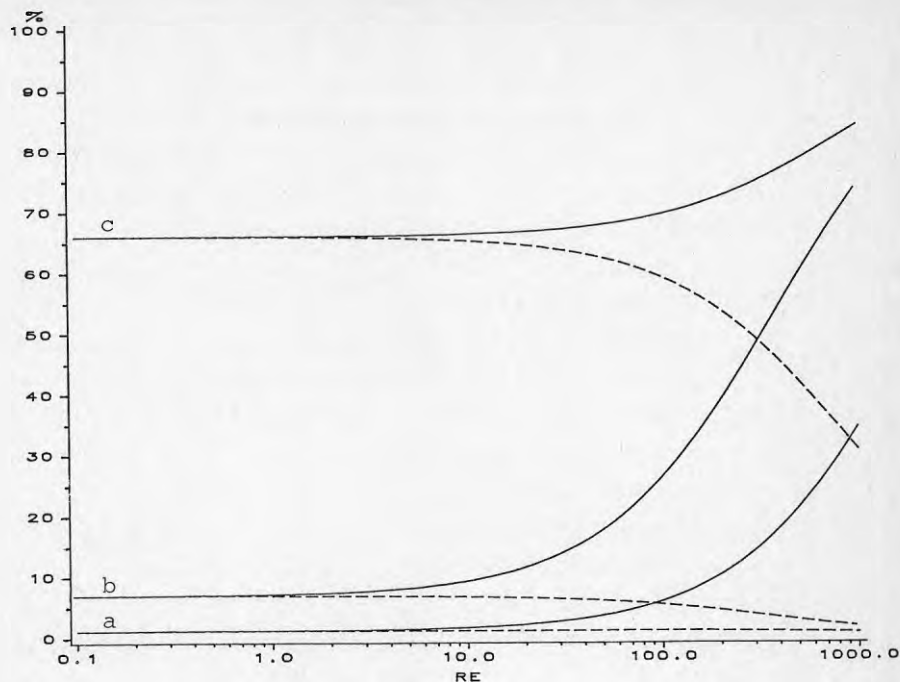
Exemplen sammanfattas i figur 2.12 där de streckade kurvorna markerar hur stor andel av totala totala tryckförlusterna, för de studerade strömningsgeometrierna, som utgörs av viskösa engångsförluster. De heldragna kurvorna i figuren visar totala engångsförlusternas andel av de totala tryckförlusterna. De viskösa engångsförlusterna har härvid beräknats enligt ekvation (2.17) och de totala engångsförlusterna enligt ekvation (2.18).

Geometri a i figur 2.12 utgörs av ett rakt cirkulärt rör med 16 cm längd och 1,6 mm diameter. (Mätningar på ett rör med dessa dimensioner redovisas i avsnitt 3.2). Vid denna strömningsgeometri förekommer engångsförluster endast vid in- och utlopp. Enligt figur 2.12 är de viskösa engångsförlusterna mycket små ( $\approx 1\%$ ) medan de kinetiska engångsförlusterna ( $\approx$  totala engångsförlusterna) vid  $Re = 500$  uppgår till ungefär 20% och vid  $Re = 1000$  till ungefär 30% av de totala engångsförlusterna.

Geometri b i figur 2.12 består av en 12 cm lång springa med springvidd 0,7 mm och med 10 stycken ekvidistant placerade 1 mm långa förträngningar med springvidd 0,1 mm. De viskösa engångsförlusterna för denna strömningsgeometri uppgår vid låga Reynolds tal ( $Re < 1$ ) till ungefär 7% av totala tryckförlusterna. Vid högre Reynolds tal utgörs totala engångsförlusterna huvudsakligen av kinetiska engångsförluster och uppgår vid  $Re = 100$ , 500 och 1000 till ungefär 25%, 60% respektive 70% av totala tryckförlusterna.

En spricka i betong utgör geometri c i figur 2.12. En sådan spricka studeras i kapitel 4 i denna rapport och i avsnitt 4.5 presenteras en beräkningsmodell för betongsprickor som ligger till grund för kurvorna i figur 2.12. Avståndet mellan sprickans ändtor är 10 cm (= nominella spricklängden) och avståndet mellan sprickyrtorna i separationsriktningen är 0,3 mm (= nominella sprickvidden). Den verkliga spricklängden har i enlighet med mätresultat i kapitel 4 sätts till  $100/0,9 = 111$  mm vid beräkningen. Sprickvidden har av samma orsak sätts till  $0,73 \times 0,3 = 0,22$  mm. För denna strömningsgeometri visar kurvorna i figur 2.12 att större delen av tryckförlusterna ( $> 67\%$ ) utgörs av engångsförluster.





Figur 2.12 Engångsförlusternas andel av totala tryckförlusterna vid Reynolds tal 0,1 - 1000 för tre olika strömningssystem

a = rakt rör

b = springa med förträngningar

c = spricka i betong

streckade kurvor = viskösa engångsförlusternas andel av totala strömningssmotståndet

heldragna kurvor = totala engångsförlusternas andel av totala strömningssmotståndet

Sammanfattningsvis kan följande konstaterande göras beträffande engångsförlusternas betydelse vid olika strömningssystem.

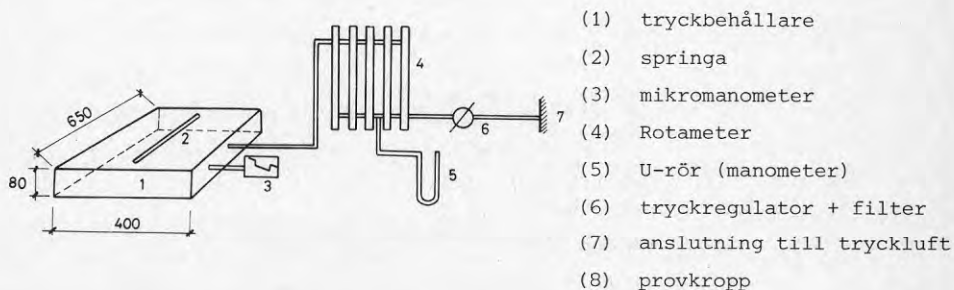
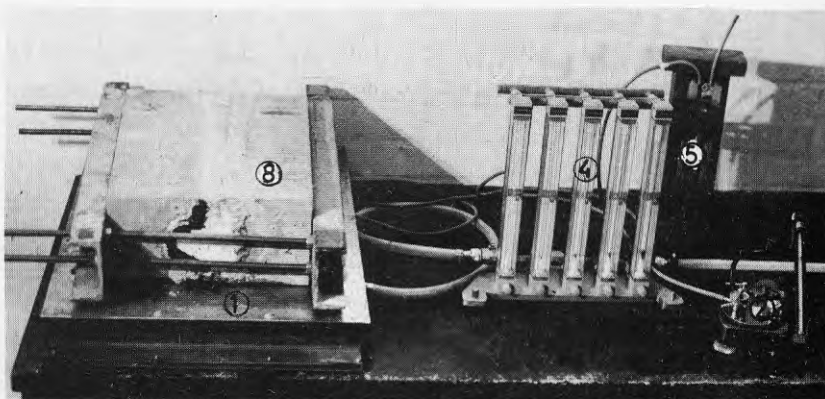
- Vid strömningssystem vilka saknar riktning- och sektionsändringar och vars längd är betydligt större än dess vidd ( $l \gg d_h$ ) är de viskösa engångsförlusterna vid de flesta tillämpningar helt försumbara.

- Vid strömningsgeometrier som innehåller flera förlustställen där avståndet i medeltal mellan förlustställen inte är avsevärt större än springvidden kan viskösa engångsförluster beroende av beräkningsnoggrannhet behöva beaktas.
- Kinetiska engångsförluster bör vid de flesta strömningsgeometrier beaktas. De kan endast försummas vid låga Reynolds tal ( $Re < 10$ ) och för geometrier där medelavståndet mellan förlustställen är mycket stort ( $l/d_h > 1000$ ).
- Vid strömning i sprickor orsakas större delen av strömningsmotståndet av engångsförluster. Försummande av engångsförluster vid beräkning av strömning genom sprickor innebär en flerfaldig överskattning av verkligt flöde.

### 3 EXPERIMENTELLA UNDERSÖKNINGAR AV STRÖMNING GENOM SPRINGOR OCH SPRICKOR

#### 3.1 Mätutrustning och mätmetod

Nedan beskrivs den mätutrustning som använts av författaren vid mätningar av luftströmning genom springor och sprickor, figur 3.1. Samma utrustning har tidigare använts av *Jergling (1981)*.



Figur 3.1 Provningsutrustningen

Luft togs från laboratoriebyggnadens tryckluftssystem och leddes i en armerad plastslang ( $\phi = 15$  mm) via tryckreduceringsventiler och filter till flödesmätare av svävkroppstyp.

Sex flödesmätare med olika kapacitet användes, så att det minsta mätbara flödet var  $21,7 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s}$  (0,08 l/h) och det största  $0,002 \text{ m}^3/\text{s}$  (7296 l/h). De fem minsta flödesmätarna var parallellt monterade. Den flödesmätare som användes inkopplades respektive frånkopplades med en inloppsventil som även användes för att reglera flödets storlek. Den största flödesmätaren (vilken ej är med i figur 3.1) inkopplades alternativt i stället för de fem mindre.

Nedströms var flödesmätarna via en slang av armerad plast ( $\phi = 15 \text{ mm}$ ) förbundna med en stabil låda av metall, med yttermått 650 x 400 x 80 mm. Lådan var på sin ovansida försedd med en spaltformig öppning, 450 x 10 mm, ovanför vilken provkroppen monterades. Större delen av lådan var fylld med cellplast för att reducera luftvolymen och därmed underlätta en snabb stabilisering av tryck-flödesförhållandet vid små flöden. Förbindelsen mellan lådans inlopp och utlopp var helt oförhindrad. Anslutningen mellan låda och provkropp samt provkroppens gavlar tätades med silikonfogmassa.

Lådan var försedd med ett uttag för bestämning av tryckskillnad över provkroppen (= skillnad i lufttryck mellan lådan och provningslokalen). Tryckskillnaden bestämdes med en spritfylld U-rörsmanometer. Förutom vertikal placering av U-röret användes två olika lutande lägen, för att öka känsligheten vid små tryckskillnader. Vid några av de först utförda mätningarna användes en mikromanometer, figur 3.1, för att bestämma tryckskillnaden. Flödesmätarna var också försedda med tryckuttag så att tryckskillnaden mellan dessa och provningslokalen kunde bestämmas. Härigenom var det möjligt att beakta densitetsskillnader hos luften mellan flödesmätare och provkropp.

Springvidd/sprickvidd hos provkroppen reglerades med fyra gängade rundstål med muttrar som via balkar infästa i provkroppen förband provkroppens båda halvkor med varandra. Sprickvidden bestämdes med en deformationsmätare av fabrikat Staeger. Denna mäter avståndet mellan fastlimmade mätstift på de båda provkroppshalvorna.

Atmosfärstryck och temperatur i provningslokalen bestämdes med mekanisk barometer respektive kvicksilvertermometer. Tryckluften som användes vid mätning antogs ha samma temperatur som rumsluften. För att utröna giltigheten i detta antagande bestämdes temperaturen hos den inkommande tryckluften vid några mätningar. Temperaturskillnaden mellan denna och rumsluften uppgick vid stora flöden till några tiondels °C, vilket innebar att antagandets påverkan på totala felet i flödesbestämning var försumbar. I avsnitt 3.5 redovisas en fullständig analys av utrustningens mätnoggrannhet.

Vid mätningarna inställdes och bestämdes först önskad springvidd/sprickvidd. Sedan inställdes önskad tryckskillnad över provkroppen genom att flödet justerades med flödesmätarens inloppsventil. Tryckskillnaden över provkroppen respektive mellan flödesmätare och provningslokal antecknades tillsammans med flödesmätarens utslag. Atmosfärstryck och temperatur i provningslokalen antecknades också.

Vid utvärderingen matades samtliga ovanstående parametrar in i en dator. Datorprogrammet gjorde korrektioner för tryck och temperatur och omräknade alla uppmätta flöden till att gälla vid normalt atmosfärstryck (1013 hPa) och temperatur (+20°C).

### 3.2 Strömning genom raka rör

Strömning genom raka rör tillhör de "klassiska" strömningsproblemen och har studerats såväl teoretiskt som experimentellt i ett stort antal undersökningar, kapitel 2. Den främsta anledningen till att författaren utfört mätningar på denna geometri har varit att kontrollera mätutrustningens funktion och noggrannhet. Resultaten presenteras för att utgöra en koppling mellan författarens egna mätningar och i föregående kapitel presenterade undersökningsresultat och strömningssamband, och som utgångs- och jämförelsematerial för redovisningen i de följande avsnitten av experiment med mera komplicerade strömning geometrier.

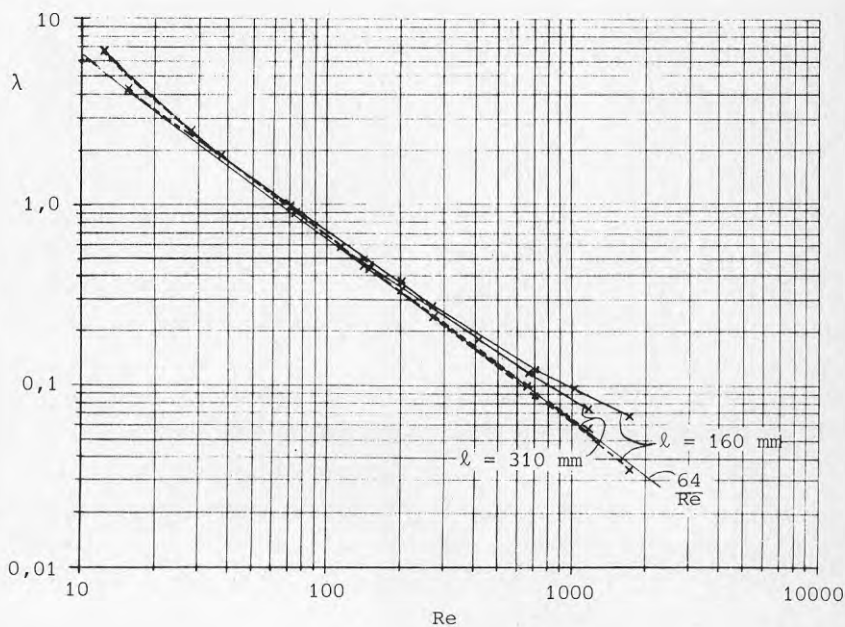
För mätningar av luftströmning genom rör borttogs metallådan från mätutrustningen i figur 3.1 och mätobjektet inkopplades via en plastslang omedelbart nedströms flödesmätarna. Tryck-flödessamband bestämdes för två kopparrör, vilka var 160 mm respektive 310 mm långa. Rördiametern var i båda fallen 1,6 mm.

Sambandet mellan Reynolds tal,  $Re$ , och friktionsfaktorn,  $\lambda$ , för de båda rören framgår av figur 3.2. De redovisade resultaten utgör medelvärden av tre mätningar. Variationskoefficienten för flödesmedelvärdena var i medeltal 2,5% för röret med 160 mm längd och 3,1% för röret med 310 mm längd. Största variationskoefficienten var 7,1%. De kraftiga heldragna linjerna i figuren förenar mätpunkterna med varandra. Den tunna heldragna linjen representerar den teoretiska lösningen för fullt utbildad laminär rörströmning,  $\lambda = 64/Re$ . Mät-punkterna ansluter relativt väl till den teoretiska linjen beroende på att engångsförlusterna utgör en mycket liten del av de totala tryckförlusterna vid raka rör med  $l \gg d$ . Beroende på att engångsförlusternas andel av totala strömning motståndet minskar med ökande rörlängd avviker

mätresultaten för det kortare röret mer från den teoretiska linjen än resultaten för det längre röret. De streckade linjerna i figur 3.2 markerar mätpunkternas lägen sedan engångsförlusterna enligt ekvation 2.18 frånräknats.

$$\Delta p_{\text{engång}} = \left(m + \frac{n}{\text{Re}}\right) \left(1 - \left(\frac{A}{A_1}\right)^2\right) \frac{\rho \bar{u}^2}{2} \quad (2.18)$$

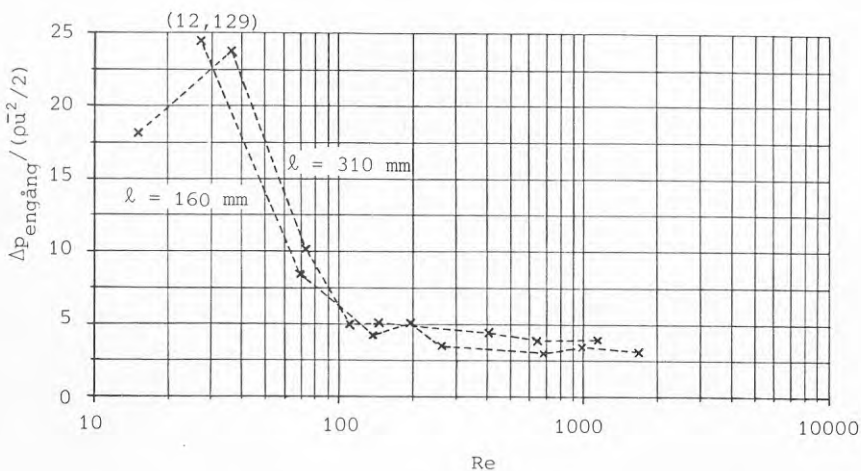
Förlustkoefficienterna har vid beräkningen sätts till  $m = 3,3$  och  $n = 76$  i enlighet med i kapitel 2 presenterade undersökningsresultat, där  $m_{\text{inlopp}} = 1,3$ ,  $m_{\text{utlopp}} = 2,0$  och  $n_{\text{inlopp}} = n_{\text{utlopp}} = 38$  angivits för cirkulära tvärsnitt. Efter frånräkning av engångsförlusterna verkar mätresultaten ansluta mycket väl till den teoretiska linjen, bortsett från en avvikande mätpunkt vid låga Re.



