



Det här verket har digitaliserats vid Göteborgs universitetsbibliotek och är fritt att använda. Alla tryckta texter är OCR-tolkade till maskinläsbar text. Det betyder att du kan söka och kopiera texten från dokumentet. Vissa äldre dokument med dåligt tryck kan vara svåra att OCR-tolka korrekt vilket medför att den OCR-tolkade texten kan innehålla fel och därför bör man visuellt jämföra med verkets bilder för att avgöra vad som är riktigt.

This work has been digitized at Gothenburg University Library and is free to use. All printed texts have been OCR-processed and converted to machine readable text. This means that you can search and copy text from the document. Some early printed books are hard to OCR-process correctly and the text may contain errors, so one should always visually compare it with the images to determine what is correct.



**Rapport**

**R50:1977**

**Rotationskapacitet hos  
flytleder i armerade  
betongbalkar  
— en teoretisk studie**

**Erik Plem**

**Byggforskningen**

R50:1977

LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA  
VÄG- OCH VATTENBYGGNAD  
BIBLIOTEKET

ROTATIONSKAPACITET HOS FLYTLEDER I  
ARMERADE BETONGBALKAR - EN TEORETISK STUDIE

Erik Plem

Denna rapport hänför sig till forskningsanslag 750855-3 från  
Statens råd för byggnadsforskning till Inst. för byggnads-  
statik, LTH, Lund.

Nyckelord:  
armerad betong  
balkar  
dimensionering  
gränslast  
flytleder  
rotation  
ADB  
datorprogram

R50:1977

ISBN 91-540-2728-4  
Statens råd för byggnadsforskning, Stockholm

**LiberTryck Stockholm 1977**



## INNEHÅLLSFÖRTECKNING

### BETECKNINGAR

- 1 INLEDNING
  - 1.1 Gränslastmetod för dimensionering
  - 1.2 Rotationsbehov
  - 1.3 Rotationskapacitet
  - 1.4 Arbetets avgränsning
- 2 DELMATERIALENS ARBETSLINJER
  - 2.1 Betongens arbetslinje
  - 2.2 Armeringsstålets arbetslinje
- 3 TRYCKZONENS HÖJD
  - 3.1 Beräkningsgeometri
  - 3.2 Tryckzonens höjd vid elastiska förhållanden
  - 3.3 Tryckzonens höjd vid elasto-plastiska förhållanden
- 4 MOMENT-KRÖKNINGSSAMBAND
- 5 DEFORMATIONSENERGI
- 6 ENERGIBALANS
  - 6.1 Det yttre arbetet
  - 6.2 Konsumerad deformationsenergi
  - 6.3 Energibalans
- 7 ROTATIONSKAPACITETENS BEROENDE AV FORMEN PÅ DELMATERIALENS ARBETSLINJER
  - 7.1 Olika kombinationer av typstål och betongtyper
  - 7.2 Avvikelser från för typstål och betongtyper valda parameter-värden
- 8 BETONGENS KRYPNING
- 9 INVERKAN AV TRYCKARMERING
- 10 TVÄRKRAFTENS INVERKAN
  - 10.1 Beräkningsmodell
  - 10.2 Flytområdets längd
  - 10.3 Beräkningsresultat
- 11 BYGELEFFEKT
  - 11.1 Fenomenologisk diskussion
  - 11.2 Mattock och Corley's försök
- 12 SÄKERHETSDISKUSSION

13	SAMMANFATTANDE KONKLUSION	76
14	REFERENSER	80
	FIGURER	81
	TABELL 10.2a	133
	APPENDIX	137
A.1	Beräkningsalternativ	137
A.2	Till huvudprogrammet hörande proceduredeklarationer	138
A.3	Huvudprogram	142
A.4	Programlista i ALGOL 60	144
A.5	Exempel på resultatredovisning	151

## BETECKNINGAR

$A_c$	tvärsnittets effektiva area
$A_s$	dragarmeringens tvärarea
$A_{sc}$	tryckarmeringens tvärarea
$A_{sv}$	en bygelstångs tvärarea
$E_c$	betongens initialelasticitetsmodul vid korttidslast
$E_s$	armeringsstålets elasticitetsmodul
$EI$	böjstyvhets
$F_c$	resulterande kraft av betongpåkänningar i balkens tryckzon
$F_s$	kraft i dragarmering
$F_{sc}$	kraft i tryckarmering
$M$	böjmoment
$M_c$	referensmoment
$M_i$	böjmoment i delningspunkt nr $i$
$M_m$	fältmoment
$M_r$	sprickmoment
$M_u$	brottmoment
$M_y$	flytmoment
$N_c$	referenskraft
$Q$	punktlast
$Q_u$	brottlast
$Q_y$	flytlast
$V_n$	tvärkraft i delningspunkt nr $n$
$V_y$	tvärkraft i delningspunkt nr $n$ vid begynnande plasticering i flyttleden
$V_o$	tvärkraft i delningspunkt nr 0
$W_e$	yttre arbete
$W_i$	total konsumerad deformationsenergi
$a$	momentförskjutning
$a_i$	maximal elastisk nedböjning vid delningspunkt nr $i$

$a_n$	maximal elastisk nedböjning vid delningspunkt nr $n$
$a_n$	fiktiv flytledslängd
$a_y$	flytområdets längd
$a_{80}$	flytledslängd inom vilken momentet är större än $0,8 M_u$
$b$	balkbredd
$c$	tryckarmeringens avstånd till tryckt rand
$d$	tvärsnittets effektiva höjd
$e_c$	betongens dimensionslösa initialelasticitetsmodul
$e_s$	armeringsstålets dimensionslösa elasticitetsmodul
$f_{cc}$	betongens tryckhållfasthet
$f_{cck}$	det karakteristiska värdet för betongens tryckhållfasthet
$f_{ct}$	betongens draghållfasthet
$f_{sc}$	tryckarmeringens tryckhållfasthet
$f_{st}$	dragarmeringens draghållfasthet
$f_{stk}$	det karakteristiska värdet för armeringens draghållfasthet
$f_{stu}$	armeringens maximala draghållfasthet
$f_{sv}$	bygelarmeringens draghållfasthet
$l$	spännvidd
$l_o$	rotationsspännets längd
$q$	fördelad brottlast
$q_y$	fördelad flytlast
$r$	krökningsradie
$r_i$	krökningsradie i delningspunkt nr $i$
$s$	bygeldelning
$x$	tryckzonens höjd
$x_m$	höjd av fiktiv tryckzon
$y_c$	ordinatan till läget för $F_c$
$y_i$	ordinatan till tyngdpunkten för strimla nr $i$
$y_s$	ordinatan till dragarmeringens tyngdpunkt
$y_{sc}$	ordinatan till tryckarmeringens tyngdpunkt

$\Delta A_c$	tvärarea av en strimla i balkens tryckzon
$\Delta Q$	tillväxt i $Q$
$\Delta w$	tillväxt i deformationsenergi per längdenhet balk
$\Delta \epsilon_i$	medeltöjningens tillväxt i strimla nr $i$
$\Delta \epsilon_s$	töjningstillväxt i dragarmering
$\Delta \epsilon_{sc}$	töjningstillväxt i tryckarmering
$\Delta \psi$	$\Delta w$ i dimensionslös form
$\Delta \psi_c$	betongens bidrag till $\Delta \psi$
$\Delta \psi_s$	dragarmeringens bidrag till $\Delta \psi$
$\Delta \psi_{sc}$	tryckarmeringens bidrag till $\Delta \psi$
$\alpha$	$E_s/E_c$
$\alpha$	$\Delta A_c/A_c$
$\alpha$	$a$ i dimensionslös form
$\alpha_y$	$a_y$ i dimensionslös form
$\beta$	koefficient som bestämmer momentkurvans form
$\gamma$	tryckarmeringens dimensionslösa kantavstånd
$\gamma_c$	partialkoefficient för tryckt betong
$\gamma_r$	partialkoefficient för rotationskapacitet
$\gamma_s$	partialkoefficient för dragen armering
$\delta$	dimensionslös böjstyvhet
$\epsilon$	töjning
$\epsilon_c$	betongtöjning
$\epsilon_{cu}$	betongens brottstukning
$\epsilon_{cuk}$	det karakteristiska värdet för betongens brottstukning
$\epsilon_i$	medeltöjning för betongstrimla nr $i$
$\epsilon_o$	gränstöjning vid påkänningsmaximum
$\epsilon_s$	dragarmeringens töjning
$\epsilon_{sc}$	tryckarmeringens töjning
$\epsilon_{su}$	armeringsstålets brotttöjning
$\epsilon_{suk}$	det karakteristiska värdet för armeringsstålets brotttöjning
$\epsilon_1$	armeringsstålets konsolideringsgräns

$\epsilon_2$	armeringsstålets proportionalitetstøjning
$\eta$	$f_{stu}/f_{st}$
$\eta_i$	dimensionslös ordinata för strimla nr i
$\eta_s$	$y_s$ i dimensionslös form
$\eta_{sc}$	$y_{sc}$ i dimensionslös form
$\theta$	vinkelrotation
$\theta_{calc}$	beräknad rotationskapacitet
$\theta_{obs}$	observerad rotationskapacitet
$\theta_r$	en flytleds rotationsbehov
$\theta_u$	en flytleds rotationskapacitet
$\theta_{uv}$	rotationskapacitet beräknad med hänsyn tagen till tvärkraft
$\kappa_i$	dimensionslös nedböjning i delningspunkt nr i
$\kappa_n$	dimensionslös nedböjning i delningspunkt nr n
$\lambda$	rotationsspännets slankhet
$\mu$	böjmoment i dimensionslös form
$\mu_i$	dimensionslöst böjmoment i delningspunkt nr i
$\mu_u$	brottmoment i dimensionslös form
$\mu_y$	flytmoment i dimensionslös form
$\mu_1$	dragzonens momentvariation
$\mu_2$	tryckzonens momentvariation
$\nu$	$f_{sc}/f_{st}$
$\xi$	tryckzonshöjd i dimensionslös form
$\xi_m$	fiktiv tryckzonshöjd i dimensionslös form
$\xi_o$	dimensionslös tryckzonshöjd vid elastiska förhållanden
$\rho$	dimensionslös krökningsradie
$\sigma$	påkänning
$\sigma_c$	betongpåkänning vid tryckt rand
$\sigma_{ci}$	medelpåkänning i strimla nr i
$\sigma_s$	påkänning i dragarmering
$\sigma_{sc}$	påkänning i tryckarmering

$\varphi$	betongens kryptal
$\phi_e$	yttre arbete i dimensionslös form
$\phi_i$	inre deformationsarbete i dimensionslös form
$\psi$	deformationsenergi per längdenhet balk i dimensionslös form
$\psi_c$	betongens bidrag till $\psi$
$\psi_{sc}$	tryckarmeringens bidrag till $\psi$
$\psi_t$	tryckzonens bidrag till $\psi$
$\psi_1$	dragzonens deformationsenergi per längdenhet balk
$\psi_2$	tryckzonens deformationsenergi per längdenhet balk
$\omega$	dragarmeringens mekaniska armeringsandel
$\omega_b$	mekanisk armeringsandel vid balanserad armering
$\omega_c$	tryckarmeringens mekaniska armeringsandel
$\omega_{cr}$	med hänsyn till rotationskapacitet kritiskt värde på $\omega$
$\omega_{fic}$	fiktivt värde på $\omega$
$\omega_v$	byglarnas mekaniska armeringsandel
$\omega_o$	$e_s \omega / \omega_c$

### Förkortningar

CEB	Comité Euro-international du Beton
CW	cold worked
HR	hotrolled
PH	plastic hinge





## 1 INLEDNING

### 1.1 Gränslastmetod för dimensionering

Bärförmågan hos en statiskt obestämd konstruktion av typ kontinuerlig balk eller ram kan bestämmas med hjälp av gränslastmetod, baserad på plasticitetsteori, enligt följande.

Antas konstruktionsmaterialet ha idealelasto-plastiska egenskaper med  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagram enligt FIG 1.1a reagerar den rent elastiskt på yttre last så länge den maximala påkänningen vid konstruktionens mest ansträngda snitt är mindre än materialets flytgräns  $\sigma_y$ . Inom detta lastområde är snittets moment-krökningssamband representerat av den räta linjen OA i figuren. Om vid växande yttre last flytgränsen  $\sigma_y$  uppnås börjar plasticering under inverkan av flytmomentet  $M_y$ . Vid ytterligare lastökning sprider sig plasticeringen inom snittet tills på en viss lastnivå snittet är genomplasticerat. Snitt belägna intill det mest ansträngda är därvid samtidigt partiellt plasticerade. Under den momentökning vid vilken plasticering sprider sig inom det mest ansträngda snittet, dvs då momentet ökar från  $M_y$  till gränsmomentet  $M_u$  följer snittets moment-krökningssamband kurvgrenen AB i FIG 1.1a. Vid fortsatt ökning av den yttre lasten är momentet i det betraktade snittet konstant lika med  $M_u$  vid växande krökning. Moment-krökningssambandet representeras under detta belastningsskedet av den räta linjen BC i figuren. Materialbrott antas inträffa då krökningen uppgår till värdet  $(1/r)_u$  bestämd av att materialets brottöjning  $\epsilon_u$  uppnås.

Som förenkling antas vid det följande inledande resonemanget, att materialets egenskaper och sektionsutformningen hos balkelementen är sådana, att en godtyckligt valt sektion i konstruktionen uppvisar ett idealelasto-plastiskt moment-krökningssamband, dvs att kurvgrenens AB längd är försumbar. Sambandet blir därvid bilinjärt.

De laster, som angriper konstruktionen, antas ha i förhållande till denna fixerade lägen och växa kontinuerligt och proportionellt från noll tills värdet på gränslasten uppnås. På en viss lastnivå genomplasticeras konstruktionens mest ansträngda snitt, dvs momentet i detta snitt uppgår nu till det maximala värdet,  $M_y = M_u$ , som detta snitt kan ta.

En första flytled har därvid bildats i konstruktionen. Vid den fortsatta lastökningen är momentet konstant och känt till storlek i denna flytled, varför graden av statisk obestämthet har minskat med en enhet för fortsatt lastökning från denna belastningsnivå. Under den fortsatta lastökningen bildas så småningom på en högre lastnivå ytterligare en flytled på ett annat ställe i konstruktionen. Nu är momentet känt till storlek även i detta snitt och graden av statisk obestämthet har för fortsatt lastökning minskat med ytterligare en enhet.

Under successiv lastökning minskar alltså graden av statisk obestämthet allteftersom nya flytleder uppkommer, varför konstruktionen på en viss lastnivå övergår i en statiskt bestämd konstruktion för ytterligare lastökning. Då vid ytterligare lastökning ännu en flytled bildas övergår konstruktionen slutligen i en mekanism med kollaps som följd.

Den last, som verkar på den statiskt bestämda konstruktionen, omedelbart innan den sista flytleden uppträder, utgör alltså ett mått på konstruktionens bärförmåga, konstruktionens gränslast eller brottlast.

Då lasten ökar mellan två lastnivåer vid vilka två konsekutiva flytleder bildas, sker samtidigt med lastökningen plastisk rotation vid de redan bildade flytlederna. En förutsättning för att lasten kan ökas ändå fram till den av mekanismbeteendet bestämda gränslasten är därför, att erforderlig plastisk rotation vid flytlederna kan äga rum utan att materialbrott i dessa därvid inträffar.

Det beskrivna förloppet förtydligas med ett beräkningsexempel.

En balk med utformning och belastning enligt FIG 1.1b studeras. Balken antas i varje snitt ha idealelasto-plastiska egenskaper i överensstämmelse med det i figuren visade moment-krökningsdiagrammet. Balkens gränsmoment  $M_u$  antas därvid vara det samma för såväl positivt som negativt böjmoment, varför vi låter  $M_u$  avse momentets absolutvärde.

Konstruktionen är enfalt statiskt obestäm, varför uppkomst av en första flytled gör konstruktionen statiskt bestämd för fortsatt lastökning. Då en andra flytled bildas övergår konstruktionen i en mekanism, svarande mot att kollapslasten uppnåtts.

Vi följer vad som inträffar beträffande successiv plasticering inom konstruktionen, då lasten  $Q$  ökas från noll.

Vid små värden på  $Q$  uppför konstruktionen sig helt elastiskt. Momentfördelningen kan beräknas enligt elasticitetsteori och blir den som visas i figuren med störst moment vid inspänningssnittet. Vid successiv ökning av lasten uppnår  $Q$  så småningom ett värde  $Q_y$  vid vilket en flytled PH bildas vid inspänningssnittet. Storleken på  $Q_y$  bestäms av villkoret

$$\frac{3}{16} Q_y l = M_u$$

vilket ger

$$Q_y = \frac{16M_u}{3l} \quad (1.1.1)$$

Under den successiva lastökningen fram till  $Q_y$  sker ingen rotation vid den fasta inspänningen. Vid lastökning utöver  $Q_y$  inträffar en plastisk rotation  $\theta$  vid den bildade flytleden. Lastökningen  $\Delta Q = Q - Q_y$  åtföljs inte av något motsvarande inspänningsmoment eftersom momentet vid inspänningssnittet redan har uppnått sitt maximala värde. Rotationen vid flytleden kan därför vid antagen form på moment-krökningssambandet beräknas enligt elasticitetsteori som för en i båda ändar fritt upplagd balk. Härvid erhålls

$$\theta = \frac{1}{16} \frac{\Delta Q l^2}{EI} \quad (1.1.2)$$

Då lasten  $Q$  är större än  $Q_y$  är fältmomentet under punktlasten

$$M_m = \frac{1}{4} Q l - \frac{1}{2} M_u \quad (1.1.3)$$

På denna lastnivå är konstruktionen statiskt bestämd för fortsatt lastökning, eftersom stödmomentet har antagit det kända värdet  $M_u$  och fältmomentet därför kan beräknas enligt jämviktsekv (1.1.3).

Konstruktionens brottlast  $Q_u$  uppnås då en flytled bildas även vid fältmitt, dvs då  $M_m$  uppnår värdet  $M_u$ . Då detta inträffar bildas en mekanism och därmed kollaps. Detta gränstillstånd bestäms av ekv (1.1.3) med

$$Q = Q_u \text{ och } M_m = M_u$$

$$M_u = \frac{1}{4} Q_u - \frac{1}{2} M_u$$

vilket ger

$$Q_u = \frac{6M_u}{l} \quad (1.1.4)$$

Efter det att den första flytleden har bildats vid inspänningssnittet kan lasten alltså ytterligare ökas med

$$\Delta Q = Q_u - Q_y = \frac{6M_u}{l} - \frac{16M_u}{3l} = \frac{2M_u}{3l} = \frac{Q_y}{8} \quad (1.1.5)$$

innan konstruktionen kollapsar.

Under lastökningen från  $Q_y$  till  $Q_u$  sker en plastisk rotation vid inspänningssnittets flytled, som beräknas ur ekv (1.1.2) och (1.1.5)

$$\theta_r = \frac{1}{16} \frac{2M_u}{3l} \frac{l^2}{EI} = \frac{1}{24} \frac{M_u l}{EI} \quad (1.1.6)$$

Den ur sambandet (1.1.6) beräknade plastiska rotationen är den som behövs, för att balkmekanism skall kunna uppkomma vid brottlasten  $Q_u$ . Sker materialbrott på grund av för långt driven materialtöjning i den första flytleden innan lasten  $Q$  uppnår värdet  $Q_u$  är den verkliga brottlasten mindre än  $Q_u$  och den genom gränslastmetoden bestämda brottlasten alltså för hög. Man talar därför om att flytleden har ett rotationsbehov  $\theta_r$ , vilket i det studerade fallet beräknas ur ekv (1.1.6). Detta rotationsbehov skall jämföras med flytledens förmåga att plastiskt rotera utan att materialbrott därvid uppkommer, dvs utan att brottkrökningen  $(1/r)_u$  i FIG 1.1b uppnås. Denna förmåga betecknas flytledens rotationskapacitet  $\theta_u$ .

Ett villkor för att den beskrivna gränslastmetoden skall kunna användas för att bestämma en konstruktions brottlast är, att rotationsbehovet är högst lika med rotationskapaciteten. Villkoret

$$\theta_r \leq \theta_u \quad (1.1.7)$$

måste alltså uppfyllas för samtliga flytleder i den statistiskt bestämda konstruktion, som svarar för upptagning av lastökningen omedelbart före uppkomsten av gränslastens mekanism.

För konstruktioner av stål är villkoret (1.1.7) i allmänhet uppfyllt. Man behöver därför i regel inte ägna flytleders rotationskapacitet något större intresse annat än i extrema undantagsfall. Annorlunda ställer det sig för armerade betongkonstruktioner där det vid experiment har visat sig, att rotationskapaciteten hos flytleder i till brott belastade konstruktioner kan vara otillräcklig för att medge den momentomlagring som en plasticitetsteoretisk dimensionering förutsätter. Det är därför av vikt att rotationsbehov och rotationskapacitet kan beräknas på dimensioneringsstadiet för de flytleder som antas vid dimensionering enligt gränslastmetod.

Det framgår av beräkningsexemplet ovan att det är principiellt enkelt att beräkna rotationsbehovet hos en flytled. Rotationsbehovet behandlas därför endast summariskt i denna rapport som i stället koncentreras på en analys av rotationskapaciteten hos flytleder i armerade betongkonstruktioner.

## 1.2 Rotationsbehov

Rotationsbehovet hos flytleder har studerats av bl a Alemo (1976) för statiskt obestämda balkkonstruktioner av armerad betong med olika yttre laster jämte deformationspåverkan. Det framgår härav att rotationsbehovet hos en flytled kan ges den generella formen

$$\theta_r = \kappa_o \frac{M_l}{EI} \quad (1.2.1)$$

alltså samma form som framkom i beräkningsexemplet ovan - se ekv (1.1.6).

Då man bortser från eventuell deformationspåverkan är  $\kappa_o$  en koefficient som är beroende enbart av konstruktionens utformning och lastens typ och placering. Se även Plem (1973).

$M_u$  är den betraktade flytledens brottmoment, vilket kan skrivas

$$M_u = A_s f_{st} d \left(1 - \frac{\omega}{2}\right) \quad (1.2.2)$$

där

$A_s$  dragarmeringens tvärarea i flytleden

$f_{st}$  dragarmeringens draghållfasthet

$d$  flytledssektionens effektiva höjd  
 $\omega$  den mekaniska armeringsandelen

Ofta är en flytled dubbelsidig, t ex då den uppträder över ett mellan-  
 stöd i en kontinuerlig balk. Rotationsbehov och rotationskapacitet hos  
 flytleden studeras därvid enklast för varje sida för sig. Uttrycket  
 (1.2.1) avses gälla rotationsbehovet till den ena sidan om flytleden  
 och  $l$  är då balklängden till den betraktade sidan.

$EI$  är en medelbalkstyvhet beräknad för betongen i stadium II, dvs upp-  
 sprucken och elastisk. Styvheten kan fås bl a ur ett diagram upprättad  
 av Larsen & Vigerust (1966) under formen

$$EI = A_{sm} E_s d^2 \xi \quad (1.2.3)$$

Här är

$A_{sm}$  ett med hänsyn till momentfördelningen avpassat medelvärde över  
 balklängden av armeringens tvärarea

$E_s$  armeringsstålets elasticitetsmodul

$\xi$  en funktion av  $\alpha\rho$ , där  $\alpha = E_s/E_c$ , dvs kvoten mellan stålets och  
 betongens elasticitetsmoduler och  $\rho$  är den geometriska armerings-  
 andelen.

Antas  $A_{sm}$  proportionell mot  $A_s$  och insätts ekv (1.2.2) och (1.2.3) i  
 ekv (1.2.1) erhålls

$$\theta_r = \frac{\kappa_1 f_{st}}{\xi E_s} \frac{1}{d} \left(1 - \frac{\omega}{2}\right) \quad (1.2.4)$$

För given armering är rotationsbehovet enligt detta samband direkt pro-  
 portionellt mot balkens slankhet  $l/d$ . Studeras kvoten  $(1-\omega/2)/\xi$  vid  
 varierande normala armeringsinnehåll finner man, att rotationsbehovet  
 $\theta_r$  minskar med ökande värde på  $\omega$ .

Som framgår av exemplet i avsnitt 1.1 är det principiellt enkelt att  
 beräkna en flytleds rotationsbehov. Beräkningen kan genomföras med hjälp  
 av uppgifter i gängse handböcker eller över arbetsekvationen. Vid kons-  
 truktioner med hög grad av statisk obestämthet t ex flervåningsramar kan  
 beräkningsarbetet dock bli betungande. För sådana konstruktioner har  
 Baker (1956) utvecklat en systematiserad beräkningsmetodik, vilken for-



mulerad i matrissymbolik väl lämpar sig för programmering för data-maskin.

Andra, här inte närmare studerade, faktorer kan inverka på rotationsbehovets storlek. De kommenteras kortfattat i det följande.

Stödpunktsförskjutningar kan öka eller minska rotationsbehovet beroende av förskjutningarnas inbördes riktning.

Betongens krypning behandlas i regel beräkningsmässigt genom en reduktion av betongens elasticitetsmodul. Därvid ökar parametern  $\alpha_p$  och minskar  $\xi$ . Enligt ekv (1.2.4) ökar alltså rotationsbehovet genom betongens krypning.

Betongens svinn kan öka eller minska rotationsbehovet beroende av konstruktionens geometriska utformning och armering.

Betongens uppsprickning minskar alltid rotationsbehovet. Detta kommenteras ytterligare i följande avsnitt 1.3.

### 1.3 Rotationskapacitet

Principiellt kan rotationskapaciteten hos flytleden i en armerad betongbalk bestämmas över den aktuella balksektionens moment-kröknings samband. I FIG 1.3a visas längst till höger ett sådant samband där  $M$  är böjmomentet och  $1/r$  är balkkrökningen. I diagrammet avser  $M_y$  flytmoment och  $M_u$  brottmoment. Den mellersta delfiguren återger en momentvariation "b" över balklängden  $l_0$  mellan en flytled PH och närmaste momentnollpunkt. Denna balksträcka kallas i fortsättningen flytledens rotationsspann. Momentvariationen "b" kan anses motsvara en jämnt utbredd last på en vid PH inspänd balk. Rakt över momentdiagrammet visas ett diagram, som återger balkkrökningens variation längs rotationsspannet. Det har konstruerats med hjälp av momentdiagrammet och moment-krökningsdiagrammet.

Längst till vänster i figuren visas en motsvarande transformation av balkkrökningsförloppet över en annan momentkurva "a", vilken kan anses motsvara momentvariationen invid en flytled i fältet på en balk belastad med jämnt utbredd last.

Vinkelrotationen mellan ändsnitten för balkdelen  $l_0$  erhålls som integralen av krökningen över sträckan  $l_0$ , dvs som ytan under den framtagna  $1/r$ -kurvan. En del av denna vinkelrotation är elastisk och reversibel, en annan del är plastisk och irreversibel. Den senare har streckats i figuren och markerats med "B". Denna del är enligt definition flytledens rotationskapacitet  $\theta_u$ . Rotationskapaciteten behandlas traditionellt som om den uppträder koncentrerad i flytleden men är som framgår i realiteten fördelad över en del av rotationsspännets längd. Av figuren framgår också att storleken av rotationskapaciteten är beroende av storleken av ytan "A" över  $M-1/r$ -diagrammet och momentkurvans form. Ytan "B" är större vid momentkurva "a" än vid momentkurva "b" innebärande att rotationskapaciteten är större i det förra fallet än i det senare.

Av det ovan relaterade framgår, att en flytleds rotationskapacitet i en given situation kan erhållas genom framräkning av ytan "B" i FIG 1.3a. Ett sådant angreppssätt tillämpas dock inte i det följande. Intresset har nämligen under de senare åren fokuserats mot att studera konstruktioners beteende under inverkan av katastroflaster. Härvid spelar stötpåverkan en dominerande roll, och stötpåverkans effekt på en balkkonstruktion kan inte studeras utan att konstruktionens deformationsenergi tas med i beräkningarna. Beräkning av rotationskapaciteten  $\theta_u$  har därför i det följande baserats på en studie av energiutbytet i balkdelen intill en flytled. Den framtagna beräkningsmetodiken erhåller härigenom sådana egenskaper, att den på ett relativt enkelt sätt kan vidareutvecklas till en beräkningsmetod för analys av statiskt obestämda balkar utsatta för stötpåverkan. En sådan utveckling har planerats men reserveras för ett framtida arbete.

Moment-krökningssambandet i FIG 1.3a förutsätter från början sprucken sektion. Utgår man från från början osprucken sektion får moment-krökningssambandet ett principiellt förlopp som kurvan OAFED i FIG 1.3b. Lutningen av linjen OB motsvarar böjstyvheten hos osprucken sektion, lutningen av OC svarar mot böjstyvheten hos sprucken sektion. Momentet  $M_r$  avser sprickmomentet. Transformerar delytan AFCBA över momentkurvan och integreras därefter motsvarande krökningsbidrag över rotationsspännets längd erhålls den vinkelrotation som uppstår på grund av uppsprickning. Fenomenet har studerats av bl a Rechart (1968).



Avsikten är här att betrakta rotationskapaciteten som en entydigt bestämd storhet knytten till flytleden och balkdelen intill denna. Bidraget från betongens uppsprickning inkluderas därför inte i rotationskapaciteten utan antas i stället tillgodoräknat som en motsvarande minskning av rotationsbehovet  $\theta_r$  då villkoret (1.1.7) kontrolleras. Av samma orsak studeras ej heller effekten av betongens svinn på rotationskapaciteten. Svinnet inverkan kan inte entydigt knytas till flytledsområdet utan är beroende av hela konstruktionens respons på deformationspåverkan.

#### 1.4 Arbetets avgränsning

Målet för det här rapporterade arbetet har främst varit att studera hur olika materialegenskaper inverkar på en flytleds rotationskapacitet. Om en sådan studie skall vara meningsfull krävs att beräkningarna baseras på realistiska  $\sigma$ - $\epsilon$ -kurvor för delmaterialen stål och betong. Sådana kurvor presenteras i kapitel 2. Kravet på realism i materialbeskrivningen medför emellertid beräkningsmässiga komplikationer av en sådan svårighetsgrad att slutna formler för beräkning av rotationskapacitet inte har kunnat uppställas. Beräkningsmetoden som utvecklas i kapitlen 3 t o m 6 har därför från början utformats med hänsyn till att den måste programmeras för beräkning över datamaskin. Ett sådant program har utvecklats, det presenteras och kommenteras i ett appendix.

Vissa begränsningar i programmets användbarhet skall påpekas. Endast rektangulär tvärsektion har studerats. T-balksektion kan dock också behandlas om hela tryckzonen ligger i balkflänsen. Man får då som balkbredd använda flänsbredden vid beräkning av den mekaniska armeringsandelen  $\omega$ . Denna begränsning är lindrig eftersom de flesta balkar vid praktisk tillämpning har rektangulär eller T-sektion.

Programmet tar ej hänsyn till eventuell successiv avslutning av armeringsstänger inom rotationsspännets längd. Detta spelar troligtvis ingen stor roll eftersom en större del av energikonsumtionen sker inom ett rätt begränsat område intill flytleden. Det kan förväntas att vid praktisk utformning av balken armeringsmängden är konstant inom detta område.

Inverkan av normalkraft har försumrats.

I kapitel 7 redovisas beräkningsresultat avseende dels olika kombinationer av typstål och betongtyper dels beräknad rotationskapacitet vid avvikelser från för typstål och betongtyper valda parametervärden.

I kapitel 8 studeras inverkan på rotationskapaciteten av betongkrypning inom rotationsspännet.

Tryckarmeringens effekt samt inverkan av betongkrypning vid samtidig förekomst av tryckarmering behandlas i kapitel 9.

Vid beräkningar avseende de ovan uppräknade företeelserna redovisade i kapitlen 7 t o m 9 har inverkan av eventuell samtidig med böjmoment uppträdande tvärkraft försumrats. I kapitel 10 modifieras beräkningsmodellen så, att inverkan av tvärkraft åtminstone approximativt kan studeras. Det visar sig härvid, att tvärkraftens effekt är stor vid liten slankhet på rotationsspännet.

Förekomst av bygelarmering kring balkens tryckzon har visat sig ha stor höjande effekt på rotationskapaciteten. Detta studeras i kapitel 11 där på halvempirisk väg utvecklas ett approximativt sätt att inkludera även denna gynnsamma inverkan i den utvecklade beräkningsmodellen.

Den framtagna beräkningsmetoden har jämförts med försök utförda vid CTH, institutionen för konstruktionsteknik, betongbyggnad. Jämförelsen uppvisar rimlig god överensstämmelse mellan experimentellt uppnådda och beräknade rotationskapaciteter. Ett delresultat från denna jämförelse utnyttjas i föreliggande rapports kapitel 10. En fullständig redovisning planeras publicerad på annat ställe.

## 2 DELMATERIALENS ARBETSLINJER

Det valda beräkningsförfarandet medger tillämpning av realistiska  $\sigma$ - $\epsilon$ -samband för delmaterialen. I det följande ges analytiska uttryck som med god approximation beskriver materialens mekaniska egenskaper vid korttidslast. Betong och stål behandlas var för sig.

### 2.1 Betongens arbetslinje

Dragen betong antas vara sprucken. Aktiv betong finns därför endast i balkens tryckzon med  $\sigma$ - $\epsilon$ -samband i princip enligt FIG 2.1a. I syfte att uppnå så stor allmängiltighet som möjligt hos senare härledda formler tecknas påkänningarna dimensionslösa genom division med betongens tryckhållfasthet  $f_{cc}$ . Därvid framställs även elasticitetsmodulen dimensionslös. För den dimensionslösa initialelasticitetsmodulen vid korttidslast införs beteckningen

$$e_c = \frac{E_c}{f_{cc}} \quad (2.1.1)$$

I FIG 2.1b betraktas tryckzonen med höjden  $x$  i en situation strax före krossbrott. Under den successiva pålastningen fram mot brott har töjningsfördelningen i ett visst ögonblick motsvarat linje a. Något senare gäller fördelningen enligt linje b. Av figuren framgår att tryckzonen är uppdelad i två områden, ett övre där betongen är under pålastning och därför följer  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagrammets heldragna grundkurva, och ett undre i vilket betongen fortfarande är tryckt, men är under avlastning. För betong i det senare området beskrivs  $\sigma$ - $\epsilon$ -sambandet av en avlastningskurva, som antas vara en rät linje med lutningen  $e_c$  enligt den streckade linjen AB i FIG 2.1a. Detta beaktas i det utvecklade datamaskinprogrammet.

Litteraturen ger ett stort antal analytiska uttryck för beskrivning av den tryckta betongens arbetslinje. Här används det av Sargin & Handa (1969) föreslagna, vilket kan skrivas

$$\frac{\sigma_c}{f_{cc}} = \frac{\kappa_1 \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0}\right) + (\kappa_2 - 1) \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0}\right)^2}{1 + (\kappa_1 - 2) \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0}\right) + \kappa_2 \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0}\right)^2} \quad (2.1.2)$$

Den i sambandet ingående koefficienten  $\kappa_1$  fås som

$$\kappa_1 = -e_c \varepsilon_0 \quad (2.1.3)$$

där  $\varepsilon_0$  är gränstøjningen (räknad med tecken) svarande mot maximal tryckpåkänning  $\sigma_c/f_{cc} = -1,0$ . Kurvans förlopp mellan  $\varepsilon_c = 0$  och  $\varepsilon_c = \varepsilon_0$  styrs väsentligen av värdet på  $\kappa_1$  medan förloppet efter passage av kurvans extremumpunkt huvudsakligen bestäms av koefficienten  $\kappa_2$ . Denna senare koefficient saknar direkt fysikalisk innebörd. Rent praktiskt bestäms  $\kappa_2$  så, att korrekt värde  $\sigma_c/f_{cc}$  uppnås vid brottstukningen  $\varepsilon_{cu}$ .

För att studera olika betongegenskapers inverkan på rotationskapaciteten görs i kapitel 7 jämförande beräkningar med två olika typer av betong betecknade A och B.

Betong av typ A motsvarar i stort sett den av CEB förordade, karakteriserad av  $\varepsilon_0 = -2,0$  ‰ och  $\varepsilon_{cu} = -3,5$  ‰. Ett lämpligt värde på den dimensionslösa elasticitetsmodulen  $e_c$  har bedömts vara 1200. Det skall senare, i kapitel 7, visas vad det betyder för rotationskapaciteten om man avviker från det valda värdet.