Figur 3.2 Uppmätta samband mellan Reynolds' tal och friktionsfaktorn för de studerade kopparrören.

Heldragna kurvor = mätresultat  
 Streckade kurvor = resultat sedan  
 engångsförluster frånräknats.

Diagram som visar sambandet mellan Reynolds' tal och friktionsfaktorn är lämpliga för att redovisa totala strömningsmotstånd men inte lämpade för att studera enskilda engångsförlusters storlek. Figur 3.3 redovisar uppmätta engångsförluster (uppmätt tryckskillnad minskad med friktionsförluster vid fullt utbildad strömning) i form av kvoten  $\Delta p_{\text{engång}}/(\rho \bar{u}^2/2)$  som funktion av Reynolds' tal.

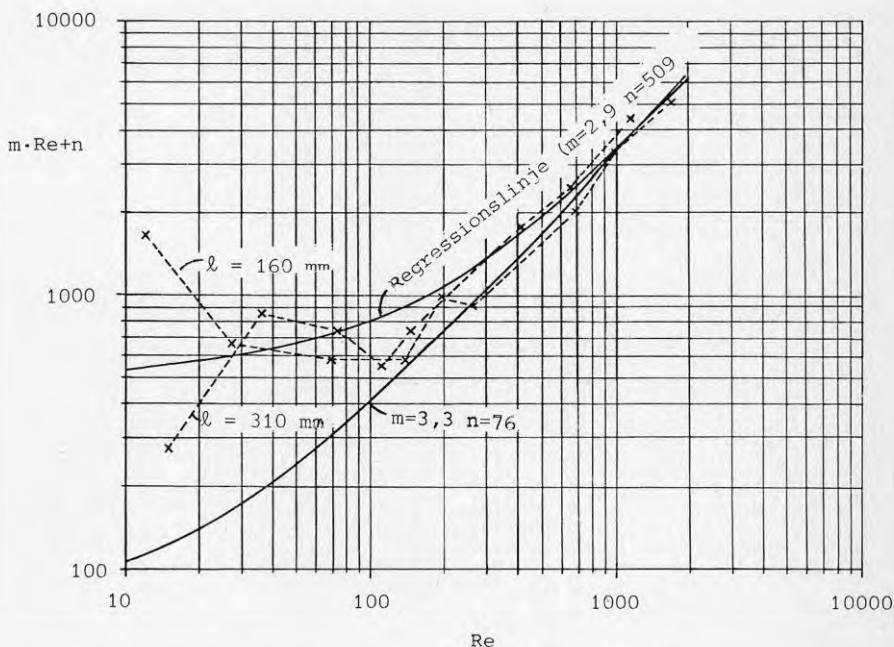


Figur 3.3 Engångsförlusterna i form av kvoten  $\Delta p_{\text{engång}}/(\rho \bar{u}^2/2)$  som funktion av Reynolds tal för de studerade rören.

Kvoten  $\Delta p_{\text{engång}}/(\rho \bar{u}^2/2)$  är enligt figur 3.3 i stort sett konstant för  $Re > 250$ . Medelvärde för mätpunkter över  $Re = 500$  är 3,45 och för mätpunkter över  $Re = 250$  3,59. Vid lägre  $Re$  är kvoten inte längre konstant, utan ökar med minskande  $Re$ . Figuren visar klart att engångsförlusterna på ovanstående form inom detta område är beroende av Reynolds tal.



Figur 3.4 redovisar uppmätta engångsförlusterna på formen  $(m \cdot Re + n) = \Delta p_{\text{engång}} Re / (\rho \bar{u}^2 / 2)$ .

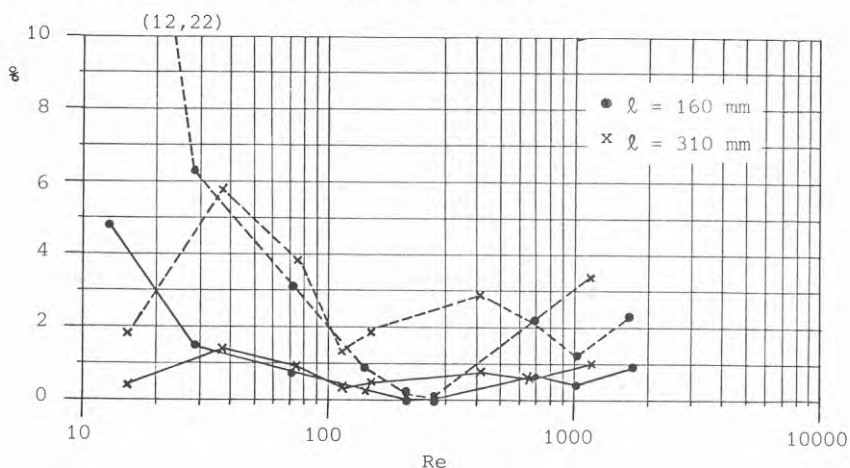


Figur 3.4  $(m \cdot Re + n) = \Delta p_{\text{engång}} Re / (\rho \bar{u}^2 / 2)$  som funktion av Reynolds tal för de studerade rören.

För  $Re > 250$  uppvisar engångsförlusterna på denna form ett nära nog rent lineärt ökande med  $Re$ . Detta beror på att  $m \cdot Re$ -termen vid höga Reynolds tal dominerar över  $n$ -termen. Inom området  $20 < Re < 200$  ligger punkterna i figur 3.4 på en i det närmaste konstant nivå. Inom detta område dominerar  $n$ -termen över  $m \cdot Re$ -termen. Resultaten för de båda lägsta  $Re$ -värdena uppvisar en olikartad och avvikande tendens för de båda rören. I figur 3.4 har även markerats regressionslinjen för samtliga punkter. Den har parametervärden  $m = 2,9$  och  $n = 509$ . Motsvarande linje för punkter över  $Re = 500$  ger  $m = 2,97$  och  $n = 460$  respektive för punkter över  $Re = 250$ ,  $m = 3,07$  och

$n = 347$ . De  $m$ - och  $n$ -värden som erhållits vid regressionsanalysen avviker mycket från de som angivits i kapitel 2. Bland tidigare undersökningar har endast *Astarita & Greco (1968)* rapporterat  $n$ -värden av denna storleksordning. I figur 3,4 har också inritats den linje som erhålls för de i kapitel 2 angivna parametervärdena,  $m = 3,3$  och  $n = 76$ . Linjen ansluter väl till mätresultaten för de största  $Re$ -värdena, men avviker mycket från mätpunkterna vid små  $Re$ -värden.

En analys av hur stor förändring av uppmätta flödesvärden respektive i rördiameter som krävs för att mätpunkterna skall uppfylla ekvation (2.18) med parametervärden  $m = 3,3$  och  $n = 76$  redovisas i figur 3.5



Figur 3.5 Förändring av uppmätta flödesvärden (streckade linjen) respektive förändring i rördiameter (heldragna linjer) som krävs för att mätpunkterna skall uppfylla ekvation (2.18) med parametervärden enligt kapitel 2 ( $m = 3,3$  och  $n = 76$ ).

Den avvikelse i flödesbestämning som krävs är i medeltal 2,9 % för det 310 mm långa röret och 4,3% för det 160 mm långa röret. I det senare medelvärdet ingår en enstaka punkt med 22% avvikelse. Motsvarande ändring i rördiameter som erfordras för att uppnå samma resultat är 0,8% för det

längre röret och 1,1% för det kortare, vilket i absoluta tal motsvarar 0,013 mm respektive 0,018 mm. De ovan angivna avvikelserna bör sättas i relation till den tidigare angivna spridningen hos mätvärdena (variationskoefficient  $\approx 3\%$ ) samt till den felanalys av flödesbestämningen som görs i avsnitt 3.5. Enbart flödesmätarens fel kan uppgå till  $\approx 4\%$  av registrerat flöde.

Erfarenheterna av mätningarna av strömning genom raka rör sammanfattas nedan:

- Mätresultaten, vilka redovisas i ett Reynolds tal - friktionsfaktordiagram i figur 3.2, ansluter ganska väl till det teoretiska sambandet ( $\lambda = 64/Re$ ) för fullt utbildad laminär rörströmning. Efter det att engångsförluster, enligt ekvation 2.18 ( $m = 3,3$ ,  $n = 76$ ), frånräknats mätresultaten erhöles  $\bar{\lambda} = 66,3/Re$ .
- Resultaten i figur 3.3 bekräftar att engångsförlusterna vid låga Reynolds tal varierar lineärt med Reynolds tal så som beskrivits i kapitel 2.
- Vid strömning i raka rör med  $l \gg d$  och låga  $Re$  utgör engångsförlusterna en mycket liten andel av totala strömningsmotståndet. Utrustningens mätnoggrannhet är inte tillräcklig för att tillförlitligt kvantitativt bestämma förlustkoefficienterna för de studerade rören. Förlustkoefficienterna erhållna ur mätresultaten, figur 3.4, avviker förhållandevis mycket från de som erhållits i andra undersökningar. För strömningsgeometrier och strömningsförhållanden där engångsförlusterna utgör en mer betydande andel av totala tryckförlusterna, exempelvis springor med många förlustställen eller sprickor, kan de totala engångsförlusterna bestämmas med litet relativt fel med den använda mätutrustningen.
- Resultaten i figur 3.5 bekräftar att experimentell bestämning av förlustkoefficienterna för enskilda förlustställen vid låga  $Re$  ställer extrema krav på såväl mätutrustningens noggrannhet som provobjektets mått-  
noggrannhet.

### 3.3 Strömning genom springor mellan betongytor

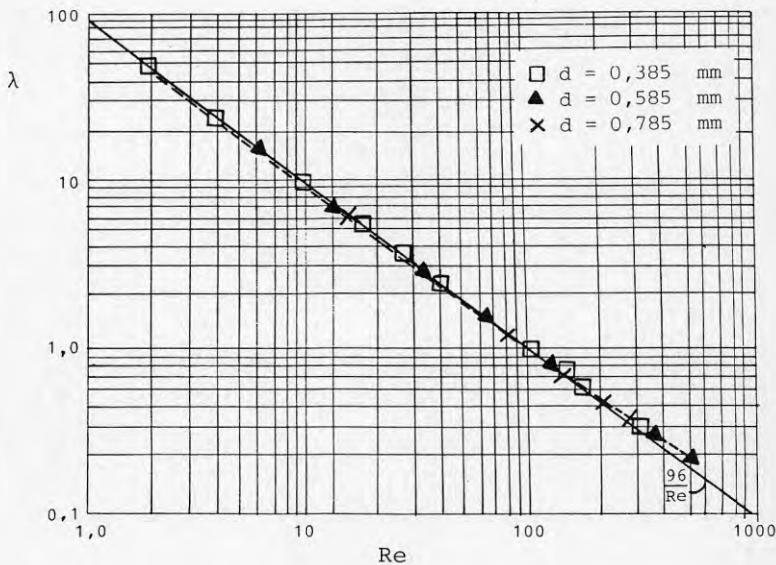
Författaren har studerat strömning genom springor mellan sågade betongytor.

Vid studierna användes provningsutrustningen som beskrivits i avsnitt 3.1. Mätobjekt var en betongprovkropp som itu-sågats med en hårdmetallklinga. Den därvid uppkomna springan mellan provkroppshalvorna hade dimensionerna  $l = 0,1$  m och  $b = 0,5$  m. En anordning för springviddsjustering monterades på provkroppen. Med denna anordning förenades de båda provkroppshalvorna och ihopskruvades så att de sågade ytorna pressades mot varandra. Provkroppen monterades på trycklådan och stiften för springvidds-mätning fastsattes.

Det befanns vid provningarna att ojämnheter hos springytorna gjorde att springan ej var tät när provkroppshalvorna ihopskruvats maximalt. Flödet som passerade genom springan bestämdes och det kontrollerades att inga andra läckageställen förekom. Den springvidd som vid fullt utbildad laminär strömning utan engångsförluster gav lika stort flöde som det uppmätta beräknades enligt ekvation (2.14). Baserat på 10 flödesobservationer bestämdes denna springvidd till 0,085 mm med en standardavvikelse på 1% av detta värde.

Mätningar av flödet genom springan i provkroppen skedde sedan provkroppshalvorna isärskruvats 0,3, 0,5 respektive 0,7 mm från det ihopskruvade läget. De utförda mätningarna bedömdes med anledning av det ovan nämnda grundläckaget ha skett vid springvidderna 0,385, 0,585 och 0,785 mm. Mätresultaten har inritats i ett Reynolds tal-friktionsfaktordiagram, figur 3.6. Det teoretiska sambandet för fullt utbildad laminär strömning i springor,  $\lambda = 96/Re$ ,

har i figuren markerats med en tunn heldragen linje. Resultaten för de tre springvidderna ansluter väl till den teoretiska linjen. Ur de 25 mätpunkterna erhålls ett medelvärde på friktionsfaktorn  $\bar{\lambda} = 97,8/Re$  med en variationskoefficient på 7,4% för  $\lambda \cdot Re$ -produkten. Mätresultaten visar att strömningsmotståndet inte påverkas nämnvärt av de sågade betongytornas ojämnheter.



Figur 3.6 Uppmätta Reynolds tal-friktionsfaktorsamband för springor mellan sågade betongytor.

Författaren har inte kvantitativt bestämt de sågade betongytornas ojämnhet. Den tidigare ur provobjektets grundläggande framräknade springvidden,  $d = 0,085$  mm, kan synas ge en uppfattning om den studerade betongspringans yt- ojämnhet. Denna springvidd kan dock ha orsakats av ett fåtal stora ytavvikelser hos betongytorna, exempelvis delvis lossnade och förskjutna ballastkorn.

Patir & Cheng (1978) har i en teoretisk studie angivet att strömningsmotståndet vid laminär strömning är praktiskt taget opåverkat av ytojämnheter när nedanstående villkor är uppfyllt.

$$d / (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^{\frac{1}{2}} > 6 \quad (3.1)$$

där

$$\sigma_1^2, \sigma_2^2 = \text{Variansen av ytavvikelserna från medelytan för de båda springytorna.}$$

Författarens mätningar och Patir och Chengs teoretiska studie visar att den laminära strömningen i springor, i motsats till turbulent strömning, är opåverkad även vid relativt ojämna springytor.

#### 3.4 Strömning genom sprickor i betong

I detta avsnitt redovisas resultat av undersökningar av strömning genom sprickor i betong. Sprickornas komplexa geometri gör att spricklängd och sprickvidd varierar i sprickans längd- och breddriktning. Normalt föreligger endast kunskap om sprickans utseende vid dess ändytor. I kapitel 4 redovisas en mera fullständig mätning av en betongsprickas geometri.

I den fortsatta redovisningen införs beteckningarna, nominell spricklängd och nominell sprickvidd. Med den nominella spricklängden ( $l_{\text{nom}}$ ) avses det raka avståndet mellan sprickans ändytor. Den nominella sprickvidden ( $d_{\text{nom}}$ ) avser avståndet mellan sprickans ytor i den riktning sprickytorna fjärmats från varandra vid spräckningen. Detta avstånd är, vid naturliga sprickor, konstant utmed hela sprickan, under förutsättning att det inte uppstått

multipla sprickor vid spräckningen eller att material lossnat från sprickytorna. Den nominella spricklängden utgör således ett minimimått på sprickans längd och den nominella sprickvidden (i de flesta fall) ett maximimått på sprickans vidd.

Reynolds tal vid strömning i sprickor beräknas i denna rapport enligt  $Re = 2 \cdot q/v$ . Denna formel är för raka springor med  $d_h = 2 \cdot d$  identisk med den normala definitionen på Reynolds tal  $Re = d \bar{u}/\nu$ .

Strömning genom sprickor i betong har studerats experimentellt av *Buss (1970)*, *Kordina & Steinert (1978)*, *Jergling (1981)* och *Lambotte (1984)*. Förutsättningarna för dessa undersökningar redovisas i tabell 3.1.

Undersökningarnas resultat redovisas i figur 3.7 i ett Reynolds tal-friktionsfaktordiagram. Mätpunkter för samma provkropp och samma sprickvidd förenas i figuren med streckade linjer.

De olika undersökningarnas resultat uppvisar sinsemellan stora skillnader.