För koefficienten  $\kappa_1$  erhålls nu enligt ekv (2.1.3)  $\kappa_1 = 1200 \cdot 0,002 = 2,4$ . Koefficienten  $\kappa_2$  bestäms så att  $\sigma_c/f_{cc} = -0,8$  för  $\varepsilon_{cu} = -3,5$  ‰. Villkoret ger  $\kappa_2 = 0,363$ . Med de valda koefficienterna blir arbetslinjen för betong av typ A den i FIG 2.1c visade.

Jämförda med experimentellt bestämda värden på  $\varepsilon_0$  och  $\varepsilon_{cu}$  förefaller de av CEB rekommenderade värdena valda med betryggande säkerhetsmarginal. I själva verket spelar storleken på  $\varepsilon_0$  och  $\varepsilon_{cu}$  ingen stor roll då dessa parametrar avses tillämpade på beräkning av brottmoment. Av störst betydelse är härvid  $\varepsilon_{cu}$  emedan den fastlägger gränsen  $\omega_b$  mellan över- och normalarmerad sektion, varvid  $\omega_b$  betecknar den mekaniska armeringsandelen svarande mot balanserad armering. För beräkning av rotationskapacitet visar det sig emellertid viktigt, att inte i onödan begränsa  $\varepsilon_{cu}$  alltför hårt. Med anledning härav är det motiverat att låta en betong med mera verklighetstroga mekaniska egenskaper ingå i studiet av rotationskapacitet. En sådan betong betecknas i fortsättningen betong av typ B.

Med stöd av bl a försök utförda av Mattock (1965) och Corley (1966) väljs för betong av typ B de karakteristiska stukningarna  $\epsilon_o = -2,5 \text{ } ^\circ/\text{oo}$  och  $\epsilon_{cu} = -7,0 \text{ } ^\circ/\text{oo}$ . Elasticitetsmodulen sätts även för denna betong till  $e_c = 1200$  varvid  $\kappa_1 = 1200 \cdot 0,0025 = 3,0$ . Koefficienten  $\kappa_2$  väljs så att  $\sigma_c/f_{cc} = -0,5$  för  $\epsilon_{cu} = -7,0 \text{ } ^\circ/\text{oo}$ , vilket ger  $\kappa_2 = 0,342$ . Den av de valda parametrarna bestämda betongen av typ B har tryckarbetslinjen enligt FIG 2.1d.

Inverkan av betongens krypning behandlas separat i kapitel 8.

## 2.2 Armeringsstålets arbetslinje

Arbetslinjen för dragen armering har ett principförlopp enligt FIG 2.2a. Det antas att arbetslinjen för tryckt armering har ett identiskt utseende.

Även då det gäller stålet visar det sig lämpligt att räkna med dimensionslösa påkänningar, vilka erhålls genom division med stålets draghållfasthet  $f_{st}$ , definierad som flytgränsen för varmvalsat stål och som 0,2-gränsen för kallbearbetat stål. Genom denna åtgärd blir även stålets elasticitetsmodul dimensionslös. Den dimensionslösa elasticitetsmodulen är

$$e_s = \frac{E_s}{f_{st}} \quad (2.2.1)$$

Tryckarmering kan utsättas för avlastning under den successivt ökande ansträngningen av sektionen fram mot brott. Situationen kan inträffa då tryckzonshöjden minskar med växande töjning i dragarmeringen. Även dragarmeringen kan utsättas för avlastning då sektionen går mot brott. Detta kan ske om betongpåkänningarna minskar kraftigt vid växande betongstukning. I detta fall avtar böjmomentet snabbt med växande krökning efter att ha passerat maximivärdet. Med hänsyn till dessa fenomen måste  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagrammets grundkurva kompletteras med avlastningskurvor i princip enligt den räta linjen AB med lutningen  $e_s$  i FIG 2.2a. Detta har beaktats i beräkningsprogrammet.

Arbetslinjen för ett varmvalsat stål (i fortsättningen betecknat HR-stål) kan approximeras med räta linjer och en andragradsparabel i princip enligt FIG 2.2b. Den exakta formen fastläggs härvid genom följande parametrar

$e_s$ , stålets dimensionslösa elasticitetsmodul definierad genom sambandet (2.2.1),

$\epsilon_2$ , en indirekt parameter, som definieras ur sambandet  $\epsilon_2 = 1/e_s$  och därför kan tolkas som töjningen svarande mot stålets proportionalitetsgräns,

$\epsilon_1$ , töjning svarande mot gränsen mellan flytområdet och stålets konsolideringsområde, konsolideringsgränsen,

$\epsilon_0$ , den gränstöjning som uppträder vid maximal draghållfasthet  $f_{stu}$ ,

$\epsilon_{su}$ , brotttöjningen,

$\eta$ , kvoten mellan  $f_{stu}$  och  $f_{st}$ .

Diagrammet antas förenklat vara horisontellt mellan  $\epsilon_0$  och  $\epsilon_{su}$ . Detta får i regel ingen konsekvens för rotationskapaciteten eftersom  $f_{stu}$  praktiskt taget aldrig uppnås.

Med de definierade parametrarna kan töjnings-påkänningssambandet för HR-stålet uttryckas

$$\frac{\sigma_s}{f_{st}} = \begin{cases} \epsilon_s e_s & 0 \leq \epsilon_s < \epsilon_2 \\ 1,0 & \epsilon_2 \leq \epsilon_s < \epsilon_1 \\ \eta - (\eta - 1) \left( \frac{\epsilon_0 - \epsilon_s}{\epsilon_0 - \epsilon_1} \right)^2 & \epsilon_1 \leq \epsilon_s < \epsilon_0 \\ \eta & \epsilon_0 \leq \epsilon_s \leq \epsilon_{su} \end{cases} \quad (2.2.2)$$

Då man skall välja parametervärden, som motsvarar ett typiskt HR-stål möter man svårigheten, att parametrarna varierar inom ganska vida gränser, inte bara från stålqualität till stålqualität utan även på grund av statistisk spridning inom en och samma stålqualität. Genom studium av arbetslinjer för svenska HR-stål och med beaktande av spridningen hos dessa har följande parametervärden valts som beskrivande för ett representativt HR-stål



$$\begin{aligned}
 e_s &= 350 \\
 \eta &= 1,4 \\
 \epsilon_1 &= 0,015 \\
 \epsilon_o &= 0,080 \\
 \epsilon_{su} &= 0,100
 \end{aligned}$$

Givetvis är  $\epsilon_{su}$  för t ex Ks 40 avsevärd större än den här valda brotttöjningen men detta har inget märkbart inflytande på rotationskapaciteten eftersom  $\epsilon_{su}$  ändå aldrig uppnås före tvärsnittsbrott.

För den dimensionslösa elasticitetsmodulen  $e_s$  gäller, att eftersom  $E_s$  är i det närmaste konstant lika med 200 GPa för olika stålqualiteter varierar  $e_s$  med  $f_{st}$ . I FIG 2.2c visas den inbördes relationen mellan nominella flytgränser respektive 0,2-gränser hos vanliga, svenska armeringsstål. Av figuren framgår att man som lämpligt medelvärde kan välja  $e_s = 350$  för såväl varmvalsat som kallbearbetat stål.

Avvikelser - inom rimliga gränser - från det valda värdet har endast marginell inverkan på den beräknade rotationskapaciteten, vilket visas i kapitel 7.

Med de valda parametrarna blir arbetslinjen för det typiska HR-stålet det, som visas i FIG 2.2b.

Arbetslinjen för ett kallbearbetat armeringsstål (i fortsättningen betecknad CW-stål) kan approximeras med en rät linje och en del av en ellips i princip enligt FIG 2.2d och e. Den exakta formen fastläggs härvid genom parametrarna  $e_s$ ,  $\eta$ ,  $\epsilon_2$ ,  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_o$  och  $\epsilon_{su}$  med samma innebörd som för HR-stål. Av de uppräknade parametrarna behöver  $\epsilon_2$  och  $\epsilon_1$  inte ges explicit emedan de är entydigt bestämda av den valda kurvgeometrin och de övriga parametrarna.

Töjnings-påkänningssambandet för CW-stålet beräknas enligt det följande. Se även FIG 2.2e.

$$\epsilon_1 = 0,002 + \frac{1}{e_s} \quad (2.2.3)$$

Ellipsens horisontella halvaxel får längden

$$\beta = \frac{1}{g_1} (g_2 + \sqrt{g_2^2 - g_1 g_3}) \quad (2.2.4)$$

där

$$g_1 = e_s^2 (\epsilon_o - \epsilon_1)^2 - 4(e_s \epsilon_o - \eta)(\eta - 1) \quad (2.2.5)$$

$$g_2 = (e_s \epsilon_o - \eta)(\eta - 1)((e_s \epsilon_o - \eta) - (\eta - 1)) \quad (2.2.6)$$

$$g_3 = (e_s \epsilon_o - \eta)^2 (\eta - 1)^2 \quad (2.2.7)$$

Längden av ellipsens vertikala halvaxel är

$$\alpha = \frac{\beta(\epsilon_o - \epsilon_1)}{\sqrt{(\eta - 1)(2\beta - (\eta - 1))}} \quad (2.2.8)$$

Töjningen vid proportionalitetsgränsen beräknas ur sambandet

$$\epsilon_2 = \frac{\epsilon_o + \frac{\alpha^2}{\beta^2}(\eta - \beta)e_s}{1 + \frac{\alpha^2}{\beta^2}e_s^2} \quad (2.2.9)$$

För arbetslinjen gäller därefter sambandet

$$\frac{\sigma_s}{f_{st}} = \begin{cases} e_s \epsilon_s & 0 \leq \epsilon_s < \epsilon_2 \\ \eta - \beta \left( 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{\epsilon_o - \epsilon_s}{\alpha} \right)^2} \right) & \epsilon_2 \leq \epsilon_s \leq \epsilon_{su} \end{cases} \quad (2.2.10)$$

Som ett typiskt CW-stål räknas i fortsättningen det som beskrivs av parametrarna

$$\begin{aligned} e_s &= 350 \\ \eta &= 1,1 \\ \epsilon_o &= 0,050 \\ \epsilon_{su} &= 0,065 \end{aligned}$$

Med de valda parametrarna blir arbetslinjen för det typiska CW-stålet den, som framgår av FIG 2.2d.



För såväl HR- som CW-stålen utgör de valda kurvorna representativa medelkurvor. I kapitel 7 studeras dels vilka rotationskapaciteter som erhålls med de angivna arbetslinjerna dels vad som inträffar med rotationskapaciteten då man varierar de valda kurvorna på olika sätt.

Som komplettering till arbetslinjerna för HR- och CW-stålen medtas här även den av CEB för närvarande rekommenderade arbetslinjen för armeringsstål. Arbetslinjens form framgår av FIG 2.2f. Den karakteriseras av parametervärdena

$$e_s = 350$$

$$\eta = 1,0$$

$$\epsilon_1 = \epsilon_0 = \epsilon_{su} = 0,010$$

varvid  $e_s$  här har tilldelats samma värde som tillämpas för de genom mera fullständiga arbetslinjer beskrivna ståltyperna enligt FIG 2.2b och d.

Att CEB har valt denna arbetslinje för armeringsstålet kan tänkas bero på att den beräkningsmässigt ger praktiskt taget samma brottmoment som de två mera verklighetsnära arbetslinjerna som studeras här. Som framgår av kapitel 7 kan ett sådant förenklat  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagram emellertid ej läggas till grund för beräkning av rotationskapacitet.

### 3 TRYCKZONENS HÖJD

Ur Bernoullis hypotes och ekvationen för axiell projektion beräknas i detta kapitel sambandet mellan balkkrökning och tryckzonshöjd.

#### 3.1 Beräkningsgeometri

Med beteckningarna,  $F_s$  för kraft i dragarmering,  $F_{sc}$  för kraft i tryckarmering och  $F_c$  för resulterande kraft av betongpåkänningar i balkens tryckzon ger axiell projektion jämviktsvillkoret

$$F_c + F_{sc} + F_s = 0 \quad (3.1.1)$$

Läge och positiva riktningar för de angivna krafterna framgår av FIG 3.1a.

Med hänsyn till den numeriska beräkningen uppdelas tryckzonen i strimlor med lika höjd, parallella med neutrallagret. Uppdelningen kan göras på två principiellt olika sätt. Det ena karakteriseras av, att den i varje ögonblick aktuella tryckzonshöjden indelas i ett konstant antal strimlor. Strimlehöjden kommer därvid att variera i takt med tryckzonshöjden. Vid detta indelningssätt kommer en strimla att successivt representera olika delar av tryckzonens betong under pålastningsförloppet.

Det andra indelningssättet karakteriseras av, att en fiktiv tryckzonshöjd införs, vilken hålls konstant under pålastningen. Den fiktiva höjden,  $x_m$ , väljs därvid så stor, att den alltid inrymmer verklig aktuell tryckzon. Vid detta indelningssätt blir inte alla strimlor aktiva och antalet aktiva strimlor kommer att förändras under pålastningsförloppet. I gengäld vinner man, att strimlehöjden förblir konstant och att varje strimla alltid representerar samma betongdelyta. Det senare är viktigt då betongens förhistoria måste beaktas, t ex i samband med avlastning i en strimla.

Det senare alternativet väljs här. Det illustreras av FIG 3.1b. Strimlorna numreras från 1 till n och ordinatan  $y_i$  till tyngdpunkten av strimla nr i beräknas enligt figuren ur sambandet

$$y_i = -\frac{x_m}{n} \left( i - \frac{1}{2} \right) \quad (3.1.2)$$

där  $n$  är antalet strimlor.

Införs den dimensionslösa ordinatan

$$\eta_i = \frac{y_i}{d} \quad (3.1.3)$$

där  $d$  är sektionens effektiva höjd, samt den dimensionslösa tryckzonshöjden

$$\xi_m = \frac{x_m}{d} \quad (3.1.4)$$

kan ekv (3.1.2) skrivas

$$\eta_i = \frac{1}{n} \xi_m \left( \frac{1}{2} - i \right) \quad (3.1.5)$$

Om  $\Delta A_c = x_m b/n$  betecknar en strimlas area och  $A_c = bd$  den effektiva sektionensarean kan man beräkna den dimensionslösa delarean  $\alpha$  ur uttrycket

$$\alpha = \frac{\Delta A_c}{A_c} = \frac{1}{n} \xi_m \quad (3.1.6)$$

vilket insatt i ekv (3.1.5) ger

$$\eta_i = \alpha \left( \frac{1}{2} - i \right) \quad (3.1.7)$$

Ordinatan till dragarmeringens tyngdpunkt är enligt FIG 3.1b

$$y_s = d - x_m$$

eller i dimensionslös form

$$\eta_s = 1 - \xi_m \quad (3.1.8)$$

Enligt figuren är ordinatan till tryckarmeringens tyngdpunkt

$$y_{sc} = -x_m + c$$

där  $c$  är tryckarmeringens avstånd till den mest tryckta kanten. Med beteckningen

$$\gamma = \frac{c}{d} \quad (3.1.9)$$

erhålls tryckarmeringens dimensionslösa ordinata

$$\eta_{sc} = \frac{y_{sc}}{d} = \gamma - \xi_m \quad (3.1.10)$$

Relevanta töjningar beräknas enligt följande. Ur Bernoullis hypotes och FIG 3.1b följer för balkkrökningen uttrycket

$$\frac{1}{r} = \frac{\epsilon_s}{d - x}$$

där  $r$  är krökningsradien,  $\epsilon_s$  töjningen i dragarmeringen och  $x$  den aktuella tryckzonshöjden. Multipliceras med effektiv balkhöjd  $d$  erhålls

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d}{r} = \frac{\epsilon_s}{1 - \xi} \quad (3.1.11)$$

vari  $\rho$  är den dimensionslösa krökningsradien och  $\xi$  betecknar den dimensionslösa, aktuella tryckzonshöjden. Sambandet (3.1.11) ger tryckzonens höjd

$$\xi = 1 - \rho \epsilon_s \quad (3.1.12)$$

som funktion av i varje ögonblick aktuella värden på krökningsradie och töjning i dragarmering.

Av FIG 3.1b erhålls vidare sambandet

$$-\frac{\epsilon_c}{x} = \frac{\epsilon_s}{d - x} \quad (3.1.13)$$

eller

$$\epsilon_c = -\frac{x}{d - x} \epsilon_s = \xi \frac{\epsilon_s}{1 - \xi}$$

vilket efter insättning av ekv (3.1.11) och (3.1.12) ger

$$\epsilon_c = -(1 - \rho \epsilon_s) \frac{1}{\rho} = \epsilon_s - \frac{1}{\rho} \quad (3.1.14)$$

Här är  $\epsilon_c$  maximal betongstukning svarande mot givna parametervärden  $1/\rho$  och  $\epsilon_s$ . Värdet på  $\epsilon_c$  jämförs med betongens brottstukning  $\epsilon_{cu}$  för att avgöra om krossbrott inträffar i betongen.

Tryckarmeringens töjning  $\epsilon_{sc}$  erhålls enligt FIG 3.1b ur relationen

$$\frac{\epsilon_{sc}}{\epsilon_c} = \frac{x-c}{x} = \frac{\xi-\gamma}{\xi}$$

eller med  $\xi$  enligt ekv (3.1.12) och  $\epsilon_c$  enligt ekv (3.1.14)

$$\epsilon_{sc} = \frac{1-\rho\epsilon_s-\gamma}{1-\rho\epsilon_s} \left(\epsilon_s - \frac{1}{\rho}\right) = \epsilon_s - \frac{1}{\rho} (1-\gamma) \quad (3.1.15)$$

Medeltöjningen för betongstrimla nr i erhålls ur sambandet

$$\frac{\epsilon_i}{\epsilon_c} = \frac{-y_i - (x_m - x)}{x} = \frac{-\eta_i - \xi_m + \xi}{\xi}$$

vilket över ekv (3.1.12) och (3.1.14) omskrivs till

$$\epsilon_i = \frac{-\eta_i - \xi_m + 1 - \rho\epsilon_s}{1 - \rho\epsilon_s} \left(\epsilon_s - \frac{1}{\rho}\right) = \epsilon_s - \frac{1}{\rho} (1 - \xi_m - \eta_i)$$

eller med  $\eta_i$  enligt ekv (3.1.7)

$$\epsilon_i = \epsilon_s - \frac{1}{\rho} (1 - \xi_m + \alpha(i - \frac{1}{2})) \quad (3.1.16)$$

Härmed har alla relevanta töjningar uttryckts i parametrarna  $1/\rho$  och  $\epsilon_s$ .

### 3.2 Tryckzonens höjd vid elastiska förhållanden

Neutrallagrets läge beräknas i det följande ur projektionsekvationen (3.1.1). Först studeras fallet karakteriserat av renodlade elastiska förhållanden. Relationerna i FIG 3.1b ger sambanden

$$\frac{\epsilon_c}{\epsilon_s} = - \frac{\xi}{1 - \xi} \quad (3.2.1)$$

och

$$\frac{\epsilon_{sc}}{\epsilon_s} = - \frac{\xi - \gamma}{1 - \xi} \quad (3.2.2)$$

Ur ekv (3.2.1), Hooke's lag och ekv (2.1.1) och (2.2.1) erhålls

$$\frac{\sigma_c}{E_c} \frac{E_s}{\sigma_s} = \frac{\sigma_c}{f_{cc}} \frac{f_{st}}{\sigma_s} \frac{e_s}{e_c} = - \frac{\xi}{1 - \xi}$$

varur

$$\frac{\sigma_c}{f_{cc}} = - \frac{e_c}{e_s} \frac{\xi}{1 - \xi} \frac{\sigma_s}{f_{st}} \quad (3.2.3)$$

Ur ekv (3.2.2) fås motsvarande

$$\frac{\sigma_{sc}}{E_s} \frac{E_s}{\sigma_s} = \frac{\sigma_{sc}}{f_{sc}} \frac{f_{st}}{\sigma_s} \frac{f_{sc}}{f_{st}} = - \frac{\xi - \gamma}{1 - \xi}$$

Införs häri beteckningen

$$v = \frac{f_{sc}}{f_{st}} \quad (3.2.4)$$

erhålls sambandet

$$\frac{\sigma_{sc}}{f_{sc}} = - \frac{1}{v} \frac{\xi - \gamma}{1 - \xi} \frac{\sigma_s}{f_{st}} \quad (3.2.5)$$

Jämviktsvillkoret (3.1.1) skrivs nu

$$\frac{1}{2} \sigma_c x_b + A_{sc} \sigma_{sc} + A_s \sigma_s = 0$$

vilket efter multiplikation med 2 och division med referenskraften

$$N_c = b d f_{cc} = A_c f_{cc} \quad (3.2.6)$$

ger ekvationen

$$\frac{\sigma_c}{f_{cc}} \frac{x}{d} + 2 \frac{A_{sc}}{A_c} \frac{f_{sc}}{f_{cc}} \frac{\sigma_{sc}}{f_{sc}} + 2 \frac{A_s}{A_c} \frac{f_{st}}{f_{cc}} \frac{\sigma_s}{f_{st}} = 0$$

Insätts häri de mekaniska armeringsandelarna

$$\omega = \frac{A_s}{A_c} \frac{f_{st}}{f_{cc}} \quad (3.2.7)$$

$$\omega_c = \frac{A_{sc}}{A_c} \frac{f_{sc}}{f_{cc}} \quad (3.2.8)$$

erhålls sambandet

$$\frac{\sigma_c}{f_{cc}} \xi + 2\omega_c \frac{\sigma_{sc}}{f_{sc}} + 2\omega \frac{\sigma_s}{f_{st}} = 0 \quad (3.2.9)$$

I ekv (3.2.9) insätts dels sambanden (3.2.3) och (3.2.5), dels den nya storheten

$$\omega_o = \frac{e_s}{e_c} \omega \quad (3.2.10)$$

varvid erhålls en andragradsekvation för bestämning av tryckzonens höjd  $\xi$ . Ekvationen

$$\xi^2 + 2\omega_o \left(1 + \frac{1}{\nu} \frac{\omega_c}{\omega}\right) \xi = 2\omega_o \left(1 + \frac{\gamma}{\nu} \frac{\omega_c}{\omega}\right)$$

har lösningen

$$\xi = \omega_o \left\{ -\left(1 + \frac{1}{\nu} \frac{\omega_c}{\omega}\right) + \sqrt{\left(1 + \frac{1}{\nu} \frac{\omega_c}{\omega}\right)^2 + \frac{2}{\omega_o} \left(1 + \frac{\gamma}{\nu} \frac{\omega_c}{\omega}\right)} \right\} \quad (3.2.11)$$

### 3.3 Tryckzonens höjd vid elasto-plastiska förhållanden

Vid elasto-plastiska förhållanden kan tryckzonens höjd inte bestämmas explicit. Höjden beräknas i stället genom en iterativ process enligt följande. Jämviktsvillkoret (3.1.1) skrivs för detta fall under formen

$$\sum_1^n \Delta A_c \sigma_{ci} + A_{sc} \sigma_{sc} + A_s \sigma_s = 0$$

där summationen utsträcks över de  $n$  strimlor i vilka den fiktiva betongtryckzonen är uppdelad. Divideras med referenskraften  $N_c$  enligt ekv (3.2.6) erhålls

$$\sum_1^n \frac{\Delta A_c}{A_c} \frac{\sigma_{ci}}{f_{cc}} + \frac{A_{sc}}{A_c} \frac{f_{sc}}{f_{cc}} \frac{\sigma_{sc}}{f_{sc}} + \frac{A_s}{A_c} \frac{f_{st}}{f_{cc}} \frac{\sigma_s}{f_{st}} = 0$$

eller med beaktande av ekv (3.2.7), (3.2.8) och (3.1.6)

$$\alpha \sum_1^n \frac{\sigma_{ci}}{f_{cc}} + \omega \left( \frac{\sigma_s}{f_{st}} + \frac{\omega_c}{\omega} \frac{\sigma_{sc}}{f_{sc}} \right) = 0 \quad (3.3.1)$$

Med det här valda sättet att hantera tryckzonshöjdens variation under pålastningsförloppet är  $\alpha$  en konstant. Den har därför flyttats utanför summationstecknet. Innanför summationstecknet kvarstår därefter kvoten  $\sigma_{ci}/f_{cc}$ . Enligt kapitel 2 är det denna kvot som för given töjning avläses i det dimensionslösa  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagrammet.

Proceduren för bestämning av tryckzonens höjd vid successiv ökning av balkkrökningen blir härefter följande.

Först bestäms en fiktiv tryckzonshöjd  $\xi_m$ . Försöksberäkningar har visat att ett lämpligt värde därvid är

$$\xi_m = 1.25 \xi_0 \quad (3.3.2)$$

där  $\xi_0$  är tryckzonshöjden vid elastiskt beteende beräknad ur sambandet (3.2.11).

Därefter låter man krökningen  $1/\rho$  växa med jämna steg från 0 tills vid något värde på  $1/\rho$  materialbrott inträffar. Efter varje ökning av  $1/\rho$  justeras vid fasthållet värde  $1/\rho$  dragarmeringens töjning  $\epsilon_s$  så att jämviktsvillkoret (3.3.1) uppfylls inom en föreskriven tolerans (2-10 ‰ av kraften i dragarmeringen). Den iterativa processen kan därvid beskrivas på följande sätt.

1. Öka  $1/\rho$  till ett nytt värde, vilket sedan hålls konstant i de följande beräkningsstegen.
2. Öka dragarmeringens töjning med  $\Delta\epsilon_s$  till  $\epsilon_s$ , varvid  $\Delta\epsilon_s$  första gången väljs lika med töjningsökningen under föregående ändring av  $1/\rho$ .
3. Beräkna relevanta töjningar ur sambanden (3.1.14), (3.1.15) och (3.1.16) med de i beräkningssteget aktuella värdena på  $1/\rho$  och  $\epsilon_s$ .
4. Ur beräknade töjningar och delmaterialens arbetslinjer bestäms motsvarande dimensionslösa påkänningar  $\sigma_{ci}/f_{cc}$ ,  $\sigma_{sc}/f_{sc}$  och  $\sigma_s/f_{st}$ .
5. Under moment 4 erhållna påkänningar insätts i ekv (3.3.1). Om denna därvid ej uppfylls inom den givna beräkningstoleransen justeras värdet på  $\Delta\epsilon_s$  och iterationen upprepas från och med moment 2. Sedan ekv (3.3.1) uppfyllts inom föreskriven tolerans fortsätts med
6. Tryckzonens relativa höjd  $\xi$  beräknas ur sambandet (3.1.12).

Resultatet av en beräkning enligt den beskrivna proceduren illustreras av FIG 3.3a. Beräkningen avser en sektion utan tryckarmering och med



dragarmeringsmängd karakteriserad av  $\omega = 0,15$ . Armeringen är av HR-stål och betongen är av typ B (se kapitel 2). Den heldragna kurvan visar variationen i tryckzonshöjd  $\xi$  som funktion av balkkrökningen  $1/\rho$ . Med streckprickad linje anges den konstanta fiktiva tryckzonshöjden  $\xi_m$  beräknad ur sambandet (3.3.2).

Antas påkänningsblocket i tryckzonen rektangulärt med höjden  $0,8 \xi$  i brottstadiet fås  $\xi = 1,25 \omega$ . Även detta värde framgår av figuren. Brottstadiet, karakteriserat av krossbrott i betongen, har markerats med ett kryss vid kurvsambandets slutpunkt.

Den framräknade påkänningsfördelningen i tryckzonen visas i FIG 3.3b för fem olika värden på  $1/\rho$ . Motsvarande situationer finns markerade med siffrorna 1, 2 ... 5 i FIG 3.3a.

## 4 MOMENT-KRÖKNINGSSAMBAND

Sedan tryckzonens höjd bestämts enligt proceduren beskriven i kapitel 3 (som funktion av krökningen  $1/\rho$ ) kan moment-krökningssambandet beräknas.

För det rent elastiska fallet tecknas momentjämvikt lämpligast med avseende på läget för betongpåkänningarnas resultant. Med beteckningar enligt kapitel 3 och FIG 3.1a erhålls därvid

$$M + F_{sc} \left( \frac{1}{3} x - c \right) - F_s \left( d - \frac{1}{3} x \right) = 0 \quad (4.1)$$

där  $M$  är böjmomentet. Införs i ekv (4.1) sambanden  $F_{sc} = A_{sc} \sigma_{sc}$  och  $F_s = A_s \sigma_s$  samt divideras med referensmomentet

$$M_c = N_c d \quad (4.2)$$

erhålls momentet i dimensionslös form

$$\mu = \frac{M}{M_c} = \frac{A_s}{A_c} \frac{f_{st}}{f_{cc}} \frac{\sigma_s}{f_{st}} \left( 1 - \frac{1}{3} \xi \right) - \frac{A_{sc}}{A_c} \frac{f_{sc}}{f_{cc}} \frac{\sigma_{sc}}{f_{sc}} \left( \frac{1}{3} \xi - \gamma \right) \quad (4.3)$$

Insättning av de mekaniska armeringsandelarna  $\omega$  och  $\omega_c$  enligt ekv (3.2.7) respektive (3.2.8) jämte sambandet (3.2.5) i ekv (4.3) ger

$$\mu = \omega \frac{\sigma_s}{f_{st}} \left( 1 - \frac{1}{3} \xi \right) + \omega_c \frac{\sigma_s}{f_{st}} \frac{1}{v} \frac{\xi - \gamma}{1 - \xi} \left( \frac{1}{3} \xi - \gamma \right) \quad (4.4)$$

Balkkrökningen beräknas ur uttrycket (3.1.11) och Hooke's lag, varvid erhålls

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{1 - \xi} \frac{\sigma_s}{f_{st}} \frac{f_{st}}{E_s} = \frac{1}{e_s} \frac{1}{1 - \xi} \frac{\sigma_s}{f_{st}} \quad (4.5)$$

Elimineras kvoten  $\sigma_s/f_{st}$  ur sambanden (4.4) och (4.5) erhålls

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\mu}{\delta} \quad (4.6)$$

där den dimensionslösa böjstyvheten  $\delta$  är

$$\delta = \omega e_s \left\{ \left( 1 - \frac{1}{3} \xi \right) (1 - \xi) + \frac{1}{v} \frac{\omega_c}{\omega} (\gamma - \frac{1}{3} \xi) (\gamma - \xi) \right\} \quad (4.7)$$

Uttrycket (4.6) ger sambandet mellan krökning  $1/\rho$  och böjmoment  $\mu$  varvid styvheten  $\delta$  för elastiskt beteende och given tryckzonshöjd  $\xi$  bestäms ur ekv (4.7).

Vid elasto-plastiska förhållanden är det lämpligare att teckna momentjämvikt med avseende på den fiktiva tryckzonens underkant, se FIG 3.1a och b. Man erhåller då sambandet

$$M - F_c y_c + F_{sc} (x_m - c) - F_s (d - x_m) = 0 \quad (4.8)$$

där  $y_c$  avser ordinatan till läget för betongpåkänningarnas resultant  $F_c$ . Ekv (4.8) omskrivs till

$$M - \sum_1^n \frac{\Delta A_c \sigma_{ci}}{f_{cc}} y_i + A_{sc} \sigma_{sc} (x_m - c) - A_s \sigma_s (d - x_m) = 0$$

vilken efter division med referensmomentet  $M_c$  ger det dimensionslösa momentet

$$\mu = \sum_1^n \frac{\Delta A_c}{A_c} \frac{\sigma_{ci}}{f_{cc}} \eta_i + \frac{A_s}{A_c} \frac{f_{st}}{f_{cc}} \frac{\sigma_s}{f_{st}} (1 - \xi_m) - \frac{A_{sc}}{A_c} \frac{f_{sc}}{f_{cc}} \frac{\sigma_{sc}}{f_{sc}} (\xi_m - \gamma) \quad (4.9)$$

Insättning av  $\omega$ ,  $\omega_c$  och  $\eta_i$  enligt ekv (3.2.7), (3.2.8) och (3.1.7) i ekv (4.9) ger sambandet

$$\mu = \alpha^2 \sum_1^n \frac{\sigma_{ci}}{f_{cc}} \left( \frac{1}{2} - i \right) + \omega \left\{ (1 - \xi_m) \frac{\sigma_s}{f_{st}} + (\gamma - \xi_m) \frac{\omega_c}{\omega} \frac{\sigma_{sc}}{f_{sc}} \right\} \quad (4.10)$$

För det valda värdet på  $1/\rho$  ger förfarandet i kapitel 3 motsvarande tryckzonshöjd  $\xi$ . Därvid är tøjningsfördelningen känd och motsvarande påkänningar  $\sigma_{ci}/f_{cc}$ ,  $\sigma_s/f_{st}$  och  $\sigma_{sc}/f_{sc}$  kan bestämmas med hjälp av delmaterialens arbetslinjer varefter momentet beräknas ur ekv (4.10). Genom successiv upprepning av denna procedur för stegvist växande värden på  $1/\rho$  bestäms ett moment-krökningssamband för sektionen.

Som exempel på resultat erhållna enligt den beskrivna beräkningstekniken visas i FIG 4a moment-krökningssambandet för en sektion utan tryckarmering och för olika värden på  $\omega$ . Beräkningen avser HR-stål och betong av typ A.

Som jämförelse visas i FIG 4b och 4c motsvarande moment-krökningssamband för CW-stål respektive CEB-stål. Alla beräkningar har drivits så långt som delmaterialens brottöjningar tillåter.

Då man har bestämt sig för någon lämplig definition av brottmomentet kan detta avläsas ur moment-krökningsdiagrammen. Om pålastningsprocessen antas vara kraftstyrd, och detta antas i det följande, kan åtminstone två brottkriterier uppställas. I regel är moment-krökningsdiagrammet monotont växande fram till ett momentmaximum, varefter momentet återigen avtar. Situationen framgår i princip av FIG 4d. Materialbrott kan då inträffa antingen före eller efter maximalmomentet, punkt B. Inträffar det före, som vid punkt A, räknas motsvarande moment som brottmoment  $\mu_u (= \mu_{uA})$ . Denna situation är aktuell för t ex  $\omega = 0,10$  i FIG 4a. Inträffar materialbrott efter maximalmomentet, som vid punkt C i FIG 4d, räknas maximalmomentet som brottmoment  $\mu_u (= \mu_{uC})$ . Situationen är aktuell för t ex  $\omega = 0,15$  i FIG 4a. De två brottsituationerna uppträder såväl vid armering med HR- som med CW-stål.

I vissa fall kan en speciell situation inträffa i samband med HR-stål. Denna illustreras av FIG 4e. Momentet har ett första maximum i punkt A. Om därvid samtidigt betongpåkänningen har uppnått minimivärdet  $\sigma_c / f_{cc} = -1,0$  vid tryckzonens övre rand och ståltöjningen ligger i början av flytnivåen kommer, vid den fortsatta krökningsökningen ståltöjningen att öka under konstant kraft i armeringen samtidigt som läget för den minimala betongpåkänning förskjuts neråt i tryckzonen, se FIG 3.3b. Momentet minskar därvid med minskande inre hävarm under växande krökning tills ståltöjningen har passerat konsolideringsgränsen varefter momentet återigen växer. Förloppet följer i princip kurvan A-B-C i FIG 4e. Härefter kan förloppet vara som i FIG 4d. Vid kraftstyrd pålastning innebär det beskrivna förloppet att en instabilitets-situation inställer sig vid punkt A. Vid fortsatt momentökning ändras tillståndet momentant från ett läge med större potential, punkt A, till ett läge med mindre potential, punkt C. Fenomenet betecknas i andra sammanhang som "genomslag". För en sektion med de relaterade egenskaperna räknas momentet svarande mot punkt A som brottmoment  $\mu_{uA}$  om materialbrott inträffar mellan punkter A och C t ex vid punkt B. Inträffar materialbrott på kurvgränsen C-E, t ex vid punkt D, räknas motsvarande moment som brottmoment  $\mu_{uD}$ . Slutligen finns den möjligheten att materialbrott inträffar först efter det att momentet har passerat sitt andra maximum, punkt E, varvid momentet svarande mot maximipunkten anses vara brottmomentet  $\mu_{uE}$ .

Om de uppställda brottkriterierna tillämpas på moment-krökningssambanden visade i FIG 4a, 4b och 4c erhålls de samband mellan  $\omega$  och  $\mu_u$  som framgår av FIG 4f. Som man ser blir brottmomentet praktiskt taget det samma för alla tre ståltyperna.

Ofta beräknas brottmomentet med en förenklad, rektangulär påkänningsfördelning i tryckzonen. Momentet blir då

$$\mu_u = \omega \left(1 - \frac{\omega}{2}\right) \quad (4.11)$$

Detta samband ger en kurva som i det närmaste sammanfaller med kurvan för CEB-stål i FIG 4f.