För de av *Buss (1970)* utförda mätningarna är friktionsfaktorn i medeltal  $\bar{\lambda} = 1000/Re$ , med en variationskoefficient på 50% för  $\lambda \cdot Re$ -produkten baserat på 75 mätpunkter. De sprickor som åstadkommits genom mekanisk\* spräckning uppvisar mindre tryckförluster ( $\bar{\lambda} = 600/Re$ ) än de som skapats genom termisk spräckning ( $\bar{\lambda} = 1200/Re$ ). Termisk spräckning\*\* har använts för provobjekten med de minsta sprickvidderna. Buss mätningar uppvisar en kraftig ökning av tryckförlusterna som sker vid  $Re > 100-200$ . Samma förhållande konstaterades av *Clear (1982)* som utfört mätningar på sprickor mellan skrovliga stålplåtar.

\*, \*\* Se fotnot till tabell 3.1

Tabell 3.1 Data för undersökningar av strömning genom sprickor i betong

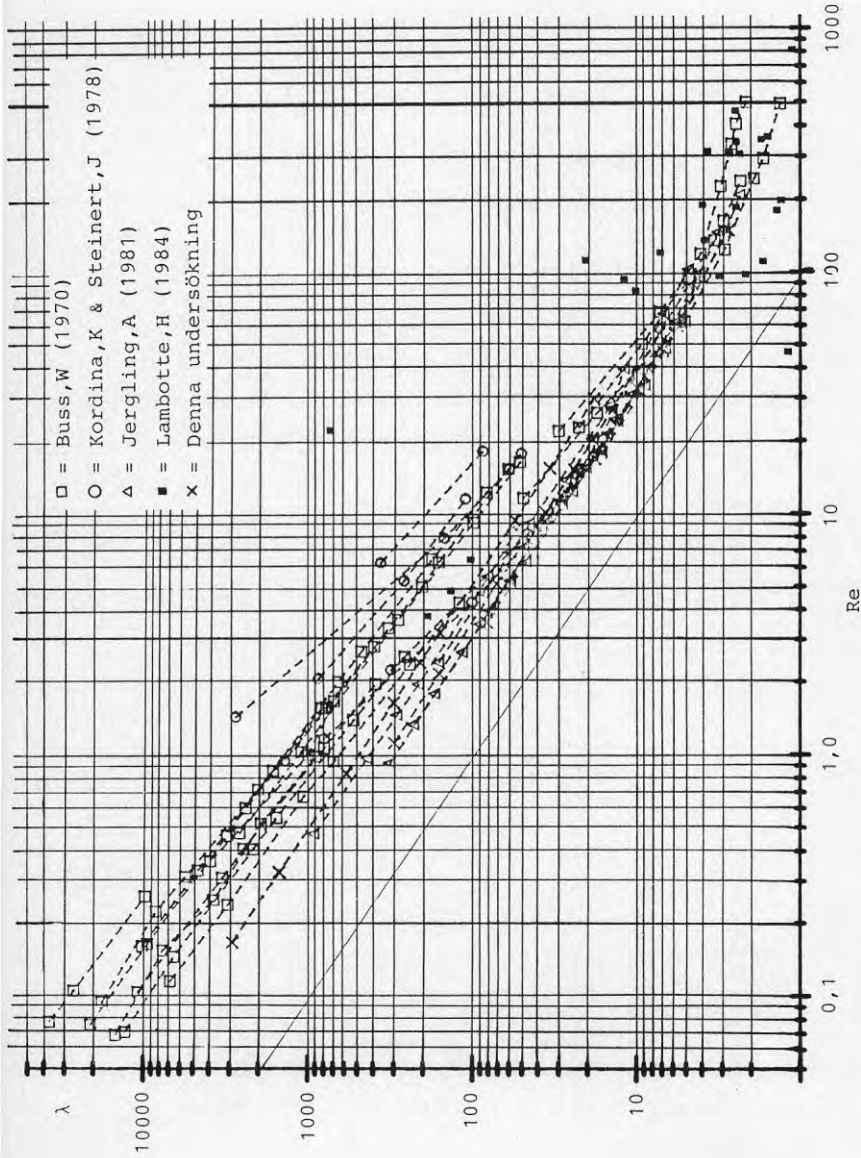
	<i>Buss, W</i> (1970)	<i>Kordina, K</i> & <i>Steinert, J</i> (1978)	<i>Jergling, A</i> (1981)	<i>Lambotte, H</i> (1984)
Fluid	Luft	Luft	Luft	Vatten
Flödesmätare	Uppsamling	Svävkropps- mätare	Svävkropps- mätare	Uppsamling
Tryckmätare	U-rör	U-rör	U-rör	Konstant vattenpelare
Metod för spräckning	** Termisk resp. mekanisk* spräckning med sprick- anvisning***	Rent drag utan sprick- anvisning	Mekanisk spräckning med sprick- anvisning	Mekanisk spräckning med sprick- anvisning
Sprickvidds- bestämning	Mätning av avstånd mellan mätstift	Mätlupp	Mätning av avstånd mellan mätstift	Mätlupp
Nominell spricklängd $l_{nom}$	350, 550, 900 mm	300 mm	100, 150, 200 mm	150, 250 mm
Nominell sprickvidd $d_{nom}$	0,05 - 0,66 mm	0,23 - 0,89 mm	0,1 - 0,7 mm	0,09 - 0,56 mm
Reynolds tal $Re = 2q/v$	0,1 - 500	1 - 20	0,05 - 200	0,1 - 750

\* Mekanisk spräckning = Provkroppen belastas så att sprickan uppstår.

\*\* Termisk spräckning = Provkroppen utsätts för temperaturgradienter så att sprickan uppstår.

\*\*\* Sprickanvisning = Medveten försvagning av del av provkroppen för att kunna styra var sprickan skall uppstå.





Figur 3.7 Resultat av mätningar av strömning genom betongsprickor presenterade i ett Reynolds tal-friktionsfaktordiagram. Den tunna heldragna linjen markerar den teoretiska lösningen för fullt utbildad laminär strömning i raka springor,  $\lambda = 96/Re$ .

De resultat som redovisas av *Kordina & Steinert (1978)* uppvisar stor spridning.  $\bar{\lambda} = 1160/Re$  och variationskoefficienten är 75% för  $\lambda \cdot Re$ -produkten för de 18 mätpunkterna. Spräckningsmetoden med rent drag utan sprickanvisning har säkerligen bidragit till den stora spridningen hos mätresultaten.

Mätresultaten uppmätta av *Jergling (1981)* är väl samlade.  $\bar{\lambda} = 360/Re$  och variationskoefficienten är 16% för  $\lambda \cdot Re$ -produkten för de 54 mätpunkterna.

I figur 3.7 har även markerats resultat av författarens mätningar på en betongspricka med  $l_{nom} = 100$  mm. Författaren har använt samma betongblandning, spräckningsmetod och mätutrustning som Jergling och mätresultaten överensstämmer också mycket väl med Jerglings. Denna betongspricka har använts vid de studier av sprickgeometri som redovisas i nästa kapitel.

De fristående punkterna i figur 3.7 markerar mätresultat erhållna av *Lambotte (1984)*. Lambottes mätningar avser vattenströmning och hans resultat uppvisar stor spridning. En möjlig orsak till spridningen är den självläkning hos betongsprickorna som kan uppstå vid vattenströmning.

Nedan anges några möjliga orsaker till att undersökningar av strömning genom betongsprickor uppvisar så stor spridning i mätresultat:

- Skillnader i resultat mellan olika undersökningar kan orsakas av skillnader i betongsammansättning, spräckningsmetod och mätutrustning-mätförfarande.
- Skillnader i resultat mellan olika provkroppar beror på att varje spricka har en unik geometri med ett unikt strömningsmotstånd.

- I verkligheten förekommer skillnader i friktionsfaktorer mellan olika sprickvidder och för olika Reynolds tal men dessa beaktas inte av strömningssambandet för fullt utbildad laminär strömning i springor (ekvation (2.14)) vilket inte tillfredsställande beskriver förhållandena vid strömning i sprickor. I kapitel 4 presenteras ett modifierat beräkningssamband för strömning genom betongsprickor.

### 3.5 Felanalys av experimentella undersökningar

I detta avsnitt görs en felanalys av författarens mätresultat där storleksordningen av felen i uppmätta variabler redovisas. Vidare görs med hjälp av felfortplantningslagen en uppskattning av felstorlekar hos erhållna friktionsfaktorer och förlustkoefficienter. I denna framställning avses med begreppet fel, storleken av det intervall runt ett variabelmedelvärde som vid ett stort antal observationer inrymmer 95% av variabelobservationerna. Samtliga studerade fel antas vara oberoende av varandra.

Fel i flödesbestämning:

Felet i flödesbestämning orsakas dels av ett fel i mätmetoden och dels av instrument- och avläsningsfel.

Metodfelet orsakas av att lufttrycket i provningslokalen (= atmosfärstrycket) inte är konstant. När atmosfärstrycket förändras måste också lufttrycket i metalllådan som provobjektet är monterat på, förändras för att erhålla en oförändrad tryckskillnad över provobjektet. För att förändra trycket i lådan måste luft tillföras/bortföras varför olika stora flöden kommer att passera genom provobjekt och flödesmätare. Luftvolymen mellan provobjekt och flödesmätare är ungefär  $0,003 \text{ m}^3$  (3l). Exempelvis måste vid en atmosfärstrycksökning på  $1 \text{ hPa/h}$  mätlådan tillföras  $0,83 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s}$  (3 ml/h)

"extra" för att hålla tryckskillnaden över provobjektet konstant. Minsta mätbara flödet för mätutrustningen är  $21,7 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s}$  (80 ml/h) varför metodfelet i detta exempel maximalt kan vara 3,8%.

Flödesregistreringen med svävkroppsmätare är behäftad med grundfel och avläsningsfel. Den senare feltypen ger större relativa fel vid små skalutslag än vid stora. I figur 3.9 redovisas hur det totala procentuella felet hos flödesmätarna varierar med flödet. Inom området  $70 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s}$  (0,25 l/h) -  $1100 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s}$  (4,0 l/h) är felet som störst 4,4%. För större flöden är felet maximalt 2,7%.

#### Fel i tryckbestämning:

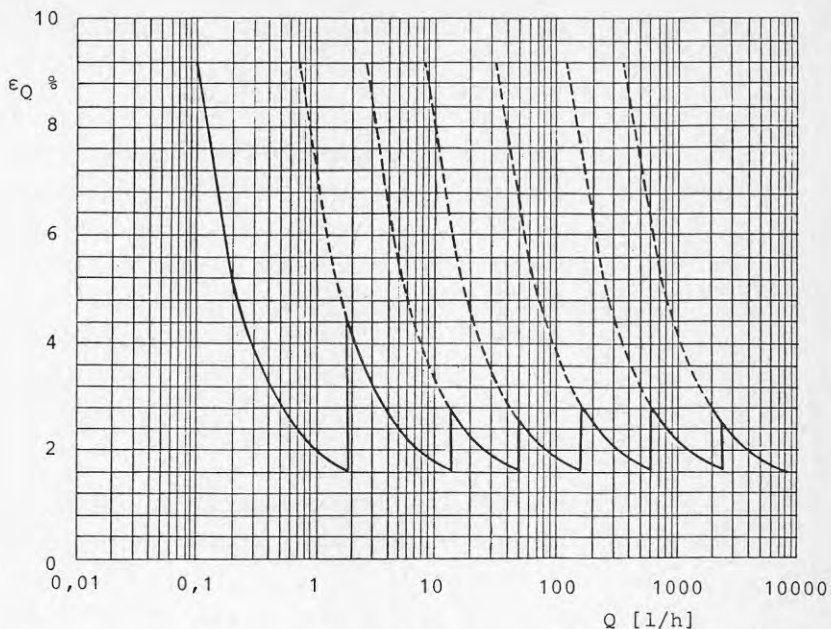
Detta fel består liksom det föregående av grundfel och avläsningsfel. U-röret som användes kunde placeras dels i vertikalt läge dels i två olika lutande lägen. Figur 3.10 visar hur felet i tryckbestämning varierar med registrerat tryck. Största felet för tryck större än 7 Pa är 3,6%.

#### Fel i densitet- och viskositetbestämning:

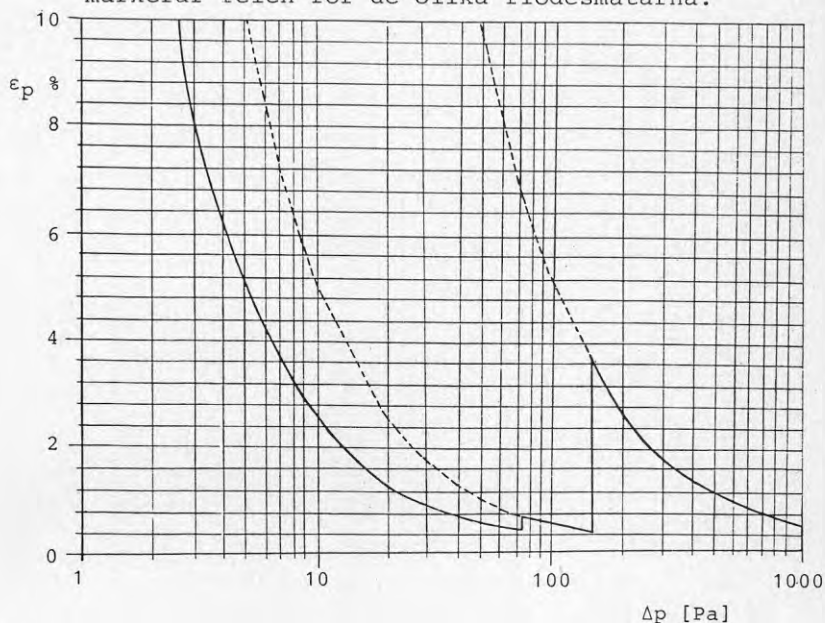
Densitet och viskositet påverkas av temperatur och tryck. Felet i temperatur- respektive tryckregistrering var  $0,5^\circ\text{C}$  respektive 1,0 mbar. Detta ger vid de temperaturer och tryck som förelåg vid mätningarna ett fel i densitet på 1% och i dynamisk viskositet på 0,5%.

#### Fel i längd- och breddbestämning:

Provobjektets nominella längd respektive bredd bestämdes med linjal. Felet i denna bestämning bedöms vara 1 mm.



Figur 3.8 Procentuellt fel i flödesbestämning vid olika flöden. Den heldragna linjen markerar felen vid optimalt förfarande då flödesmätare med största möjliga skalutslag använts. De streckade linjerna markerar felen för de olika flödesmätarna.



Figur 3.9 Procentuellt fel i tryckbestämning vid olika tryck. Den heldragna linjen markerar optimalt förfarande då U-rörets lutning väljs så att största möjliga skalutslag erhålls. De streckade linjerna markerar felen vid olika lutning hos U-röret.

Fel i springviddsbestämning:

Inställning av springvidd/sprickvidd skedde med ett iterativt förfarande varvid mätning av springvidd skedde i fyra punkter och provkroppskalvorna ihopskruvades/isärskruvades tills den uppmätta springvidden i samtliga fyra mätpunkter avvek mindre än 0,005 mm från den avsedda.

Det mätinstrument som användes hade ett fel på 0,005 mm.

Vid bestämning av nominell sprickvidd hos betongsprickor monterades mätpunkterna för sprickvidds-mätning på provkroppen innan den spräcktes. Under förutsättning att inga multipla sprickor uppstod och att inget material lossnade i sprickan vid spräckningen, uppkom inga fel förutom de ovan nämnda.

Vid bestämning av springvidd hos betongspringor ihopskruvades de båda provkroppshalvorna maximalt innan mätpunkterna monterades. Härvid uppkom ett icke kvantifierbart fel där ojämnheter hos springytorna kom att påverka springviddsbestämningen så att springans vidd underskattades. (En liknande felkälla förekommer för övrigt även då passbitar används för springviddsinställning.)

Med de ovan angivna felen i uppmätta variabler kan felfortplantningslagen användas för att beräkna hur variablernas fel fortplantas till bland annat friktionsfaktorer och förlustkoefficienter. Denna lag säger att om  $y$  är en funktion av variablerna  $x_1, \dots, x_n$  med felen  $\varepsilon_{x_1}, \dots, \varepsilon_{x_n}$  kan felet i  $y$  approximativt beräknas enligt

$$\varepsilon_y = \left( \left( \frac{\partial y}{\partial x_1} \right)^2 \varepsilon_{x_1}^2 + \dots + \left( \frac{\partial y}{\partial x_n} \right)^2 \varepsilon_{x_n}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.2)$$

Felfortplantningslagen har bland annat använts för att beräkna felet i friktionsfaktor - Reynolds tal produkten vid de i avsnitt 3.2 redovisade mätningarna av rörströmning. Produkten friktionsfaktor - Reynolds tal beräknas för cirkulära tvärsnitt enligt ekvation (3.3).

$$\lambda \cdot \text{Re} = \frac{\pi \cdot \Delta p \cdot d^4}{2\mu l Q} \quad (3.3)$$

De aktuella rören förutsattes vara tillverkade med så hög precision att rördiameterens måttavvikelse kunde försummas vid beräkningarna. För övriga i ekvation (3.3) ingående variabler användes de fel som tidigare angivits i detta avsnitt. För felen i tryck- respektive flödesbestämning utfördes beräkningar för tre olika alternativ. Ett alternativ utgjordes av de överhuvudtaget största felen vid mätningarna ( $\Delta p \geq 5 \text{ Pa} \rightarrow \epsilon_{\Delta p} \leq 5,1\%$ ,  $Q \geq 220 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s}$  (0,8 l/h)  $\rightarrow \epsilon_Q \leq 4,4\%$ ), ett annat alternativ av de största förekommande felen vid huvuddelen av mätningarna ( $\Delta p \geq 7 \text{ Pa} \rightarrow \epsilon_{\Delta p} \leq 3,6\%$ ,  $Q \geq 1100 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s}$  (4,0 l/h)  $\rightarrow \epsilon_Q \leq 2,7\%$ ) och ett tredje alternativ av de minsta angivna felen  $\epsilon_{\Delta p} = 0,4\%$  respektive  $\epsilon_Q = 1,6\%$  (jämför figurerna 3.8 och 3.9). Resultaten av felberäkningen redovisas i tabell 3.2.