## 5 DEFORMATIONSENERGI

I kapitlen 3 och 4 har den beräkningsteknik utvecklats som leder fram till en härledning av moment-krökningssambandet i godtyckligt valt snitt av en armerad betongbalk vid elastiska och elasto-plastiska förhållanden. Här kompletteras med en beräkning av tvärsektionens motsvarande konsumtion av deformationsenergi per längdenhet balk, varvid ett moment-energisamband uppställs.

Den inre energimängd per längdenhet balk  $\Delta w$  som åtgår under krökningsoökningen  $\Delta(1/\rho)$ , dvs under ett beräkningssteg, är

$$\Delta w = \sum_1^n \Delta A_c \sigma_{ci} \Delta \epsilon_i + A_{sc} \sigma_{sc} \Delta \epsilon_{sc} + A_s \sigma_s \Delta \epsilon_s \quad (5.1)$$

varvid  $\Delta w$  inkluderar såväl reversibel som irreversibel energiåtgång.

De mot krökningstillväxten  $\Delta(1/\rho)$  svarande töjningstillväxterna  $\Delta \epsilon_{sc}$  och  $\Delta \epsilon_i$  fås genom partiell derivering av uttrycken (3.1.15) och (3.1.16). Man erhåller därvid följande uttryck

$$\Delta \epsilon_{sc} = -(1-\gamma) \cdot \Delta \left( \frac{1}{\rho} \right) + \Delta \epsilon_s \quad (5.2)$$

$$\Delta \epsilon_i = \left( \alpha \left( \frac{1}{2} - i \right) + \xi_m - 1 \right) \cdot \Delta \left( \frac{1}{\rho} \right) + \Delta \epsilon_s \quad (5.3)$$

med töjningstillväxten  $\Delta \epsilon_s$  bestämd genom ett jämviktsvillkor enligt kapitel 3.

De i sambandet (5.1) ingående påkänningarna fås ur respektive sektionskomponents arbetslinje varvid påkänningen refereras till motsvarande töjningsintervalls,  $\Delta \epsilon$ , mitt.

Divideras  $\Delta w$  enligt ekv (5.1) med referenskraften  $N_c$  erhålls tillväxten i konsumerad deformationsenergi per längdenhet i dimensionslös form

$$\Delta \psi = \frac{\Delta w}{N_c} = \sum_1^n \frac{\Delta A_c}{A_c} \frac{\sigma_{ci}}{f_{cc}} \Delta \epsilon_i + \frac{A_{sc}}{A_c} \frac{f_{sc}}{f_{cc}} \frac{\sigma_{sc}}{f_{sc}} \Delta \epsilon_{sc} + \frac{A_s}{A_c} \frac{f_{st}}{f_{cc}} \frac{\sigma_s}{f_{st}} \Delta \epsilon_s \quad (5.4)$$

Efter insättning häri av ekv (3.1.6), (3.2.7) och (3.2.8) erhålls

$$\Delta\psi = \Delta\psi_c + \Delta\psi_{sc} + \Delta\psi_s = \alpha \sum_1^n \frac{\sigma_{ci}}{f_{cc}} \Delta\varepsilon_i + \omega_c \frac{\sigma_{sc}}{f_{sc}} \Delta\varepsilon_{sc} + \omega_s \frac{\sigma_s}{f_{st}} \Delta\varepsilon_s \quad (5.5)$$

Med utnyttjande av sambanden (5.2) och (5.3) fås för den tryckta betongens bidrag till deformationsenergien per längdenhet

$$\Delta\psi_c = \alpha \sum_1^n \frac{\sigma_{ci}}{f_{cc}} \{ (\alpha(\frac{1}{2} - i) + \xi_m - 1) \Delta(\frac{1}{\rho}) + \Delta\varepsilon_s \} \quad (5.6)$$

för tryckarmeringens bidrag

$$\Delta\psi_{sc} = \omega_c \frac{\sigma_{sc}}{f_{sc}} ((\gamma - 1) \Delta(\frac{1}{\rho}) + \Delta\varepsilon_s) \quad (5.7)$$

och för dragarmeringens bidrag

$$\Delta\psi_s = \omega_s \frac{\sigma_s}{f_{st}} \Delta\varepsilon_s \quad (5.8)$$

Den vid aktuellt deformationstillstånd totalt konsumerade deformationsenergin per längdenhet balk fås genom summation från noll fram till aktuellt värde på krökningen  $1/\rho$ . Härvid erhålls

$$\psi = \Sigma\Delta\psi = \Sigma\Delta\psi_c + \Sigma\Delta\psi_{sc} + \Sigma\Delta\psi_s \quad (5.9)$$

Med  $1/\rho$  som styrande parameter kan man nu beräkna samhörande värden på  $\psi$  och  $\mu$  enligt sambanden (4.10) och (5.9). Härigenom bestäms det sökta moment-energisambandet.

Som exempel på resultat från en sådan bestämning visas i FIG 5a  $\mu$ - $\psi$ -sambandet för en tvärsektion av betong typ B armerad med HR-stål. Den mekaniska armeringsandelen är  $\omega = 0,30$  på dragsidan och  $\omega_c = 0,15$  på trycksidan. Det valda exemplet inkluderar effekten av betongkrypning, varvid kryptalet är  $\varphi = 3$ . Krypningens inverkan på rotationskapaciteten studeras i kapitel 8. Att krypeffekten har medtagits här motiveras endast av, att figuren därigenom blir tydligare. Figuren visar tre kurvor av vilka den understa representerar betongens andel  $\psi_c$  i energikonsumtionen. Den mellersta kurvan visar energikonsumtionen i balkens tryckzon

$$\psi_t = \psi_c + \psi_{sc} \quad (5.10)$$

dvs den mängd deformationsenergi per längdenhet balk som tas upp av tryckt betong och tryckarmering tillsammans.

Den översta kurvan visar tvärsnittets totala energikonsumtion per längdenhet balk. Punkt A i figuren motsvarar tillståndet i tvärsnittet, då dragarmeringen uppnår flytgränsen, dvs då  $\epsilon_s = \epsilon_2$ . Punkt B motsvarar tillståndet då dragarmeringen uppnår konsolideringsgränsen  $\epsilon_1$ . Punkt C, slutligen, motsvarar brottsituationen, vilken här karakteriseras av krossbrott i betongen.

Ett motsvarande  $\mu$ - $\psi$ -samband avseende balk armerad med CW-stål men med i övrigt likartade förhållanden visas i FIG 5b. Vid punkt B inträffar brott i dragarmeringen. Diagrammet utnyttjas dock endast till punkten A karakteriserad av att brottmomentet  $\mu_u$  här är lika med det maximala momentet.



## 6 ENERGIBALANS

Med en flytleds rotationsspänn avses i det följande balkdelen mellan flytleden och närmaste momentnollpunkt. En dubbelsidig flytled har två rotationsspänn, ett på varje sida om flytleden, medan en enkelsidig flytled, en flytled vid en inspänning, endast har ett rotationsspänn. I fortsättningen studeras uteslutande förhållandena vid den ena sidan av en flytled, den må vara enkel- eller dubbelsidig.

Rotationsspännets längd betecknas  $l_0$ . Värdet på  $l_0$  varierar i allmänhet något under pålastningsförloppet. Här räknas emellertid som förenkling med att  $l_0$  är konstant och lika med längden svarande mot flytledens brottmoment  $M_u$ . Huvudparten av energiutbytet under ett fullständigt pålastningsförlopp sker vid moment av denna storleksordning varför den längdvariation i rotationsspänn, som äger rum i området invid nollmomentet, kan bedömas ha försumbar inverkan på spännets totala energisituation.

I det följande beräknas först det yttre arbete, som utförs då rotationsspänn deformeras, därefter bestäms den samtidigt konsumerade deformationsenergin inom spänn enligt kapitel 5 och slutligen uppställs spännets energibalans ur vilken den elasto-plastiska rotationen, rotationskapaciteten, beräknas.

### 6.1 Det yttre arbetet

I FIG 6.1a visas rotationsspänn med längden  $l_0$  mellan en flytled PH till höger och en momentnollpunkt till vänster. I sin vänstra ändpunkt angrips balkdelen av tvärkraften  $V_n$ . Vid sin högra ändpunkt angrips den av brottmomentet  $M_u$  och tvärkraften  $V_0$ . I övrigt antas spänn belastat med en jämnt fördelad last  $q$ . Momentvariationen över spannlängden blir därvid parabolisk så som visas i figurens övre momentdiagram. Under denna förutsättning blir momentvariationen entydigt karakteriserad genom en koefficient  $\beta$  enligt figuren, som uttrycker momentvariationens avvikelse från den linjära variationen, visad med streckad linje i figuren.

Det angivna sättet att beskriva momentvariationen täcker inte alla tänkbara situationer. Undantagna fall är t ex över partiell spannlängd verkande, jämnt fördelad last och punktlaster med en eller flera punkt-

laster placerad mellan flytled och momentnollpunkt. Metoden medger å andra sidan okomplicerad behandling av de vid praktisk tillämpning oftast förekommande belastningssituationerna.

Följande värden på  $\beta$  är aktuella, se FIG 6.1b.

$\beta = -0,06$  motsvarar momentvariationen invid en flytled vid ett stödsnitt då balken belastas med jämnt fördelad last.

$\beta = 0$  motsvarar variationen intill en flytled, som ligger antingen vid ett stödsnitt eller ute i spannet då balken belastas med punktlaster.

$\beta = 0,25$  motsvarar momentfördelningen vid en flytled ute i spannet då balken belastas med jämnt fördelad last.

Momentfördelningen kan skrivas

$$M = \left(1 - \frac{z}{l_0}\right) \left(1 + 4\beta \frac{z}{l_0}\right) M_u \quad (6.1.1)$$

Delas rotationsspannets längd i  $n$  lika delar vardera med längden  $\Delta l_0$ , enligt FIG 6.1a, gäller vid delningspunkt nr  $i$  relationen

$$\frac{z}{l_0} = \frac{i}{n} \quad (6.1.2)$$

Insättning av ekv (6.1.2) i ekv (6.1.1) ger vid samtidig division med referensmomentet  $M_c$  enligt ekv (4.2) och (3.2.6) det dimensionslösa momentet i punkt nr  $i$

$$\mu_i = \frac{M_i}{M_c} = \mu_u (n-i)(n+4\beta i)/n^2 \quad (6.1.3)$$

där  $\mu_u = M_u/M_c$ .

Sambandet mellan  $\beta$  och  $q$  tecknas enligt figuren

$$\frac{1}{8} q l_0^2 = \beta M_u$$

eller

$$q l_0^2 = 8\beta M_u \quad (6.1.4)$$

Momentjämvikt för den betraktade balkdelen ger

$$M_u + \frac{1}{2} q l_o^2 - V_n l_o = 0 \quad (6.1.5)$$

varur med utnyttjande av ekv (6.1.4) beräknas

$$V_n = (1+4\beta) \frac{M_u}{l_o} \quad (6.1.6)$$

Under inverkan av de angripande krafterna deformeras rotationsspannet enligt den nedre delfiguren i FIG 6.1a. Nedböjningen är därvid uppdelad i en inelastisk och en elastisk del.

I ett inledande skede är alla deformationer elastiska. Under detta skede växer den yttre lasten från noll till ett värde  $q_y$  som uppnås då plasticering börjar i snittet med maximalt moment, dvs i den teoretiska flytleden. Då detta inträffar är samtidigt böjmomentet vid flytleden  $M_y$  och tvärkraften vid momentnollpunkten  $V_y$ . De mot ekv (6.1.4) och (6.1.6) svarande sambanden är i denna situation

$$q_y l_o^2 = 8\beta M_y \quad (6.1.7)$$

och

$$V_y = (1+4\beta) \frac{M_y}{l_o} \quad (6.1.8)$$

Då den yttre lasten ökar från flytvärdet  $q_y$  till brottvärdet  $q$  sker plastisk rotation kring flytleden samtidigt som den elastiska nedböjningen vid momentnollpunkten ökar till sitt maximala värde  $a_n$ . Den elastiska delen av nedböjningen vid den godtyckliga delningspunkten med nr  $i$  betecknas motsvarande  $a_i$ .

Den inelastiska deformationen behandlas beräkningsmässigt som en rotation av rotationsspannet betraktad som stel kropp vinkeln  $\theta_u$  kring flytleden. Enligt definition motsvarar därvid  $\theta_u$  flytledens rotationskapacitet till den betraktade sidan. Då brott inträffar är den maximala inelastiska nedböjningen vid momentnollpunkten  $l_o \theta_u$ .

Sambandet mellan balkdeformationer och flytledsmoment inom momentintervallet  $M_y - M_u$ , dvs inom det elasto-plastiska belastningsområdet, är beroende av flera faktorer bland vilka formen på armeringsstålets  $\sigma$ - $\epsilon$ -

diagram är dominerande. Med hänsyn till all annan osäkerhet som gäller för denna typ av beräkning har den följande härledningen baserats på det approximativa antagandet, att det nämnda sambandet är linjärt.

Det totala yttre arbetet, som utförs under belastningsskedet fram till brott, blir således

$$W_e = \frac{1}{2} V_n a_n + \frac{1}{2} (V_y + V_n) \theta_u l_o - \frac{1}{2} \sum_1^n q \Delta l_o a_i - \frac{1}{2} (q_y + q) l_o \cdot \frac{1}{2} \theta_u l_o \quad (6.1.9)$$

Med hänvisning till FIG 6.1a kommenteras de olika termerna i det uppställda sambandet således.

Den första termen avser det elastiska arbetet, som utförs av tvärkraften vid momentnollpunkten då kraften växer från noll till sitt maximala värde  $V_n$  samtidigt som den elastiska delen av nedböjningen vid samma snitt växer till slutvärdet  $a_n$ .

Den andra termen avser det plastiska arbetet, som utförs av tvärkraften vid momentnollpunkten. Fram till värdet  $V_y$  utförs inget plastiskt arbete. Då tvärkraften därefter ökar från  $V_y$  till  $V_n$  blir medelkraften under det plastiska belastningsskedet  $(V_y + V_n)/2$ . Den arbetar över den plastiska delen av nedböjningen  $\theta_u l_o$ .

Den tredje termen avser det elastiska arbetet, som utförs av brottlasten  $q$  då den elastiska delen av balknedböjningen under växande last ökar till slutvärdet  $a_i$  i delningspunkt nr  $i$ .

Den fjärde termen, slutligen, avser det plastiska arbetet, som utförs av den fördelade lasten. Fram till värdet  $q_y$  utförs inget plastiskt arbete. Då lasten därefter ökar från flytvärdet  $q_y$  till brottvärdet  $q$  blir medellastens resultant under det plastiska belastningsskedet  $(q_y + q) l_o / 2$ . Resultanten som angriper vid balkdelens mitt arbetar över nedböjningen  $\theta_u l_o / 2$ .

I FIG 6.1a visas även snittkrafterna  $V_o$  och  $M_u$ . Alla förskjutningar har relaterats till flytleden som vid denna härledning antagits vara en icke förskjutbar punkt. Tvärkraftens  $V_o$  arbete är därför lika med noll. Brottmomentet  $M_u$ , som uppträder vid flytleden har ej heller medtagits i sambandet (6.1.9) beroende på, att  $M_u$  i detta sammanhang får anses vara ett inre moment. Att så är fallet framgår tydligt om man

tänker sig den betraktade flytleden uppkomma över ett mellanstöd i en kontinuerlig balk och därvid tänker sig den betraktade balkdelen omfatta sträckan  $2l_0$  symmetriskt placerad med avseende på flytleden.

Insättning av  $q_{y0}^2$  enligt ekv (6.1.7),  $ql_0^2$  enligt ekv (6.1.4) samt  $V_n$  och  $V_y$  enligt ekv (6.1.6) respektive (6.1.8) i ekv (6.1.9) ger

$$W_e = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{M}{M_u}\right) M_u \theta_u + \frac{1}{2} (1 + 4\beta) M_u \frac{a_n}{l_0} - 4\beta M_u \frac{\Delta l_0}{l_0} \frac{n}{1} \frac{a_i}{l_0} \quad (6.1.10)$$

Divideras med referensmomentet  $M_c$  och observeras att  $\Delta l_0/l_0 = 1/n$  fås det yttre arbetet i dimensionslös form

$$\phi_e = \frac{W_e}{M_c} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\mu_y}{\mu_u}\right) \mu_u \theta_u + \frac{1}{2} (1 + 4\beta) \mu_u \frac{d}{l_0} \frac{a_n}{d} - 4\beta \mu_u \frac{d}{l_0} \frac{1}{n} \frac{a_i}{d} \quad (6.1.11)$$

där  $\mu_y = M_y/M_c$ .

Införs rotationsspännets dimensionslösa längd (spännets slankhet)

$$\lambda = \frac{l_0}{d} \quad (6.1.12)$$

kan sambandet (6.1.11) skrivas

$$\phi_e = \left\{ \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\mu_y}{\mu_u}\right) \theta_u + \frac{1}{2} (1 + 4\beta) \frac{1}{\lambda} \frac{a_n}{d} - 4\beta \frac{1}{\lambda} \frac{1}{n} \frac{a_i}{d} \right\} \mu_u \quad (6.1.13)$$

De elastiska nedböjningarna  $a_i$  och  $a_n$  beräknas med hjälp av finita differenser. Därvid gäller sambandet

$$\frac{a_{i-1} - 2a_i + a_{i+1}}{(\Delta l_0)^2} = \frac{1}{r_i} \quad (6.1.14)$$

där  $r_i$  är krökningsradien i punkt nr i under elastiska förhållanden. Sambandet omskrivs till

$$\left(\frac{a}{d}\right)_{i-1} - 2\left(\frac{a}{d}\right)_i + \left(\frac{a}{d}\right)_{i+1} = \left(\frac{\Delta l_0}{l_0}\right)^2 \left(\frac{l_0}{d}\right)^2 \frac{d}{r_i} = \frac{\lambda^2}{n^2} \frac{1}{\rho_i} \quad (6.1.15)$$

där  $\rho_i = r_i/d$  är den dimensionslösa krökningsradien i punkt nr i.

Införs den dimensionslösa nedböjningen

$$\kappa_i = \frac{a_i}{d} \frac{n^2}{\lambda^2} \quad (6.1.16)$$

i ekv (6.1.14) erhålls differensekvationen

$$\kappa_{i-1}^{-2\kappa_i + \kappa_{i+1}} = \frac{1}{\rho_i} \quad (6.1.17)$$

Då balkdelen är fast inspänd vid flytleden i vad angår elastisk nedböjning gäller där randvillkoren

$$\kappa_0 = 0 \quad \kappa_1 = \kappa_{-1}$$

vilket insatt i ekv (6.1.17) ger nedböjningen vid den första delningspunkten ( $i = 1$ )

$$\kappa_1 = \frac{1}{2} \frac{1}{\rho_0} \quad (6.1.18)$$

Ur sambandet (6.1.17) fås rekursionsformeln

$$\kappa_{i+1} = 2\kappa_i - \kappa_{i-1} + \frac{1}{\rho_i} \quad (6.1.19)$$

för successiv beräkning av den elastiska delen av balknedböjningen.

Då den elastiska balkkrökningen, som erfordras för beräkning av  $a_i$  och  $a_n$  i ekv (6.1.13), skall bestämmas, kan beräkningen ej baseras på den tryckzonshöjd som motsvarar renodlat elastiskt beteende hos tvärsektionen. Man måste observera, att förhållandena i realiteten är elasto-plastiska och räkna med den därvid uppträdande tryckzonshöjden. I kapitel 3 har visats hur tryckzonshöjden  $\xi$  kan bestämmas som funktion av den elasto-plastiska krökningen. I kapitel 4 anges motsvarande bestämning av böjmoment  $\mu$ . Med den elasto-plastiska krökningen som styrande parameter kan därigenom ett  $\mu$ - $\xi$ -samband beräknas.

Man kan nu för varje delningspunkt i rotationsspännet beräkna momentet  $\mu_i$  ur uttrycket (6.1.3) och sedan ur det enligt ovan framtagna  $\mu$ - $\xi$ -sambandet bestämma motsvarande värde på  $\xi$ , vilket insatt i ekv (4.7) ger böjstyvheten  $\delta$ . Den sökta elastiska krökningen fås därefter ur sambandet (4.6).

Insättning i ekv (6.1.13) av den dimensionslösa, elastiska nedböjningen enligt ekv (6.1.16) ger slutligen det dimensionslösa yttre arbetet på formen

$$\phi_e = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\mu_y}{\mu_u} \right) \theta_u \mu_u + \frac{\lambda}{2n^2} \left( (1+4\beta)\kappa_n - 8\beta \frac{\sum \kappa_i}{n} \right) \mu_u \quad (6.1.20)$$

## 6.2 Konsumerad deformationsenergi

I kapitel 5 har anvisats hur sambandet mellan den dimensionslösa deformationsenergin per längdenhet balk  $\psi$  och det dimensionslösa böjmomentet  $\mu$  kan bestämmas. Ett sådant samband visas i t ex FIG 5a. Sambandet återges i princip, men med annan orientering, i FIG 6.2a bredvid rotationsspannets momentdiagram. Av figuren framgår hur  $\mu$ - $\psi$ -sambandet kan transformeras via momentdiagrammet till att ge  $\psi$ -fördelningen längs rotationsspannets längd  $\lambda$ . Den inom rotationsspannets balkvolym konsumerade totala deformationsenergien motsvarar alltså den i FIG 6.2a streckade ytan. Med samma indelning av spannet som tillämpas i avsnitt 6.1 erhålls för den totala energien sambandet - jfr ekv (5.4)

$$W_i = \sum N_c \psi_i \Delta l_o = N_c \Delta l_o \sum \psi_i = N_c \frac{l_o}{n} \sum \psi_i \quad (6.2.1)$$

Divideras detta uttryck med referensmomentet  $M_c = N_c d$  erhålls den totalt konsumerade deformationsenergien i dimensionslös form

$$\phi_i = \frac{W_i}{M_c} = \frac{l_o}{d} \frac{1}{n} \sum \psi_i = \frac{\lambda}{n} \sum \psi_i \quad (6.2.2)$$

## 6.3 Energibalans

Den totalt konsumerade deformationsenergien  $\phi_i$  är lika med det av de yttre krafterna utförda arbetet inom rotationsspannet  $\phi_e$ , dvs

$$\phi_e = \phi_i \quad (6.3.1)$$

Insätts i detta samband  $\phi_e$  enligt ekv (6.1.20) och  $\phi_i$  enligt ekv (6.2.2) fås ekvationen

$$\frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\mu_y}{\mu_u} \right) \theta_u \mu_u + \frac{\lambda}{2n^2} \left\{ (1+4\beta) \kappa_n - 8\beta \frac{\sum \kappa_i}{n} \right\} \mu_u = \frac{\lambda}{n} \sum \psi_i$$

varur rotationskapaciteten beräknas till

$$\frac{\theta_u}{\lambda} = \left\{ \frac{1}{\mu_u} \frac{\sum \psi_i}{n} + \frac{1}{2n^2} \left( 8\beta \frac{\sum \kappa_i}{n} - (1+4\beta) \kappa_n \right) \right\} \frac{2}{1 + \frac{\mu_y}{\mu_u}} \quad (6.3.2)$$

Sambandet (6.3.2) har lagts till grund för utveckling av ett datamaskinprogram. Resultat från beräkningar med programmet redovisas i det följande.



## 7 ROTATIONSKAPACITETENS BEROENDE AV FORMEN PÅ DELMATERIALENS ARBETSLINJER

Först beräknas rotationskapaciteten för de tre typstålen HR, CW och CEB kombinerade med de två betongtyperna A och B beskrivna i kapitel 2. Beräkningen genomförs med tre momentfördelningar svarande mot  $\beta = 0,25$ ,  $\beta = 0$  och  $\beta = -0,06$  enligt kapitel 6. Avsikten med denna undersökning är att visa den principiella inverkan på rotationskapaciteten av olika former på delmaterialens  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagram.

Efter detta visas hur rotationskapaciteten förändras vid avvikelser från de parametervärden, som valts enligt kapitel 2 för en beskrivning av de tre typstålens och de två betongtypernas arbetslinjer. För överskådlighetens skull redovisas i denna undersökning resultat endast för momentfördelning svarande mot  $\beta = 0,25$ , dvs den momentfördelning som uppträder vid en flytled som inte belastas av stora tvärkrafter.

Resultaten redovisas i diagramform med den mekaniska armeringsandelen  $\omega$  som abscissa och  $\theta_u/\lambda$  som ordinata. Härvid får  $\omega$  variera mellan gränserna 0,04 och 0,31 vilket torde täcka alla normalt förekommande situationer.

### 7.1 Olika kombinationer av typstål och betongtyper

Om HR-stålet kombineras med betongtyperna A och B erhålls resultat enligt FIG 7.1a. De två kurvskarorna har i princip samma form, karakteriserad av existensen av ett kritiskt  $\omega$ -värde,  $\omega_{cr}$ , vid vilket det inträffar en förändring i kurvornas förlopp.

För  $\omega < \omega_{cr}$  ökar rotationskapaciteten markant med avtagande  $\omega$  medan  $\omega$  har ett i det närmaste konstant och lågt värde för  $\omega > \omega_{cr}$ . Går man till detaljberäkningarna för att söka förklaring på detta fenomen finner man att vid  $\omega_{cr}$  inträffar brottet precis då ståltöjningen sammanfaller med stålets konsolideringsgräns  $\epsilon_1$  i FIG 2.2b. Då  $\omega < \omega_{cr}$  är man inne i stålets konsolideringsområde vid brott.

Då  $\omega > \omega_{cr}$  ligger man på stålets flytnivå i brottsituationen. Detta visar att begreppen över- och normalarmering måste ges olika innebörd beroende av om man studerar brottmoment eller rotationskapacitet. Gränsen mellan över- och normalarmering går vid beräkning av brottmoment vid



ståltöjningen  $\epsilon_2 = 1/e_s$  medan den vid beräkning av rotationskapacitet kan anses ligga vid flytnivåns slutpunkt, vid töjningen  $\epsilon_1$ . Det är alltså ett oförsiktigt påstående man i bland möter, att rotationskapaciteten alltid är tillräcklig om bara balken är normalarmerad.

Av FIG 7.1a framgår även effekten av variationer i betongens mekaniska egenskaper. För betong av typ A är  $\omega_{cr} = 0,15$  medan för typ B  $\omega_{cr} = 0,21$ . Det är här framförallt värdet på betongens brottstukning  $\epsilon_{cu}$  som är bestämmande för läget på  $\omega_{cr}$ .

En motsvarande beräkning avseende CW-stål ger resultat enligt FIG 7.1b. Här uppträder inget  $\omega_{cr}$  eftersom stålet inte har någon desiderad gräns mellan flytnivå och konsolideringsområde. Genomgående är rotationskapaciteten mindre för betongbalk med CW-stål än för betongbalk med HR-stål.

Resultat från en beräkning avseende CEB-stål visas i FIG 7.1c. Som man kunde förvänta efter studiet av moment-krökningssambanden för detta hypotetiska stål är rotationskapaciteten utomordentligt ringa. Detta visar att det är orealistiskt att tillämpa den av CEB föreslagna arbetslinjen för armeringsstål i samband med beräkning av rotationskapacitet. Som visats i kapitel 4 uppvisar denna trunkerade arbetslinje däremot inga påtagliga nackdelar i samband med beräkning av ett tvärsnitts brottmoment.

Gemensamt för de redovisade resultaten är att momentfördelningen  $\beta = 0,25$  ger större rotationskapacitet än fördelningarna  $\beta = 0$  och  $\beta = -0,06$  vilket är vad man kan förvänta med hänsyn till den generella diskussionen som fördes i anknytning till FIG 1.3a. Det skall dock observeras att eventuell inverkan av tvärkraft ej har beaktats här. Förekomst av tvärkraft kan ändra på resultatet i gynnsam riktning för fördelningarna  $\beta = 0$  och  $\beta = -0,06$ .

## 7.2 Avvikelser från för typstål och betongtyper valda parametervärden

Alla de i detta avsnitt redovisade beräkningsresultaten avser momentfördelningen  $\beta = 0,25$ .

I avsnitt 2.1 har representativa parametrar bestämts för beskrivning av betongtyperna A och B. Därvid valdes för betongens dimensionslösa

initialelasticitetsmodul värdet  $e_c = 1200$ . Det är av intresse att se vad avvikelser från det valda värdet innebär för rotationskapaciteten. För att undersöka detta har två beräkningar gjorts med CW-stål, i den ena kombinerat med betong av typ A med  $e_c = 1800$  och i den andra kombinerade med betong av typ B med  $e_c = 800$ . Resultaten visas i FIG 7.2a där med streckade linjer som jämförelse även ges motsvarande resultat från beräkningar med normalvärdet  $e_c = 1200$ . Som framgår av figuren är effekten på rotationskapaciteten av variationer i  $e_c$  obetydlig, varför man i fortsättningen kan utesluta  $e_c$  som variabel parameter och räkna med det konstanta värdet  $e_c = 1200$ .

I avsnitt 2.2 har för stålets dimensionslösa elasticitetsmodul valts ett värde  $e_s = 350$  vilket sedan använts som normalvärde för samtliga tre typstål HR, CW och CEB. För att undersöka vad en avvikelse från det valda värdet betyder för rotationskapaciteten har två beräkningar gjorts med HR-stål och betong typ B med i det ena fallet  $e_s = 250$  och i det andra  $e_s = 700$ , jfr FIG 2.2c. Det erhållna resultatet framgår av FIG 7.2b. Jämfört med resultatet för normalvärdet  $e_s = 350$  är avvikelserna små, varför det kan anses vara befogat att utesluta även  $e_s$  från de variabla parametrarna och räkna med det konstanta värdet  $e_s = 350$  oberoende av ståltyp och värdet på  $f_{st}$ .

För HR-stålet har i avsnitt 2.2 valts konsolideringsgränsen  $\epsilon_1 = 0,015$  som normalvärde. Av intresse är jämförande beräkningar för detta värde och för de alternativa värdena  $\epsilon_1 = 0,005$  och  $\epsilon_1 = 0,025$ , varvid stålets hela konsolideringsområde mellan  $\epsilon_1$  och  $\epsilon_0$  ges en motsvarande parallellförskjutning enligt FIG 7.2c. Resultaten från sådana beräkningar med de alternativa arbetslinjerna för HR-stålet i kombinationer med betong av såväl typ A som B visas i samma figur. Enligt förklaringen ovan av den fysikaliska innebörden av ett kritiskt värde för den mekaniska armeringsandelen  $\omega_{cr}$  kan man förvänta att en variation av  $\epsilon_1$  skall återspeglas i en motsvarande variation av  $\omega_{cr}$ . Att så verkligen är fallet framgår av figuren. Här ändras  $\omega_{cr}$  från ca 0,10 till 0,29 då  $\epsilon_1$  ändras från 0,025 till 0,005 vid kombination med betong typ A. För kombination med betong av typ B är motsvarande ändring i  $\omega_{cr}$  från ca 0,15 till ett värde  $> 0,31$ .

För kompletterande belysning varierar  $\eta = f_{stu}/f_{st}$  för ett HR-stål vid fasthållen konsolideringsgräns  $\epsilon_1 = 0,015$  enligt FIG 7.2d. Två  $\eta$ -värden

1,2 och 1,6 kombineras med betongtyperna A och B. En variation av  $\eta$  inverkar inte på läget för  $\omega_{cr}$  och ej heller på rotationskapaciteter svarande mot  $\omega > \omega_{cr}$  eftersom brott då inträffar vid ståltöjningar som är mindre än konsolideringsgränsen. Av figuren framgår genom de redovisade beräkningsresultaten i övrigt att för  $\omega < \omega_{cr}$  är rotationskapacitetens variation med  $\eta$  måttlig.

Slutligen visas i FIG 7.2e vilken ändring i rotationskapacitet som erhålls om  $\eta$  för ett CW-stål ökas från det valda normalvärdet 1,1 till 1,2. Beräknade resultat återges i figuren för CW-stålet i kombination med betong av både typ A och B. Det framgår av figuren att den undersökta variationen medför en måttlig förändring av rotationskapaciteten.

Följande konklusioner kan dras av den genomförda analysen.

Betongens dimensionslösa initialelasticitetsmodul kan räknas konstant  $e_c = 1200$  i alla sammanhang.

Stålets dimensionslösa elasticitetsmodul kan räknas konstant  $e_s = 350$  för såväl HR-stål som CW-stål.

Den av CEB föreslagna arbetslinjen för armeringsstål är inte tillämplig i samband med bestämning av rotationskapacitet.

Gränsen mellan över- och normalarmering, vilken vid beräkning av brottmoment sätts till ståltöjningen  $\epsilon_2 = 1/e_s$ , bör vid beräkning av rotationskapacitet i stället refereras till konsolideringsgränsen  $\epsilon_1$ .

Rotationskapacitetens storlek är inom vissa områden för  $\omega$  starkt beroende av läget på stålets konsolideringsgräns. Värdet på kvoten  $\eta = f_{stu}/f_{st}$  har inte lika stor betydelse.

Man erhåller genomgående något större rotationskapacitet då beräkningarna baseras på den mer verklighetsnära betongen av typ B än då den deformationsmässigt mer restriktiva betongtypen A läggs till grund för beräkningarna.

## 8 BETONGENS KRYPNING

I allmänhet beaktas ej inverkan av betongens krypning vid beräkning av en betongbalks rotationskapacitet. I sådana fall då en noggran kontroll av kompatibilitetsvillkoren genomförs och krypningens effekt därvid beaktas vid bestämning av flytledens rotationsbehov är det motiverat att också inkludera krypeffekten vid beräkning av rotationskapaciteten.

Beräkningstekniskt kan krypeffekten inkluderas genom att betongens tryckarbetslinje transformeras genom en affinitet med avseende på  $\sigma_c/f_{cc}$ -axeln enligt FIG 8a. Affinitetsfaktorn är därvid  $1+\varphi$ , där  $\varphi$  är kryptalet. Beräkningsmässigt innebär detta att aktuell töjning  $\epsilon_1$  i strimla nr i skall divideras med  $1 + \varphi$  och den därvid erhållna modifierade töjningen användas som bestämmande för påkänningen i det otransformerade  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagrammet för betongens tryckpåkänningar. I de tidigare härledda formlerna för beräkning av rotationskapacitet skall som en konsekvens härav betongens elasticitetsmodul divideras med  $1 + \varphi$ .

Beräkningar med hänsyn tagen till betongens krypning ger resultat som framgår av FIG 8b och 8c. I FIG 8b studeras krypningens effekt på betong av typ A i kombination med armeringsstål av såväl typ HR som CW. I FIG 8c visas motsvarande resultat för betong av typ B i samma armeringsstålskombinationer.

Av figurerna framgår att ett växande kryptal genomgående ökar rotationskapaciteten. Detta beror på att det vid krypning gällande större värdet på  $\epsilon_{cu}$  medger att dragarmeringen kan utnyttjas till större töjning innan krossbrott i betongen inträffar. Därvid kan en större mängd deformationensenergi konsumeras inom rotationsspännets volym. Vad speciellt HR-stål angår observeras att  $\omega_{cr}$  förskjuts mot allt högre värden med växande kryptal.

Vid tryckarmering inom sektionen medför betongens krypning en ändring av kraftfördelningen mellan tryckarmering och tryckt betong. Om påkänningen i tryckarmeringen är lägre än flytgränsen före betongens krypning kommer betongen att avlastas och en större del av kraften att flyttas till tryckarmeringen. Har tryckarmering redan uppnått flytgränsen innan betongkrypningen börjar sker ingen kraftomlagring. Man kan därför förvänta större ökning av rotationskapaciteten till följd av betongens krypning hos ett tryckarmerat tvärsnitt vid större värden på  $\omega$  än vid små. Se även kapitel 9.

## 9 INVERKAN AV TRYCKARMERING

Då tryckarmering används kommer tryckarmering och betong i förening att uppta tvärsnittets tryckkraft. Tryckzonens höjd blir därvid något mindre än för motsvarande balk utan tryckarmering. Minskning av tryckzonshöjden medger större töjning av dragarmeringen innan brottmomentet uppnås, vilket i sin tur innebär större åtgång av deformationsenergi inom rotationsspännets volym och därmed större rotationskapacitet.

En beräkning för HR-stål och betong typ B samt med tryckarmeringens läge inom sektionen bestämt av  $\gamma = c/d = 0,1$  ger rotationskapacitet enligt FIG 9a. För  $\omega = 0,055$  är rotationskapaciteten oberoende av mängden tryckarmering beroende på att neutrallagret ligger på samma nivå som tryckarmeringen vid detta värde på  $\omega$ . För större värden på  $\omega$  ökar rotationskapaciteten med  $\omega_c/\omega$ . Det kan vidare observeras att  $\omega_{cr}$  förskjuts mot större värden med ökande  $\omega_c/\omega$ .

Resultat från en motsvarande beräkning för CW-stål, med i övrigt samma förutsättningar beträffande betongtyp och läge för tryckarmeringen, redovisas i FIG 9b. Här sammanfaller neutrallager och tryckarmering vid  $\omega = 0,068$ . Man ser att för  $\omega_c/\omega \geq 0,8$  är rotationskapaciteten praktiskt taget oberoende av  $\omega$  inom det studerade intervallet.

Beräkningsresultaten enligt FIG 9a och b är baserade på förutsättningen att drag- och tryckarmering är av samma ståltyp och att  $f_{st}$  för dragarmeringen är lika med  $f_{sc}$  för tryckarmeringen, dvs  $\nu = f_{sc}/f_{st} = 1,0$ . Man behöver i övrigt inte göra ytterligare förutsättningar beträffande identiska egenskaper hos tryck- och dragarmeringen, t ex om läget för konsolideringsgränsen. Detta beror på att medan dragarmeringen kan uppnå töjningar bortom konsolideringsgränsen kan detta aldrig inträffa för tryckarmeringen. Tryckarmeringens töjning ligger även i extrema fall i början av flytnivån bestämd av den omgivande betongens brottstukning  $\epsilon_{cu}$ .

För att undersöka vilken effekten på rotationskapaciteten är om man väljer olika armeringskvaliteter på tryck- och dragarmering har jämförande beräkningar gjorts med  $\nu = 0,7$  och  $1,3$ . Förutsättningarna i övrigt är: HR-stål, betong typ B,  $\gamma = 0,1$  samt  $\omega_c/\omega = 0,5$  och  $1,0$ . I inget fall, gränserna för  $\omega$  var  $0,05$  och  $0,30$ , konstaterades därvid någon avvikelse mellan beräknade rotationskapaciteter för  $\nu = 0,7$  respektive  $1,3$



större än  $1^{\circ}/100$ . Man ser härav, att koefficienten  $\nu$  ej behöver betraktas som en variabel parameter utan kan ges det fasta värdet  $\nu = 1,0$ , vilket värde också har använts vid alla övriga beräkningar omfattande tryckarmering.

Resultaten redovisade i FIG 9a och 9b är baserade på ett läge för tryckarmeringen motsvarande värdet  $\gamma = 0,1$ . För att undersöka hur känslig rotationskapaciteten är för variationer i tryckarmeringens placering inom tvärsektionen har beräkningar gjorts för värdena  $\gamma = 0,05$ ,  $\gamma = 0,10$  och  $\gamma = 0,20$ . Förutsättningarna i övrigt är: HR-stål, betong typ B,  $\omega_c/\omega = 0,5$ . Resultatet redovisas i FIG 9c. Då tryckarmeringen läggs högt i sektionen,  $\gamma = 0,05$ , fås en viss ökning av rotationskapaciteten, jämfört med läget  $\gamma = 0,10$ , för  $\omega$ -värden mindre än 0,18. För större  $\omega$ -värden erhålls ungefär samma rotationskapacitet i de båda fallen. För lågt liggande tryckarmering,  $\gamma = 0,20$ , uppträder en kraftig reduktion av rotationskapaciteten inom hela det studerade  $\omega$ -området. Rotationskapaciteten under likartade förhållanden men beräknad utan hänsyn till tryckarmering har inlagts i figuren med en streckad linje. Som framgår, får man i vissa fall sämre resultat med lågt liggande tryckarmering än utan tryckarmering alls. Detta beror på att tryckarmeringen vid låga  $\omega$ -värden hamnar under sektionens neutralaxel och därför blir dragen i stället för tryckt. Om tryckarmering väljs som ett medel för att höja rotationskapaciteten måste man därför vara omsorgsfull med att se till att armeringen blir rätt placerad i formen och att den ej förskjuts inåt i tvärsnittet under gjutningen.

Vid ordinära beräkningar av armerade betongtvärsnitts brottmoment, baserade på en förutsättning om rektangulär påkänningsfördelning i tryckt betong, antas i regel att tryckzonens höjd kan beräknas ur uttrycket

$$\xi = 1,25 (\omega - \omega_c) \quad (9.1)$$

Därvid förutsätts att tryckarmeringen tar upp den andel av tryckresultanten som motsvarar armeringens flytgräns. Detta betraktelsesätt kan accepteras då det gäller beräkning av brottmoment då i allmänhet tryckarmeringens kraftresultant i det närmaste sammanfaller med betongtryckpåkänningarnas resultant. Beräkningsresultatet blir därför okänsligt för hur den totala tryckkraften fördelas på de två delresultanterna. Om man t ex för  $\omega_c = \omega$  tillämpar uttrycket (9.1) erhålls  $\xi = 0$ , dvs man

antar att hela tryckkraften tas upp av tryckarmeringen och betongen därför är opåkänd. Detta är givetvis funktionellt orimligt men ger ändå ett nära nog korrekt värde på brottmomentet. Att å andra sidan tillämpa samma betraktelsesätt vid beräkning av inelastiska deformationer leder till meningslösa resultat. Vissa författare gör gällande att rotationskapaciteten kan uttryckas som funktion av enbart tryckzonens höjd  $\xi$ . Bortsett från att antagandet saknar mening måste tillämpning av sambandet (9.1) leda helt vilse om tryckarmering finns i större omfattning. Problematiken illustreras av FIG 9d som med streckade linjer visar sambandet (9.1) för  $\omega = 0,10$  och  $\omega = 0,20$ . Med heldragna linjer visas beräknad variation av tryckzonens verkliga höjd vid brott som funktion av kvoten  $\omega_c/\omega$ . Beräkningen avser HR-stål och betong typ B. Som framgår av figuren erhålls vid stora värden på  $\omega_c/\omega$  en avsevärd skillnad mellan den på basis av realistiska arbetslinjer beräknade tryckzonshöjden och den som erhålls ur ekv (9.1).

Vid brott som inträffar under inverkan av långtidslast sker krypning i den tryckta betongen. Därvid uppkommer en viss omfördelning av kraftupptagningen i sektionens tryckta del. För låga  $\omega$ -värden blir denna omfördelning måttlig eftersom påkänningen i tryckarmeringen redan har uppnått eller mycket nära uppnår stålets tryckflytgräns före krypningens början. Vid större värden på  $\omega$  ligger påkänningen i tryckarmeringen väsentligt under flytgränsen vid krypningens början och har därför möjlighet att öka under krypförloppet samtidigt som betongen i tryckzonen avlastas. Under processen minskar tryckzonens höjd något varför rotationskapaciteten i motsvarande grad ökar. Slutresultatet efter avslutad krypning framgår av FIG 9e för såväl HR- som CW-stål i kombination med betong typ B. Kryptalet är  $\phi = 3,0$  och tryckarmeringen motsvarar  $\omega_c/\omega = 0,5$  respektive  $1,0$ . Som framgår, erhålls nära nog konstant rotationskapacitet för de båda ståltyperna inom det betraktade  $\omega$ -området.

Beräkningsmodellen utgår från att tryckarmeringen är orubbligt fasthållen i det förutsatta läget under hela pålastningsförloppet. Vid experimentella undersökningar av tryckarmerade betongbalkar observeras ibland, att tryckarmeringen lokalt böjs ut vid moment nära brottmomentet. Med hänsyn till rotationskapacitet gör i sådana fall tryckarmeringen mer skada än nytta, eftersom de utböjda armeringsstängerna spjälkar tryckzonens betong och därmed framskyndar krossbrott. För att den över beräkningsmodellen framräknade rotationskapaciteten skall kunna anses vara pålitlig måste därför krävas att tryckarmeringen fasthållas av byglar med lämplig tät delning.

## 10 TVÄRKRAFTENS INVERKAN

De hittills redovisade beräkningarna har genomgående varit baserade på bl a giltigheten av Bernoullis hypotes, vilket indirekt innebär att effekten på rotationskapaciteten av en samtidigt med brottmomentet uppträdande tvärkraft har försumrats. I litteraturen redovisade experiment visar, att förekomst av stor tvärkraft invid flytleden höjer rotationskapaciteten. Det är därför motiverat att försöka modifiera den här utvecklade beräkningsmetoden till att, åtminstone approximativt, inkludera tvärkraftens gynnsamma inverkan.

### 10.1 Beräkningsmodell

Då inverkan av tvärkraft skall medtagas i beräkningsmodellen är det en näraliggande tanke att tillämpa Ritter-Mörsch's gittermodell, vilken därför väljs som utgångspunkt för följande resonemang.

Kompletteras den i föregående avsnitt härledda beräkningsmodellen med diagonaler mellan tryck- och dragzonen så att ett fackverk bildas och belastas den så uppkomna modellen med tvärkraft inträffar i huvudsak två fenomen, nämligen:

- a. Fackverkets diagonaler deformeras under inverkan av påförda krafter och konsumerar därigenom deformationsenergi.
- b. Kraftvariationen längs beräkningsmodellens tryck- och dragzon ändras i förhållande till förloppet i den ursprungliga modellen, varvid i dessa zoner konsumerad energi ändras i motsvarande grad.

Om effekten enligt punkt a kan följande anföras. Om i realiteten jämnt fördelade byglar i modellen antas koncentrerade till diskreta dragna diagonaler kan för dessa påkänningar, deformationer och tillhörande energikonsumtion principiellt beräknas med rimlig noggrannhet. Beräkningarna förutsätter dock att avståndet mellan de dragna diagonalerna är känt. Detta avstånd är vid given bygellutning beroende av lutningen hos de i fackverksmodellen ingående tryckta betongdiagonalerna, dvs beroende av riktnings hos uppträdande böjskjuvsprickor. En korrekt behandling av detta problem kräver alltså att sprickriktningens variation längs rotationsspännet är känd och beaktas. Om detta skulle tillämpas i beräkningsmodellen kommer antalet primära parametrar att öka högst avsevärt



varför beräkningsresultaten skulle förlora den hittills uppnådda över-skådligheten. Det är därför önskvärt att undvika denna situation genom att finna någon ändamålsenlig approximation.

En generell regel vid dimensionering av armerad betongbalk är att balken skall utformas så att säkerheten mot skjuvbrott är större än säkerheten mot böjbrott. Med hänsyn härtill är det inte orimligt att införa antagandet att då böjbrott inträffar efter möjlig plasticering har bygelstålet nått och jämnt uppnått sin flytgräns. All deformation i de dragna diagonalerna har då varit elastisk och den i dessa konsumerade deformationsenergien balanseras därför av en del av det arbete som skjuvkraften utför över skjuvdeformationen. Flytledens rotationskapacitet påverkas alltså inte härav.

Beträffande modellens tryckta betongdiagonaler tillkommer problemet om vilken formell tvärarea som skall antas för dessa diagonaler. Man kan därvid räkna med stor tvärarea och liten tryckpåkänning eller tvärtom inom gränser som bestäms av balkgeometri och betongtryckhållfasthet. Vilket man än väljer blir emellertid den totala av de tryckta diagonalerna konsumerade deformationsenergien mycket mindre än den av de dragna diagonalerna konsumerade och kan därför försummas.

Konklusionen angående effekten enligt punkt a blir därför, att flytledens rotationskapacitet kan beräknas med försummande av diagonalernas bidrag till deformationsenergien utan att något grövre fel därvid införs.

Beträffande effekten enligt punkt b kan följande anföras. Utan hänsyn till tvärkraften bestäms flytledens utbredning  $a_y$ , dvs området inom vilket armeringen flyter, enligt FIG 10.1a, delfigur a, av förhållandet mellan brottmomentet  $\mu_u$  och flytmomentet  $\mu_y$ . Som förenkling förutsätts här linjär momentvariation över rotationsspännets längd. Om sneda skjuvprickor bildas i rotationsspannet förändras förhållandena så som framgår av FIG 10.1b, vilken visar balkdelen mellan momentnollpunkten och en sned skjuvspricka. Av figuren följer, att deformations- och påkänningstillståndet i dragarmeringen vid sektion 2 bestäms av momentet  $\mu_1$  i snitt 1 och att motsvarande deformations- och påkänningstillståndet i balkens tryckzon vid snitt 1 bestäms av momentet  $\mu_2$  i snitt 2. Vid konstant riktning på skjuvsprickorna efter rotationsspännets längd innebär detta en parallellförskjutning av momentkurvan sträckan a mot vänster för beräkning av

tillståndet i dragarmeringen och mot höger för beräkning av tillståndet i tryckzonen. Härigenom ökas flytområdets utsträckning med sträckan  $a$  enligt FIG 10.1a, delfigur b. Sprickriktningen är emellertid inte konstant inom rotationsspännet eftersom tillståndet karakteriseras av samtidigt uppträdande stor tvärkraft och linjär momentfördelning med stort maximalmoment. Detta leder till den i FIG 10,1c visade solfjäderformiga sprickbilden utstrålande från punktlastens angreppspunkt. För att ta hänsyn härtill modifieras de fiktiva momentkurvorna enligt delfigur c i FIG 10.1a. Man vinner med den gjorda modifikationen att nollmomentet nu är entydigt definierat. Ändringen av flytområdets längd  $a_y$  från delfigur b till delfigur c är obetydlig vid ett realistiskt värde på kvoten  $\mu_u/\mu_y$ .

Betraktelsesättet leder till den i FIG 10.1d visade fiktiva momentfördelningen i vilken ytterliga ett par modifikationer har införts. För sprickbilden i FIG 10.1c gäller att huvudparten av armeringstøjningen och därmed energikonsumtionen sker i sprickorna och i området närmast intill sprickorna. I armeringen mellan två sprickor är tøjning och energikonsumtion mindre. Med konstant moment  $\mu_u$  inom sträckan  $a$ , se FIG 10.1d, beaktas inte detta förhållande utan man erhåller beräkningsmässigt en för stor energiåtgång inom sträckan  $a$ . Man kan kompensera för detta genom att göra den nämnda sträckan lutande i stället för horisontell. Med hänsyn till att gradienten  $\partial\psi/\partial\mu$  är mycket stor i snittet för  $\mu_u$  bör även en svag lutning ge en rimlig reduktion av beräknad energiåtgång. Här väljs enligt FIG 10.1d att låta momentet minska från  $\mu_u$  till  $0,98 \mu_u$  på sträckan  $d$ . Den således bestämda fiktiva momentkurvan OBC läggs till grund för beräkning av dragarmeringens bidrag till deformationsenergien.

Vad tryckzonen angår kan följande noteras. Enligt FIG 10.1a, delfigur c, ger momentkurvan 2 för beräkning av tillståndet i tryckzonen ett moment i snittet med den formella flytleden som är mindre än maximalmomentet  $\mu_u$ , vilket strider mot jämviktsvillkoret. Av FIG 10.1c framgår emellertid att de vid flytleden snett inkommande betongsträvorna successivt avlastas på en relativt kort sträcka. Man kan därför förvänta att tryckzonens tøjningar snabbt växer inom denna sträcka tills de i snittet för flytleden uppnår ett värde som motsvarar momentet  $\mu_u$ . Det antas här att denna övergång med stor tøjningsgradient sker inom ett område med den valda längden  $a/2$  och att deformationsenergiens bidrag från tryckzonen därför kan baseras på den fiktiva momentkurvan OEC i FIG 10.1d.

De här införda fiktiva momentkurvorna OBC och OEC kan ses som approximationer till mer korrekta kurvor, som sannolikt har kontinuerligt varierande krökning och går mellan punkterna O och C.

Vid en tillämpning av de fiktiva momentkurvorna blir förhållandena så som framgår av FIG 10.1e. Figuren visar centralt de fiktiva momentkurvorna  $\mu_1$  och  $\mu_2$  samt hur dragzonens energivariation  $\psi_1$  transformeras över dragzonens momentkurva  $\mu_1$  till en motsvarande energivariation över rotationsspännets längd  $\lambda$ . På samma sätt visas hur tryckzonens energivariation  $\psi_2$  transformeras över tryckzonens momentvariation  $\mu_2$ . Den vertikalstreckade ytan representerar således den för rotationsspännet gällande totala energiåtgången inom dragzonen och den snedstreckade ytan motsvarar den totala energiåtgången inom tryckzonen.

Härledningen har här förenklat baserats på linjär momentfördelning inom rotationsspännet av följande skäl. Enligt kapitel 6 representerar  $\beta = 0,25$  en momentfördelning vid en flytled ute i spännet då balken belastas med jämnt fördelad last. I denna situation är tvärkraften noll i flytleden och liten inom flytområdet. Situationen är därför inte aktuell i detta sammanhang. För de två andra momentfördelningsalternativen,  $\beta = 0$  och  $\beta = -0,06$ , kan stora tvärkrafter uppträda vid flytleden. Av beräkningsresultaten, redovisade i kapitel 7, framgår emellertid att skillnaden mellan för  $\beta = 0$  och  $\beta = -0,06$  beräknade värden  $\theta_u/\lambda$  är obetydlig. Med anledning härav studeras i fortsättningen endast fallet  $\beta = 0$ , dvs linjär momentfördelning.

För beräkningen erforderliga analytiska uttryck för de fiktiva momentvariationerna OBC och OEC i FIG 10.1d ges i det följande.

För dragzonen gäller enligt figuren

$$\mu = (1 - 0,02 \frac{z}{d}) \mu_u \quad \text{för } z < a \quad (10.1.1)$$

$$\mu = \frac{\lambda - \frac{z}{d}}{\lambda - \alpha} (1 - 0,02\alpha) \mu_u \quad \text{för } a \leq z \leq l_0 \quad (10.1.2)$$

där  $\lambda = l_0/d$  och  $\alpha = a/d$ .

För tryckzonen erhålls motsvarande

$$\mu = \frac{\lambda + \alpha - 3 \frac{z}{d}}{\lambda + \alpha} \mu_u \quad \text{för } z < \frac{a}{2} \quad (10.1.3)$$

$$\mu = \frac{\lambda - \frac{z}{d}}{\lambda + \alpha} \mu_u \quad \text{för } \frac{a}{2} \leq z \leq l_o \quad (10.1.4)$$

Då rotationsspännet indelas i  $n$  lika delar enligt FIG 6.1a med delningspunkterna numrerade från 0 till  $n$ , fås för momentet  $\mu_i$  i delningspunkt nr  $i$  för dragzonens momentkurva

$$\mu_i = (1 - 0,02 \frac{\lambda}{n} i) \mu_u \quad \text{för } i < \frac{\alpha}{\lambda} n \quad (10.1.5)$$

$$\mu_i = \frac{1-i/n}{1-\alpha/\lambda} (1 - 0,02\alpha) \mu_u \quad \text{för } \frac{\alpha}{\lambda} n \leq i \leq n \quad (10.1.6)$$

och för tryckzonens momentkurva

$$\mu_i = (1 - \frac{3}{1+\alpha/\lambda} \frac{i}{n}) \mu_u \quad \text{för } i < \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\lambda} n \quad (10.1.7)$$

$$\mu_i = \frac{1-i/n}{1+\alpha/\lambda} \mu_u \quad \text{för } \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\lambda} n \leq i \leq n \quad (10.1.8)$$

Uttrycket (6.3.2) för beräkning av rotationskapaciteten  $\theta_u$  kan nu anpassas till det aktuella tillståndet med inkluderad tvärkrafteffekt genom multiplikation med  $\lambda$ , som icke längre kan isoleras på ekvationens vänstersida, eftersom  $\mu$ - $\psi$ -sambandet har gjorts beroende av värdet på  $\lambda$ . Man erhåller därvid, med  $\beta = 0$  insatt i ekv (6.3.2)

$$\theta_{uv} = \lambda \left( \frac{1}{\mu_u} \frac{\sum \psi_i}{n} - \frac{\kappa}{2n^2} \right) \frac{2}{1 + \mu_y / \mu_u} \quad (10.1.9)$$

Beteckningen  $\theta_u$  har därvid kompletterats med index  $v$  för att markera att den på detta sätt erhållna rotationskapaciteten inkluderar tvärkraftens inverkan.

## 10.2 Flytområdets längd

Det återstår nu att välja ett lämpligt värde på momentförskjutningen  $a$ . Ett rimligt antagande är därvid att  $a/d$  är proportionell mot den dimensionslösa tvärkraften  $V_n/N_c$ , där  $V_n$  är den konstanta tvärkraften i rotationsspännet, se FIG 6.1a. Vi skriver därför

$$\frac{a}{d} = \kappa \frac{V}{N_c} \quad (10.2.1)$$

eller eftersom  $M_u = l_o V_n$  och  $M_c = d N_c$

$$\alpha = \kappa \frac{\mu_u}{\lambda} \quad (10.2.2)$$

Sambandet ger i ett extremfall  $\alpha = 0$  för  $\lambda = \infty$ , vilket innebär att momentförskjutningen är noll då tvärkraften är noll.

Ett approximativt värde på koefficienten  $\kappa$  bestäms enligt följande. Flytområdets längd  $a_y$  erhålls enligt FIG 10.1a, delfigur c, ur sambandet

$$a_y = \frac{\mu_y}{\mu_u} a + \frac{\mu_u - \mu_y}{\mu_u} l_0$$

eller i dimensionslös form

$$\alpha_y = \frac{\mu_y}{\mu_u} \alpha + \left(1 - \frac{\mu_y}{\mu_u}\right) \lambda \quad (10.2.3)$$

Insättning häri av ekv (10.2.2) ger

$$\alpha_y = \kappa \frac{\mu_y}{\lambda} + \left(1 - \frac{\mu_y}{\mu_u}\right) \lambda \quad (10.2.4)$$

Vid CTH, Institutionen för konstruktionsteknik, Betongbyggnad, har experimentella undersökningar utförts beträffande rotationskapacitet hos flytleder i armerade betongbalkar. Vid vissa försök gjordes härvid observationer angående flytområdets utsträckning efter balklängden. För ett fåtal balkar skedde bestämningen med hjälp av trådtöjningsgivare monterade på dragarmeringen. För de övriga balkarna skedde bestämningen mera approximativt genom uppmätning av avståndet mellan de yttersta grova sprickorna i dragzonen i höjd med dragarmeringen. Bland dessa försök har 22 försök valts ut för bedömning av värdet på koefficienten  $\kappa$ .

Balkarna var fritt upplagda och belastade med en punktlast vid mitten, dvs momentfördelningen motsvarar koefficienten  $\beta = 0$ .

I detta sammanhang intressanta balkdata - armeringstyp och rotationsspännets slankhet  $\lambda$  - ges i TAB 10.2a tillsammans med de vid försöken uppmätta värdena på  $\mu_y$ ,  $\mu_y/\mu_u$  och  $\alpha_{y,obs}$ . Den senare storheten avser därvid observerad, dimensionslös flytlängd bestämd som medelvärde för vardera sidan av flytleden.

Motsvarande längd på flytområdet  $\alpha_{y,calc}$  har för de studerade balkarna beräknats ur sambandet (10.2.4) för olika värden på  $\kappa$ . Bäst överensstämmelse med de experimentellt bestämda längderna erhöles därvid för  $\kappa \approx 20$ .

Studerar man sambandet (10.2.4) med  $\kappa$  satt lika med 20 i olika extrem-situationer finner man emellertid att i vissa fall den beräknade flytlängden blir större än  $\lambda$ . För att undvika detta har här valts att sätta  $\kappa = 10$ . Det skall påpekas att  $\alpha_y$  beräknad över sambandet (10.2.4) under normala omständigheter endast är måttlig beroende av värdet på  $\kappa$ .

I tabellen ges de över ekv (10.2.4) med  $\kappa = 10$  framräknade flytlängder-na  $\alpha_{y,calc}$  samt kvoten  $\alpha_{y,obs}/\alpha_{y,calc}$ . Kvotens medelvärde är 1,14 med variationskoefficienten 0,38. För stora värden på  $\lambda$  är tvärkraftens inverkan på rotationskapaciteten liten - jfr följande avsnitt 10.3. Det är därför av intresse att jämföra experimentellt bestämda flytlängder med beräknade flytlängder speciellt vid mindre värden på  $\lambda$ . Av de 22 balkar, som studeras här har 11 ett  $\lambda$ -värde mindre än 8. För dessa 11 balkar är medelvärdet av kvoten  $\alpha_{y,obs}/\alpha_{y,calc}$  lika med 1,10 med variationskoefficienten 0,33. Överensstämmelsen kan anses vara acceptabel med hänsyn till det sätt varpå flytområdets längd har bestämts vid de experimentella undersökningarna.

Sambandet (10.2.2) kan därefter tecknas

$$\alpha = 10 \frac{\mu_u}{\lambda} \quad (10.2.5)$$

Detta samband används för beräkning av momentförskjutningen ingående i ekv (10.1.5) - (10.1.8).

### 10.3 Beräkningsresultat

Med beräkningsprogrammet utökat enligt den modifierade modell som har utvecklats i avsnitt 10.1 beräknas nu för några materialkombinationer rotationskapaciteten  $\theta_{uv}$  för  $\lambda$  varierande mellan 2 och 10. Den första beräkningen avser HR-stål och betong av typ B. Balken antas sakna tryck-armering. Resultatet redovisas i FIG 10.3a. I FIG 7.1a ( $\beta = 0$ ) visas resultatet av en motsvarande beräkning utförd under samma förutsättningar, men där tvärkraftens inverkan har försumrats. De två figurerna kan ej jämföras direkt, eftersom den ena visar  $\theta_{uv}$  och den andra  $\theta_u/\lambda$ . Man kan emellertid multiplicera kurvan för  $\theta_u/\lambda$  med ett fixerat  $\lambda$ -värde och därefter bilda kvoten  $\theta_{uv}/\theta_u$ , vilken ger en uppfattning om tvärkraftens effekt. För det aktuella exemplet ger detta de resultat, som redovisas i FIG 10.3b. De språng som kurvorna uppvisar, uppträder vid  $\omega_{cr}$  där  $\theta$ -kurvorna har en brytpunkt. Det är mindre sannolikt att språnget är så



markerat i verkligheten som det framträder i figuren. Troligtvis kan man förvänta någon utjämning i området kring  $\omega_{cr}$ , så som det har antytts med streckade linjer i figuren. Som framgår är tvärkraftens effekt beroende av  $\omega$ . Med växande  $\omega$  växer effekten fram till  $\omega = 0,26$  varefter den återigen avtar.

För att finna förklaringen till att det här existerar ett maximivärde för tvärkraftens effekt måste man studera detaljberäkningarna. Av dessa kan följande utläsas. Då  $\omega$  ökar, ökar även brottmomentet  $\mu_u$ , vilket enligt ekv (10.2.5) medför att också  $\alpha$  och därmed enligt ekv (10.2.3) flytområdets utsträckning  $\alpha_y$  växer. Å andra sidan går samtidigt kvoten  $\mu_y/\mu_u$  asymptotiskt mot värdet 1,0. Detta innebär enligt uttrycket (10.2.3) att  $\alpha_y$  minskar med växande  $\omega$ . För  $\omega < 0,26$  dominerar den ena effekten och för  $\omega > 0,26$  den andra, varför ett maximum kan uppkomma. Av FIG 10.3b framgår i övrigt att kvoten  $\theta_{uv}/\theta_u$  ökar med minskande  $\lambda$ , dvs med växande tvärkraft.

Motsvarande beräkningar har för kombinationen av HR-stål och betong typ B utförts även för sektion med tryckarmering. För  $\omega_c/\omega = 0,5$  och  $\omega_c/\omega = 1,0$  redovisas resultaten i FIG 10.3c respektive 10.3d. Av figurerna framgår att tvärkraftens inverkan är påtaglig för korta rotationsspänn. Man finner för  $\lambda = 2$  och  $\omega_c/\omega = 0,5$  att rotationskapaciteten håller sig nästan konstant för växande  $\omega$  och att den för  $\lambda = 2$  och  $\omega_c/\omega = 1,0$  till och med ökar med växande  $\omega$ . Jämförelse mellan rotationskapacitet beräknad med och utan tvärkraft görs för dessa fall i FIG 10.3e. Också här ser man att effekten minskar med växande värde på  $\lambda$  och ökar med ökande värde på  $\omega$ .

Analogt beräkningar för CW-stål kombinerat med betong typ B redovisas i FIG 10.3f för  $\omega_c/\omega = 0$ ,  $\omega_c/\omega = 0,5$  och  $\omega_c/\omega = 1,0$ . Effekten av tvärkraft är här relativt stor, vilket kanske inte framgår direkt av figuren, men framträder om man studerar den tillhörande kvoten  $\theta_{uv}/\theta_u$ , vilken visas i FIG 10.3g.

Av de studerade beräkningsexemplen framgår att den uppställda beräkningsmodellen ger resultat som väl stämmer med vad man kunde förvänta sig med hänsyn till tidigare experimentella erfarenheter.

## 11 BYGELEFFEKT

Det är känt från litteraturen, att förekomst av byglar i balkområdet intill en flytled har en höjande effekt på rotationskapaciteten. Effekten beror primärt på att byglarna sammanhåller tryckzonens betong i påkänningsintervallet  $\mu_y$  till  $\mu_u$ . Trycktöjningar som är flera gånger större än den oarmerade betongens brottöjning kan därvid uppkomma utan att tryckzonens betong sönderfaller.

Försök med genom byglar omsnörd betong utsatt för tryckpåkänningar visar, att omsnörningen påverkar betongens  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagram i olika avseenden. Omsnörningen ökar såväl brottstukningen  $\epsilon_{cu}$  som den mot maximal tryckpåkänning svarande gränstöjningen  $\epsilon_o$ , den senare dock mera måttlig. Dessutom ökar betongens tryckhållfasthet  $f_{cc}$  samt påkänningen svarande mot brottöjningen  $\epsilon_{cu}$ . Integrerat medverkar detta till att arean begränsad av  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagrammet ökar genom omsnörning, vilket i sin tur innebär att tryckzonens förmåga att uppta deformationsenergi växer. Att speciellt  $\epsilon_{cu}$  ökar medför vidare att dragarmeringen kan utnyttjas till större töjning innan krossbrottet i betongen inträffar. Därvid ökar även deformationsenergin i dragarmeringen. Omsnörning medför alltså en total ökning av förmågan att uppta deformationsenergi inom rotationsspännets volym, vilket resulterar i större rotationskapacitet för flytleden, eftersom huvudparten av tillskottet i energiåtgång är av irreversibel natur.

I det följande utvecklas på halvempirisk väg en metod enligt vilken den tidigare uppställda beräkningsmodellen kan utvidgas så att också bygel-effekten beaktas.

### 11.1 Fenomenologisk diskussion

De ovan nämnda parametrarna, vilka bestämmer formen på betongens arbetslinje är till sin storlek funktioner av bygelomsnörningens omfattning, dvs av byglarnas dimension, hållfasthet och inbördes avstånd samt av den omsnörda betongens hållfasthet. Hur det ena settet parametrar därvid beror av det andra är för närvarande okänt. Man är därför hänvisad till att sammanföra ett flertal parametrar på rimligt sätt till en enda och låta denna vara ett mått på bygeleffektens omfattning.

Här väljs som styrande parameter byglarnas mekaniska armeringsandel definierad genom sambandet



$$\omega_v = \frac{A_{sv}}{bs} \frac{f_{sv}}{f_{ct}} \quad (11.1.1)$$

där

$A_{sv}$  = tvärarea av en bygelstång

$f_{sv}$  = bygelstålets draghållfasthet

$b$  = tryckzonens bredd

$s$  = byglarnas inbördes avstånd

$f_{ct}$  = betongens draghållfasthet

Att den valda parameterkombinationen är rimlig framgår av följande. Byglarna utövar en sammanhållande effekt på tryckzonens betong, vilken under inverkan av stora tryckpåkänningar i axiell riktning expanderar i tvärriktning. Med rektangulär utformning av byglarna kan mothållande krafter i huvudsak uppkomma vid en bygels hörn. Effekten bör därför minska med stort avstånd mellan de två samverkande hörnkrafter, dvs vid ordinär bygelutformning med balkbredden  $b$ . Hörnkrafternas maximala storlek är direkt proportionell mot såväl  $A_{sv}$  som  $f_{sv}$  och maximal hörnkraft per längdenhet balk omvänd proportionell mot bygelavståndet  $s$ . Strax före krossbrott i betongen uppluckras denna under tvärexansion. Denna tvärexansion kan ej äga rum utan att ett stort antal mikrosprickor uppkommer i tryckzonens betong. Betongens draghållfasthet är därför sannolikt en i detta sammanhang mer signifikant parameter än tryckhållfastheten.

Det antas i fortsättningen att bygeleffekten är en funktion enbart av parametern  $\omega_v$ .

I exemplifierande syfte beräknar vi nu först rotationskapaciteten för en balk med  $\omega_v = 0$ , dvs för en balk utan bygelarmering. Balken antas vara av betong typ B, se FIG 11.1a, i kombination med alternativt CW-stål eller HR-stål. Balken antas därefter bygelarmerad motsvarande ett värde  $\omega_{v1}$ , varvid arbetslinjen för tryckzonens betong förutsätts ändrad till kurvan märkt B1 i FIG 11.1a. Rotationskapaciteten beräknas för denna arbetslinje. Slutligen antas en bygelarmering applicerad med  $\omega_{v2} > \omega_{v1}$  varvid betongens arbetslinje förutsätts ändrad till kurvan B2 i figuren och motsvarande rotationskapacitet beräknas. Något samband mellan å ena sidan värdena  $\omega_{v1}$  och  $\omega_{v2}$  och å andra sidan kurvformerna B1 och B2 känner vi tyvärr inte. Vi förutsätter således endast att ju större  $\omega_v$  är desto större är också arean begränsad av  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagrammet. De erhållna beräkningsresultaten redovisas i FIG 11.1b. Av de erhållna kurvskarorna framgår,

att inom varje skara kurvorna B1 och B2 approximativt kan erhållas ur B-kurvan genom en affinitet med avseende på koordinatssystemets ordinaataxel. Detta innebär att B1- respektive B2-kurvan kan återföras till B-kurvan, dvs kurvan svarande mot balk utan bygelarmering, genom att verkligt uppträdande  $\omega$ -värde i den bygelarmerade balken omräknas till ett fiktivt värde  $\omega_{\text{fic}}$ , som refererar till B-kurvan. Omräkningen sker därvid genom division med något uttryck, som är en funktion av  $\omega_v$ . Vi kan därför skriva

$$\omega_{\text{fic}} = \frac{\omega}{f(\omega_v)} \quad (11.1.2)$$

För funktionen  $f(\omega_v)$  gäller, att den skall anta värdet 1 för  $\omega_v = 0$  och växa med växande värde på  $\omega_v$ . Med hänsyn till alla osäkra faktorer i övrigt är det ej meningsfullt att välja ett allt för komplicerat samband för funktionen. I det följande prövas uttrycken

$$f(\omega_v) = 1 + \kappa_1 \omega_v \quad (11.1.3)$$

$$f(\omega_v) = (1 + \kappa_2 \omega_v)^2 \quad (11.1.4)$$

$$f(\omega_v) = 1 + \kappa_3 \omega_v^2 \quad (11.1.5)$$

där  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$  och  $\kappa_3$  antas vara dimensionslösa konstanter som får bestämmas ur i litteraturen redovisade försöksresultat.

## 11.2 Mattock och Corley's försök

Ett stort antal försök beträffande flytleders rotationskapacitet finns redovisade i litteraturen. Bland dessa har här utvalts de av Mattock (1965) och Corley (1966) publicerade. Dessa försöksserier är relativt omfattande och kompletterar varandra, dessutom är resultaten redovisade så, att alla för denna undersökning erforderliga uppgifter klart framgår. Alla av Mattock och Corley utförda försök för vilka uppmätta rotationskapaciteter redovisas avser fritt upplagda balkar i ett spann belastade med punktlast i balkmitt. Mattocks serie omfattar 31 balkar och Corleys 40. Totalt har alltså 71 balkar studerats, varvid intressanta parametrar har varierats inom vida gränser. Således varieras den effektiva balkhöjden  $d$  mellan 5" och 30" (127-762 mm), balkbredden  $b$  mellan 3" och 12" (76-305 mm) och slankheten  $\lambda$  mellan 2,75 och 11. Betongens cylinderhållfasthet ligger mellan 3400 och 6200 psi (23-43 MPa) och dragarmeringens

flytgräns varierar mellan 45 och 80 ksi (310-550 MPa). Den mekaniska dragarmeringsandelen omfattar intervallet  $\omega = 0,11$  till  $\omega = 0,57$ , vilket kombineras med tryckarmering motsvarande intervallet  $\omega_c = 0,01$  till  $\omega_c = 0,33$ .