Tabell 3.2 Beräknat fel i  $\lambda \cdot \text{Re}$ -produkten för de aktuella mätningarna av rörströmning vid tre olika storlekar på felen i tryck- respektive flödesbestämning

$\epsilon_{\Delta p}$	$\epsilon_Q$	$\epsilon_{\lambda \cdot \text{Re}}$
5,1%	4,4%	6,8%
3,6%	2,7%	4,6%
0,4%	1,6%	1,8%

De i tabell 3.2 angivna felen kan jämföras med konfidensintervall för upprepade flödesbestämningar framräknade ur

i avsnitt 3.2 angivna variationskoefficienter. Dessa intervall var i medeltal 4,9% (1,96·2,5%) för röret med 160 mm längd och 6,1% för röret med 310 mm längd. Jämförelsen visar uppmätt spridning och beräknade fel är av samma storleksordning.

Liknande beräkningar som ovan har utförts för att beräkna felet i  $\lambda \cdot \text{Re}$ -produkten vid de i avsnitt 3.3 och 3.4 redovisade mätningarna av strömning i springor och sprickor.  $\lambda \cdot \text{Re}$ -produkten beräknas för springor/sprickor enligt ekvation 3.4

$$\lambda \cdot \text{Re} = \frac{8 \Delta p b d^3}{\mu \ell Q} \quad (3.4)$$

Vid dessa mätningar var inte felen i springvidds-/sprickviddsbestämning försumbara.

Beräkningarna utfördes för fyra olika stora fel i viddbestämning, 3,3%, 2,0%, 1,0% och 0%, där den förstnämnda felstorleken motsvarar det största angivna felet i sprickviddsbestämning (0,01 mm) vid den minsta studerade sprickvidden (0,3 mm). Vid beräkningarna användes de största felen i tryck- respektive flödesbestämning som förekom vid författarens mätningar av strömning i springor/sprickor ( $\Delta p \geq 5 \text{ Pa} \rightarrow \epsilon_{\Delta p} = 5,1\%$ ,  $Q \geq 620 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s}$  (2,2 l/h)  $\rightarrow \epsilon_Q = 3,8\%$ ). I tabell 3.3 redovisas beräknade fel i  $\lambda \cdot \text{Re}$ -produktion vid olika stora fel i viddbestämning.

Tabell 3.3 Beräknat fel i  $\lambda \cdot \text{Re}$ -produkten för de aktuella mätningarna av strömning i springor och sprickor vid några olika stora fel i viddbestämning

$\epsilon_d$	$\epsilon_{\lambda \cdot \text{Re}}$
3,3%	11,8%
2,0%	8,8%
1,0%	7,1%
0,0%	6,4%



Notervärt är att beräknade fel  $\lambda \cdot \text{Re}$ -produkten är oberoende av de i ekvationerna 3.3 och 3.4 ingående variabelernas storlek och endast beror av dessas procentuella fel. Vid mätningarna förekom dock en indirekt påverkan på grund av att de procentuella felen i tryck- och flödesbestämning är beroende av variabelvärdernas storlek enligt figur 3.8 - 3.9. För att om möjligt kunna förbättra mätnoggrannheten är det intressant att studera vilka variabelfel som har störst andel av de beräknade felen i  $\lambda \cdot \text{Re}$ -produkten. Vid  $\epsilon_{\Delta p} = 5,1\%$ ,  $\epsilon_Q = 3,8\%$  och  $\epsilon_d = 3,3\%$  kan felet i  $\lambda \cdot \text{Re}$ -produkten minskas med 9,8%, 5,3% respektive 45,0% genom att helt eliminera felen i tryck-, flödes- respektive viddbestämning. Vid  $\epsilon_{\Delta p} = 5,1\%$ ,  $\epsilon_Q = 3,8\%$  och  $\epsilon_d = 1,0\%$  är motsvarande felminskningar 30,5%, 15,6% respektive 9,4%. För de flesta redovisade mätningarna är bestämningen av springvidd/sprickvidd den största felkällan. Tryck- respektive flödesbestämningens inverkan på mätnoggrannheten är också betydande. De övriga variabelfelen  $\epsilon_b$ ,  $\epsilon_l$ ,  $\epsilon_\mu$  och  $\epsilon_\rho$  hade vid redovisade mätningarna en försumbar inverkan på mätnoggrannheten. Vid försök att avsevärt förbättra mätnoggrannheten kommer även de sistnämnda felen till slut att spela roll. Det är knappast möjligt att reducera de redovisade felen i  $\lambda \cdot \text{Re}$ -produkten med mer än c:a 75% utan att också dessa fel måste åtgärdas.

Felfortplantningslagen har även använts för att beräkna felen i de engångskoefficienter som kan framräknas av mätresultaten. Med förlustkoefficient avses här kvoten  $\Delta p_{\text{engång}} / (\rho \bar{u}^2 / 2) (= \Sigma(m + n/\text{Re}))$ .

Beräkningsförfarandet blev här något mera komplicerat beroende på att de beräknade felen är beroende av i analysen ingående variabelers värden. Beräkningen visas nedan för strömning i springor, förfarandet vid rörströmning är helt analogt och även felberäkningen för strömning i

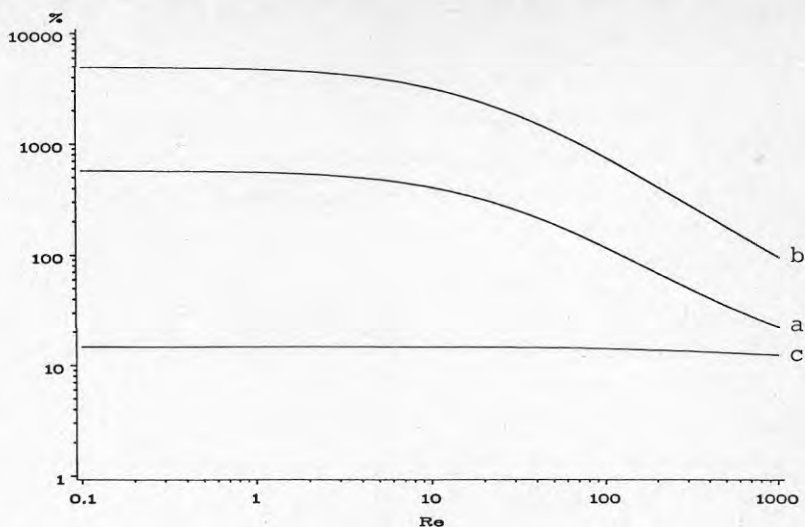
sprickor är i princip lika. (Samhörande värden på flöde och tryckskillnad erhöles enligt det i kapitel 4 presenterade modifierade strömningssambandet för sprickor.) Strömningssambandet för en rak springa med förlustställen enbart vid in- och utlopp är enligt föregående kapitel:

$$\Delta p = \frac{12 \mu \ell Q}{b d^3} + \frac{\Sigma (m + n/Re) \rho Q^2}{2 b^2 d^2} \quad (3.5)$$

Rimliga värden på förlustkoefficienterna är enligt redovisningen av undersökningsresultat i föregående kapitel  $\Sigma m = 2,18$  ( $m_{\text{inlopp}} = 0,63$ ,  $m_{\text{utlopp}} = 1,55$ ) och  $\Sigma n = 38$  ( $n_{\text{inlopp}} = n_{\text{utlopp}} = 19$ ). Ekvation (3.5) användes vid felberäkningen till att för varje studerat Re-värde (flöde) erhålla en realistisk samhörande tryckskillnad. Förlustkoefficienten beräknades enligt ekvation (3.6), vilken är en omskrivning av ekvation (3.5).

$$\frac{2 \cdot \Delta p_{\text{engång}}}{\rho \bar{u}^2} = \frac{2 \cdot b^2 \cdot d^2}{\rho Q^2} \left( \Delta p - \frac{12 \mu \ell Q}{b \cdot d^3} \right) \quad (3.6)$$

För springor och sprickor användes vid felberäkningen  $\epsilon_{\Delta p} = 5,1\%$ ,  $\epsilon_Q = 3,8\%$  och  $\epsilon_d = 3,3\%$  och för rör  $\epsilon_{\Delta p} = 5,1\%$ ,  $\epsilon_Q = 4,4\%$  och  $\epsilon_d = 0,0\%$ . För övriga ingående variabler användes de felstorlekar som tidigare redovisats i detta avsnitt. De använda felen i tryck-, flödes- och viddbestämning valdes så att beräkningens resultat är på säkra sidan för samtliga redovisade mätsituationer. I figur 3.10 redovisas de beräknade felen i de förlustkoefficienter som kan framräknas ur mätresultaten för strömning i rör, springor respektive sprickor.



Figur 3.10 Beräknat fel i förlustkoefficienten vid olika Reynolds tal för de aktuella mätningarna.

a. Strömning i rör.  $l = 160$  mm,  $d = 1,6$  mm,

$$\epsilon_{\Delta p} = 5,1\%, \epsilon_Q = 4,4\%, \epsilon_d = 0,0\%, \epsilon_l = 0,5\%, \\ \epsilon_\mu = 0,5\% \text{ och } \epsilon_\rho = 1,0\%.$$

b. Strömning i springa.  $l = 100$  mm,

$$d = 0,3 \text{ mm}, b = 500 \text{ mm}, \epsilon_{\Delta p} = 5,1\%, \\ \epsilon_Q = 3,8\%, \epsilon_d = 3,3\%, \epsilon_l = 0,5\%, \epsilon_b = 0,5\%, \\ \epsilon_\mu = 0,5\% \text{ och } \epsilon_\rho = 1,0\%.$$

c. Strömning i spricka.  $l_{\text{nom}} = 100$  mm,

$$d_{\text{nom}} = 0,3 \text{ mm}, b_{\text{nom}} = 500 \text{ mm}, \epsilon_{\Delta p} = 5,1\%, \\ \epsilon_Q = 3,8\%, \epsilon_d = 3,3\%, \epsilon_l = 0,5\%, \epsilon_b = 0,5\%, \\ \epsilon_\mu = 0,5\% \text{ och } \epsilon_\rho = 1,0\%.$$

Felet i bestämningen av förlustkoefficienter är som framgår av figur 3.10 för mätningarna av rörströmning och strömning i springor mycket starkt beroende av Reynolds tal, men nästan oberoende av Re för mätningarna av strömning i sprickor. Anledningen till detta är att engångsförlusterna för studerad rör- respektive springgeometri utgör en mycket liten del av de totala tryckförlusterna och är små också i jämförelse med de totala

mätfelen. För sprickor däremot är engångsförlusterna betydligt större och dessutom betydande även vid låga  $Re$  (figur 2.12) varför de procentuella felen i förlustkoefficienter blir ganska små (10-15%) och nästan oberoende av  $Re$ . Skillnaden i felstorlekar mellan de båda strömningsgeometrierna rör och springa i figur 3.10. kan främst tillskrivas antagandet om exakt bestämd rördiameter.

Resultaten av de utförda felfortplantningsberäkningarna sammanfattas nedan.

- De värden på produkten friktionsfaktor - Reynolds tal som redovisats i avsnitt 3.2 - 3.4 har ett fel som är mindre än 10%.
- Den av författaren använda mätmetodiken och mätutrustningen duger inte för att bestämma förlustkoefficienter för enskilda förlustställen. Vid låga Reynolds tal ställer denna bestämning så extrema krav på mätnoggrannhet att möjligheterna att med gott resultat beräkna enskilda förlustkoefficienter ur experimentella undersökningsresultat kan ifrågasättas.
- Författarens mätmetodik och mätutrustning kan användas till att beräkna den totala inverkan av engångsförluster vid strömning i sprickor. Vid redovisade mätningar var felet i denna bestämning mindre än 15%.

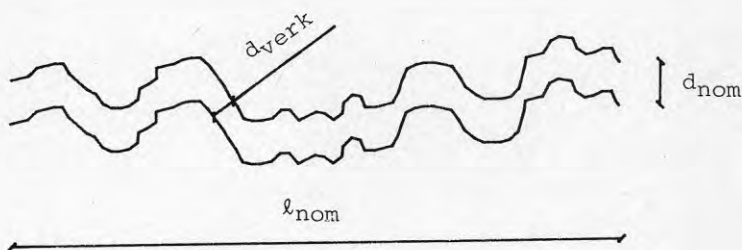
## 4 STRÖMNING GENOM SPRICKOR, INVERKAN AV SPRICKGEOMETRI

### 4.1 Inledning

En sprickas geometri är i allmänhet endast känd vid dess ändytor. Oftast är känt vilka material sprickan passerar genom och ibland är också orsaken till sprickans uppkomst känd, men i övrigt är inget känt om sprickans inre geometri. Dessa kunskaper om sprickan är otillräckliga för att exakt beräkna flöde, strömningsmotstånd m m. Målet för forskningen inom detta område är att utgående från ovanstående kunskaper ange sannolika värden för strömningsparametrarna. Ett omfattande forskningsarbete kommer att erfordras för att uppnå detta mål.

I synnerhet två faktorer måste uppmärksammas vid studier av strömning genom sprickor:

- De nominella geometriska mått som kan bestämmas är av extremvärdestyp och skiljer sig ofta mycket från de verkliga måtten, figur 4.1. Förhållandet mellan nominella och verkliga mått måste bestämmas för olika material och spricktyper.



Figur 4.1 Nominella respektive verkliga geometriska mått för en spricka  
 ( $l_{verk}$  = flödeslängd utmed sprick-  
 yteprofilen)

- Strömningen i sprickor är oftast ofullständigt utbildad. Sprickorna innehåller en mängd förlustställen i form av area- och riktningsändringar, vilket gör att engångsförlusterna blir betydelsefulla. Avstånden mellan förlustställen är små och strömningen i en punkt kan påverkas av flera närliggande förlustställen. Även om sprickgeometrin var känd i detalj vore det knappast realistiskt eller möjligt att exakt beräkna engångsförlusternas storlek. Arbetet inriktas därför på att ta fram approximativa samband mellan engångsförlusternas totala storlek och nominella geometriska mått, material och spricktyp.

Innehållet i detta kapitel avser att närmare beskriva en sprickas geometri och dess inverkan på strömningen. Framställningen specialiseras på strömning genom sprickor i oarmerad betong. Oarmerad betong är ur spricksynpunkt ett inhomogent och isotropt material. Det förra beroende på att betong består av en blandning av godtyckligt förekommande ballastpartiklar av varierande storlek och form och mellanliggande cementpasta. Sprickor förekommer endast i cementpastan och mellan cementpasta och ballastpartiklar. Den isotropa egenskapen yttrar sig i att sprickor i oarmerad betong har likartad geometri i bredd- och längdriktningen.

Strömning genom sprickor i betong har studerats i liten omfattning. I avsnitt 3.4 har redovisats resultat från samtliga kända, relevanta, undersökningar. Resultaten uppvisar mycket stor spridning. I samtliga redovisade undersökningar har de undersökta sprickornas geometri varit okänd. Sannolikt hade en stor del av resultatens spridning kunnat förklaras om sprickornas geometri varit känd.

Författarens mätningar av en betongsprickas geometri presenteras i de närmast följande avsnitten. Mätmetod

och val av denna redovisas och diskuteras. Olika metoder för ytbeskrivning studeras. Mätresultaten används senare till att modifiera strömningssambanden.

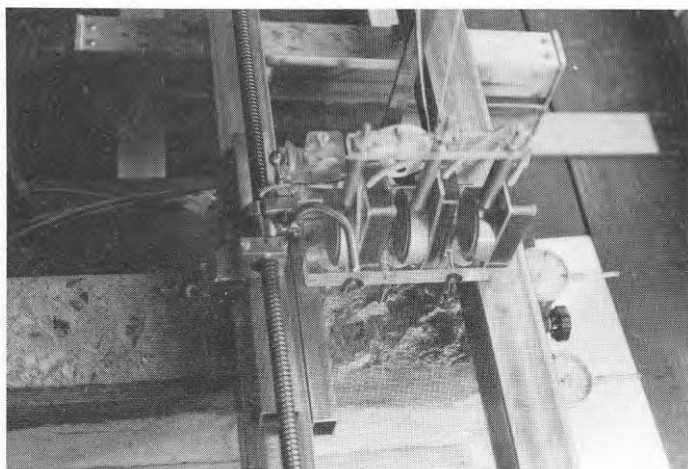
Undersökningen är av pilottyp och begränsad till en betongspricka.