Vad som har störst intresse i detta sammanhang är den stora variationen i bygelarmering som försöksserierna innefattar. Som bygelstål har använts armeringsstänger med dimension 2/8", 3/8" och 4/8" (6,4, 9,5 och 12,7 mm) och av kvalitet uttryckt i flytgräns som ligger inom intervallet 49 till 80 ksi (340-550MPa). Bygelavståndet varierar mellan 1,25" och 15" (32-381 mm). Härvid kommer byglarnas mekaniska armeringsandel  $\omega_v$  beräknad ur ekv (11.1.1) att variera mellan 0,14 och 2,32. Vid bestämning av  $\omega_v$  har betongens draghållfasthet beräknats ur sambandet

$$f_{ct} = 4,52 \sqrt{f_{cc}} \quad (11.2.1)$$

där såväl  $f_{cc}$  som  $f_{ct}$  är i enheten psi.

För balkarna i Mattocks och Corleys försöksserier har rotationskapaciteten beräknats med det här utvecklade programmet, varvid hänsyn har tagits till tryckarmeringens omfattning och läge samt till tvärkraftens inverkan, den senare enligt den beräkningsmodell som utvecklats i kapitel 10. Vid beräkningen har förutsatts betong av typ B medan för drag- och tryckarmering de för respektive stål gällande verkliga arbetslinjerna har tillämpats. För samtliga balkar har det beräknade sambandet mellan  $\omega$  och  $\theta_{uv}$  uppritats. Som exempel härpå visas i FIG 11.2a två framräknade kurvor, en avseende balkarna B1 och D1, en annan avseende balkarna B2 och D2 enligt Mattocks beteckningar. Med de vid försöken uppmätta rotationskapaciteterna som ingångsvärden erhålls ur kurvorna motsvarande värden på den fiktiva mekaniska armeringsandelen  $\omega_{fic}$ , se FIG 11.2a. Kvoten mellan verkligt  $\omega$  och det på det angivna sättet erhållna värdet  $\omega_{fic}$  ger enligt sambandet (11.1.2) ett värde på funktionen  $f(\omega_v)$ . Med för varje balk känt  $\omega_v$  kan därefter koefficienterna  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$  och  $\kappa_3$  beräknas, balk för balk, ur uttrycken (11.1.3), (11.1.4) respektive (11.1.5). Då det antas att  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$  och  $\kappa_3$  är konstanter kan de bestämmas som medelvärde av de ur försöksmaterialet på det angivna sättet beräknade individuella värdena. Av de föreslagna uttrycken (11.1.3), (11.1.4) och (11.1.5) väljs därefter det som uppvisar den minsta spridningen med avseende på medelvärdet. En sådan analys företagen på det

föreliggande försöksmaterialet verifierar uttrycket (11.1.4) som det bästa. För detta samband erhålls  $\kappa_2 = 1,31$ , då samtliga 71 försök medräknas. Avlägsnas sju extremvärden erhålls för de resterande 64 balkarna medelvärdet  $\kappa_2 = 0,97$ . Här väljs det avrundade värdet  $\kappa_2 = 1$ . Uttrycken (11.1.2) och (11.1.4) ger härafter sambandet

$$\omega_{fic} = \frac{\omega}{(1+\omega_v)^2} \quad (11.2.2)$$

En beräkning av rotationskapacitet med hänsyn till bygelarmeringens effekt kan nu genomföras enligt följande, se FIG 11.2b. Flytleden antas ha den verkliga mekaniska armeringsandelen  $\omega_o$ . Utan bygelarmering erhålls därvid rotationskapaciteten  $\theta_{uo}$  över en med dataprogrammet framräknad kurva avseende  $\omega_v = 0$ . Med bygelarmering svarande mot  $\omega_v$  skulle man över den streckade kurvan ha fått rotationskapaciteten  $\theta_{u1}$  för  $\omega_o$ . Praktiskt förfares så, att  $\omega_o$  omräknas till  $\omega_1 = \omega_{fic}$  enligt ekv (11.2.2), varafter kurvan avseende  $\omega_v = 0$  ger den sökta rotationskapaciteten  $\theta_{u1}$ .

Att det är funktionellt riktigt att förfara enligt det beskrivna sättet styrks av följande. I FIG 11.1a antyds hur betongens arbetslinje ökar i deformationsförmåga med växande  $\omega_v$ . Vad figuren i dimensionslös framställning inte visar är, att även  $f_{cc}$  växer med ökande  $\omega_v$ . Växande  $f_{cc}$  innebär avtagande värde på  $\omega$ , vilket motsvarar en del av den kurvförskjutning som visas i FIG 11.2b.

Exponenten 2 i uttrycket för affinitetsfaktorn  $f(\omega_v)$  enligt ekv (11.2.2) kan förklaras med att bygelomsnörningen har en dubbeleffekt. Genom omsnörning ökar inte bara  $f_{cc}$  utan också  $\epsilon_{cu}$  och även den sistnämnda ökningen medför växande rotationskapacitet, vilket beräkningsmässigt beaktas med den föreslagna metoden genom ytterligare minskning av  $\omega$ .

Som nämnts, har det utvecklade beräkningsförfarandet systematiskt tillämpats på Mattocks och Corleys försök. Därvid har uppmätt rotationskapacitet  $\theta_{obs}$  jämförts med beräknad rotationskapacitet  $\theta_{calc}$  över kvoten  $\theta_{obs}/\theta_{calc}$ . Vid undersökningen har ett antal udda försöksresultat bortsorterats. Det rör sig därvid om försök, som uppvisar så extrema avvikelser från den allmänna tendensen att mätfel eller annat försökstekniskt fel kan misstänkas föreligga. Mattock och Corley rapporterar själva mättekniska svårigheter. Från Mattocks serier har 2 försök och från Corleys serier 11 försök utelämnats. De resterande försöken ger följande.

För Mattocks försök blir medelvärdet av 29 värden  $\theta_{\text{obs}}/\theta_{\text{calc}}$  0,97 med variationskoefficienten 0,35.

För Corleys försök blir medelvärdet av 29 värden  $\theta_{\text{obs}}/\theta_{\text{calc}}$  1,08 med variationskoefficienten 0,40.

För samtliga här analyserade 58 försök blir medelvärdet av  $\theta_{\text{obs}}/\theta_{\text{calc}}$  1,03 med variationskoefficienten 0,38.

Den utförda jämförande beräkningen redovisas i detalj i FIG 11.2c. Validiteten i det uppnådda resultatet skall därvid bedömas mot bakgrunden av att  $\omega_v$  varierar inom mycket vida gränser i dessa försöks-serier, nämligen från 0,14 till 2,32.

## 12 SÄKERHETSDISKUSSION

Den följande diskussionen anknyter till den säkerhetsfilosofi som företräds av CEB (1976). Det är i princip samma filosofi som har lagts till grund för de svenska "Allmänna bestämmelser för bärande konstruktioner" (AK 77) och "Bestämmelser för betongkonstruktioner" (BBK 77).

Enligt CEB kontrolleras brottgränstillståndet för böjmoment genom att uppträdande brottmoment jämföres med det aktuella snittets böjmomentkapacitet. Bestämning av böjmomentkapaciteten baseras härvid på betongens dimensionerande tryckhållfasthet  $f_{cc}$  och armeringens dimensionerande draghållfasthet  $f_{st}$ . De dimensionerande hållfastheterna erhålls i sin tur från materialens på visst sätt definierade karakteristiska hållfastheter  $f_{cck}$  respektive  $f_{stk}$  genom division med partialkoefficienter. Följande samband gäller därvid

$$f_{cc} = \frac{f_{cck}}{\gamma_c} \quad (12.1)$$

där  $\gamma_c$  är partialkoefficienten för tryckt betong och

$$f_{st} = \frac{f_{stk}}{\gamma_s} \quad (12.2)$$

där  $\gamma_s$  är partialkoefficienten för dragen armering.

Man bör kunna förfara på analogt sätt då en deformationsegenskap studeras. En flytleds rotationskapacitet bestäms väsentligen av delmaterialens töjningsförmåga, varför det förefaller vara rimligt att lägga säkerheten just på dessa. Vi antar därför att armeringens karakteristiska brotttöjning  $\epsilon_{suk}$  och betongens karakteristiska brottstukning  $\epsilon_{cuk}$  är på visst sätt definierade storheter och bestämmer därefter motsvarande dimensionerande värden. Härvid erhålls

$$\epsilon_{cu} = \frac{\epsilon_{cuk}}{\gamma_c} \quad (12.3)$$

och

$$\epsilon_{su} = \frac{\epsilon_{suk}}{\gamma_s} \quad (12.4)$$

Partialkoefficienterna för brotttöjningar bör i princip väljas med hänsyn till konstaterade spridningskarakteristika hos töjningarna. Som



förenkling väljs dock i de följande beräkningarna samma värden på tøjningarnas partialkoefficienter som för motsvarande hållfastheter.

Det här betraktade deformationsgränstillståndet uppnås då  $\theta_r = \theta_u$ , dvs då det dimensionerande värdet på rotationsbehovet uppgår till det dimensionerande värdet på rotationskapaciteten. Det är därför av intresse att se hur operationerna (12.3) och (12.4) inverkar på rotationskapacitetens dimensionerande värde. Med anledning härav görs följande jämförande beräkningar.

Eftersom CEB föreslår att betongens brottstukning skall räknas vara  $\epsilon_{cuk} = -0,0035$  utförs beräkningarna med betong av typ A. Det angivna värdet uppfattas därvid som ett karakteristiskt värde. Väljs partialkoefficienten  $\gamma_c = 1,5$  fås motsvarande dimensioneringsvärde  $\epsilon_{cuk} = -0,0035/1,5 = -0,0023$ .

För armering av HR-stål räknas karakteristiskt värde på brotttøjningen vara  $\epsilon_{suk} = 0,100$ . Väljs för stål partialkoefficienten  $\gamma_s = 1,2$  fås dimensioneringsvärdet på brotttøjningen  $\epsilon_{su} = 0,100/1,2 = 0,083$ . Det karakteristiska värdet på CW-stålets brotttøjning antas vara  $\epsilon_{suk} = 0,065$ , varvid dimensioneringsvärdet blir  $\epsilon_{su} = 0,065/1,2 = 0,054$ .

Beräkningar utförda med HR-stål och CW-stål kombinerade med betong av typ A ger resultat som redovisas i FIG 12a och b. Beräkningarna är därvid utförda med såväl de karakteristiska värdena som de dimensionerande värdena för delmaterialens brotttøjningar. Resultaten avser momentfördelning längs rotationsspännet bestämd av  $\beta = 0,25$  och tvärsnitt utan tryckarmering. I kompletterande syfte visas i FIG 12c och d resultat från motsvarande beräkningar avseende tvärsnitt med tryckarmering i en omfattning som bestäms av  $\omega_c/\omega = 0,5$ .

Av figurerna framgår på vilket sätt kvoten  $\theta_u/\lambda$  minskar från ett karakteristiskt värde till ett dimensionerande värde då partialkoefficienter införs på delmaterialens tøjningsförmåga.

Av beräkningsutskrifterna framgår att endast betongens brottstukning är bestämmande för rotationskapaciteten i de studerade fallen. I inget fall har stålets brotttøjning uppnåtts. Tillämpning av partialkoefficienten  $\gamma_s = 1,2$  har alltså inte på något sätt inverkat på rotationskapacitetens dimensionerande värde och kunde därför i de studerade fallen lika gärna ha utelämnats.

Praktiskt skulle det vara en fördel om kurvorna för rotationskapacitet kan framräknas för de karakteristiska brottöjningarna och om därvid säkerheten i stället påföres värdet  $\omega$ , dvs genom att ersätta de karakteristiska hållfastheterna med de dimensionerande hållfastheterna vid beräkning av  $\omega$ . Detta skulle leda till sambandet

$$\omega_d = \rho \frac{f_{st}}{f_{cc}} = \rho \frac{f_{stk}}{f_{cck}} \frac{\gamma_c}{\gamma_s} = \omega_k \frac{\gamma_c}{\gamma_s} \quad (12.5)$$

där  $\omega_d$  är det dimensionerande värdet på  $\omega$  och  $\omega_k$  det motsvarande karakteristiska värdet.

Med hänsyn till att  $\gamma_s$  för de studerade fallen och sannolikt också för praktiskt ordinärt förekommande fall inte påverkar rotationskapacitetens dimensionerande värde bör ekv (12.5) för praktiska beräkningar kunna för-  
enklas till

$$\omega_d = \gamma_c \omega_k \quad (12.6)$$

Sambandet (12.6) innebär en affinitet med  $\theta_u/\lambda$ -axeln som affinitetsaxel och med  $\gamma_c$  som affinitetskoefficient. Hypotesen kontrolleras för  $\omega_c/\omega = 0$  genom att kurvorna i FIG 12a och b affint transformeras på så sätt att  $\omega$  divideras med  $\gamma_c = 1,5$ . Därvid erhålls de i figurerna visade streckprickade kurvorna. Dessa sammanfaller praktiskt taget helt med de hel-  
dragna kurvorna baserade på delmaterialens dimensionerande töjningsvärden, då  $\omega_c/\omega = 0$ .

För sektion med tryckarmering bör man för att vara konsekvent ersätta det karakteristiska värdet på kvoten  $\omega_c/\omega_k = (\omega_c/\omega)_k$  med det dimensionerande värdet

$$(\omega_c/\omega)_d = \omega_c/\omega_d = \omega_c/\gamma_c \omega_k = (\omega_c/\omega)_k/\gamma_c \quad (12.7)$$

För det studerade fallet innebär detta, att kurvan för rotationskapacitetens dimensionerande värde erhålls genom den nämnda affiniteten med utgångspunkt från den kurva, som beräknas för  $\omega_c/\omega = 0,5/1,5 = 0,33$ . Härvid fås de i FIG 12c och d visade streckade kurvorna som väl approximerar de över brottöjningarnas dimensionerande värden beräknade kurvorna.

På grundval av ovanstående analys föreslås, att de kurvor, som kan framräknas med det i rapporten redovisade datamaskinprogrammet, praktiskt till-



lämpas på så sätt, att  $\omega$  först bestäms över delmaterialens karakteristiska hållfastheter och att säkerheten därefter införs genom att multiplicera det således beräknade  $\omega$ -värdet med en partialkoefficient för rotationskapacitet  $\gamma_r$ . Härvid bör  $\gamma_r$  väljas lika med  $\gamma_c$  i ordinära fall och lika med 1,0, då katastroflaster studeras.

## 13 SAMMANFATTANDE KONKLUSION

Författaren har tidigare analyserat flytleders rotationskapacitet - se Plem (1973a), varvid följande samband för en approximativ beräkning av rotationskapaciteten  $\theta_u$  har härletts

$$\theta_u = 2 \cdot 10^{-3} \frac{a_n}{x} (1 + 250 \rho_v) \quad (13.1)$$

Här är  $x$  tryckzonens höjd och  $a_n$  en fiktiv flytledslängd, som i allmänhet kan väljas som längden av den balksträcka intill flytleden, inom vilken böjmomentet överstiger  $n$  % av brottmomentet  $M_u$ . Bygeleffekten beaktas genom storheten  $\rho_v$ , som är byglarnas geometriska armeringsandel beräknad på visst sätt.

Uttrycket (13.1) diskuteras av Cederwall, Losberg & Palm (1974), varvid vissa tillägsregler föreslås i syfte att göra sambandet mer nyanserat.

Under vissa omständigheter kan man för  $a_n$  välja  $a_{80}$ , dvs sträckan inom vilken momentet är större än  $0,8 M_u$ . Antas samtidigt linjär momentfördelning ( $\beta = 0$ ) och försummas bygeleffekten kan ekv (13.1) skrivas

$$\theta_u = 0,4 \cdot 10^{-3} \frac{l_o}{x} = 0,4 \cdot 10^{-3} \lambda \frac{d}{x} \quad (13.2)$$

där  $\lambda = l_o/d$  är rotationsspännets slankhet. Tillämpas den av CEB föreslagna rektangulära påkänningsfördelningen över balksnittets tryckzon erhålls genom ett jämviktssamband  $x/d = 1,25\omega$ , vilket insatt i ekv (13.2) ger uttrycket

$$\frac{\theta_u}{\lambda} = 0,32 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\omega} \quad (13.3)$$

Detta samband återges i FIG 13a. Som framgår av figuren har kurvan (en hyperbelgren) samma principiella förlopp som de kurvor, vilka på annan väg framräknats och presenterats i föreliggande publikation.

Sambandet (13.1) är emellertid för onyanserat för att medge ett närmare studium av hur olika parametrar inverkar på rotationskapaciteten. Speciellt gäller detta de parametrar som beskriver delmaterialens mekaniska egenskaper, men också andra faktorer som inverkat på rotationskapaciteten är svåra att beakta på ett korrekt sätt genom det angivna sambandet.

Förekomst av tryckarmering t ex kan man frestas att tillgodoräkna sig genom att ersätta  $\omega$  med  $\omega - \omega_c$  i ekv (13.3). I kapitel 9 visas att ett sådant förfarande är felaktigt.

Det arbete, som framläggs i denna rapport, har haft som mål att mer i detalj penetrera de frågor som kan ställas om armerade betongbalkars flytegenskaper och därvid studera hur rotationskapaciteten påverkas av olika faktorer. Den genomförda analysen sammanfattas och kommenteras kortfattad i det följande.

Beräkningarna baseras på typiserade men realistiska arbetslinjer för delmaterial, betong och armeringsstål, vilka ges i kapitel 2. Beräkningarna har sådan komplexitet att datamaskin måste anlitas. Ett program för beräkning av rotationskapacitet under olika influenser har utvecklats. Det presenteras i ett appendix.

I huvudsak har två armeringstyper och två betongtyper inkluderats i undersökningen. Betongtyperna omfattar därvid en med brottstukningen  $\epsilon_{cu} = -0,0035$ , typ A, och en med brottstukningen  $\epsilon_{cu} = -0,0070$ , typ B. Den ena ståltypen avser stål med markerad flytgräns, den betecknas HR (hot rolled), den andra avser stål som saknar markerad flytgräns, den betecknas CW (cold worked). I förbigående berörs även den av CEB för närvarande rekommenderade, trunkerade arbetslinjen för armeringsstål.

Efter härledning av erforderliga beräkningsformler (kapitlen 3 t o m 6), varvid uttryck för bestämning av rotationskapaciteten uppställs genom en studie av rotationsspännets mekaniska energibalans, ges i kapitel 7 resultat från beräkningar med olika kombinationer av typstål och betongtyper. I samband härmed varieras ståltypernas beskrivande parametrar på olika sätt. Ett resultat från denna undersökning skall särskilt framhållas.

För flytled armerad med HR-stål existerar ett kritiskt värde  $\omega_{cr}$  på den mekaniska armeringsandelen  $\omega$ . Det kritiska värdet karakteriseras av följande. För balktvärsnitt med  $\omega > \omega_{cr}$  är rotationskapaciteten låg och nästan konstant oberoende av värdet på  $\omega$ . Tvärsnittet kan betecknas som överarmerad med hänsyn till rotationskapacitet. För balktvärsnitt med  $\omega < \omega_{cr}$  ökar rotationskapaciteten snabbt med avtagande värde på  $\omega$ . Tvärsnittet kan betecknas som normalarmerad med hänsyn till rotationskapacitet. Fenomenet förstås enklast om man ser på FIG 1.3a. En flytleds rotationskapacitet representeras av den streckade ytan B i figuren. Denna yta har

framkommit genom transformation över momentdiagrammet av den streckade ytan A över balksnittets moment-krökningssamband. För stora värden på  $\omega$  sker balkbrott vid små krökningssambanden, varvid ytan A och därmed rotationskapaciteten blir liten. För små värden på  $\omega$  sker balkbrott vid så stora värden på krökningen att stålets konsolideringsgräns har passerats, varvid man har kommit in i den åter växande delen av moment-krökningssambandet. Ytan A och därmed rotationskapaciteten blir stor i detta fall.

Värdet på  $\omega_{cr}$ , dvs gränsen mellan med hänsyn till rotationskapacitet över- och normalarmerat balktvärsnitt bestäms vid given betong av värdet på stålets konsolideringsgräns, slutpunkten på stålets flytområde. Detta är helt analogt med att balanserad armering uttryckt genom  $\omega_b$ , dvs gränsen mellan med hänsyn till böjbrott över- och normalarmerat balktvärsnitt, bestäms av flytområdets begynnelsepunkt. Som framgår härav kan ett balktvärsnitt vara underarmerat med hänsyn till böjbrott ( $\omega < \omega_b$ ) samtidigt som det är överarmerat med hänsyn till rotationskapacitet ( $\omega > \omega_{cr}$ ). Generellt är  $\omega_b > \omega_{cr}$ , varför rotationskapaciteten alltid är extremt liten för ett med hänsyn till böjmoment överarmerat balktvärsnitt. Med hänsyn till böjmoment överarmerad balk bör därför aldrig tillåtas vid renodlat plasticitetsteoretisk dimensionering av armerade betongkonstruktioner.

I de följande kapitlen 8 t o m 11 studeras hur andra faktorer än formen på delmaterialens arbetslinjer inverkar på flytleders rotationskapacitet.

Betongens krypning ökar rotationskapaciteten. Att inkludera denna effekt vid bestämning av rotationskapaciteten utgör dock ingen garanti för att det blir lättare att uppfylla villkoret (1.1.7) eftersom flytledens rotationsbehov också ökar till följd av krypning, som nämnts i avsnitt 1.2. Den sammantagna effekten är beroende av konstruktionens utformning.

Förekomst av tryckarmering ökar rotationskapaciteten för värden på  $\omega$  större än 0,05 à 0,07. Ökningen i förhållande till icke tryckarmerat tvärsnitt är inom ordinärt förekommande värden på  $\omega$  beroende av värdet härpå så, att ett större värde på  $\omega$  medför större ökning. Detta är en gynnsam effekt eftersom rotationskapaciteten för det icke tryckarmerade tvärsnittet minskar med växande  $\omega$ . För att effekten till fullo skall kunna utnyttjas erfordras att tryckarmeringen är fasthållen inom tvärsnittet med byglar så att utknäckning av armeringsstängerna förhindras.

Om tvärkraftens inverkan på rotationskapaciteten ej beaktas vid beräkning av denna finner man för givet tvärsnitt att rotationskapaciteten är direkt proportionell mot rotationsspannets slankhet  $\lambda$ , jfr ekv (13.3). Inkluderas tvärkraftens inverkan i beräkningarna finner man för rotationskapaciteten en kraftig ökning utöver proportionalitet för små värden på  $\lambda$ , dvs för  $\lambda = \text{ca } 2$ . För växande värden på  $\lambda$  minskar denna ökning för att klinga ut vid  $\lambda$ -värden omkring 8 à 10.

Tvärkraftens effekt förklaras av att de i den tvärkraftbelastade balkdelen uppkomna sneda skjvsprickorna medför att flytning i dragarmeringen uppträder inom ett större område av rotationsspannet. Med större flytsträcka ökar rotationsspannets förmåga att konsumera deformationsenergi, varvid rotationskapaciteten växer. Man måste dock ha klart för sig att den gynnsamma effekten i praktiken aldrig fullt utvecklas, eftersom intensiv flytning karakteriserad av tvärsnittskontraktion i allmänhet sker inom endast ett begränsat område av en till flytpåkänning belastad armeringsstång. Detta beaktas också i datamaskinprogrammet. Det påpekade förhållandet bör även beaktas vid bestämning av rotationskapaciteten hos en flytled som uppträder i en balk med över en viss sträcka konstant maximalmoment. Rotationskapaciteten för flytleden över sträckan  $a$  i FIG 13b, delfigur b, är således knappast större än den som gäller för flytleden i delfigur a, trots att flytning i dragarmeringen beräkningsmässigt sker över en större längd i det förra fallet än i det senare.

Omsnörs tryckzonens betong med byglar ökar den tryckta betongens deformationsförmåga, vilket innebär ökning av rotationskapaciteten. Rapporten ger anvisning om hur denna effekt approximativt kan beräknas. Anvisningen innebär en korrektion neråt av värdet på  $\omega$ , vilket i regel medför en ökning av rotationskapaciteten.

## 14 REFERENSER

Alemo, J., 1976, The Effects of Imposed Deformations on the Behaviour of Loaded Concrete Structures. (Lund Institute of Technology, Division of Structural Mechanics and Concrete Construction). Bulletin 53. Lund.

Baker, L,L,L, 1956, The Ultimate-load Theory Applied to the Design of Reinforced and Prestressed Concrete Frames. (Concrete Publications Limited). London.

*Bara-  
Wood  
200* → Cederwall, K, Losberg, A, & Palm, G, 1974, Armerade betongbalkars rotationskapacitet. (Nordiska betongförbundet). Nordisk betong, 4, årg. 18. Malmö.

Code modele pour les structures en beton, 1976, (Comité Euro-international du Beton). Bulletin d'information no 117-F. Paris.

Corley, W,G, 1966, Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams. (Portland Cement Association, Development Department). Bulletin D108. Skokie.

Larsen, P,K, & Vigerust, G, 1966, Praktisk beregning av stivhet og nedbøyning for revnet, armert betong. (Nordiska betongförbundet). Nordisk betong, 3, årg. 10. Stockholm.

Mattock, A,H, 1965, Rotational Capacity of Hinging Regions in Reinforced Concrete Beams. (Portland Cement Association, Development Department). Bulletin D101. Skokie.

Plem, E, 1973, Plasticeringsförmåga hos tvåsidigt inspänd betongbalk. (Nordiska betongförbundet). Nordisk betong, 2, årg. 17. Malmö.

Plem, E, 1973a, Flytleders rotationskapacitet. (Nordiska betongförbundet). Nordisk betong, 1, årg. 17. Malmö.

Rechardt, T, 1968, Flexural Behaviour of Reinforced Concrete Beams at Working Loads. (Statens tekniska forskningsanstalt). Publication 126. Helsinki.

Sargin, M, & Handa, V,K, 1969, A General Formulation for the Stress-Strain Properties of Concrete. (Solid Mechanics Division, University of Waterloo). Report No. 3. Ontario.

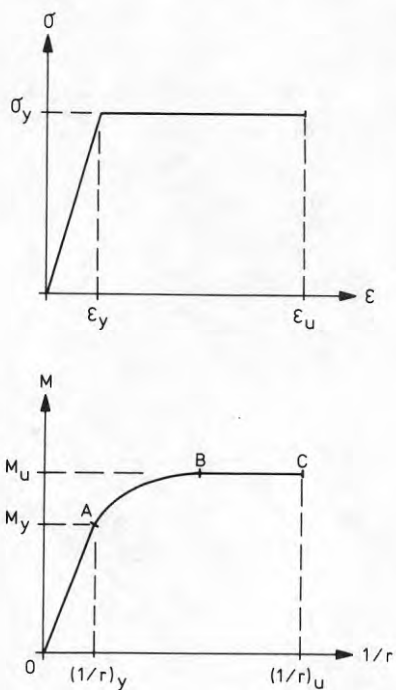


FIG 1.1a Arbetslinje för idealelasto-plastiskt material. Principiellt moment-krökningssamband för tvärsnitt av idealelasto-plastiskt material.

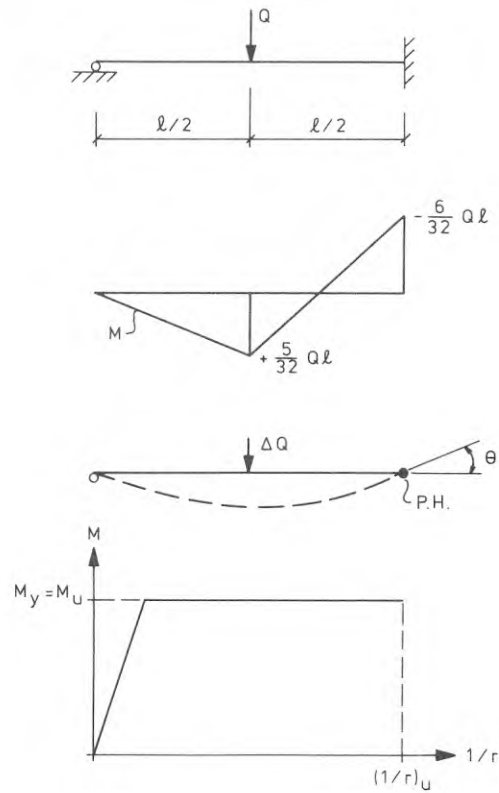


FIG 1.1b

Ensidigt inspänd balk med punktlast  $Q$  och tillhörande elasticitetsteoretisk momentfördelning. Plastisk rotation  $\theta$  vid flytled PH till följd av punktlast  $\Delta Q$ . Balksektionens moment-krökningssamband.



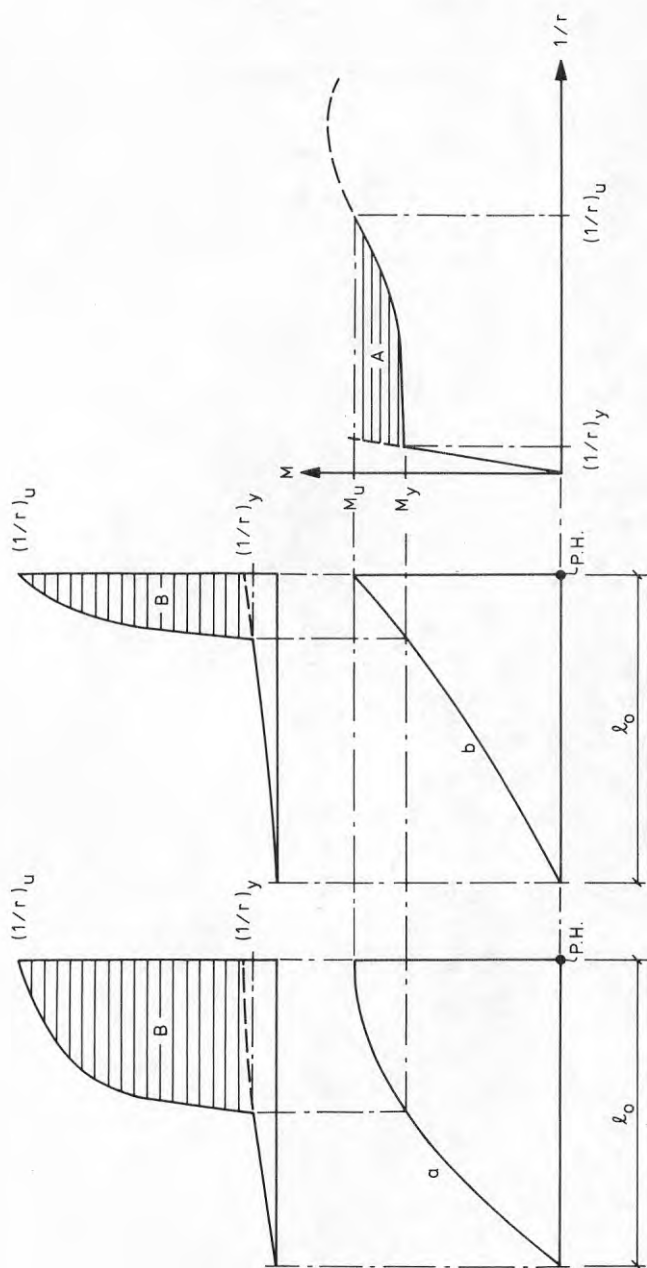


FIG 1.3a

Olika krökningsfördelningar längs rotationsspännet med längd  $l_0$ . Fördelningarna har framtagits genom transformation av balksektionens moment-krökningsdiagram över momentkurvorna a respektive b.

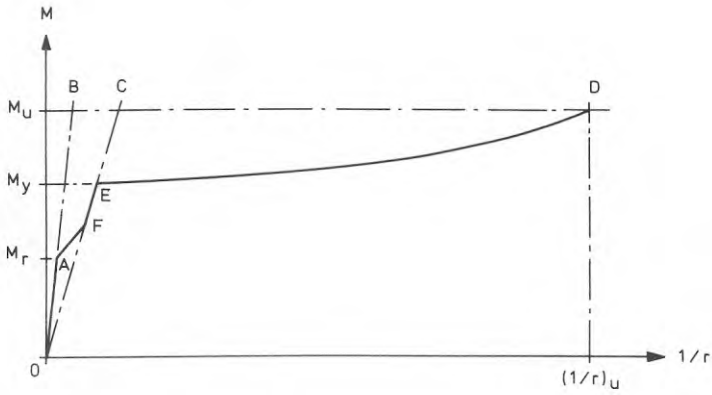


FIG 1.3b

Moment-krökningsdiagram avseende en från början osprucken balksektion. Sektionens sprickmoment är  $M_r$ .

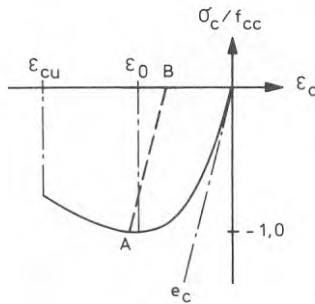


FIG 2.1a

Principiell form på tryckt betongs  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagram vid dimensionslös framställning. Linjen AB representerar en avlastningsgren.

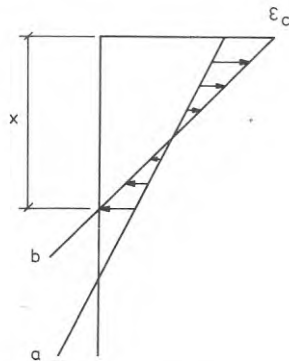


FIG 2.1b

Töjningsfördelningen i betongens tryckzon vid två konsekutiva situationer, a och b. Inom ett område är betongen under pålastning, inom ett annat område uppträder avlastning.

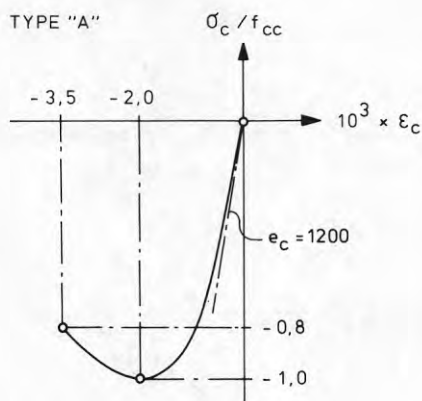


FIG 2.1c Dimensionslöst  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagram för tryckt betong av typ A.

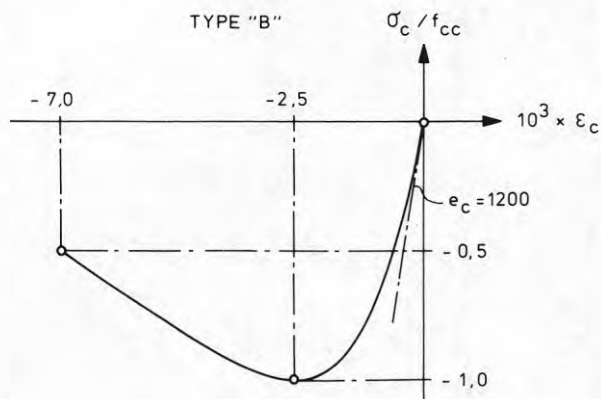


FIG 2.1d Dimensionslöst  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagram för tryckt betong av typ B.

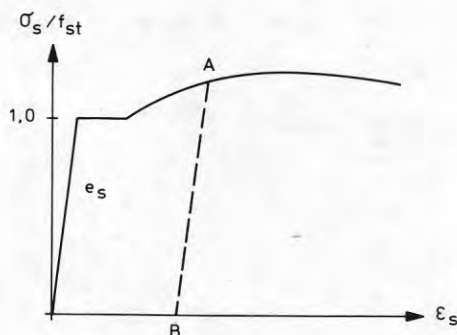


FIG 2.2a Principiell form på dragen armeringsståls  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagram vid dimensionslös framställning. Linjen AB representerar en avlastningsgren. Diagrammet avser stål med markerad flytgräns.