#### 4.2 Mätmetod och mätutrustning

Vid mätningar av ytjämnhet bestäms mätytans höjdvaryation i förhållande till en helt plan yta. Mätningar av ytjämnhet sker främst vid mekaniska verkstäder och olika forskningsinstitutioner. De mätutrustningar som därvid används är konstruerade för mätytor med små höjdvaryationer, vanligtvis betydligt mindre än 1 mm. Dessa instrument kan inte användas för mätning av sprickytor i betong, vilka kan ha höjdvaryationer på upp mot 50 mm.

Fotogrammetri och lasermätning är två mätmetoder som kan komma i fråga vid mätningar av sprickytor i betong. Dessa mätmetoder har fördelen att de är beröringsfria och att mätpunkterna kan placeras mycket tätt i plan. Till metodernas nackdelar hör att mätutrustningen är dyr och komplicerad och att den måste handhas av specialister. Betong är ett optiskt inhomogent material och dess yta kan därför inte direkt uppmätas med laser utan måste först täckas med ett förångat metallskikt, vilket komplicerar och fördyrar mätförfarandet. För de aktuella mätningarna kunde ingen av mätmetoderna användas på grund av kostnads skull. Det var också oklart hur numeriska mätdata från mätutrustningarna skulle kunna överföras till utvärderingsdatorn vid användning av ovan nämnda mätmetoder.

För de aktuella mätningarna valdes att använda en mätutrustning, figur 4.2, som utvecklats vid institutionen för konstruktionsteknik på Chalmers. Mätutrustningen bestod av digitala mätklockor vars mätvärden automatiskt insamlades till en mät dator. Tre mätklockor var, med 55 mm inbördes avstånd, monterade på en löpare vilken gled på två fyrkantprofiler av stål. Löparens förflyttning ombesörjdes av en mutter på ett, parallellt med fyrkantprofilerna gående, gängat rundstål. Med ett enda enkelt handgrepp lyftes mätspetsarna från mätytan, framflyttades löparen 1 mm, nedsänktes mätspetsarna åter och registrerades mätvärdena av datorn. Mätytan, som var 95 x 165 mm i plan, uppmättes på detta sätt i sin korta riktning. När en ytprofil uppmätts fördes löparen tillbaka till utgångsläget och provkroppen, som placerats på en vagn, förflyttades 1 mm vinkelrätt mätriktningen. Efter avslutade mätningar överfördes mätvärdena från mät datorn till en stordator, vilken användes vid den fortsatta analysen.

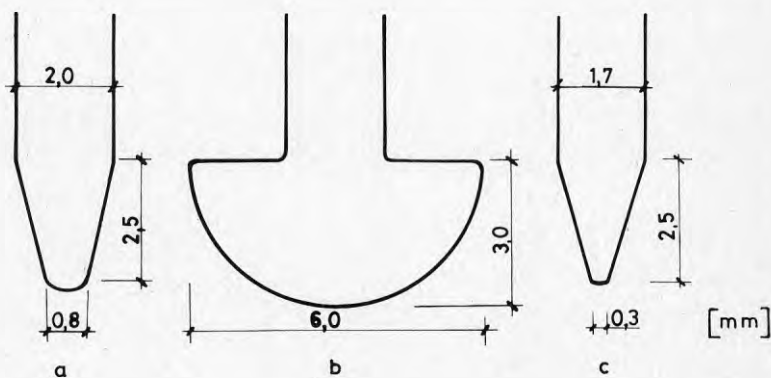


Figur 4.2 Mätutrustningen



Det digitala registreringssystemet som användes vid mätningarna medförde att felen blev små. Mätklockorna registrerade höjdvariationerna på 0,01 mm när och mätningar på en plan yta visade att totala mätfelet var av samma storleksordning.

Vid mätningarna användes en icke-normerad mätspets, figur 4.3a. Den enligt SIS 81 20 05 normerade mätspetsen, vilken har en halvsfärisk topp med 6 mm diameter, figur 4.3b, var inte ändamålsenlig då avsikten var att bestämma sprickytans geometri så noggrant som möjligt. Jämförande mätningar utfördes mellan den normalt vid mätningarna använda mätspetsen och en spets, figur 4.3c, som var något spetsigare än denna. Skillnaderna i mätresultat var små.

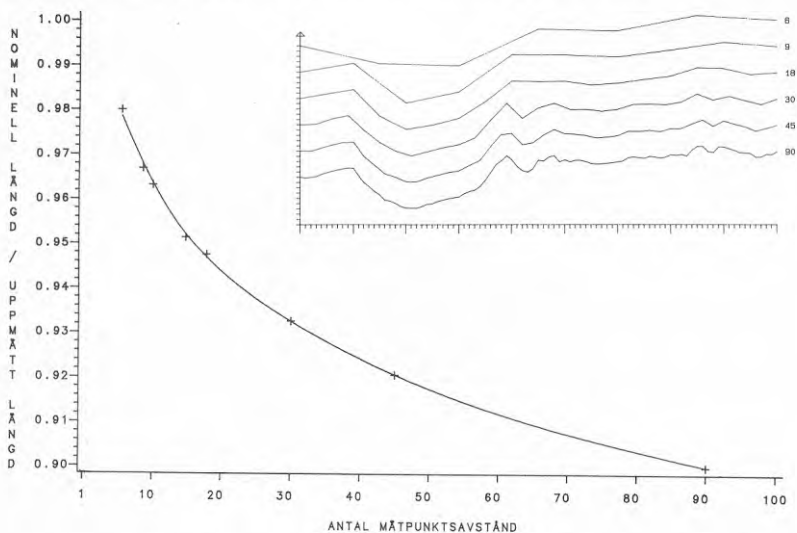


Figur 4.3 Mätspetsar

- a. Vid mätningarna använd spets
- b. Normerad spets
- c. Spets använd för jämförande mätningar

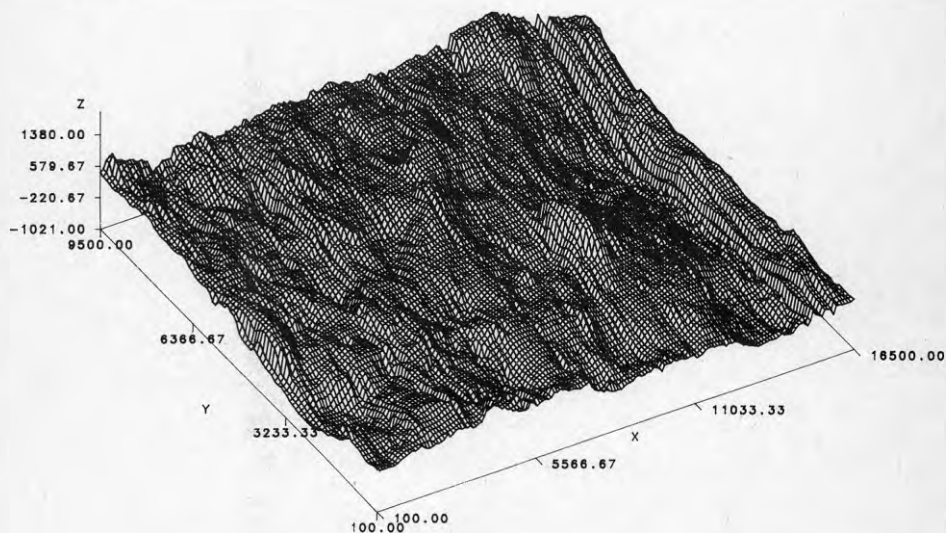
En nackdel med den använda mätmetoden är att betongytans utseende kan påverkas av att mätpetsen vidrör den. Det har inte varit möjligt att studera denna effekt genom jämförande mätningar med någon beröringsfri mätmetod. Effekten bedöms dock vara försumbar. Upprepade mätningar av en och samma mätprofil gav i inget fall en profillängd som var mer än 2.0% mindre än den först uppmätta.

I den använda mätmetoden uppmäts ytan i ett antal diskreta mätpunkter. Vid bestämningen av de geometriska parametrarna förenas mätpunkterna med räta linjer, vilket ger en förenklad bild av ytans verkliga utseende. Hur väl denna bild överensstämmer med ytans geometri är beroende av hur tätt mätpunkterna är placerade. I figur 4.4 visas hur bilden av en mätprofil påverkas av mätpunkternas antal och inbördes avstånd. Figuren visar också hur beräknad profillängd varierar med olika mätpunktsintensitet. Den använda mätutrustningen gav ett minsta mätpunktsavstånd på 1 mm, vilket användes vid alla mätningarna (totalt 15675 mätpunkter).



Figur 4.4 Förhållandet mellan nominell och uppmätt längd som funktion av mätpunktsintensiteten. Övre delen av figuren visar hur bilden av en mätprofil förändras med antalet mätpunkter.

I figur 4.5 visas en bild av den studerade betongytan, som uppritats utgående från numeriska mätdata.



Figur 4.5 Studerad betongyta (Mått i  $\text{mm} \times 10^{-2}$ )

#### 4.3 Metoder för ytbeskrivning

Att finna lämpliga metoder för beskrivning av sprick-  
ytor är väsentligt, bland annat ur nedanstående syn-  
punkter.

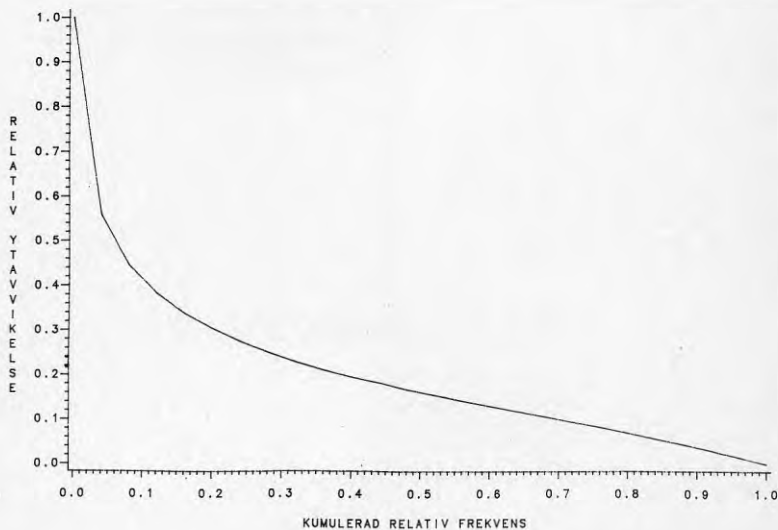
- Ytbeskrivningsmetoder gör det möjligt att jämföra olika sprickytor med varandra.
- Resultat av undersökningar av strömning genom sprickor bör kunna jämföras med varandra om en lämplig metod för ytbeskrivning använts.
- I många fall är det omöjligt att exakt beräkna totala inverkan av engångsförlusterna vid strömning genom en spricka. Införandet av en eller flera ytbeskrivande parametrar i strömningssambanden bör göra det möjligt att approximativt beakta engångsförlusterna.
- Kännedom om en sprickyta genom lämplig ytbeskrivningsmetod kan vara tillräckligt för att bedöma sprickans strömningsegenskaper.

Det inom mekaniska tillämpningar vanligaste ytjämnhetsmättet är Ra-värdet. Ra-värdet är lika med medelvärdet av ytavvikelserna från medelytan. Ra-värdet ger inte någon information om ytavvikelsernas storleksfördelning. Det ger heller inte någon information om antalet "toppar" och "dalar" hos mätytan. Den studerade betongytans Ra-värde var 3,17 mm, baserat på samtliga mätpunkter.

I SIS 81 20 05 beskrivs en normerad metod för bestämning av ytjämnhet hos betongytor. Sex mätsträckor uppmäts, varav tre sträckor vardera är riktade i ytans längd- respektive breddriktning. Varje mätsträcka har 10 mätpunkter med 5 mm inbördes avstånd. För var och en av mätsträckorna beräknas variansen av höjdskillnaderna

mellan närliggande mätpunkter. Ytjämnheten bestäms av kvadratroten ur medelvärdet för de sex varianserna. Ytjämnheten kan bestämmas med enkel mätutrustning och med enkla beräkningshjälpmedel. Det erhållna ytjämnhetsvärdet ger inte mer information än Ra-värdet. En Ra-värdesbestämning kan baseras på ett större antal mätvärden och Ra-värdet är mera allmänt använt som ytjämnhetsmått. Med den icke normerade mätspetsen bestämdes ytjämnheten för den studerade betongytan till 176 mm med en variationskoefficient på 16% baserat på 10 oberoende ytjämnhetsbestämningar.

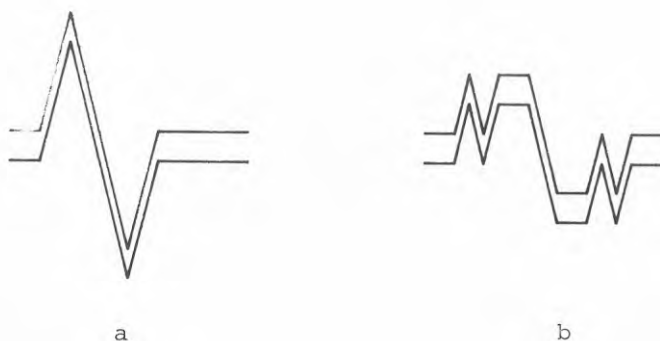
Ytavvikelseernas storleksfördelning kan beskrivas med ytans kumulativa fördelningsfunktion. Denna anger andelen ytavvikelser som är större eller lika med en betraktad ytavvikelse. Figur 4.6 redovisar fördelningsdiagrammet för den studerade betongytan. Ra-värdet kan erhållas ur ytan under fördelningsfunktionen.



Figur 4.6 Kumulativ fördelningsfunktion för den studerade betongytan, baserad på 15675 mätpunkter. Ordinatan anger  $y/y_{\max}$ , där den största ytavvikelsen,  $y_{\max}$ , var 12,6 mm.

De geometriska mått som framräknas ur mätdata i avsnitt 4.4 är också i sig mått på ytjämnhet.

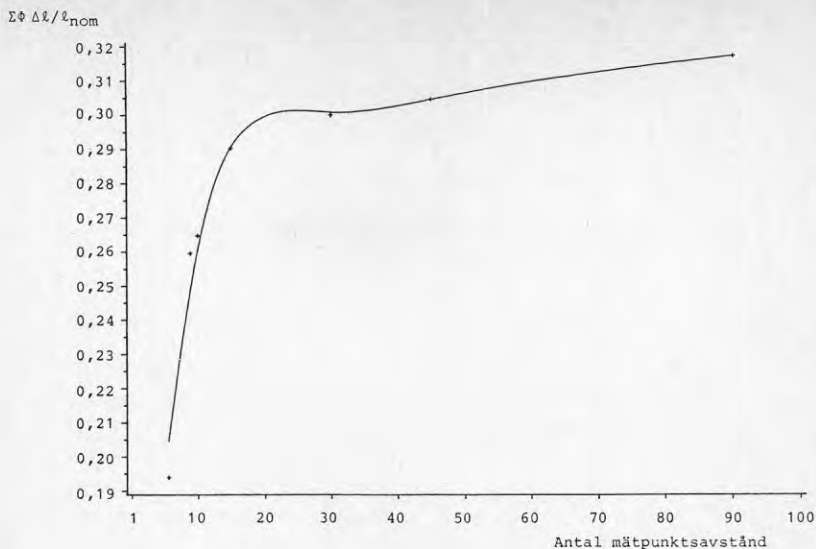
I figur 4.7 ges exempel på två flödesgeometrier som har lika flödeslängd och Ra-värde, men har olika strömningsmotstånd.



Figur 4.7 Exempel på flödesgeometrier med lika flödeslängd och Ra-värde men olika strömningsmotstånd

Flödesgeometrierna i figur 4.7 har olika strömningsmotstånd därför att totala inverkan av engångsförluster är olika på grund av det större antalet riktningsändringar i den ena geometrin. Ingen av de hittills presenterade ytbeskrivningsmetoderna klarar av att detektera skillnaden mellan geometrierna i figur 4.7.

En summering av vinkeländringarna utmed flödeslängden skulle visa på skillnaderna mellan geometrierna i figur 4.7. Vinkeländringssummans storlek är starkt beroende av antalet mätpunkter, men genom att använda vinkeländringssumman per längdenhet och multiplicera den med medelavståndet mellan mätpunkterna erhålls en relativt stabil produkt, figur 4.8.



Figur 4.8 Produkten av vinkelängrinssumma per längdenhet och medelavstånd mellan mätpunkter som funktion av mätpunktstätheten

Produkten av vinkeländringssumma och mätpunktsavstånd är inte heller något oantastligt ytbeskrivningsmått. Bland annat kommer inte antalet vinkeländringar och de enskilda vinkeländringarnas storlek att beaktas. Genom att sektionsändringar och riktningsändringar alltid är kopplade till varandra i naturligt uppkomna sprickor kan summan av vinkeländringarna dock utgöra ett mått på engångsförlusternas betydelse vid strömning i en spricka. För att undvika alltför starkt beroende av mätpunktstäthet bör vinkeländringssumman multipliceras med medelavståndet mellan mätpunkter (figur 4.8). Samband för beräkning av vinkeländringssumma ur mätdata redovisas i nästa avsnitt.

#### 4.4 Geometriska mått erhållna vid sprickytemätning

I detta avsnitt redovisas hur de geometriska måtten beräknats ur numeriska mätdata erhållna vid sprickytemätningen.