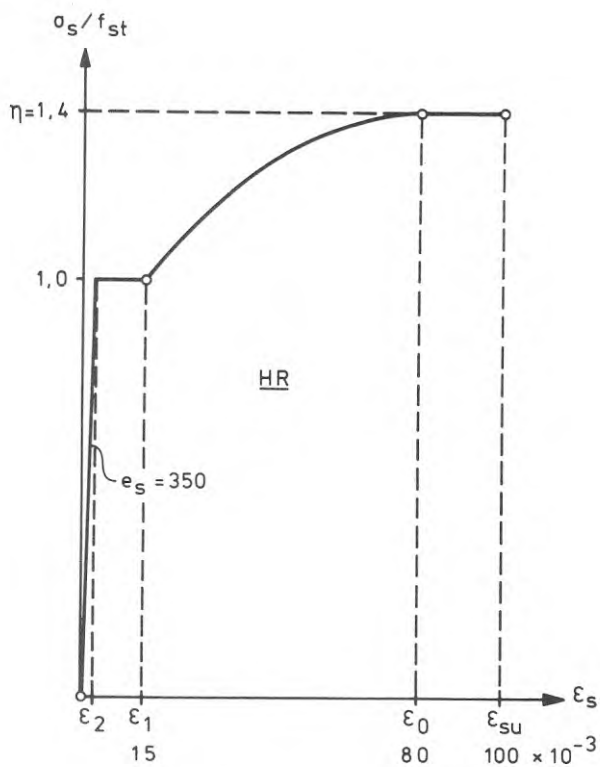


FIG 2.2b

Dimensionslös framställning av  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagrammet för ett representativt HR-stål.

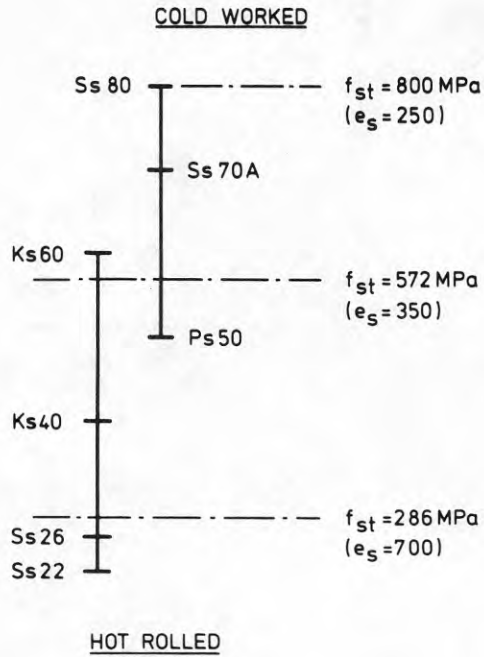


FIG 2.2c

Inbördes relationer mellan nominella flytgränser respektive 0,2-gränser för vanliga, svenska armeringsstål.

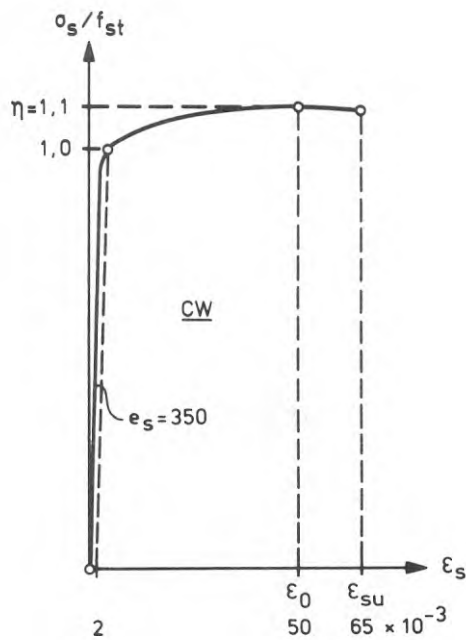


FIG 2.2d Dimensionslös framställning av  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagrammet för ett representativt CW-stål.

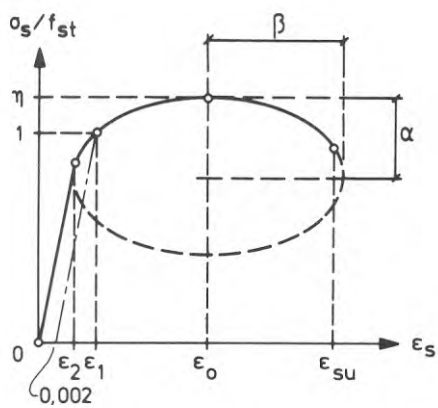


FIG 2.2e Ett CW-ståls  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagram approximerat med en rät linje och en del av en ellips.

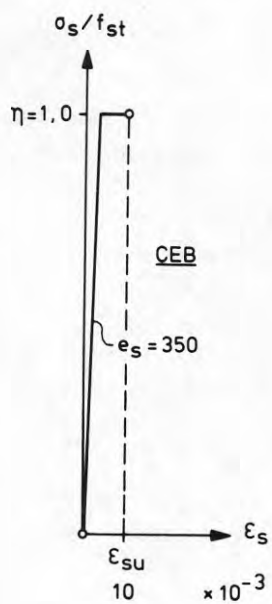


FIG 2.2f

Det av CEB rekommenderade  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagrammet för armeringsstål.



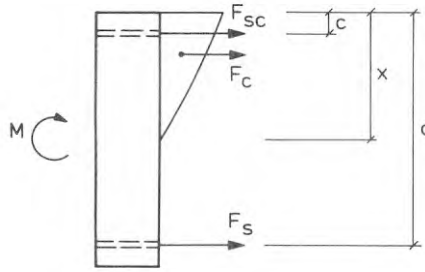


FIG 3.1a Yttre moment  $M$  och inre krafter  $F_{sc}$ ,  $F_c$  och  $F_s$  för uppställande av tvärsektionens jämviktssamband. Figuren visar positiva riktningar för krafter och moment.

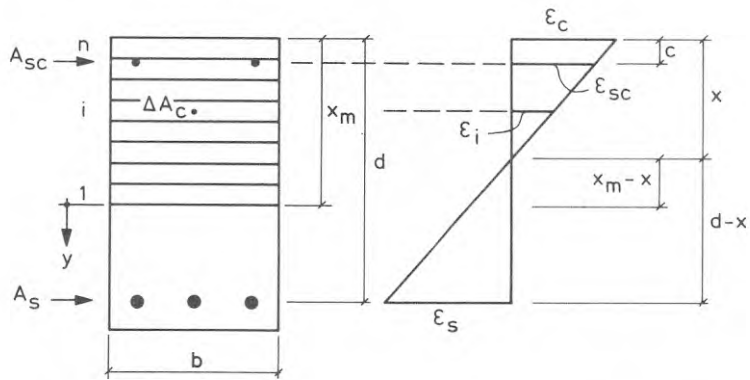


FIG 3.1b Tvärsektionsgeometri samt töjningsfördelning över sektionshöjden.

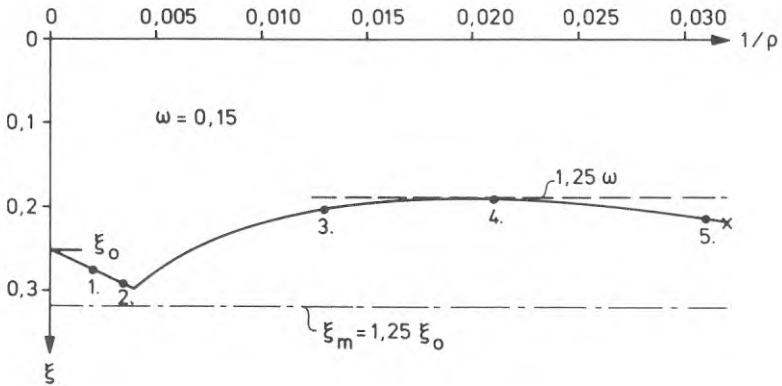


FIG 3.3a Variationen av tryckzonens höjd  $\xi$  vid växande ansträngning av tvärsektionen. De numererade punkterna refererar till påkänningsfördelningar enligt FIG 3.3b.

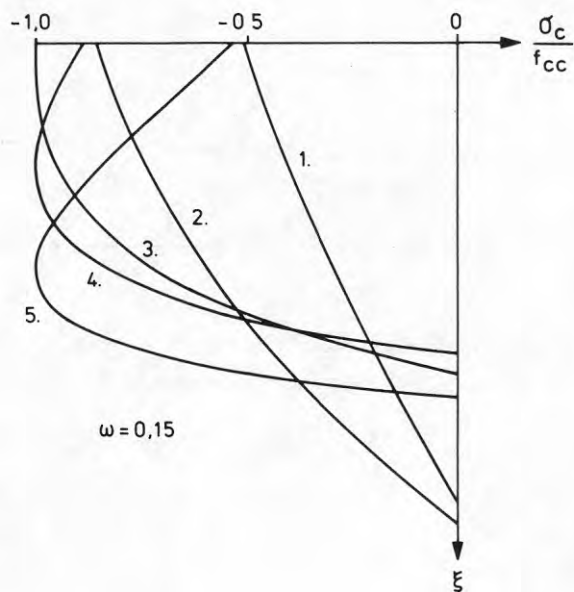


FIG 3.3b Påkänningsfördelning över betongens tryckzon vid fem olika stadier av ansträngning. Motsvarande balkkrökningar framgår av FIG 3.3a.

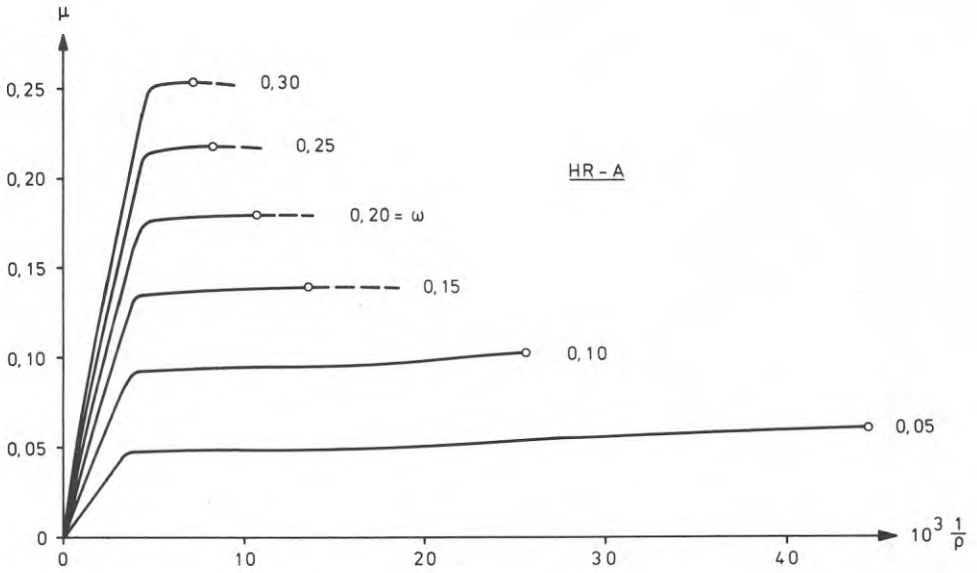


FIG 4a Moment-kröknings samband för olika  $\omega$ -värden. Sambanden avser tvärsektion med dragarmering av HR-stål.

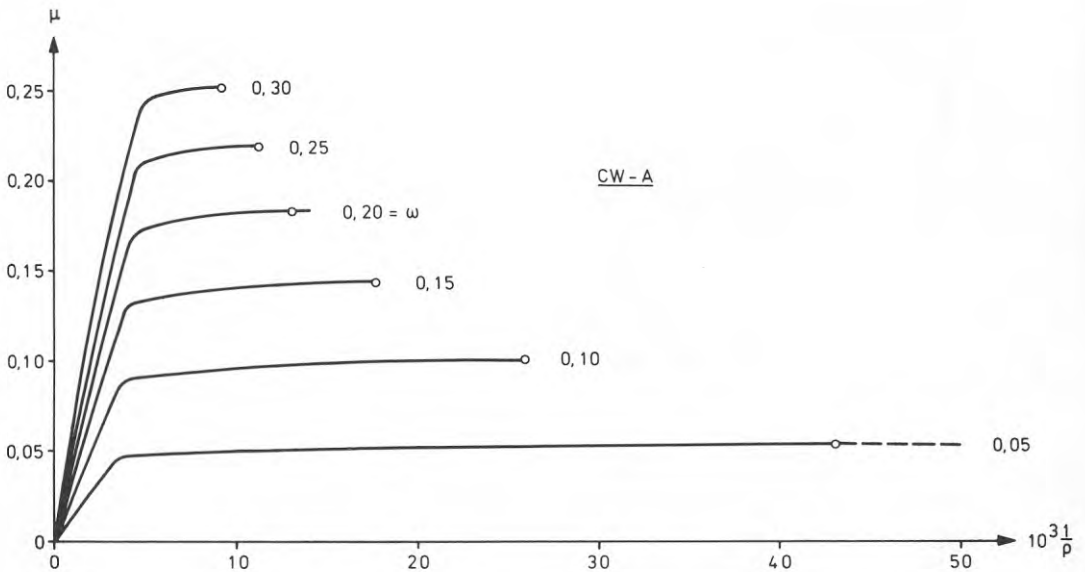


FIG 4b Moment-kröknings samband för olika  $\omega$ -värden. Sambanden avser tvärsektion med dragarmering av CW-stål.

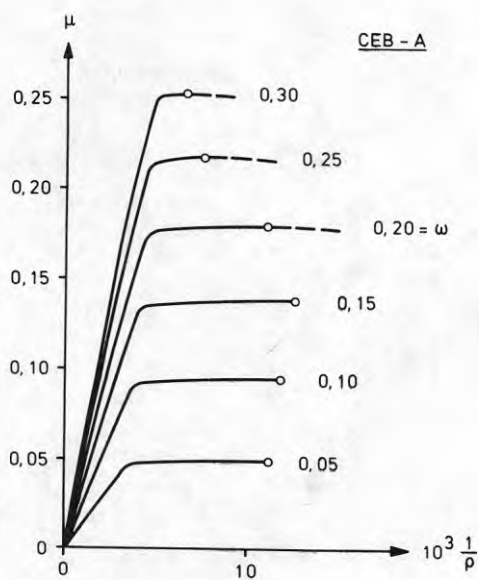


FIG 4c Moment-krökningssamband för olika  $\omega$ -värden. Sambanden avser tvärsektion med dragarmering av CEB-stål.

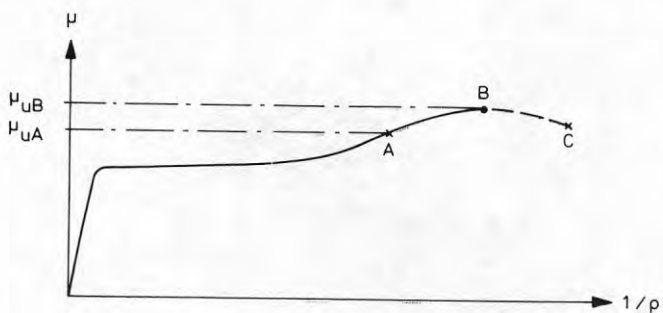


FIG 4d Ordinärt förlopp av moment-krökningssamband. Förloppet medger två alternativa definitioner på brottmomentet.

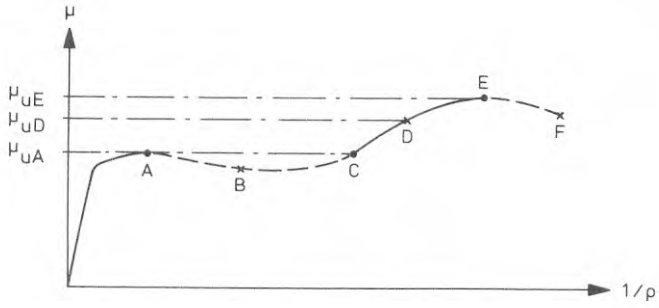


FIG 4e

Förlopp av moment-krökningssamband med möjlighet för "genomslag". Förloppet medger tre alternativa definitioner på brottmomentet.

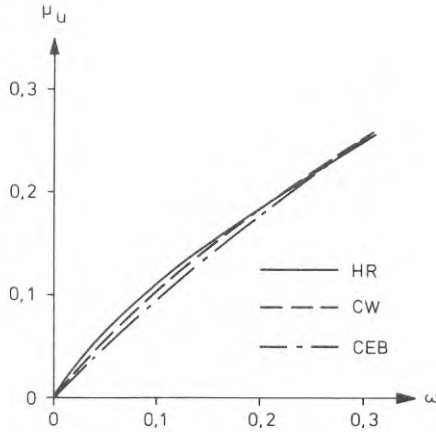


FIG 4f

Brottmomentets beroende av den mekaniska armeringsandelen. Kurvorna avser balksektion utan tryckarmering.

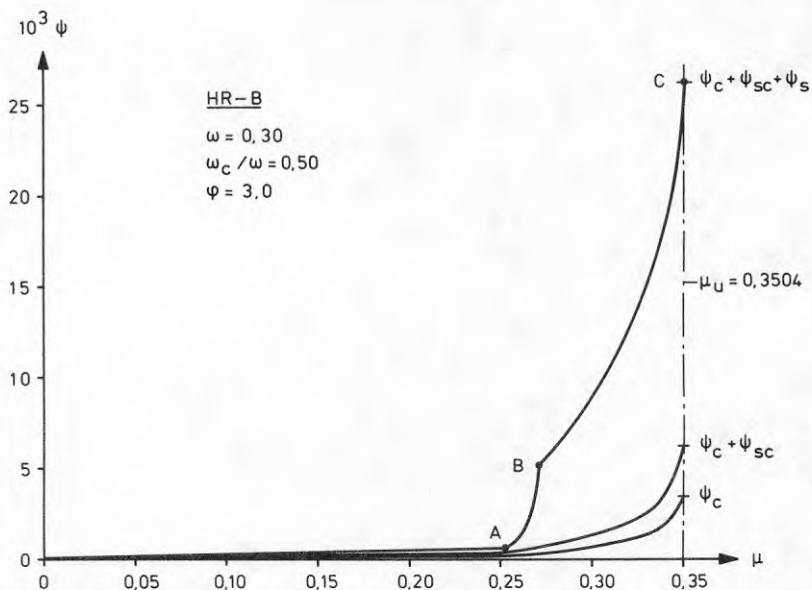


FIG 5a Moment-energisamband för tvärsektion i betongbalk armerad med HR-stål.

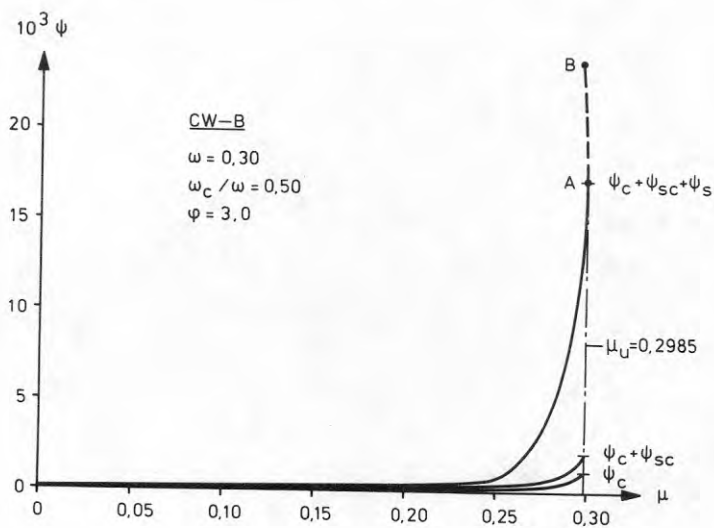


FIG 5b Moment-energisamband för tvärsektion i betongbalk armerad med CW-stål.

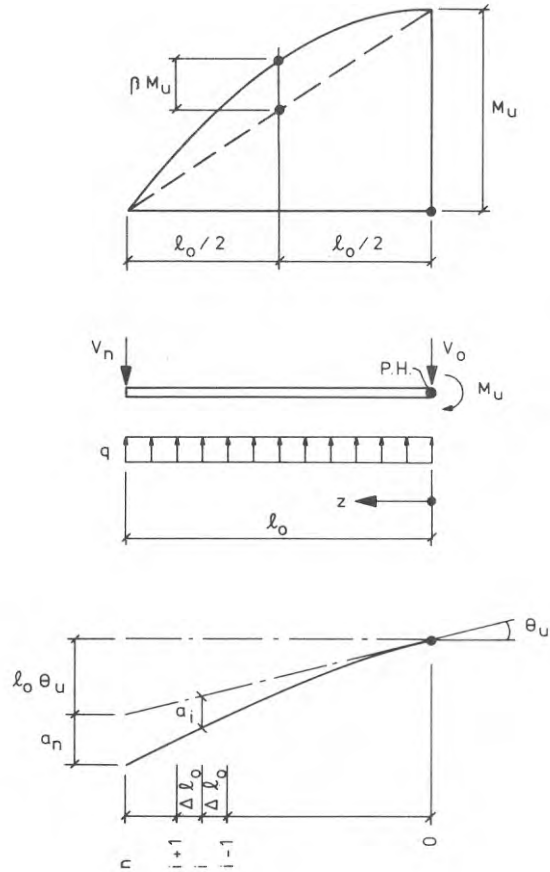


FIG 6.1a

Brottstadiets momentfördelning över rotationsspännets längd  $l_0$ . De inre och yttre krafter som angriper rotationsspännets deformation uppdelad i en plastisk och en elastisk andel.



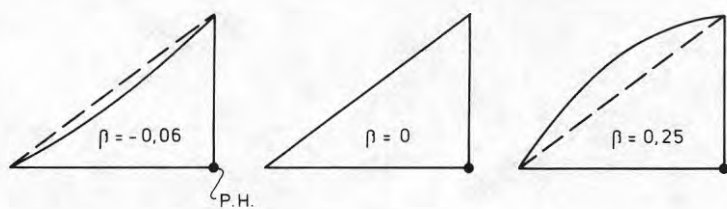


FIG 6.1b

Tre olika momentfördelningar över rotationsspännets längd. Momentfördelningens form bestäms av parametern  $\beta$ .

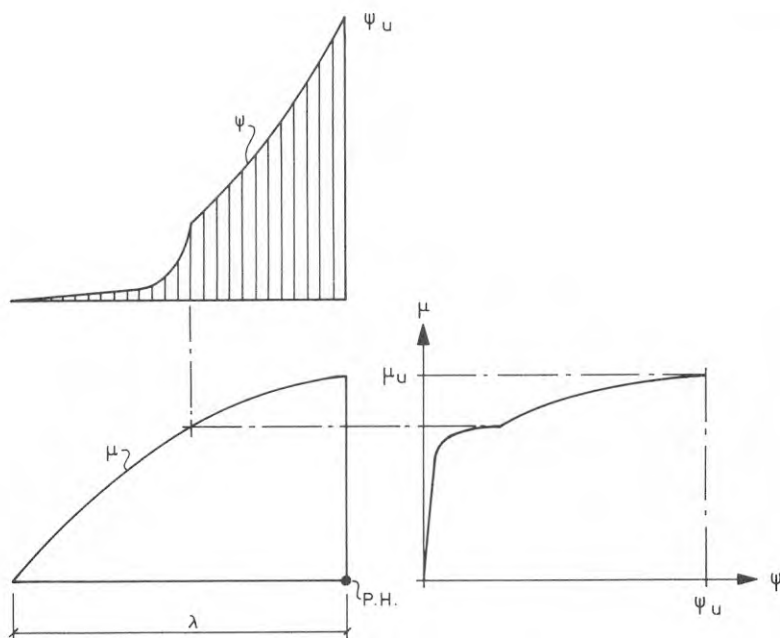


FIG 6.2a Transformation av moment-energisambandet över momentkurvan. Transformationen ger fördelningen av konsumerad deformationsenergi per längdenhet balk  $\psi$  längs rotationsspannet.

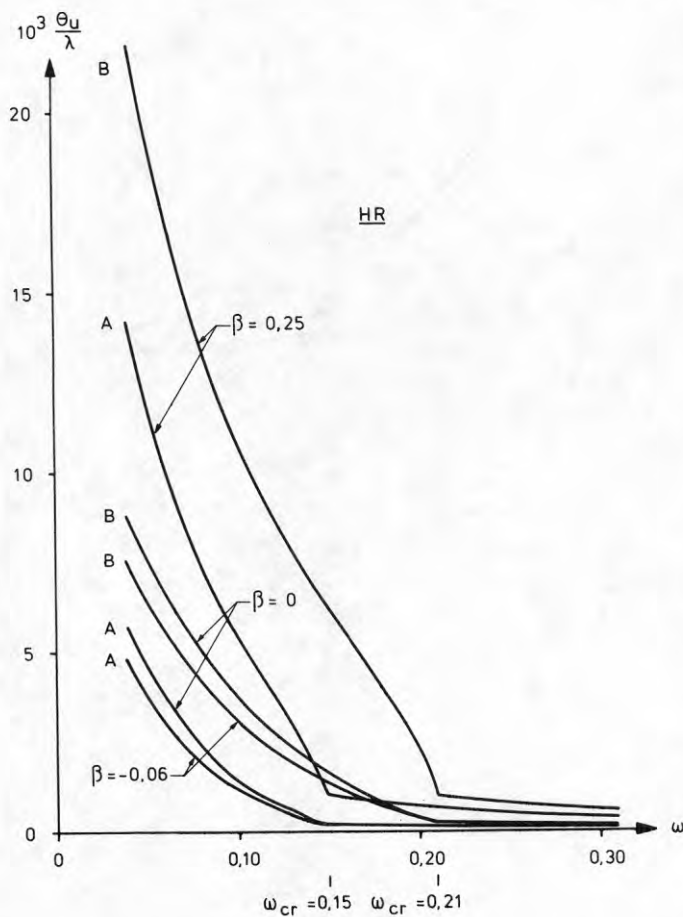


FIG 7.1a

Rotationskapacitet uttryckt genom kvoten  $\theta_u/\lambda$  som funktion av  $\omega$ . Redovisningen avser HR-stål kombinerat med betongtyperna A och B vid tre olika momentfördelningar.

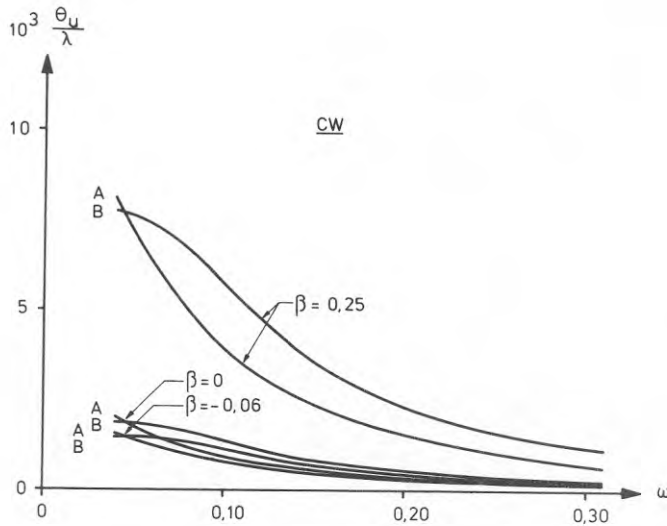


FIG 7.1b

Rotationskapacitet uttryckt genom kvoten  $\theta_u/\lambda$  som funktion av  $\omega$ . Redovisningen avser CW-stål kombinerat med betongtyperna A och B vid tre olika momentfördelningar.

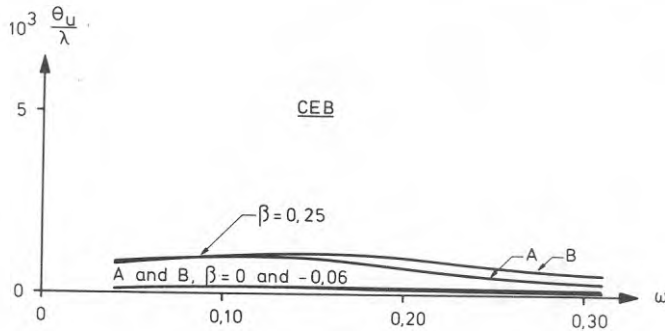


FIG 7.1c

Rotationskapacitet uttryckt genom kvoten  $\theta_u/\lambda$  som funktion av  $\omega$ . Redovisningen avser CEB-stål kombinerat med betongtyperna A och B vid tre olika momentfördelningar.

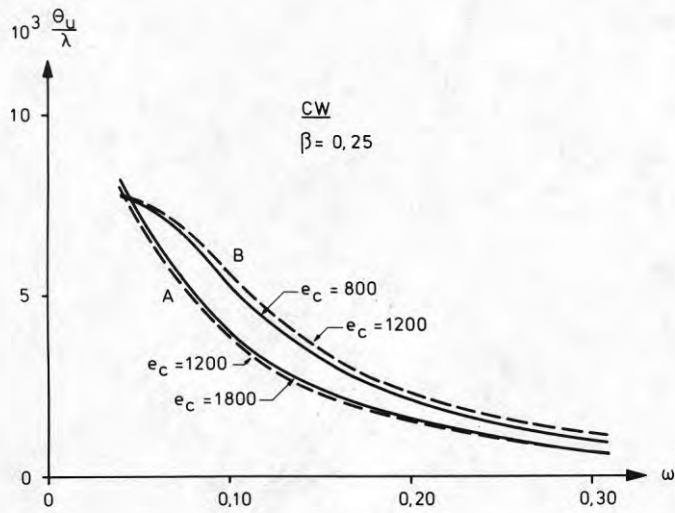


FIG 7.2a

Rotationskapacitetens beroende av betongens dimensionslösa elasticitetsmodul  $e_c$ .

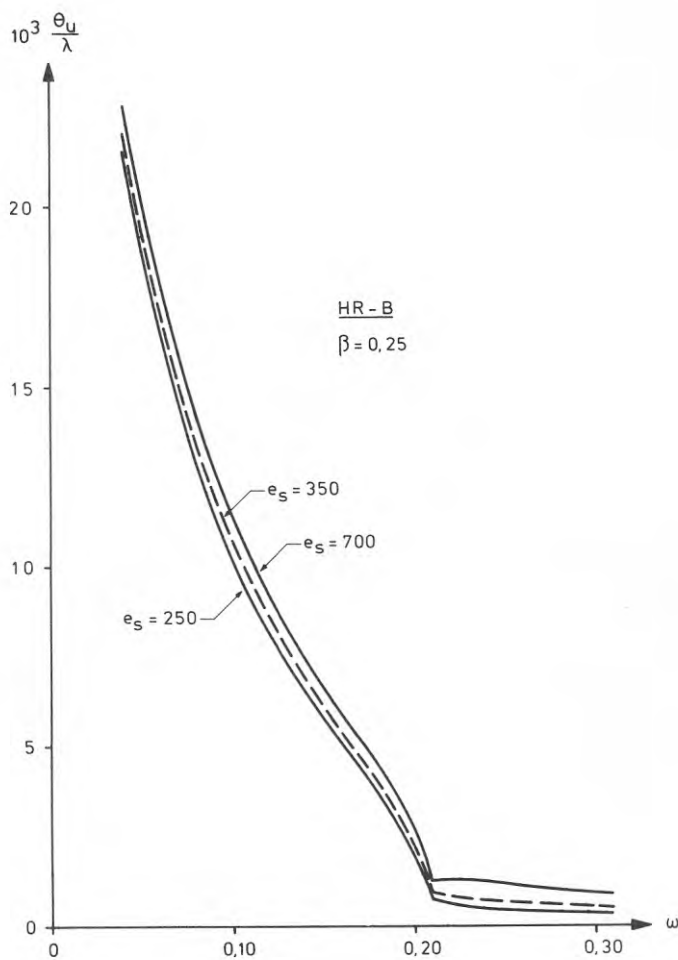


FIG 7.2b

Rotationskapacitetens beroende av armeringsstålets dimensionslösa elasticitetsmodul  $e_s$ .

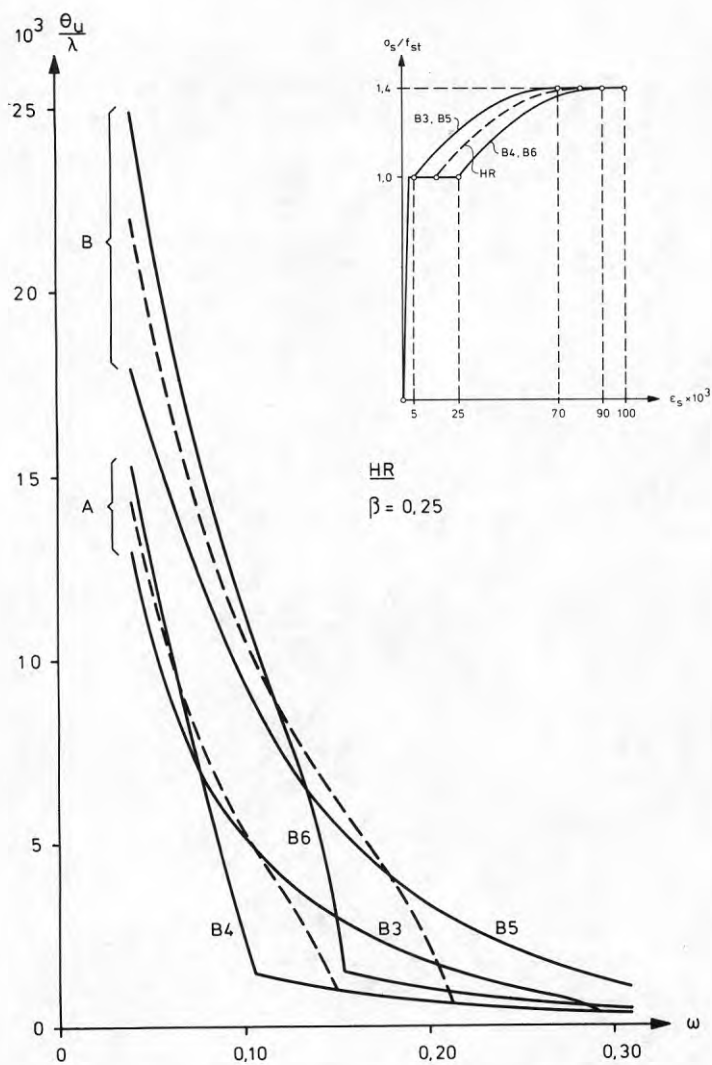


FIG 7.2c

HR-stålets arbetslinje modifierad genom variation av stålets konsolideringsgräns. Kvoten  $\theta_u/\lambda$  som funktion av  $\omega$  vid kombinationer av de modifierade arbetslinjerna med betongtyperna A och B.



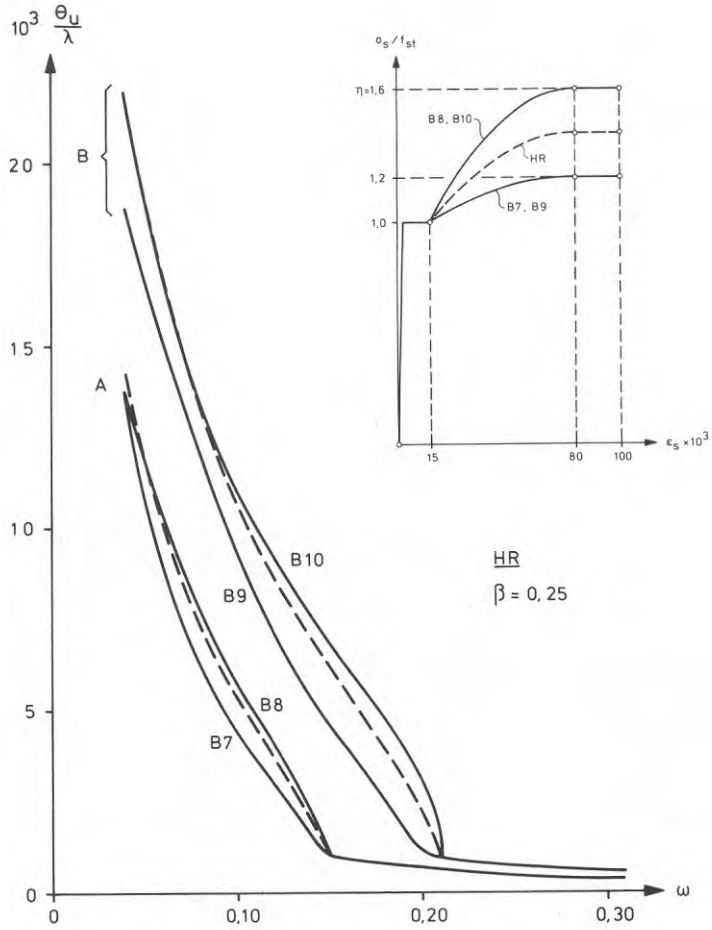


FIG 7.2d

HR-stålets arbetslinje modifierad genom variation av koefficienten  $\eta$ . Kvoten  $\theta_u/\lambda$  som funktion av  $\omega$  vid kombinationer av de modifierade arbetslinjerna med betongtyperna A och B.