Genom att summera avstånden mellan intilliggande mätpunkter utmed en mätprofil erhålls mätprofilens längd. Den genomsnittliga flödeslängden ( $l_{uppm}$ ) beräknas som medelvärdet av mätprofilernas längder.

Om följande beteckningar används, där tal inom parentes anger värden vid aktuell mätning,

$n_l, n_b$  = antal mätpunkter i längd- respektive breddriktningen (95, 165)

$y$  = mätpunkts höjd i förhållande till referensplan

$\Delta_l, \Delta_b$  = mätpunkternas inbördes avstånd i längd- respektive breddriktningen i referensplanet (1 mm, 1 mm)

$l_{\text{uppm}}, b_{\text{uppm}}$  = genomsnittlig uppmätt strömningslängd respektive strömningsbredd

$l_{\text{nom}}, b_{\text{nom}}$  = nominell strömningslängd respektive strömningsbredd

erhålls

$$l_{\text{uppm}} = \left( \sum_{j=1}^{n_b} \sum_{i=1}^{n_l-1} \left( (y_{i,j} - y_{i+1,j})^2 + (\Delta_l)^2 \right)^{1/2} \right) / n_b \quad (4.1)$$

på motsvarande sätt

$$b_{\text{uppm}} = \left( \sum_{i=1}^{n_l} \sum_{j=1}^{n_b-1} \left( (y_{i,j} - y_{i,j+1})^2 + (\Delta_b)^2 \right)^{1/2} \right) / n_l \quad (4.2)$$

För den studerade betongytan erhölls

$$l_{\text{nom}}/l_{\text{uppm}} = 0,90 \quad (4.3)$$

respektive

$$b_{\text{nom}}/b_{\text{uppm}} = 0,90 \quad (4.4)$$



Den genomsnittliga sprickvidden är något mer komplicerad att beräkna. Vid beräkningen erhålls ett sprickviddsvärde ur fyra närliggande mätpunkter, vilka utgör hörnpunkter i en delyta. Dessa delytors areor är olika beroende på ytans lutning i längd- respektive breddriktningen, vilket måste beaktas vid beräkning av det genomsnittliga sprickviddsvärdet. De fyra mätpunkterna ligger i allmänhet inte i samma plan och inget är känt om ytans utseende mellan mätpunkterna, varför dess area endast kan uppskattas. Nedan sker detta genom produkten av medeltalen på ytans utsträckning i längd- och breddled, vilka erhålls ur de fyra mätpunkterna.

Införs följande beteckningar

$A_{del}$  = uppskattad area av delyta mellan fyra närliggande i fyrkant belägna mätpunkter

$l_{del}$ ,  $b_{del}$ ,  $d_{del}$  = delytans längd, bredd respektive tillhörande beräknad sprickvidd

$d_{uppm}$  = genomsnittligt värde av sprickvidden

$d_{nom}$  = nominell sprickvidd

erhålls

$$l_{del} = \left( \left( (y_{i,j} + y_{i,j+1}) / 2 - (y_{i+1,j} + y_{i+1,j+1}) / 2 \right)^2 + (\Delta_l)^2 \right)^{1/2} \quad (4.5)$$

$$b_{del} = \left( \left( (y_{i,j} + y_{i+1,j}) / 2 - (y_{i,j+1} + y_{i+1,j+1}) / 2 \right)^2 + (\Delta_b)^2 \right)^{1/2} \quad (4.6)$$

$$A_{del} = l_{del} \cdot b_{del} \quad (4.7)$$

$$d_{del} = \left( \frac{\Delta_l}{l_{del}} \cdot \frac{\Delta_b}{b_{del}} \right) \cdot d_{nom} \quad (4.8)$$

$$d_{uppm} = \left( \sum_{j=1}^{n_b-1} \sum_{i=1}^{n_l-1} A_{del} \cdot d_{del} \right) / \sum_{j=1}^{n_b-1} \sum_{i=1}^{n_l-1} A_{del} \quad (4.9)$$

För den studerade betongytan erhöles:

$$d_{uppm} / d_{nom} = 0,73 \quad (4.10)$$

I det föregående avsnittet används också begreppet summa vinkeländring, beträffande mätprofiler riktade i flödesriktningen. Därmed avses en summering av mätprofilens riktningsändringar i mätpunkterna. Det genomsnittliga värdet beräknades ur mätvärden enligt nedan.

$\Sigma\phi$  = genomsnittlig vinkeländringssumma

$$l_a = ((y_{i-1,j} - y_{i,j})^2 + (\Delta l)^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4.11)$$

$$l_b = ((y_{i,j} - y_{i+1,j})^2 + (\Delta l)^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4.12)$$

$$l_c = |2y_{i,j} - y_{i-1,j} - y_{i+1,j}| \quad (4.13)$$

$$\Sigma\phi = \left( \sum_{j=1}^{n_b} \sum_{i=2}^{n_l-1} \arccos \left( \frac{[(l_a)^2 + (l_b)^2 - (l_c)^2]}{2 l_a l_b} \right) \right) / n_b \quad (4.14)$$

Alla mätresultat som presenteras i detta avsnitt avser mätningar på en och samma betongspricka. I tabell 4.2 sammanfattas de olika ytbeskrivningsmått som redovisats för denna betongspricka.

Tabell 4.1 Ytbeskrivningsmått för studerad betongspricka

Betongsammansättning	K35, vct $\approx$ 0,6 sand 0-8 mm + makadam
Ytjämnhet enl. SIS 812005 (ej normerad mätspets)	176 mm
Ra-värde	3,17 mm
$l_{nom} / l_{uppm} (b_{nom} / b_{uppm})$	0,90
$d_{uppm} / d_{nom}$	0,73
$\Sigma\phi \cdot \Delta l / l_{nom}$	$\approx$ 0,32

## 4.5 MODIFIERADE STRÖMNINGSSAMBAND

### 4.5.1 Inledning

De föregående avsnitten i detta kapitel har ägnats åt att redovisa sprickytemätningar och bestämma förhållanden mellan nominella och uppmätta geometriska mått för en betongspricka. I detta avsnitt används de erhållna resultaten vid modifiering av stömnings sambandet. Det härvid uppställda strömnings sambandet baseras på sambandet för strömning i springor:

$$\Delta p = \frac{12 \cdot \mu \cdot l \cdot Q}{b \cdot d^3} + \frac{\Sigma (n/Re + m) \cdot \rho \cdot Q^2}{2 b^2 d^2} \quad (3.5)$$

De modifieringar som införs gäller geometriska mått, engångsförluster och strömningsmotståndets beroende av nominella sprickvidden.

### 4.5.2 Engångsförlusterna vid strömning i sprickor

I rapporten har tidigare konstaterats att engångsförlusterna spelar en betydligt större roll vid strömning i sprickor än vid strömning i springor. Vid strömning i springor gör engångsförlusterna skäl för sitt namn i det att varje förlust kan härledas till en speciell punkt i flödesgeometrin. En sprickas geometri är i allmänhet inte så väl känd att enskilda förlustställen kan lokaliseras och skiljas från varandra. Dessutom är strömningen i sprickan oftast ofullständigt utbildad och närliggande förlustställen påverkar storleken av varandras förluster. Vid strömning i sprickor är det därför snarast så att dessa förluster, beroende på det stora antalet förlustställen, förekommer kontinuerligt utmed flödeslängden. Författaren benämner även fortsättningsvis dessa förluster för engångsförluster, för att inte onödigtvis införa nya begrepp och för att visa på släktskapet med engångsförlusterna vid strömning i springor.

I enlighet med ovan stående beskrivning av engångsförlusterna kontinuerliga förekomst har författaren infört förlustkoefficienter per längdenhet i strömningssambandet för sprickor

$$\Delta p = \frac{12 \cdot \mu \cdot l \cdot Q}{b \cdot d^3} + \frac{n_{sp} \cdot \mu \cdot l \cdot Q}{4 \cdot b \cdot d^2} + \frac{m_{sp} \cdot \rho \cdot l \cdot Q^2}{2 \cdot b^2 \cdot d^2} \quad (4.15)$$

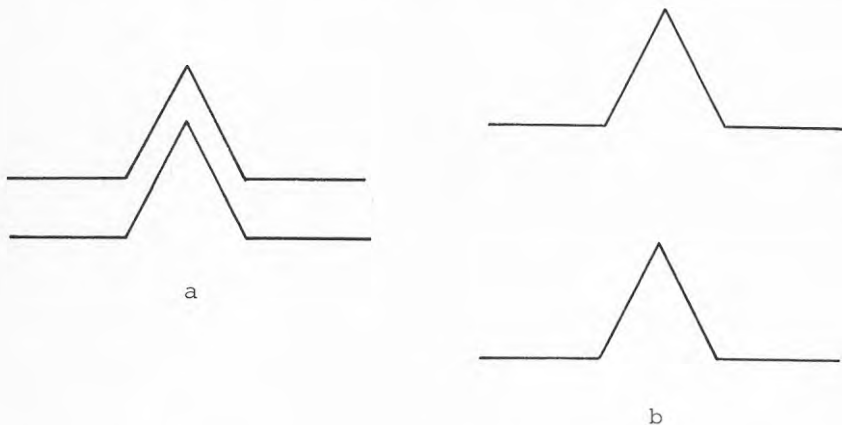
där

$$n_{sp}, m_{sp} = \text{förlustkoefficienter per längdenhet.}$$

Enligt ekvation (4.15) kan sprickan uppfattas som ett enda förlustställe för vilket förlustkoefficienterna beräknas enligt  $m = m_{sp} \cdot l$  och  $n = n_{sp} \cdot l$ . Förlustkoefficienterna per längdenhet,  $m_{sp}$  och  $n_{sp}$ , beskrivs närmare i följande avsnitt.

#### 4.5.3 Strömningssambandets sprickviddsberoende

I figur 4.9 visas hur en och samma sprickytegeometri inverkar olika på strömningen vid olika nominell sprickvidd. Figur 4.9a visar en flödesgeometri med tre distinkta riktningsändringar som vid en ökning av avståndet mellan sprickyterna förändras till en rak flödesgeometri med en ensidig förträngning, figur 4.9b.



Figur 4.9 Exempel på hur flödesgeometrin kan förändras vid ändring av avståndet mellan sprickyterna

En dylik förändring av avståndet mellan sprickytorna påverkar såväl förhållandet mellan verkliga och nominella geometriska mått som engångsförlusterna.

De verkliga geometriska mått som erhållits ur mätningarna av sprickytegeometrin avser förhållandena då sprickytorna anligger mot varandra (sprickvidden  $\rightarrow 0$ ). Vid ökning av avståndet mellan sprickytorna kommer de verkliga måtten att närma sig de nominella. Detta närmande är inte linjärt utan det är störst vid liten separation och sker asymptotiskt vid ökande separation. Nedan anges en ansats att beskriva hur förhållandet mellan verkliga och nominella mått varierar med nominell sprickvidd.

$$\delta_{\text{verk}} = 1 - (1 - \delta_{\text{uppm}})^{(k \cdot d_{\text{nom}} + 1)} \quad (4.16)$$

där

$$\delta_{\text{verk}} = \text{förhållandet mellan verkliga och nominella mått,} \\ \frac{l_{\text{nom}}}{l_{\text{verk}}}, \frac{b_{\text{nom}}}{b_{\text{verk}}} \text{ eller } \frac{d_{\text{verk}}}{d_{\text{nom}}}$$

$$\delta_{\text{uppm}} = \text{förhållandet mellan uppmätta och nominella mått framräknat ur resultat från mätningar av sprickytornas geometri (för aktuell betongspricka enligt avsnitt 4.4)}$$

$$k = \text{konstant}$$

Det föreslagna sambandet (ekvation (4.1)) har uppritats i figur 4.10 för  $\delta_{\text{uppm}} = 0,9$  ( $= \frac{l_{\text{nom}}}{l_{\text{verk}}}$  enligt avsnitt 4.4) och två olika värden på konstanten  $k$ . Sambandet överensstämmer väl med den ovan stående beskrivningen av hur förhållandet mellan verkliga och nominella mått varierar vid förändring av avståndet mellan sprickytorna. Ekvation (4.16) uppfyller dessutom randvillkoren  $\delta_{\text{verk}} \rightarrow \delta_{\text{uppm}}$  då  $d_{\text{nom}} \rightarrow 0$  och  $\delta_{\text{verk}} \rightarrow 1$  då  $d_{\text{nom}} \rightarrow \infty$ . Konstanten  $k$  i ekvation (4.16) kan i det allmänna

fallet förväntas vara olika för flödeslängd och sprickvidd. Däremot kan sambanden för flödeslängd och sprickbredd många gånger förväntas vara lika, vilket också indikeras av mätresultaten i avsnitt 4.4.

Förlustkoefficienterna uppvisar en liknande variation med avståndet mellan sprickytorna, i det att de vid litet avstånd antar ett högt värde och vid ökad separation närmar sig noll. Nedanstående samband är ett försök att beakta både beroendet av sprickyteavståndet och förlustkoefficienternas koppling till sprickgeometrin.

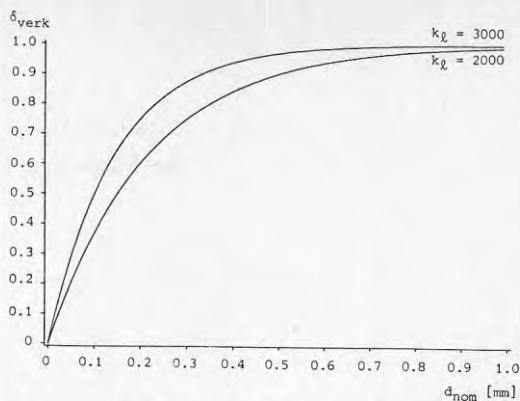
$$k_{sp}^{-1} = \left( 1 + \frac{l_{nom}}{\Sigma\Phi \cdot \Delta l} \right)^{k_m \cdot d_{nom}} - 1 \quad (4.17)$$

$$k_{sp}^{-1} = \left( 1 + \frac{l_{nom}}{\Sigma\Phi \cdot \Delta l} \right)^{k_n \cdot d_{nom}} - 1 \quad (4.18)$$

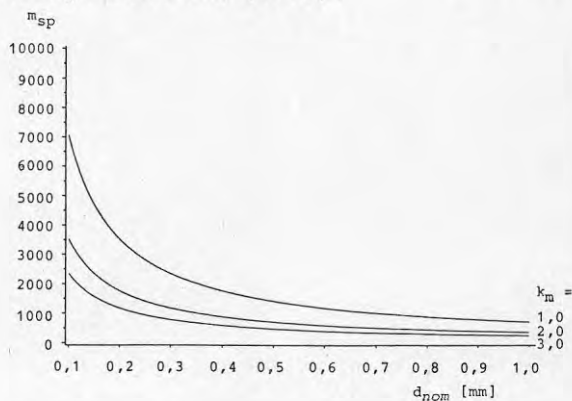
där

$$k_m, k_n = \text{konstanter.}$$

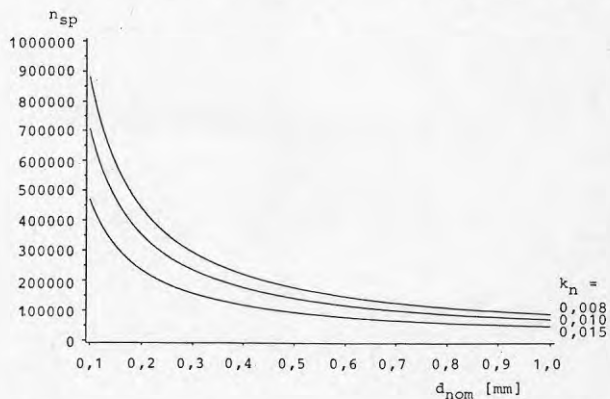
Den geometriska kopplingen görs här via produkten vinkeländringssumma per längdenhet-medelmätavstånd, beskriven i avsnitt 4.3 och 4.4. Konstanterna  $k_m$  och  $k_n$  i ekvation (4.17) respektive (4.18) kan inte förväntas vara lika på grund av m- och n-termernas olika fysikaliska ursprung (kapitel 2). I figurerna 4.11 och 4.12 har ekvation (4.17) respektive (4.18) uppritats för  $\Sigma\Phi \cdot \Delta l / l_{nom} = 0,32$  (jämför figur 4.8) och tre olika värden på konstanterna  $k_m$  och  $k_n$ . Konstanternas värden har i dessa figurer liksom i figur 4.10 valts så att de är realistiska för den studerade betongsprickan.



Figur 4.10 Förhållandet mellan verkliga och nominella mått som funktion av nominell sprickvidd, enligt ekvation (4.16).



Figur 4.11 Förlustkoefficienten  $m_{sp}$  som funktion av nominell sprickvidd, enligt ekv. (4.17).



Figur 4.12 Förlustkoefficienten  $n_{sp}$  som funktion av nominell sprickvidd, enligt ekv. (4.18).

Sammanfattas de i detta avsnitt föreslagna modifieringarna av ekvation (3.5) erhålls följande samband för strömning i sprickor. Sambandet har förenklats genom att förhållandena mellan verkliga och nominella mått sätts lika för flödeslängd och sprickbredd, vilket gäller för den studerade betongsprickan liksom för många andra sprickgeometrier.

$$\Delta p = (48 + n_{sp} d_{nom} \delta_{d,verk}) \cdot \frac{\mu \cdot l_{nom} Q}{4 b_{nom} d_{nom}^3 \delta_{d,verk}^3} + \frac{m_{sp} l_{nom} \rho \delta_{l,verk} Q^2}{2 b_{nom}^2 d_{nom}^2 \delta_{d,verk}^2} \quad (4.19)$$

där

$$\delta_{d,verk} = 1 - (1 - d_{uppm}/d_{nom})^{(k_d d_{nom} + 1)}$$

$$\delta_{l,verk} = 1 - (1 - l_{nom}/l_{uppm})^{(k_l d_{nom} + 1)}$$

$$n_{sp} = \frac{1}{\left(1 + \frac{l_{nom}}{\Sigma \Phi \cdot \Delta l}\right)^{k_n d_{nom}} - 1}$$

$$m_{sp} = \frac{1}{\left(1 + \frac{l_{nom}}{\Sigma \Phi \cdot \Delta l}\right)^{k_m d_{nom}} - 1}$$

$$k_d, k_l, k_n, k_m = \text{konstanter.}$$

Tillämpbarheten av ekvation (4.19) studeras närmare i avsnitt 4.5.4.



#### 4.5.4 Strömningssamband för en spricka i betong

Det modifierade strömningssamband, ekvation (4.19), som presenterats i föregående avsnitt studeras här närmare med tillämpning på strömning genom betongsprickor.

Konstanterna  $k_d$ ,  $k_\ell$ ,  $k_m$  och  $k_n$  i ekvation (4.19) kan inte direkt bestämmas ur enskilda mätningar av strömning genom sprickor. Med hjälp av icke linjär regressionsanalys av en mängd mätresultat kan de i minsta kvadratmetodens mening bästa värdena på konstanterna erhållas. I detta fall försvåras regressionsanalysen av att konstanterna är mycket starkt korrelerade. För att i någon mån förenkla regressionsberäkningen har konstanterna  $k_\ell$  och  $k_d$  satts lika med varandra. ( $k_\ell$  och  $k_d$  ingår i likadana samband, ekvation (4.16), vilka beskriver geometriska förhållanden.) Vid regressionsanalysen krävs mätresultat för olika sprickvidder för att kunna bestämma konstanterna  $k_\ell (=k_d)$  och  $k_n$ .

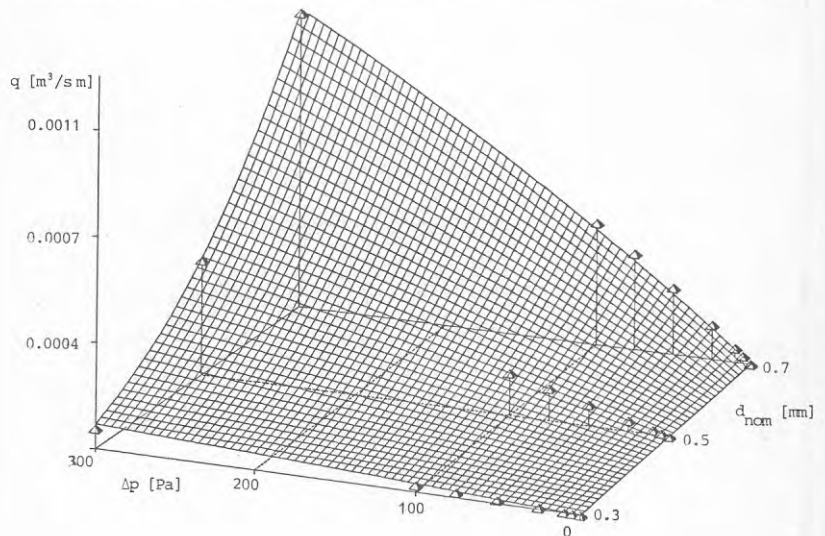
Regressionsanalysen utfördes på två olika datamängder. Den ena mängden bestod av mätresultat för den av författaren studerade betongsprickan. De vid regressionen använda värdena  $\delta_{\ell, \text{uppm}} = 0,9$ ,  $\delta_{d, \text{uppm}} = 0,73$  och  $\Sigma\Phi + \Delta\ell / \ell_{\text{nom}} = 0,32$  kommer från mätningarna av denna sprickas geometri som presenterats tidigare i detta kapitel.

Den andra datamängden innehöll förutom resultat för ovan nämnda spricka resultat för tre sprickor, även de med  $\ell_{\text{nom}} = 0.10$  m, som studerats av *Jergling (1981)*. Ungefär 67% av mätresultaten i denna datamängd kom därför att härstamma från sprickor vars geometri var okänd. Jergling och författaren har som tidigare nämnts använt samma betongsammansättning, spräckningsmetod och mätutrustning. Resultatet av regressionsanalysen för de båda datamängderna redovisas i tabell 4.2.

Tabell 4.2 Konstanter  $k_\ell$ ,  $k_n$  och  $k_m$  i ekvation (4.19) erhållna genom icke linjär regression av mätresultat för strömning genom betongsprickor

Datamängd	$k_\ell (=k_d)$	$k_n$	$k_m$
Författaren (en spricka, 27 mätdata)	1303	0,0080	3,07
Jerqling (1981) + författaren (fyra sprickor, 81 mätdata)	1254	0,0094	1,97

I figur 4.13 visas hur ekvation (4.19), med värden på  $k_\ell$ ,  $k_m$  och  $k_n$  enligt tabell 4.1, ansluter till mätpunkterna för den av författaren studerade betongsprickan.



Figur 4.13 Strömningssambandet enligt ekvation (4.19) uppritat för den studerade betongsprickan inom området  $0 \text{ Pa} \leq \Delta p \leq 300 \text{ Pa}$ ,  $0,3 \text{ mm} \leq d_{\text{nom}} \leq 0,7 \text{ mm}$ . Topparna på pyramiderna i figuren markerar mätresultat.

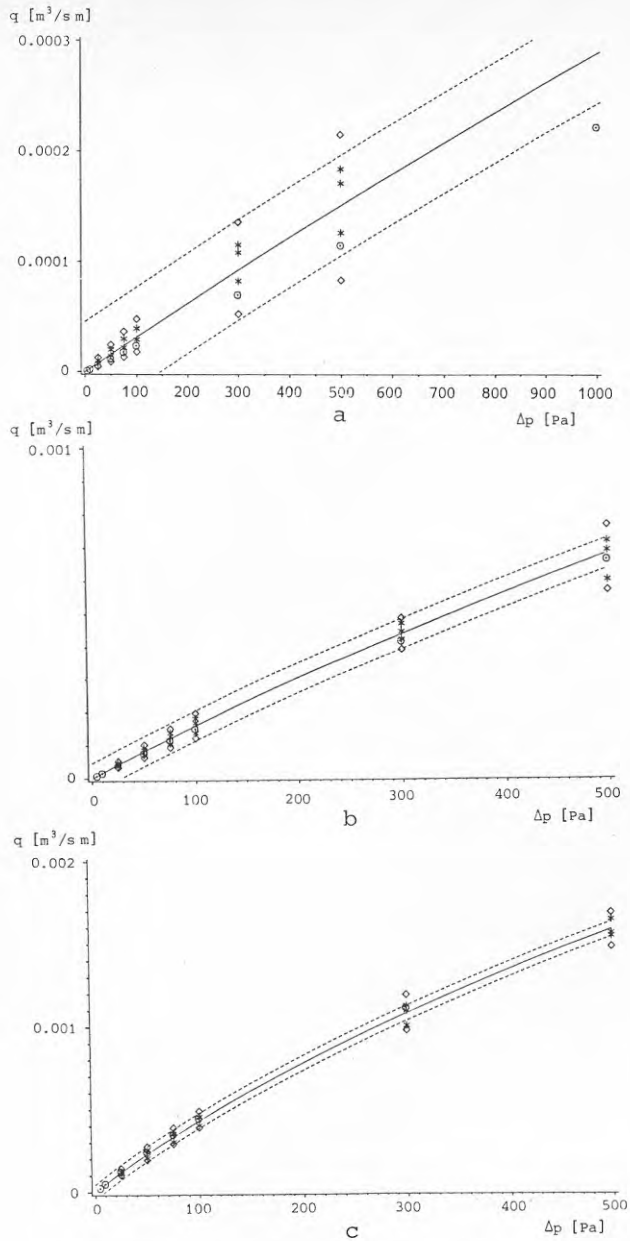
Resultaten i tabell 4.2 antyder att det kan finnas förutsättningar att använda generella geometriska beskrivningsmått ( $\delta_{\text{uppm}}$  respektive  $\Sigma\Phi \cdot \Delta l / l_{\text{nom}}$ ) för sprickor vilka är av samma typ och förekommer i samma material. Konstanterna  $k_\ell$  och  $k_n$  skiljer sig inte mycket åt mellan de båda datamängderna. För konstanten  $k_m$  är skillnaden större. Möjligen kan det faktum ha inverkat att författarens datamängd innehåller betydligt fler mätresultat vid låga Reynolds tal, där bestämningen av  $k_m$  är mera osäker, än den kombinerade datamängden.

Konstanternas värden uppvisar enligt regressionsanalysen stor spridning, standardavvikelserna uppskattas vara av samma storleksordning som konstantvärdena. De stora spridningsmått på konstanternas värden förklaras till stor del av att konstanterna, i synnerhet  $k_\ell$  och  $k_n$ , är mycket starkt korrelerade och svåra att särskilja från varandra vid analysen.

Ovan nämnda osäkerhet i bestämning av konstanternas värden föranledde en studie av hur väl strömningssambandet ansluter till mätdata.

I figurerna 4.14a - c har strömningssambandet för den större av datamängderna som används vid regressionsanalysen uppritats tillsammans med mätdata för sprickvidderna 0,3 mm, 0,5 mm respektive 0,7 mm. Strömningssambandet tycks anpassa väl till mätdata. Önskvärt är att kunna ange statistiska mått på det använda sambandets anpassning till mätdata, varför en enkel statistisk betraktelse utförts.

Strömningssambandet har erhållits genom att ansätta en ekvationsform och utföra regressionsanalys på mätdata för att bestämma några konstanter (skattade parametrars) värden i ekvationen. Brister i det erhållna resultatet kan bero dels på att den ansatta ekvationsformen inte



Figur 4.14 Strömningssamband, mätdata och spridningsmätt för betongsprickor. Nominell flödeslängd 0,10 m

- a: nominell sprickvidd 0,3 mm
- b: nominell sprickvidd 0,5 mm
- c: nominell sprickvidd 0,7 mm

heldragen linje = Strömningssamband enligt ekvation (4.19).

streckade linjer = 95%-igt prediktionsintervall för regressionslinjen, erhållit ur vid regressionen skattad varians.

⊙ = mätresultat (denna undersökning)

\* = mätresultat (Jergling (1981))

◇ = markerar 95%-igt konfidensintervall för mätresultat erhållna vid samma tryckskillnad och sprickvidd.

fullständigt beskriver det verkliga sambandet (modellfel) och dels på spridningen hos de mätdata som använts vid regressionen (mätfel). De senare felen i strömnings-sambandet uppskattas genom spridningsanalys av mätdata medan ekvationsformens verklighetsförankring kan studeras genom ett test av missanpassning (lack of fit test), vilket beskrivits av bland andra *Draper & Smith (1966)*.

En förutsättning för test av missanpassning är att flera oberoende mätningar har utförts. Datamängden som innehåller Jerblings och författarens mätresultat för sprickor med 0.10 m flödeslängd, uppfyller denna förutsättning beroende att den omfattar mätresultat för fyra olika sprickor. För nästan varje studerad kombination av tryck-skillnad-sprickvidd föreligger i denna datamängd fyra uppmätta flödesvärden. I tabell 4.3 redovisas testet av missanpassning för det strömningssamband som erhållits för ovan nämnda datamängd.

Tabell 4.3 Test av det föreslagna sambandets missanpassning

	Antal frihets- grader f	Residual- kvadrat- summa SSE	Skattad varians SSE/f
Regressionsanalys (Mätdatas avvikelser från modellen)	78	$42,1 \cdot 10^{-9}$	$0,54 \cdot 10^{-9}$
Spridningsanalys (Mätdatas avvikelser från medelvärdet)	53	$3,63 \cdot 10^{-9}$	$0,69 \cdot 10^{-9}$
Missanpassning	25	$5,7 \cdot 10^{-9}$	$0,23 \cdot 10^{-9}$

Innehållet i tabell 4.3 beskrivs inte i detalj här. Regressionsanalysen vilken tidigare presenterats avsåg att bestämma 3 parametervärden ur en datamängd med 81 mätresultat. Spridningsanalysen avsåg flödesvärden för

de kombinationer av tryckskillnad-sprickvidd för vilka flera oberoende mätningar utförts. I datamängden fanns 17 sådana kombinationer med vardera 4 observationer och en kombination med 3 observationer (antal frihetsgrader =  $17(4-1) + (3-1) = 53$ ). Missanpassningen erhöles som den del av mätvärdens spridning från strömningssambandet som inte kunde förklaras av mätvärdenas inbördes spridning, det vill säga i tabell 4.3 som skillnaden mellan residual-kvadratsummorna erhållna vid regressionsanalysen respektive spridningsanalysen. Hypotesen som testas är att modellen är riktig. Testet utförs som F-test där kvoten mellan de skattade varianserna för missanpassning och mätdata ( $0,23/0,69 \approx 0,33$ ) jämförs med det kritiska F-värdet  $F(25, 53, 0,95) (\approx 1,7)$ . Testet visar att hypotesen inte kan förkastas ( $0,33 < 1,7$ ). (Den valda signifikansnivån innebär att modellen felaktigt förkastas i 5 fall av 100.) Det beskrivna testet bör användas med försiktighet vid icke linjära modeller, i detta fall är dock utfallet av testet så klart att det rimligen är förhållandevis säkert att modellen inte alltför illa beskriver verkligheten.

Med stöd av det ovanstående har författaren valt att inte vidare beakta strömningssambandets missanpassning. Utgående från den vid regressionsanalysen skattade variansen har i figurerna 4.14a - c inritats ett 95% prediktionsintervall runt strömningssambandet. Prediktionsintervallets storlek är konstant varför ingen information erhålls om hur spridningen varierar lokalt. För att erhålla sådan information har i figurerna 4.14a - c också markerats lokala 95% konfidensintervall för de 18 små grupperna med likvärdiga mätdata.

Sammanfattningsvis kan följande slutsatser dras utav den företagna analysen av strömningssamband och mätdata.

- Det är möjligt att använda generella geometriska beskrivningsmått ( $\delta_{\text{uppm}}$  respektive  $\Sigma\Phi \cdot \Delta l / l_{\text{nom}}$ ) för sprickor av samma typ som förekommer i samma material.
  
- Det föreslagna sambandet för strömning i sprickor fungerar bra inom det studerade området, sprickvidd 0,3 mm - 0,7 mm och tryckskillnad 5 Pa - 500 Pa, för sprickor av samma typ och i samma material som den studerade.

Dataunderlaget är alltför litet för att kunna göra några allmänna slutsatser om det föreslagna sambandets (ekvation (4.19)) tillämpbarhet. Avsaknaden av sprickgeometridata för andra spricktyper och andra material begränsar i dagsläget möjligheterna till ytterligare utvärdering av sambandet.

## 5 DISKUSSION

5.1 Begränsningar och brister i undersökningen

Två begränsningar i undersökningen är som nämndes i rapportens första kapitel, att huvudsakligen laminära förhållanden förutsatts samt att endast strömning vid stationära tryckförhållanden studerats. Den senare begränsningen innebär ett avsteg från verkliga förhållanden, dess inverkan är dock svårbedömd då inga undersökningar av strömning vid aktuella spring-/sprickdimensioner och tryckvariationer utförts.

I kapitel 2 behandlas vid redovisningen av engångsförluster för olika strömningssgeometrier endast plötsliga sektionsändringar och riktningsändringar. Detta beror på att förlustkoefficienter vid laminär strömning redovisats i relativt liten omfattning. Författaren har inte funnit några värden på Couette-koefficienter för andra geometrier än de redovisade.

Redovisningen i kapitel 4 har flera begränsningar och brister. Endast en mätning av sprickytegeometri har utförts. Mätningen omfattade ungefär en tredjedel av sprickytan hos en provkropp. Regressionsparametrarna ( $k_l$ ,  $k_n$ ,  $k_m$ ) i strömningssambandet har bestämts för denna provkropp respektive en grupp av fyra provkroppar vilka samtliga varit tillverkade av samma betongsammansättning, spräckta med samma metod och studerade med samma mätutrustning. Det erhållna strömningssambandet är därför endast strikt tillämpligt på sprickor av denna typ. I avsnitt 3.4 visas att strömningssambanden kan variera mycket mellan betongsprickor som studerats i olika laboratorieundersökningar. I verkliga konstruktioner där sprickans ursprung (typ) och geometri är sämre kända kan denna variation förväntas vara ännu större.



## 5.2 Undersökningens huvudsakliga slutsatser

Redovisningen i avsnitt 2.3.6 visar att engångsförlusterna sällan är försumbara. Vid strömningsgeometrier där avståndet mellan förlustställen inte är avsevärt större än springvidden behöver såväl viskösa som kinetiska förluster beaktas i området  $1 < Re < 500$ . Vid strömning i sprickor spelar engångsförlusterna en dominerande roll.