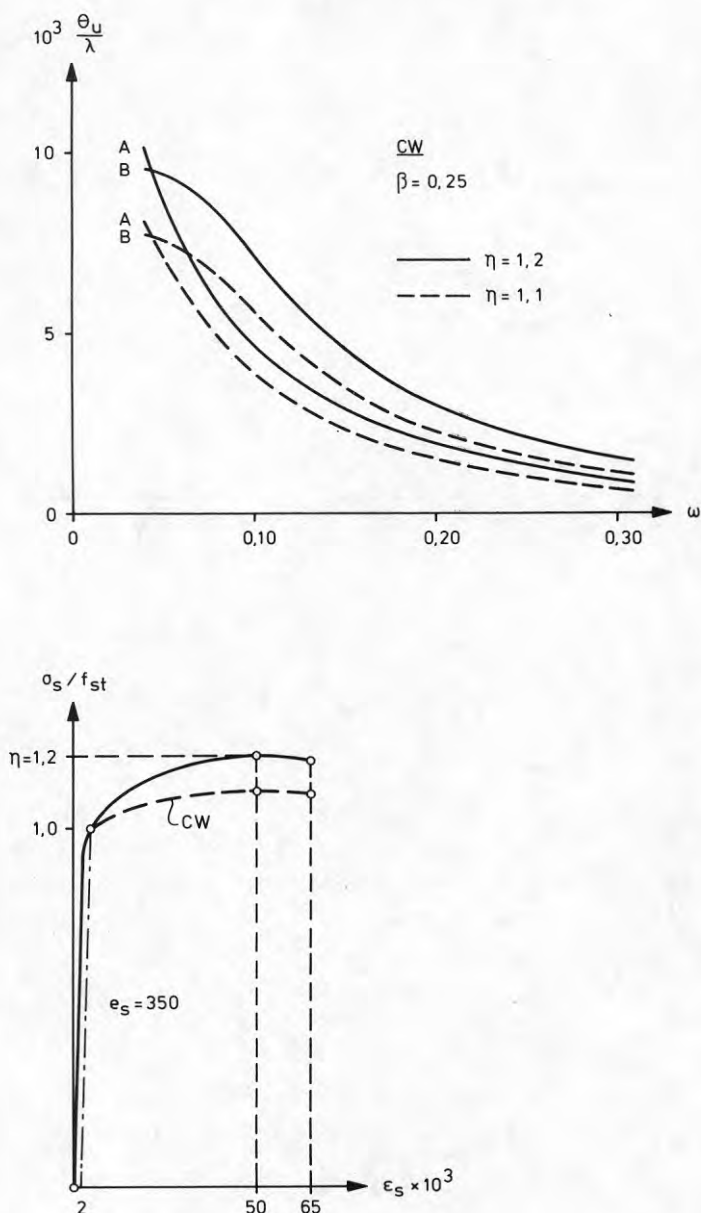


FIG 7.2e

CW-stålets arbetslinje modifierad genom ändring av koefficienten  $\eta$  från 1,1 till 1,2. Kvoten  $\theta_u/\lambda$  som funktion av  $\omega$  vid kombinationer av den modifierade arbetslinjen med betongtyperna A och B.

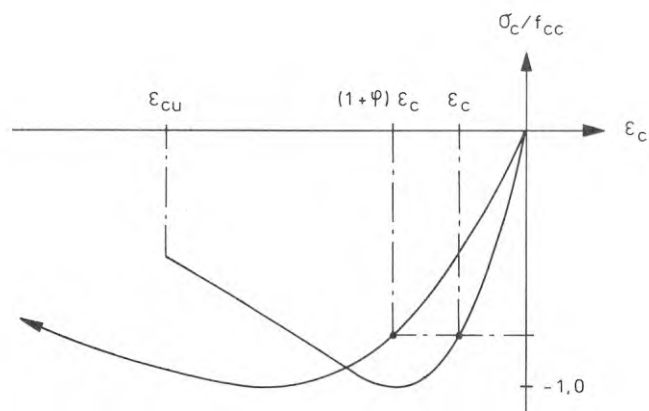


FIG 8a

Arbetslinje för tryckt betong med och utan hänsyn tagen till betongens krypning.

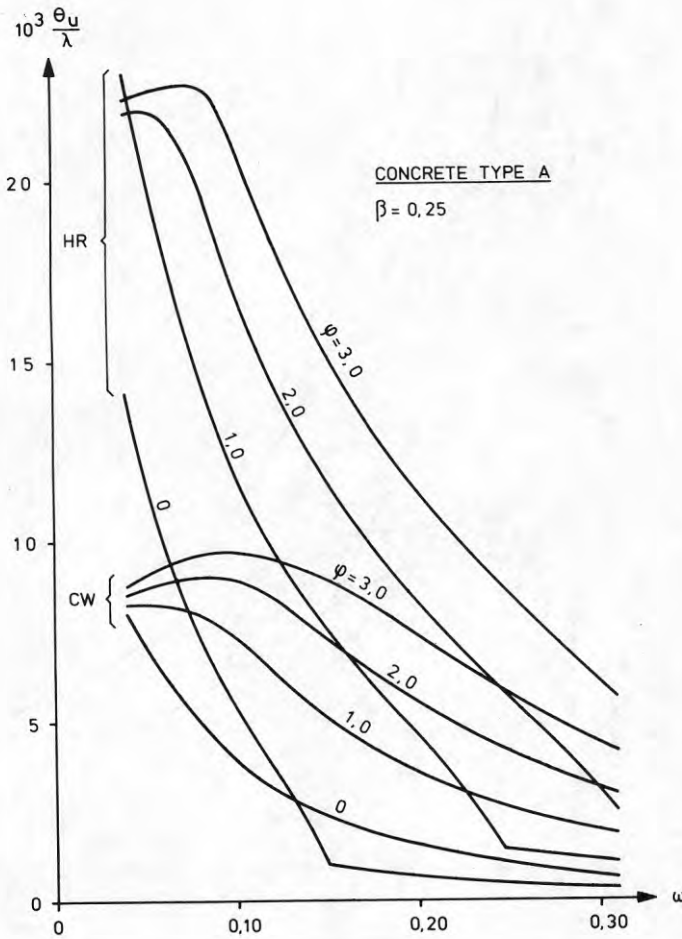


FIG 8b

Kvoten  $\theta_u/\lambda$  som funktion av  $\omega$  vid olika värden på betongens kryptal  $\phi$ . Figuren avser betong av typ A i kombinationer med såväl HR- som CW-stål.

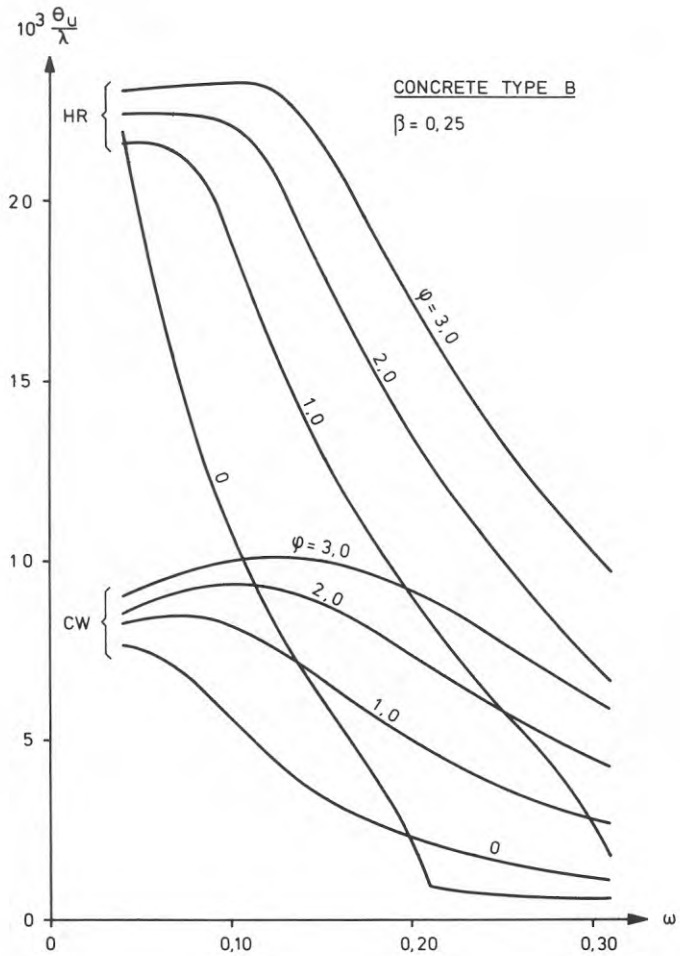


FIG 8c

Kvoten  $\theta_u/\lambda$  som funktion av  $\omega$  vid olika värden på betongens kryptal  $\varphi$ . Figuren avser betong av typ B i kombinationer med såväl HR- som CW-stål.

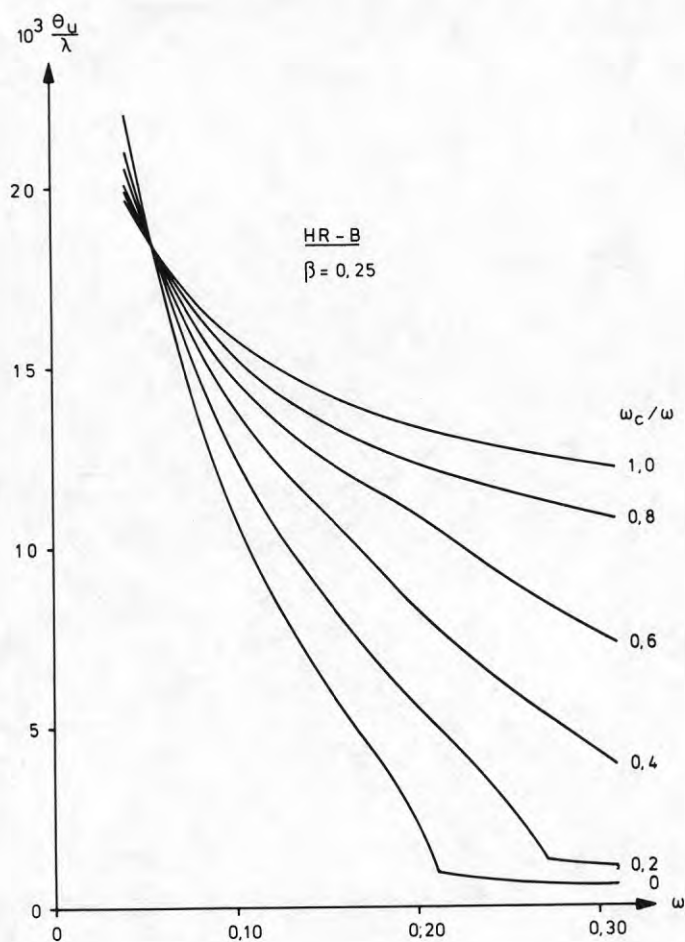


FIG 9a Rotationskapacitet uttryckt genom kvoten  $\theta_u / \lambda$  som funktion av  $\omega$  och  $\omega_c$ . Diagrammet avser HR-stål och betong typ B.

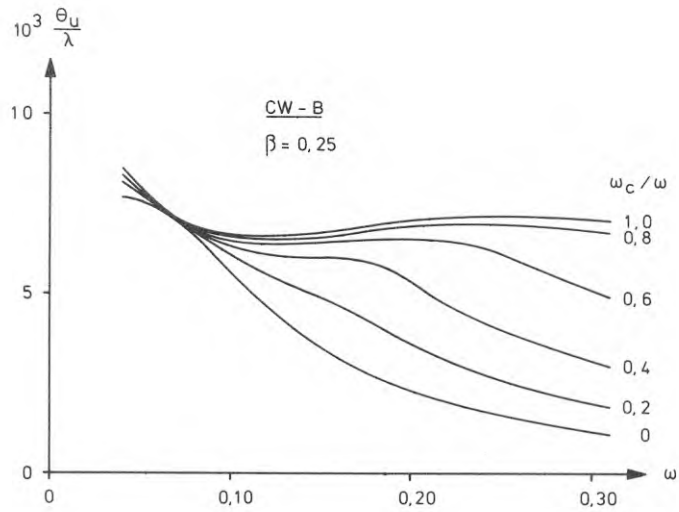


FIG 9b

Rotationskapacitet uttryckt genom kvoten  $\theta_u/\lambda$  som funktion av  $\omega$  och  $\omega_c$ . Diagrammet avser CW-stål och betong typ B.

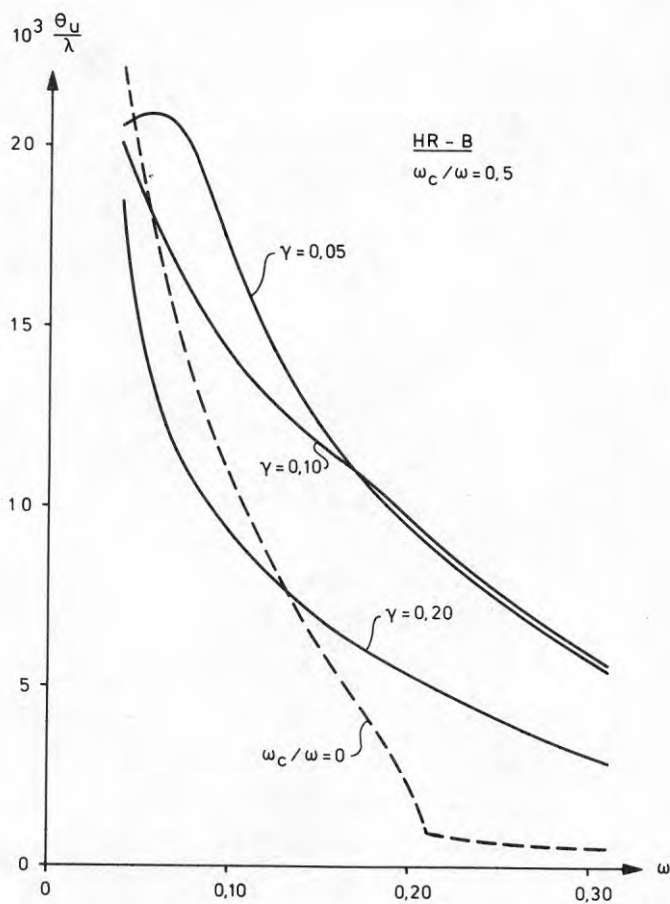


FIG 9c Rotationskapacitetens beroende av tryckkarmeringens placering inom tvärsnittet.



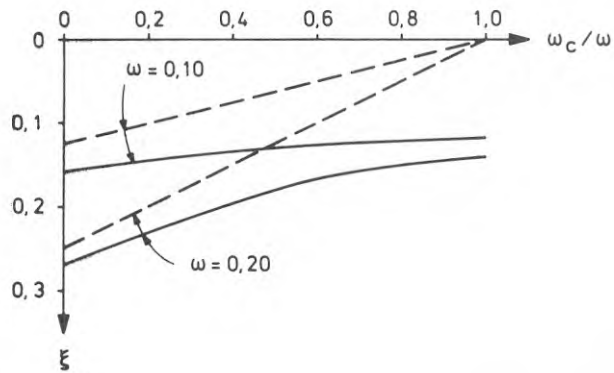


FIG 9d

Den dimensionslösa verkliga tryckzonshöjden  $\xi$  vid balkbrott som funktion av  $\omega_c/\omega$  för två olika fixerade värden på  $\omega$ . De streckade linjerna återger tryckzonshöjden beräknad över sambandet  $\xi = 1,25 (\omega - \omega_c)$ .

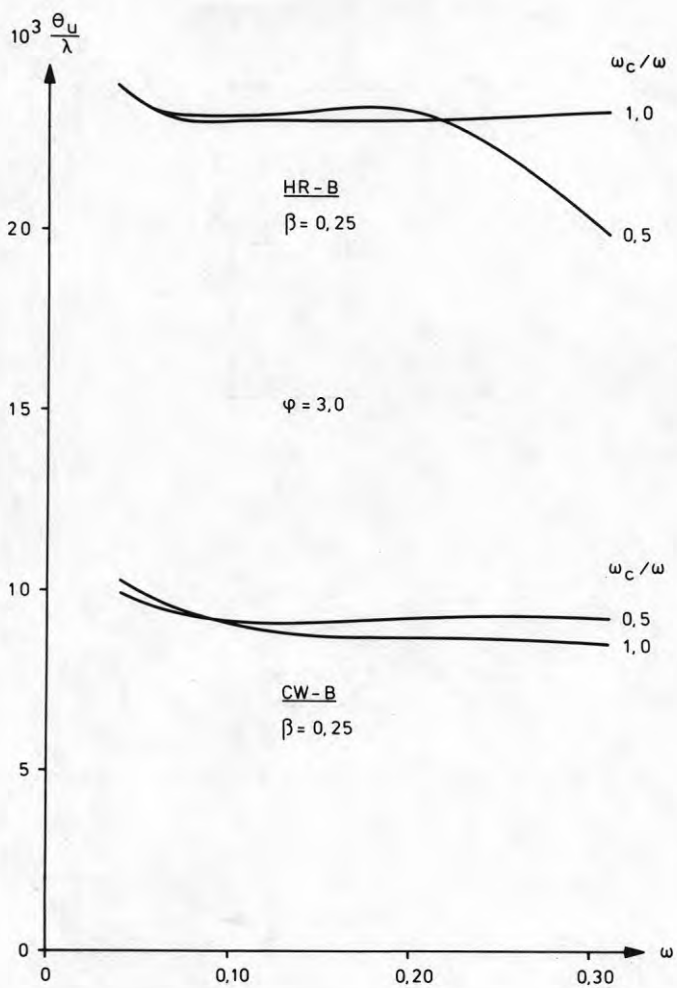


FIG 9e

Rotationskapacitet vid betongkrypning i tvärsnitt med kraftig tryckarmering.

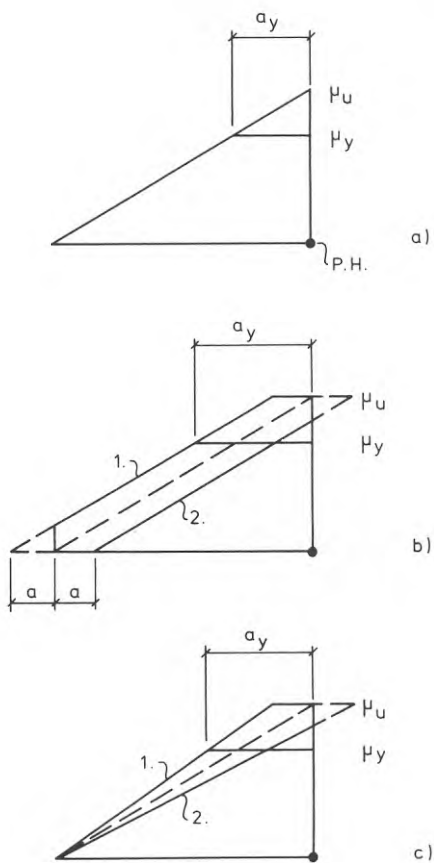


FIG 10.1a Momentförskjutning till följd av sneda skjvsprickor.

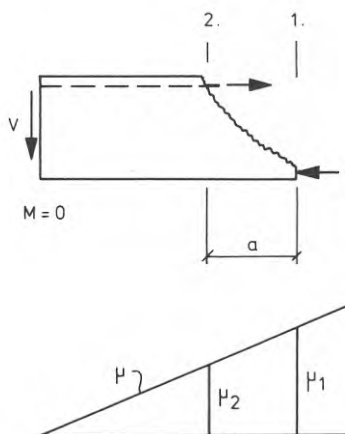


FIG 10.1b Balkdel begränsad av momentnollpunkt och sned skjvspricka.

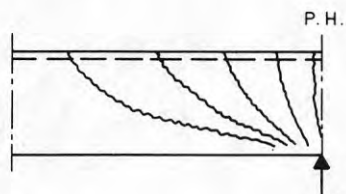


FIG 10.1c Solfjäderformigt sprickmönster i området intill en flyttled över en punktlast.

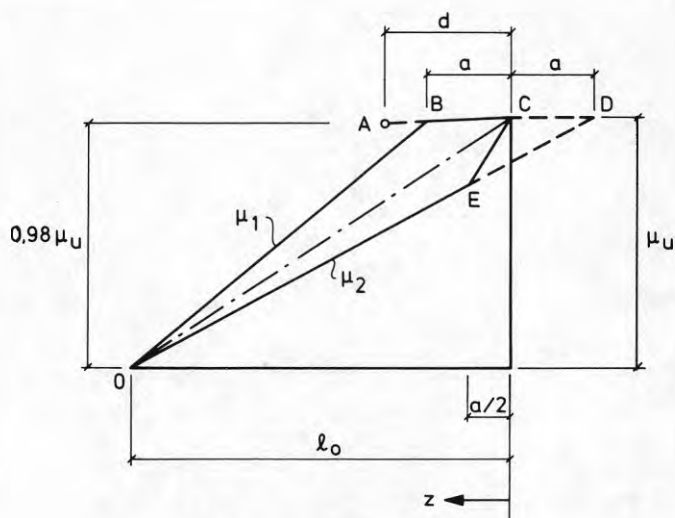


FIG 10.1d De för beräkningsmodellen antagna momentförskjutningarna. Momentvariation  $\mu_1$  avser balkens dragarmering. Momentvariation  $\mu_2$  avser balkens tryckzon.

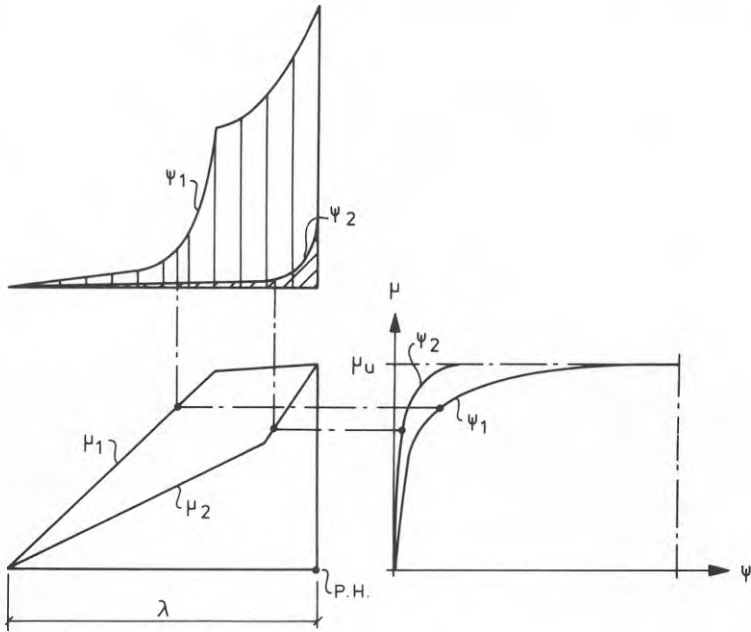


FIG 10.1e

Moment-energisambandens transformationer över momentkurvorna  $\mu_1$  och  $\mu_2$ . Som resultat erhålls fördelningarna av  $\psi_1$  respektive  $\psi_2$  längs rotationsspännet.

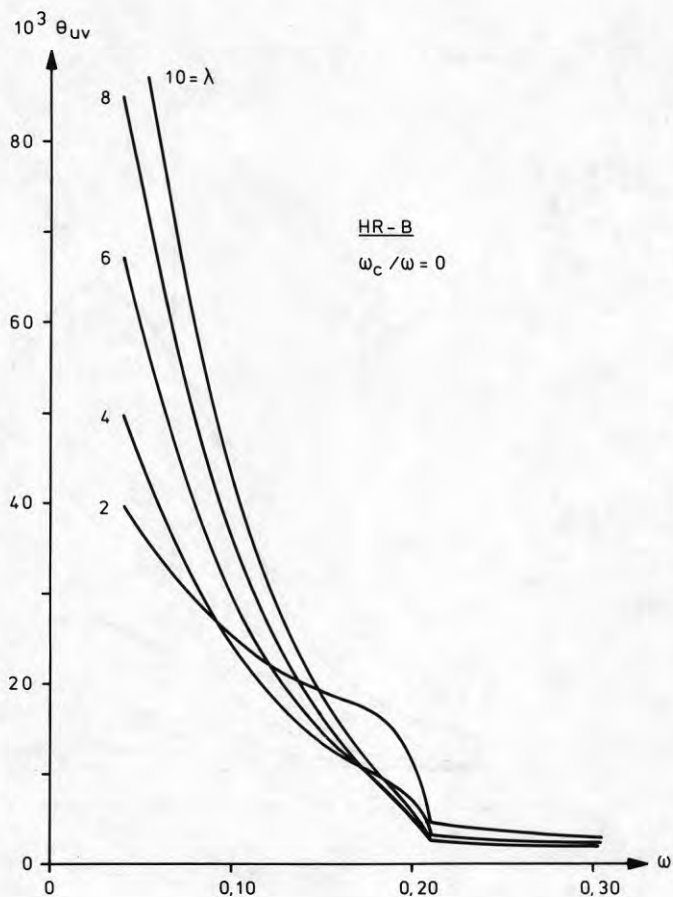


FIG 10.3a Rotationskapacitet  $\theta_{uv}$ , för flytled armerad med HR-stål, beräknad med hänsyn tagen till tvärkraftens inverkan. Figuren avser tvärsnitt utan tryckarmering.

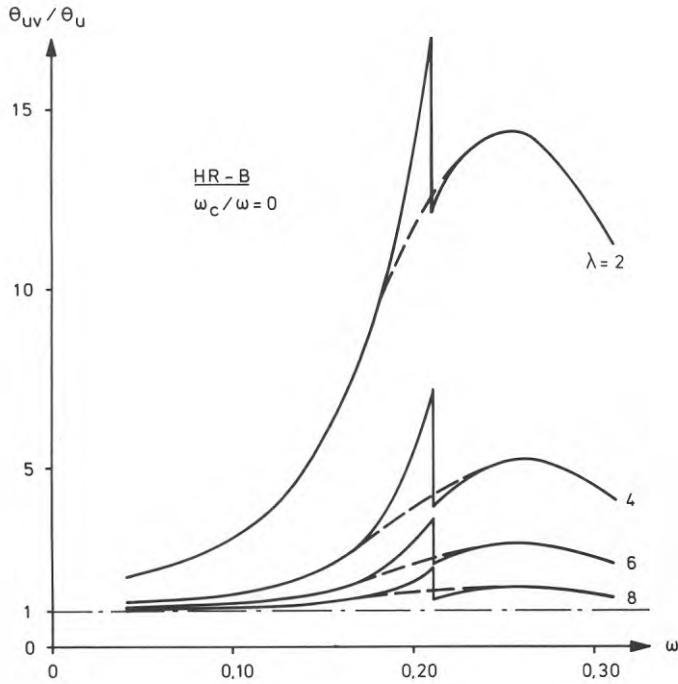


FIG 10.3b

Jämförelse mellan de rotationskapaciteter hos en flyttled med HR-stål, som erhålls då beräkningarna utförs med  $(\theta_{uv})$  och utan  $(\theta_u)$  hänsyn tagen till tvärkraftens inverkan. Jämförelsen avser tvärsnitt utan tryckarmering.

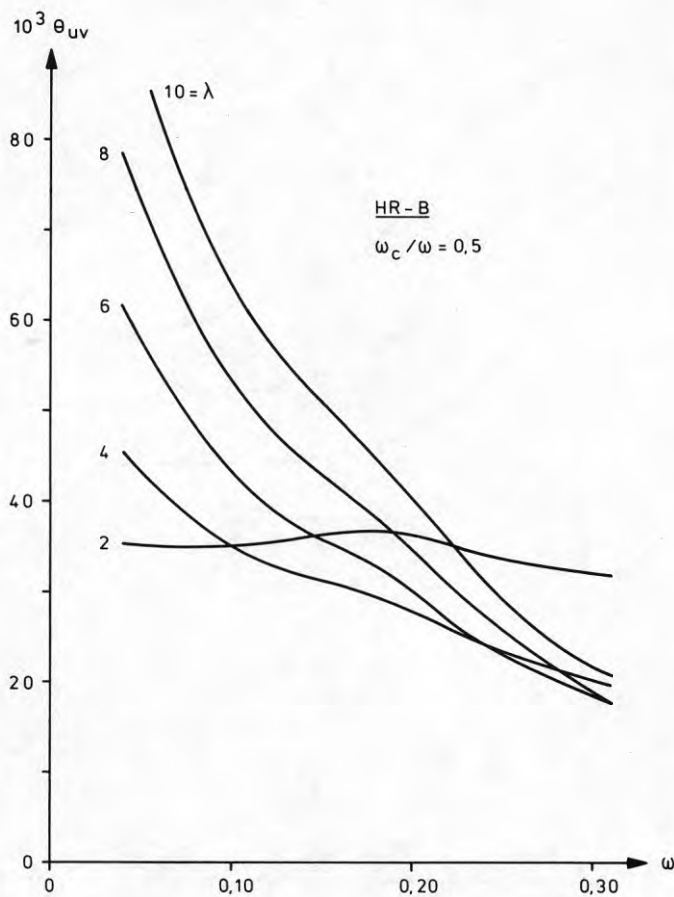


FIG 10.3c Rotationskapacitet  $\theta_{uv}$ , för flyttled armerad med HR-stål, beräknad med hänsyn tagen till tvärkraftens inverkan. Figuren avser tryckarmerat tvärsnitt karakteriserat av  $\omega_c / \omega = 0,5$ .



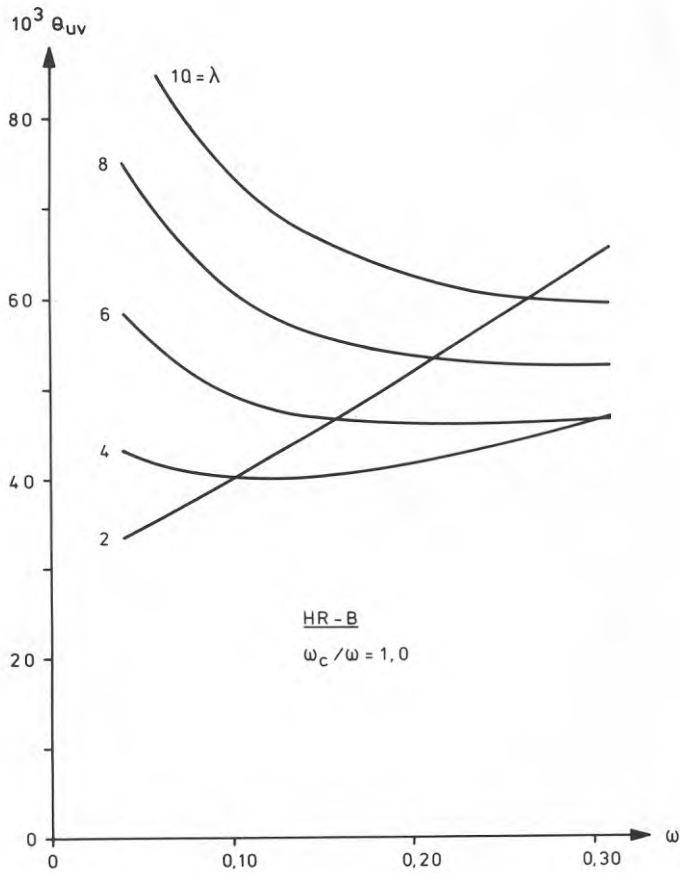


FIG 10.3d

Rotationskapacitet  $\theta_{uv}$ , för flytled armerad med HR-stål, beräknad med hänsyn tagen till tvärkraftens inverkan. Figuren avser tryckarmerat tvärsnitt karakteriserat av  $\omega_c / \omega = 1,0$ .

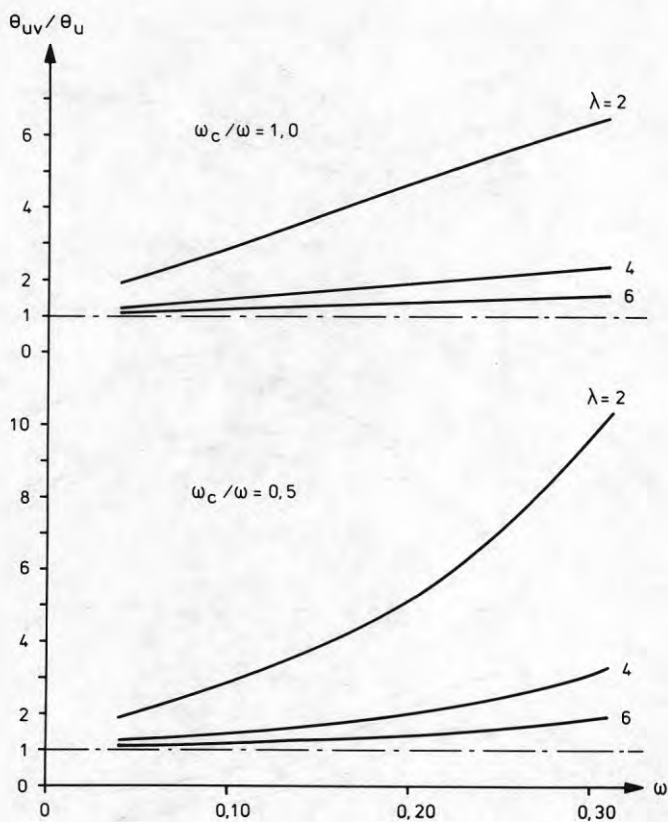


FIG 10.3e

Jämförelse mellan de rotationskapaciteter hos en flytled med HR-stål, som erhålls då beräkningarna utförs med ( $\theta_{uv}$ ) och utan ( $\theta_u$ ) hänsyn tagen till tvärkraftens inverkan. Jämförelsen avser tryckarmerat tvärsnitt karakteriserat av  $\omega_c/\omega = 0,5$  respektive 1,0.

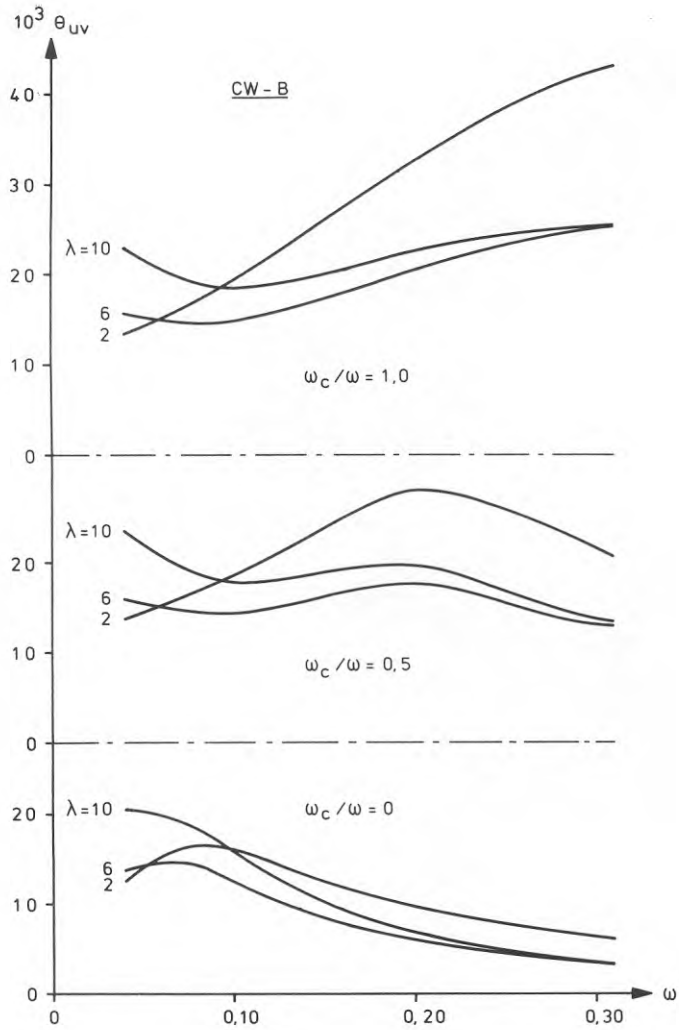


FIG 10.3f

Rotationskapacitet  $\theta_{uv}$ , för flytledd armerad med CW-stål, beräknad med hänsyn tagen till tvärkraftens inverkan. Figuren avser tvärsnitt med varierande mängd tryckarmering.