Mätningarna av strömning i springor mellan sågade betongytor visar att den laminära strömningen är opåverkad även vid relativt ojämna ytor ( $d/\sigma > 8,5$ ).

Mätningarna i avsnitt 3.2 och felanalysen i avsnitt 3.5 visar att experimentell bestämning av enskilda förlustkoefficienter ställer extrema krav på mätutrustning och mätförfarande. Däremot kan (och måste) totala förlustkoefficienter för sprickor bestämmas experimentellt.

I kapitel 4 visas att det kan finnas förutsättningar att använda generella geometriska beskrivningsmått för sprickor av samma typ som förekommer i samma material. Det föreslagna strömningssambandet (ekvation 4.19) fungerar väl för den lilla grupp av sprickor det testats på.

## 5.3 Forskningsbehov

Engångsförlusterna vid laminär strömning har studerats i liten omfattning i jämförelse med turbulent strömning, för vilken flera handböcker över förlustkoefficienter föreligger. Det är i dag möjligt att studera strömning i väldefinierade strömningsgeometrier genom datorsimuleringar. Det kommer dock att dröja innan dessa datorprogram är så enkla och effektiva att de kan användas av gemene man. En sammanställning av förlustkoefficienter för laminär strömning vid olika strömningsgeometrier av allmänt intresse behöver därför göras.

En bredare användning av den i kapitel 4 presenterade metodiken för bestämning av strömningssamband för sprickor kommer att kräva att generella geometriska beskrivningsmått framtas för ett stort antal spricktyper och material.

Tryckvariationers inverkan på strömningen i enskilda otätheter i byggnader bör undersökas.

## REFERENSER

- Ackeret, J, 1967, Aspects of internal flow. Fluid mechanics of internal flow. Symposium hållit vid General Motors Research Laboratories, Warren, Michigan 1965. (Elsevier Publishing Company)
- Archer, W H, 1913, Experimental determination of loss of head due to sudden enlargement in circular pipes, Transaction of ASCE, vol 84, s 999.
- Astarita, G & Greco, G, 1968, Excess pressure drop in laminar flow through sudden contraction, I & E C Fundamentals, vol 7, nr 1, s 27-30.
- Beavers, G S, Sparrow, E M & Magnusson, R A, 1970, Experiments on hydrodynamically developing flow in rectangular ducts of arbitrary aspect ratio, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol 13, S 689-702.
- Beck, C, 1944, Laminar flow pressure losses in 90 degree constant circular cross-section bends, Journal of American Society of Naval Engineers, vol 56, s 366-388.
- Bodia, J R & Osterle, J F, 1961, Finite difference analysis of plane Pouseville and Couette flow developments, Applied Scientific Research, vol A10, s 265-276.
- Boussinesq, J, 1891, Sur la maniere dont la vitesse, dans un tube cylindrique de section circulaire, évasé a son entrée, si distribuent depuis cette entrée jusqu'aux endroits on se trouve établi un regime uniforme, Comptes Rendus, Vol 113, s 9-15 och 49-51.
- Bruins, P F, Othmer, D F, James K A & Berman, M, 1940, Friction of fluids in solder-type fittings, Transactions of AIChE, vol 26, s 721-739.
- Bunditkul, S, 1978, Laminar transport phenomena in parallel ducts with abrupt contraction and expansion (University of Michigan).
- Buss, W, 1970, Proof of leakage rate of a concrete reactor building (American Concrete Institution) Special publication SP-34, Detroit.
- Campbell, W D & Slattery, J C, 1963, Flow in the entrance of a tube, Journal of Basic Engineering, vol 85, s 41-44.

- Chen, R Y, 1973, Flow in the entrance region at low Reynolds numbers, *Journal of Fluids Engineering*, vol 95, s 153-158.
- Cheng, K C, Lin, R-C & Ou, J-W, 1976, Fully developed laminar flow in curved rectangular channels, *Journal of Fluids Engineering*, vol 98, s 41-48.
- Clear, C A, 1982, The characteristics of water flow through slots (Cement and Concrete Association), test memorandum.
- Clear, C A, 1985, The effects of autogenous healing upon the leakage of water through cracks in concrete (Cement and Concrete Association), technical report 559.
- Collins, M & Schowalter, W R, 1962, Laminar flow in the inlet region of a straight tube, *The Physics of Fluids*, vol 5, s 1122-1124.
- Couette, M, 1890, Etudes sur le frottement des liquides, *Ann. chim. et phys.*, serie 6, 21, s 433-510.
- Dean, W R, 1927, Note on the motion of fluid in a curved pipe, *Philosophical Magazine*, vol 4, nr 20, s 208-223.
- Dean, W R, 1928a, The stream-line motion of fluid in a curved pipe, *Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol 5, nr 30, s 673-695.
- Dean, W R, 1928b, Fluid motion in a curved channel, *Proceedings of the Royal Society of London*, series A, vol 121, s 402-420.
- Draper, N R & Smith, H, 1966, *Applied regression analysis* (John Wiley & Sons), New York.
- Ghia, K N & Sokhey, J S, 1977, Laminar incompressible viscous flow in curved ducts of regulat cross-sections, *Journal of Fluids Engineering*, vol 99, s 640-648.
- Goldstein, S, 1938, *Modern developments in fluid dynamics*, (Clarendon Press), Oxford.
- Hagenbach, E, 1980, *Pogg. Ann.* 109
- Hall, W B & Orme, E M, 1955, Flow of a compressible fluid through a sudden enlargement in a pipe, *Proceedings of Institution of Mechanical Engineers*, vol 169, s 1007-1020.
- Holmes, D B, 1967, *Experimental studies on Laminar flows in ducts* (Delftsche Uitgevers Maatschappij N.V.), TH 913180, Delft.

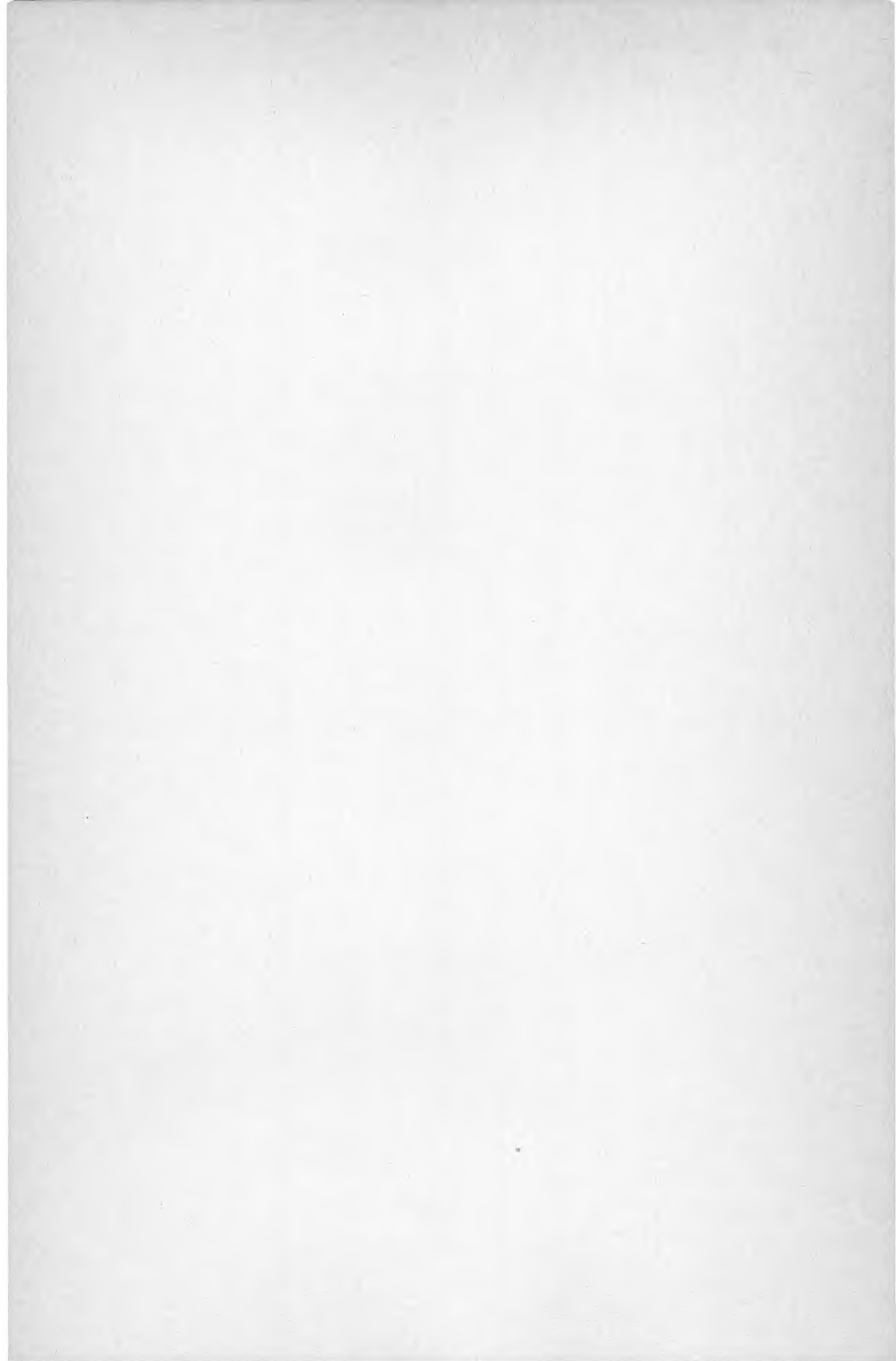
- Hosking, R, 1909, The viscosity of water  
Philosophical Magazine, vol 18, s 260.
- Idel'chik, I E, 1966, Handbook of hydraulic resistance  
(Israel program for scientific translations), IPST  
Cat nr 1505, Jerusalem.
- Ito, H, 1959, Friction factors for turbulent flow in  
curved pipes, Journal of Basic Engineering, vol 81,  
s 123-134.
- Ito, H, 1969, Laminar flow in curved pipes, Zeitschrift  
für Angewandte Mathematik und Mechanik, vol 49,  
nr 11, s 653-663.
- Jergling, A, 1981, Luftläckage genom sprickor i betong-  
element (Chalmers Tekniska Högskola, avdelningen för  
byggnadskonstruktion), nr 1981:7, Göteborg.
- Karev, V N, 1952, Poteri napora pri vnezapnom rasshirenii  
truboprovoda (Head losses at sudden expansion of a  
pipe), Neftyanoe Khozyaistvo, nr 11 och 12.
- Karev, V N, 1953, Poteri napora pri vnezapnom suzhenii  
truboprovoda i vliyanie mestnykh soprotivlenii na  
narusheniya potoka (Head losses at sudden contraction  
of a pipe, and influence of local resistances on the  
stream disturbance), Neftyanoe Khozyaistvo, nr 8.
- Kaye, S E & Rosen, S L, 1971, The dependence of laminar  
entrance loss coefficients on contraction ratio for  
Newtonian fluids, AIChE Journal, vol 17, s 1269-1270.
- Kays, W M, 1950, Loss coefficients for abrupt changes in  
flow cross section with low Reynolds number flow in  
single and multiple tube systems, Transactions of  
ASME, vol 72, s 1067-1074.
- Kelleher, M D, Flentie, D L & McKee, R J, 1980, An experi-  
mental study of the secondary flow in a curved  
rectangular channel, Journal of Fluids Engineering,  
vol 102, s 92-96.
- Knibbs, G H, 1897, Note on recent determinations of the  
viscosity of water by the efflux method, Proceedings  
of the Royal Society N S Wales, vol 30, s 186-193.
- Kordina, K & Steinert, J, 1978, Sanierung Rissebehafteten  
Schutzbauten (Technische Universität Braunschweig).
- Kronvall, J, 1980, Air flows in building components  
(Lunds Tekniska Högskola, avdelningen för byggnads-  
teknik), TVBH-1002, Lund.

- Lambotte, H, 1984, Permeability of cracked concrete specimens (Rijksuniversiteit Gent, Laboratorium magnel voor gewapend beton), nr 84/0205, Gent.
- Langhaar, H L, 1942, Steady flow in the transition region of a straight pipe, *Journal of Applied Mechanics*, vol 9, s 55-58.
- La Nieve, H L & Bogue, D C, 1968, Correlation of capillary entrance pressure drops with normal stress data, *Journal of Applied Polymeric Science*, vol 12, s 353-372.
- Lin, T-S, 1972, Laminar convective transport processes in strongly curved tubes (Clarkson College of Technology), Potsdam USA.
- Linehan, J H & Hirsch, S R, 1977, Entrance correction for creeping flow in short tubes, *Journal of Fluids Engineering*, vol 99, s 778-779.
- Lundgren, T S, Sparrow, E M & Starr, J B, 1964, Pressure drop due to the entrance region in ducts of arbitrary cross section, *Journal of Basic Engineering*, vol 86, s 620-626.
- Macagno, E O & Hung, T-K, 1967, Computational and experimental study of a captive annular eddy, *Journal of Fluid Mechanics*, vol 28, s 43-64.
- Miller, D S, 1971, Internal flow. A guide to losses in pipe and duct systems (British Hydromechanics Research Association).
- Nikuradse, J, 1933, Strömungsgesetze in rauhen Röhren, VDI-Forschungsheft 361, Berlin.
- Oka, S, 1960, The principles of rheometry, Rheology, vol 3 (Academic Press), New York.
- Patankar, S V, Pratap, V S & Spalding, D B, 1974, Prediction of laminar flow and heat transfer in helically coiled pipes, *Journal of Fluid Mechanics*, vol 62, s 539-551.
- Patir, N & Cheng, H S, 1978, An average flow model for determining effects of three-dimensional roughness of partial hydrodynamic lubrication, *Journal of Lubrication Technology*, vol 100, s 12-17.
- Peters, H, 1931, Energieumsetzungen in Querschnittserweiterungen bei verschiedenen Zulaufbedingungen, *Ingenieur-Archiv*, vol 2, s 92-107.
- Pickett, G F, 1968, Incompressible viscous flow in a curved pipe (Imperial College), London.

- Reid, W H, 1958, On the stability of viscous flow in a curved channel, Proceedings of the Royal Society of London, series A, vol 244, s 186-198.
- Rieman, W, 1928, The value of the Hagenbach factor in the determination of viscosity of water by the efflux method, Journal of American Chemical Society, vol 50, s 46-55.
- Rivas, M A & Shapiro, A H, 1956, Transactions of ASME, vol 78, s 489.
- Roidt, M & Cess, R D, 1962, An approximate analysis of laminar magnetohydrodynamic flow in the entrance region of a flat duct, Journal of Applied Mechanics, vol 29, s 181-187.
- Schiller, L, 1922, Die Entwicklung der laminaren Geschwindigkeitsverteilung und ihre Bedeutung für Zähigkeitsmessungen, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, vol 2, s 96-106.
- Schlichting, H, 1934, Laminare Kanaleinlaufströmung, Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, vol 14, s 368-373.
- Schlichting, H, 1979, Boundary layer theory, 7'de upplagan (McGraw-Hill), New York.
- Schutt, H C, 1929, Losses of pressure head due to sudden enlargement of a flow cross section, Transactions of ASME, vol 51, s 83-87.
- Siegel, R, 1953, The effect of heating on boundary layer transition for liquid flow in a tube (Massachusetts Institute of Technology).
- Singh, M P, 1974, Entry flow in a curved pipe, Journal of fluid Mechanics, vol 65, s 517-539.
- So, R M C, 1976, Entry flow in curved channels, Journal of Fluids Engineering, vol 98, s 305-310.
- Sparrow, E M, Hixon, C W & Shavit, G, 1967, Experiments on laminar flow development in rectangular ducts, Journal of Basic Engineering, vol 89, s 116-124.
- Swindells, J F, Coe, T B & Godfrey, J, 1959, Absolute viscosity of water at 20°C, Journal of Research National Bureau of Standardisation, vol 48, s 1-31.
- Taylor, A M K P, Whitelaw, J H & Yianneskis, M, 1982, Curved ducts with strong secondary motion: Velocity measurements of developing laminar and turbulent flow, Journal of Fluids Engineering, vol 104, s 350-359.

- Ward-Smith, A J, 1980, Internal fluid flow (Clarendon Press), Oxford.
- Weisbach, J, 1878, Theoretical mechanics with an introduction to the calculus (D Van Nostrand), New York.
- Weissberg, H L, 1962, End correction for slow viscous flow through long tubes, The Physics of Fluids, vol 5, nr 9, s 1033-1036.
- White, C M, 1929, Streamline flow through curved pipes, Proceedings of the Royal Society of London, vol 123, s 645-663.
- Yao, L, 1973, Entry flow in a curved pipe (University of California), Berkeley.







**Denna rapport hänför sig till forskningsanslag 821653-4  
från Statens råd för byggnadsforskning till Chalmers tekniska högskola,  
Byggnadskonstruktion, Göteborg.**

**R95: 1987**

**ISBN 91-540-4791-9**

**Statens råd för byggnadsforskning, Stockholm**

**Art.nr: 6707095**

**Abonnemangsgrupp:  
Y. Byggnadsfunktion  
Z. Konstruktioner och materia**

**Distribution:  
Svensk Byggtjänst, Box 7853  
103 99 Stockholm**

**Cirka pris: 45 kr exkl moms**