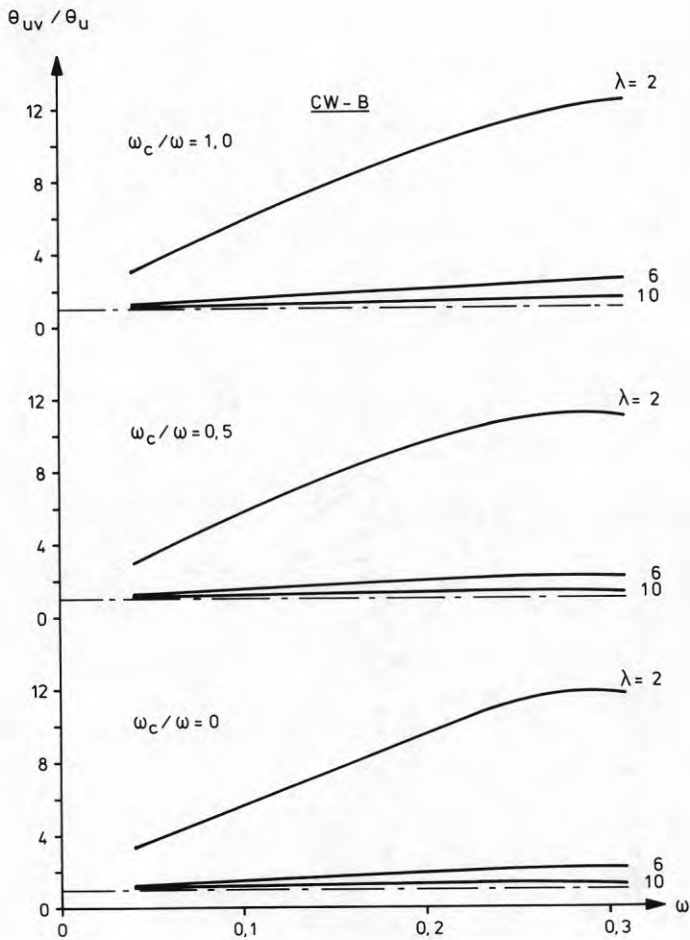


FIG 10.3g

Jämförelse mellan de rotationskapaciteter hos en flyttled med CW-stål, som erhålls då beräkningarna utförs med  $(\theta_{uv})$  och utan  $(\theta_u)$  hänsyn tagen till tvärkraftens inverkan. Jämförelsen avser tvärsnitt med varierande mängd tryckarmering.

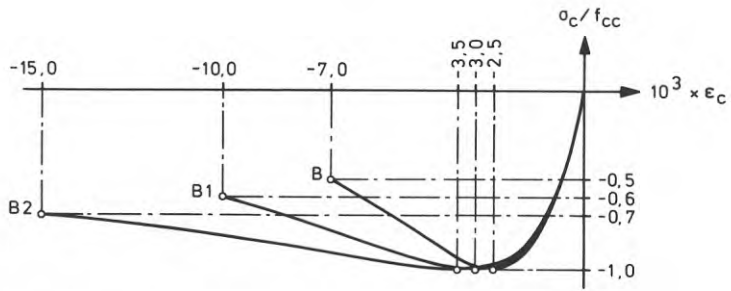


FIG 11.1a Arbetslinje för tryckt betong av typ B jämte två modifierade arbetslinjer B1 och B2.

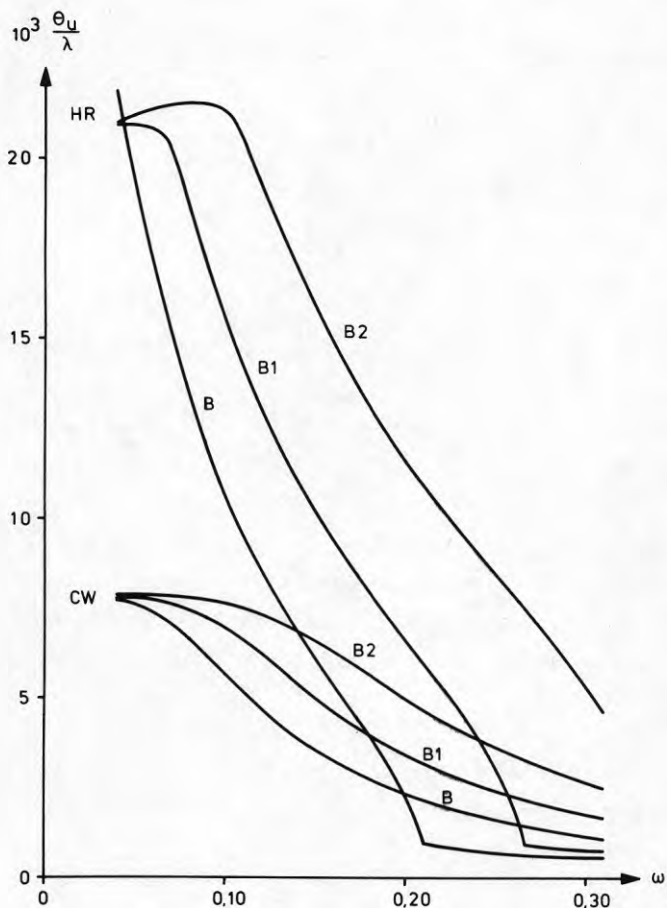


FIG 11.1b

Rotationskapacitet beräknad för balk armerad med CW-stål alternativt HR-stål i kombinationer med typbetongerna B, B1 och B2 enligt FIG 11.1a.

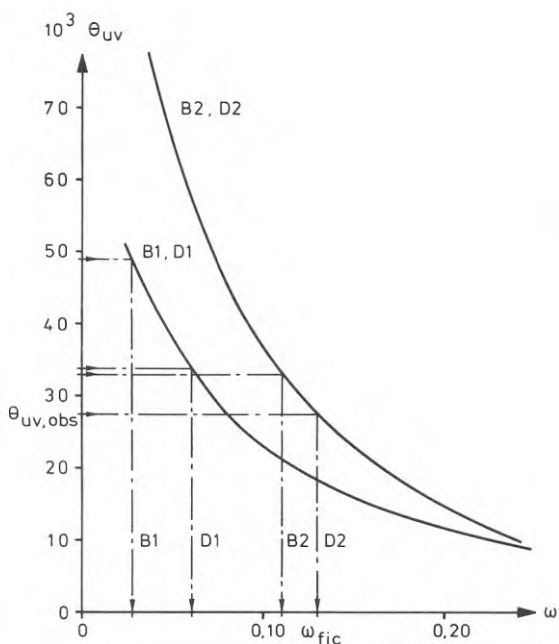


FIG 11.2a

Beräknade samband mellan  $\theta_{uv}$  och  $\omega$  för balkarna B1, D1, B2 och D2 tillhörande Mattocks försöksserie. Det experimentellt bestämda värdet på rotationskapaciteten  $\theta_{uv,obs}$  ger över det till försöket hörande kurvan värdet på  $\omega_{fic}$ .

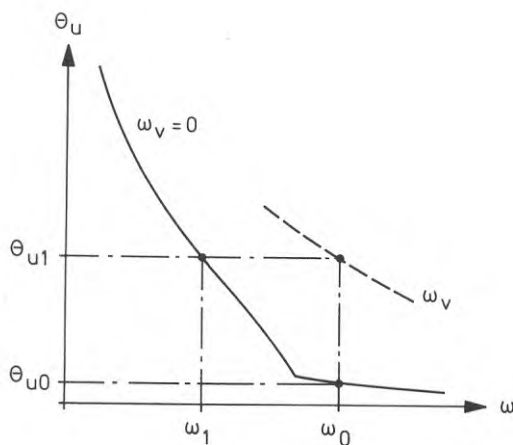


FIG 11.2b

Aktuellt värde på den mekaniska armeringsandelen  $\omega_0$  ger för tvärsnitt utan bygelarmering rotationskapaciteten  $\theta_{u0}$ . Då tvärsnittet bygelarmeras omräknas  $\omega_0$  till  $\omega_1$  varvid rotationskapaciteten ökar till  $\theta_{u1}$ .

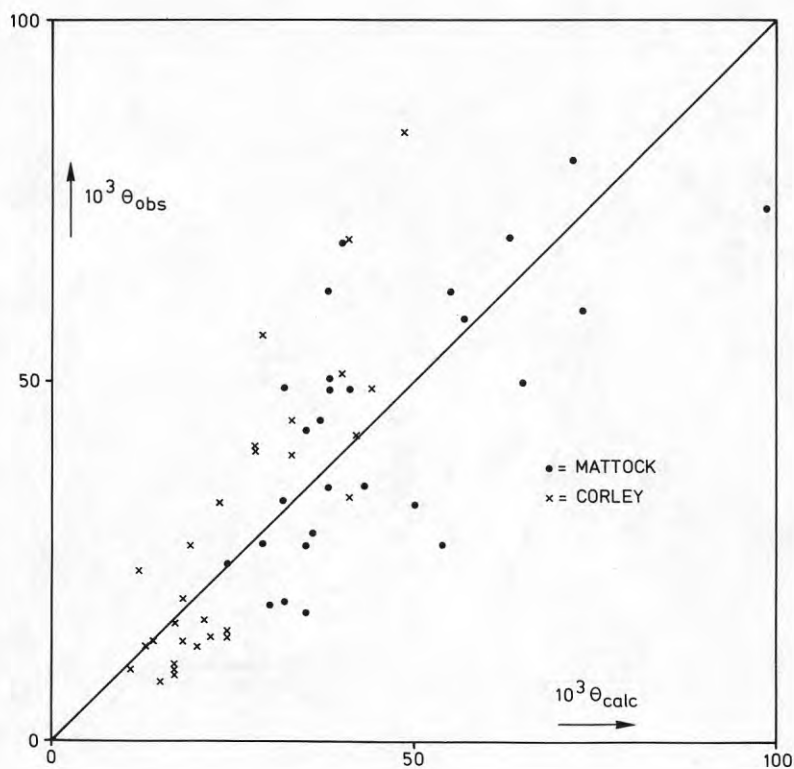


FIG 11.2c

Jämförelse mellan beräknade och de genom Mattocks och Corleys försök bestämda rotationskapaciteterna.



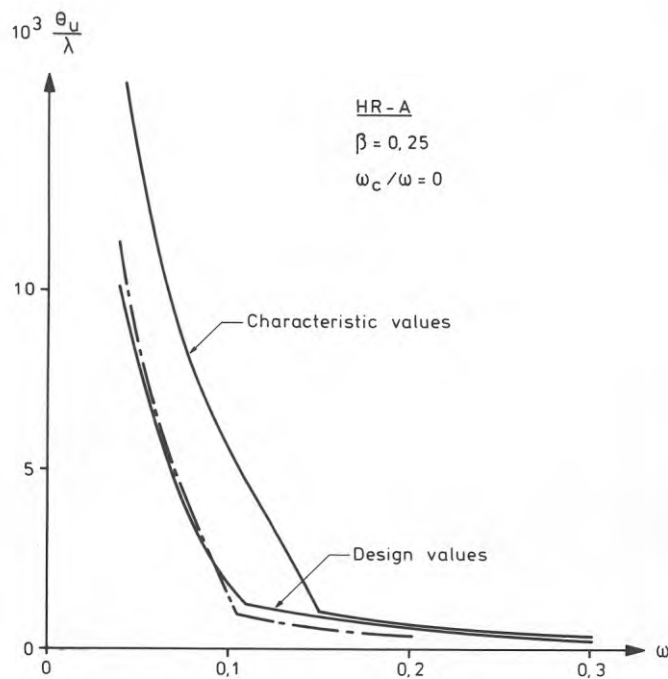


FIG 12a

Rotationskapacitet beräknad på grundval av dels de karakteristiska värdena och dels dimensioneringsvärdena på delmaterialens brottöjningar. Figuren avser tvärsnitt med dragarmering av HR-stål och utan tryckarmering.

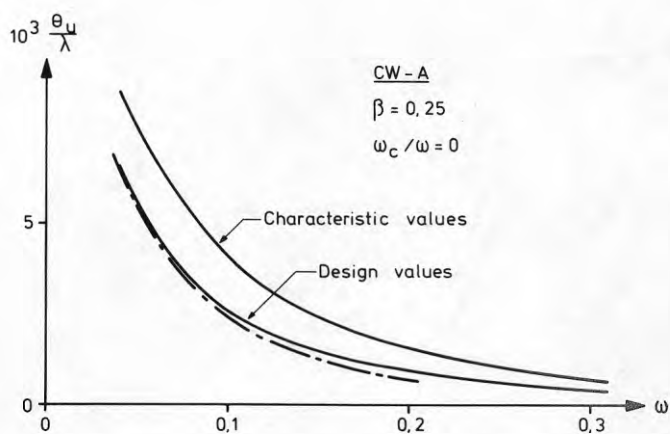


FIG 12b

Rotationskapacitet beräknad på grundval av dels de karakteristiska värdena och dels dimensioneringsvärdena på delmaterialens brottöjningar. Figuren avser tvärsnitt med dragarmering av CW-stål och utan tryckarmering.

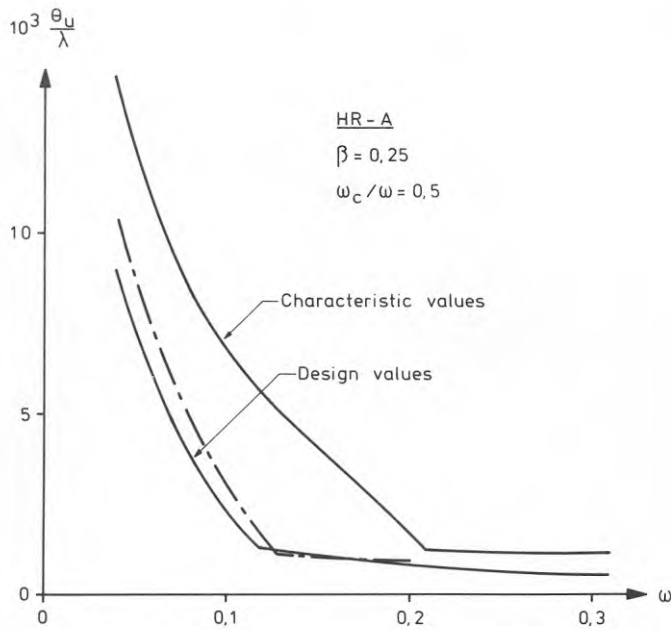


FIG 12c

Rotationskapacitet beräknad på grundval av dels de karakt-  
 eristiska värdena och dels dimensioneringsvärdena på  
 delmaterialens brottöjningar. Figuren avser tvärsnitt  
 armerat med HR-stål och tryckarmering motsvarande  
 $\omega_c / \omega = 0,5$ .

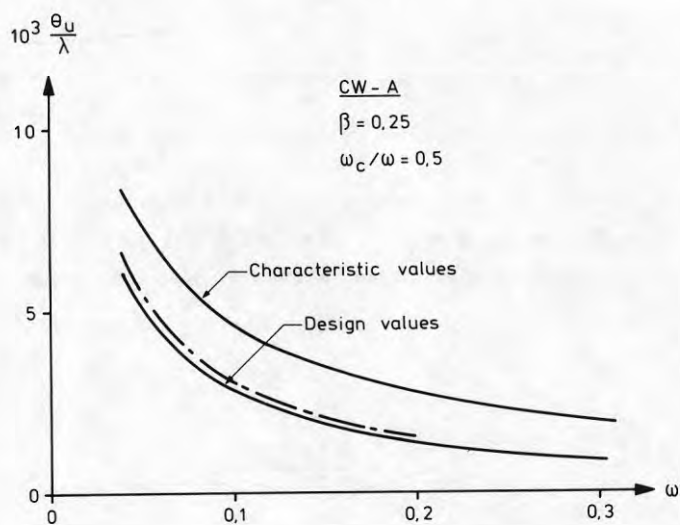


FIG 12d

Rotationskapacitet beräknad på grundval av dels de karakteristiska värdena och dels dimensioneringsvärdena på delmaterialens brottöjningar. Figuren avser tvärsnitt armerat med CW-stål och tryckarmering motsvarande  $\omega_c / \omega = 0,5$ .

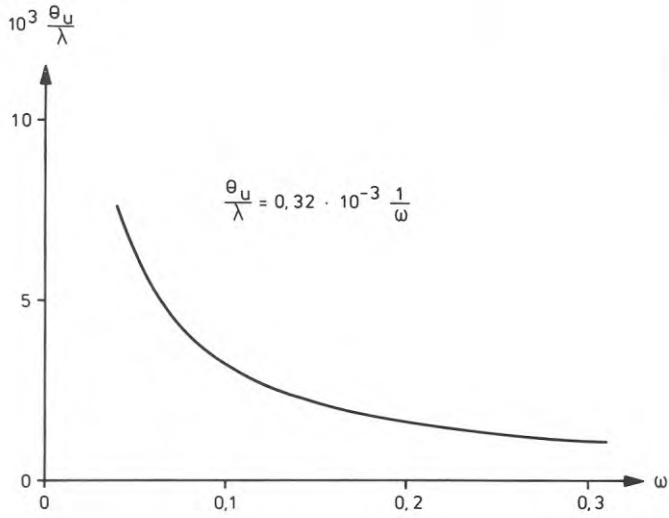


FIG 13a

Samband mellan rotationskapacitet uttryckt genom kvoten  $\theta_u/\lambda$  och den mekaniska armeringsandel  $\omega$ , varvid sambandet har beräknats genom den i figuren angivna formeln.

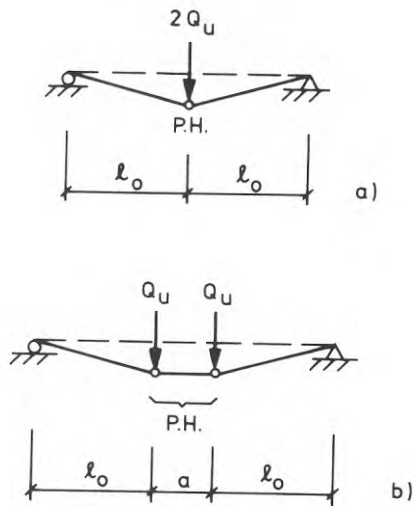


FIG 13b

Flyttled under enkel punktlast, delfigur a, och under punktlastpar, delfigur b.

TABELL 10.2a. Jämförelse mellan experimentellt bestämda flytlängder och beräknade flytlängder

Balk	Arm.	$\lambda$	$\mu_y$	$\mu_y/\mu_u$	$\alpha_{y,obs}$	$\alpha_{y,calc}$	$\alpha_{y,obs}/\alpha_{y,calc}$
902-1	Ks 40	11,0	0,150	0,944	0,83	0,75	1,10
-2	Ps 50	11,4	0,175	0,896	0,49	1,34	0,37
-3	Ks 80	10,8	0,121	0,949	0,54	0,66	0,81
-3A	Ks 60	10,9	0,141	0,943	1,27	0,75	1,69
-4	Ks 40	11,8	0,208	0,954	1,18	0,72	1,64
-5	Ps 50	11,9	0,218	0,935	0,99	0,96	1,03
-6	Ks 80	10,9	0,157	0,982	0,67	0,34	1,97
-6A	Ks 60	11,0	0,175	0,917	0,97	1,07	0,90
-7	Ks 40	5,8	0,239	0,722	1,54	2,02	0,76
-8	Ps 50	5,9	0,225	0,898	0,99	0,98	1,01
-13	Ks 60	9,1	0,065	0,788	1,64	2,00	0,82
-14	Ks 60	7,3	0,060	0,787	1,91	1,64	1,17
-15	Ks 60	5,5	0,061	0,769	1,83	1,38	1,33
-16	Ks 60	4,6	0,065	0,649	1,37	1,76	0,78
-17	Ks 60	3,7	0,057	0,675	1,23	1,36	0,91
-18	Ks 60	9,1	0,101	0,847	1,33	1,50	0,88
-19	Ks 60	7,4	0,124	0,885	0,94	1,02	0,92
-20	Ks 60	5,5	0,090	0,820	0,62	1,15	0,47
-21	Ks 60	4,6	0,107	0,862	1,31	0,87	1,51
-22	Ks 60	3,6	0,101	0,841	1,36	0,85	1,59
-23	Ks 60	9,2	0,190	0,971	0,86	0,47	1,88
-27	Ks 60	3,7	0,176	0,926	1,17	0,75	1,56

CONCRETE: FMC = 1200.0      STEEL: EMS = 350.0      OMEGA = 0.07  
 PHI = 0.363                    ETA = 1.400                    OMC/OM = 0.00  
 EPCO=-0.0020                  EPS1= 0.015  
 EPCU=-0.0035                  EPS0= 0.080  
    EPSU= 0.100

FSC/FST= 1.00                    C/D= 0.100                    CREEP= 0.0                    N= 50

1/R0	MY	KSI	EPSC	FPSSC	FPSS	PSIC	PSIT	PSI
0.00050	0.0094	0.1827	-0.00009	-0.00004	0.00041	0.000003	0.000003	0.000023
0.00100	0.0187	0.1862	-0.00019	-0.00009	0.00081	0.000013	0.000013	0.000094
0.00150	0.0279	0.1884	-0.00028	-0.00013	0.00122	0.000029	0.000029	0.000210
0.00200	0.0371	0.1903	-0.00038	-0.00018	0.00162	0.000052	0.000052	0.000373
0.00250	0.0462	0.1921	-0.00048	-0.00023	0.00202	0.000081	0.000081	0.000581
0.00300	0.0552	0.1948	-0.00058	-0.00028	0.00242	0.000120	0.000120	0.000835
0.00350	0.0641	0.1967	-0.00069	-0.00034	0.00281	0.000165	0.000165	0.001133
0.00400	0.0654	0.1873	-0.00075	-0.00035	0.00325	0.000184	0.000184	0.001460
0.00450	0.0656	0.1778	-0.00080	-0.00035	0.00370	0.000231	0.000231	0.001764
0.00650	0.0663	0.1529	-0.00099	-0.00034	0.00551	0.000287	0.000287	0.002485
0.00850	0.0666	0.1367	-0.00116	-0.00031	0.00734	0.000334	0.000334	0.003414
0.01050	0.0668	0.1258	-0.00132	-0.00027	0.00918	0.000380	0.000380	0.004748
0.01250	0.0670	0.1177	-0.00147	-0.00022	0.01103	0.000424	0.000424	0.006087
0.01450	0.0671	0.1118	-0.00162	-0.00017	0.01288	0.000470	0.000470	0.007428
0.01650	0.0672	0.1069	-0.00176	-0.00011	0.01474	0.000514	0.000514	0.008772
0.01850	0.0685	0.1041	-0.00193	-0.00008	0.01657	0.000573	0.000573	0.001217
0.02050	0.0700	0.1025	-0.00210	-0.00005	0.01840	0.000642	0.000642	0.001351
0.02250	0.0714	0.1014	-0.00228	-0.00003	0.02022	0.000717	0.000717	0.001492
0.02450	0.0727	0.1008	-0.00247	-0.00002	0.02203	0.000798	0.000798	0.001637
0.02650	0.0740	0.1005	-0.00266	-0.00001	0.02384	0.000884	0.000884	0.001783
0.02850	0.0752	0.1004	-0.00286	-0.00001	0.02564	0.000975	0.000975	0.001932
0.03050	0.0763	0.1010	-0.00308	-0.00003	0.02742	0.001082	0.001082	0.002084
0.03250	0.0774	0.1019	-0.00331	-0.00006	0.02919	0.001198	0.001198	0.002237
0.03450	0.0783	0.1031	-0.00356	-0.00011	0.03094	0.001324	0.001324	0.002393
0.03404	0.0781	0.1028	-0.00350	-0.00010	0.03054	0.001295	0.001295	0.002357

BETA=-0.06      TETA/LAMBDA=0.002545  
 BETA= 0.00      TETA/LAMBDA=0.003159  
 BETA= 0.25      TETA/LAMBDA=0.009290

FIG A.5a Exempel på utskrift av resultat från beräkning enligt alternativ 1.

CONCRETE: EMC = 1200.0 STEEL: EMS = 350.0  
 PHI = 0.342 ETA = 1.100  
 EPC0=-0.0025 EPS1= 0.000  
 EPCU=-0.0070 EPS0= 0.050  
 EPSU= 0.065

FSC/FST= 1.00 C/D= 0.100 CREEP= 0.0 NI= 50

1/R0	MY	KSI	EPSC	EPSSC	EPSS	PSIC	PSYT	PSI
0.00050	0.0225	0.2805	-0.00014	-0.00009	0.00036	0.0000011	0.0000011	0.0000057
0.00100	0.0447	0.2914	-0.00029	-0.00019	0.00071	0.0000046	0.0000050	0.0000225
0.00150	0.0663	0.2961	-0.00044	-0.00029	0.00106	0.0000105	0.0000113	0.0000503
0.00200	0.0874	0.3024	-0.00060	-0.00040	0.00140	0.0000192	0.0000206	0.0000888
0.00250	0.1080	0.3080	-0.00077	-0.00052	0.00173	0.0000305	0.0000329	0.0001377
0.00300	0.1279	0.3143	-0.00094	-0.00064	0.00206	0.0000450	0.0000486	0.0001967
0.00350	0.1473	0.3207	-0.00112	-0.00077	0.00238	0.0000624	0.0000677	0.0002655
0.00400	0.1661	0.3270	-0.00131	-0.00091	0.00269	0.0000830	0.0000903	0.0003439
0.00450	0.1722	0.3187	-0.00143	-0.00098	0.00307	0.0000947	0.0001032	0.0004293
0.00500	0.1743	0.3077	-0.00154	-0.00104	0.00346	0.0001254	0.0001381	0.0004741
0.00700	0.1797	0.2771	-0.00194	-0.00124	0.00506	0.0001591	0.0001754	0.0011291
0.00900	0.1830	0.2560	-0.00230	-0.00140	0.00670	0.0001882	0.0002083	0.0014921
0.01100	0.1855	0.2420	-0.00266	-0.00156	0.00834	0.0002177	0.0002419	0.0018607
0.01300	0.1873	0.2313	-0.00301	-0.00171	0.00990	0.0002457	0.0002741	0.0022336
0.01500	0.1888	0.2239	-0.00336	-0.00186	0.01164	0.0002752	0.0003083	0.0026098
0.01700	0.1901	0.2183	-0.00371	-0.00201	0.01329	0.0003047	0.0003430	0.0029888
0.01900	0.1910	0.2138	-0.00406	-0.00216	0.01494	0.0003341	0.0003779	0.0033690
0.02100	0.1919	0.2105	-0.00442	-0.00232	0.01658	0.0003642	0.0004142	0.0037530
0.02300	0.1926	0.2077	-0.00478	-0.00248	0.01822	0.0003937	0.0004503	0.0041376
0.02500	0.1932	0.2059	-0.00515	-0.00265	0.01985	0.0004247	0.0004890	0.0045234
0.02700	0.1935	0.2062	-0.00557	-0.00287	0.02143	0.0004632	0.0005381	0.0049101
0.02900	0.1934	0.2100	-0.00609	-0.00319	0.02291	0.0005172	0.0005973	0.0052973
0.03100	0.1931	0.2148	-0.00666	-0.00356	0.02434	0.0005780	0.0006686	0.0056839
0.03300	0.1923	0.2206	-0.00728	-0.00398	0.02572	0.0006450	0.0007744	0.0060693

LAMBDA= 2.00 TETA=0.027428  
 LAMBDA= 3.00 TETA=0.021413  
 LAMBDA= 4.00 TETA=0.018280  
 LAMBDA= 5.00 TETA=0.016373

FIG A.5b Exempel på utskrift av resultat från beräkning enligt





## APPENDIX

I detta appendix presenteras och kommenteras det datamaskinprogram, som utvecklats för beräkning av rotationskapacitet hos en flytled i en armerad betongbalk. Programmet har skrivits i ALGOL 60 med notation enligt de konventioner, som tillämpas vid maskinsystemet UNIVAC 1108.

Inledningsvis belyses översiktligt programmets beräkningsmöjligheter. Därefter ges en beskrivning av programmet jämte programlistan och slutligen visas exempel på resultatutskrift.

### A.1 Beräkningsalternativ

Tre alternativa beräkningsvägar är möjliga. Samtliga inleder med en beräkning av nedan förtecknade storheter avseende den betraktade tvärsektionen. Härvid används den dimensionslösa krökningen  $1/\rho$  som styrande parameter. Krökningen ökas stegvis från noll till det värde som ger materialbrott. Steglängden före flytmoment är därvid  $\Delta(1/\rho) = 0,5 \cdot 10^{-3}$  och efter flytmoment  $\Delta(1/\rho) = 2,0 \cdot 10^{-3}$ .

De beräknade storheterna, vilka alla ges i dimensionslös form, är följande

- $\mu$  böjmoment,
- $\xi$  tryckzonens höjd,
- $\epsilon_c$  maximal betongstukning,
- $\epsilon_{sc}$  eventuell tryckarmerings stukning,
- $\epsilon_s$  dragarmeringens töjning,
- $\psi_c$  den tryckta betongens bidrag till  $\psi$ ,
- $\psi_t$  tryckzonens bidrag till  $\psi$ ,
- $\psi$  total inom tvärsektionen konsumerad deformationsenergi per längdenhet balk.

De i detta inledande beräkningsavsnitt erhållna värdena utskrivs i tabellform genom proceduren SKRIV(K).

Beräkningen kan härefter gå vidare efter två vägar.

Alternativ 1 avser beräkning utan hänsyn tagen till tvärkraftens effekt på rotationskapaciteten. Härvid erhålls kvoten  $\theta_u/\lambda$  enligt ekv (6.3.2) för begärda momentvariationer uttryckta i koefficienten  $\beta$ . Beräkningsre-

sultat enligt detta alternativ skrivs ut genom proceduren SKRIW 1.

Alternativ 2 avser beräkning med hänsyn tagen till tvärkraftens inverkan enligt den beräkningsmodell som anvisas i kapitel 10. I detta alternativ är alltid  $\beta = 0$ , dvs momentvariationen över rotationsspännets längd antas vara linjär. Beräkningen ger rotationskapaciteten  $\theta_u$  svarande mot inlästa värden på rotationsspännets slankhet  $\lambda$ . Resultat enligt detta alternativ skrivs ut genom proceduren SKRIW 2.

Alternativ 3 är en kombination av alternativen 1 och 2. Det används då man med en och samma körning önskar rotationskapaciteten beräknad med och utan hänsyn till tvärkraftens inverkan. Då detta alternativ väljs måste såväl  $\beta$ - som  $\lambda$ -värden inläsas.

#### A.2 Till huvudprogrammet hörande proceduredeklarationer

Före huvudprogrammet ligger ett antal proceduredeklarationer, vilka kommenteras i det följande. Sifferhänvisningarna inom parentes avser därvid radnummer i den i avsnitt A.4 återgivna programlistan.

INDATA

(12 - 26)

Denna procedure omfattar inläsning av datakort. Följande indatakort kan därvid förekomma.

TYP-kort. Innehåller ett heltal, som anger önskat beräkningsalternativ. Heltalet får vara 1, 2, 3 eller ett negativt tal. Ett negativt tal medför uthopp från programmet.

STEEL-kort. Innehåller beskrivning av armeringsstålets arbetslinje.

Följande uppgifter stansas i löpande följd.

Ståltyp, 1 för HR-stål, 2 för CW-stål.

Stålets dimensionslösa elasticitetsmodul  $e_s$ .

Kvoten  $\eta = f_{stu} / f_{st}$ .

Konsolideringsgränsen  $\epsilon_1$ . Vid CW-stål sätts  $\epsilon_1 = 0$ .

Gränstöjningen  $\epsilon_o$ .

Brottöjningen  $\epsilon_{su}$ .

CONCRETE-kort. Innehåller beskrivning av betongens arbetslinje. Följande uppgifter stansas i löpande följd.

Betongens dimensionslösa elasticitetsmodul  $e_c$ .

Koefficienten  $\kappa_2$  i sambandet (2.1.2).

Gränstöjningen  $\epsilon_o$ , med negativt tecken.

Brottöjningen  $\epsilon_{cu}$ , med negativt tecken.

Kryptalet  $\varphi$ . Om krypning ej beaktas sätts  $\varphi = 0$ .

FC-kort. Detta kort innehåller kvoten mellan tryckarmeringens och dragarmeringens hållfasthet, dvs  $\nu = f_{sc}/f_{st}$ , samt tryckarmeringens dimensionslösa kantavstånd  $\gamma = c/d$ . Kortet måste finnas med även då tryckarmering ej förekommer. Stansa i detta fall t ex 1.0 0.1

OMEGA-kort. Kortet skall börja med ett heltal som anger antalet av efterföljande  $\omega$ -värden. I löpande följd ges därefter de  $\omega$ -värden för vilka beräkning skall ske.  $\omega$ -värdena får vid behov sträcka sig över flera kort.

OMEGAC-kort. Kortet skall börja med ett heltal som anger antalet av efterföljande  $\omega_c/\omega$ -värden. I löpande följd stansas därefter de  $\omega_c/\omega$ -värden för vilka beräkning skall ske. De senare får vid behov sträcka sig över flera kort. Då tryckarmering inte förekommer stansas i detta kort 1 0.0

BETA-kort. Kortet skall börja med ett heltal som anger antalet av efterföljande  $\beta$ -värden. I löpande följd stansas därefter de  $\beta$ -värden för vilka beräkning skall ske. Följande  $\beta$ -värden är aktuella: -0,06, 0 och 0,25. Detta kort utelämnas vid beräkningsalternativ 2.

LAMBDA-kort. Kortet skall börja med ett heltal som anger antalet av efterföljande  $\lambda$ -värden. I löpande följd ges därefter de  $\lambda$ -värden för vilka beräkning skall ske. Detta kort utelämnas vid beräkningsalternativ 1.

N-kort. Kortet innehåller ett heltal som anger antalet strimlor i den fiktiva tryckzonen. Rotationsspännets längd indelas i samma antal delar.

Korten måste inläsas i den angivna ordningsföljden.

Ett run kan omfatta en serie beräkningar där varje beräkning beskrivs med en komplett serie indatakort enligt ovan. Det sista datakortet inom ett run måste vara ett TYP-kort, innehållande ett negativt heltal.

RUBRIC (28 - 38)

Anrop av denna procedure medför framflyttning av radskrivarens papper till ny sida samt utskrift av rubrik vilken inkluderar ingångsdata. Rubrikens omfattning i övrigt framgår av exempel i avsnitt A.5.

SKRIV(K) (40 - 46)

Proceduren ger utskrift av en rad i den resultattabell som nämns i avsnitt A.1.

SKRIW 1 (48 - 51)

Anrop av denna procedure medför utskrift av ett inläst  $\beta$ -värde samt det för detta beräknade värdet på  $\theta_u/\lambda$ .

SKRIW 2 (53 - 56)

Anrop av denna procedure medför utskrift av ett inläst  $\lambda$ -värde samt det för detta beräknade värdet på  $\theta_{uv}$ .

TRYCK (58 - 71)

Anrop av denna procedure medför utskrift av aktuell fördelning av tryckpåkänningarna i balkens tryckzon. Ordinärt anropas inte denna procedure i huvudprogrammen, men möjligheten att studera påkänningsfördelningen finns alltså inbyggt i programmet och kan utnyttjas vid behov.

CONCRETE (E,DE,SI,EM,FI,EO,CR,I) (73 - 97)

Denna procedure ger den dimensionslösa betongtryckpåkänningen  $\sigma_c/f_{cc}$  som funktion av töjningen  $\epsilon_c$  i tryckzonens strimla nr i. Vid pålastning beräknas påkänningen ur sambandet (2.1.2), vid avlastning ur uttrycket för en avlastningsgren enligt FIG 2.1a. Proceduren förutsätter två globalt deklarerade storheter, nämligen array EA, EB (1:N). Dessa är från början nollställda men då avlastning uppträder i någon strimla inläggs i motsvarande positioner i EA och EB sådana upplysningar som bestämmer avlastningsgrenens läge i betongens  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagram. Proceduren ger  $\sigma_c/f_{cc}$  med negativt tecken.

De i parameterlistan uppräknade parametrarna är:

- E det aktuella värdet på betongtöjningen  $\epsilon_{ci}$  i strimla nr i,  
 DE tillväxten i  $\epsilon_{ci}$  under ett beräkningssteg. Tecknet avgör om betongen är under på- eller avlastning,  
 SI det av proceduren beräknade värdet på  $\sigma_c/f_{cc}$ ,  
 EM betongens momentana elasticitetsmodul i dimensionslös form,  
 FI koefficienten  $\kappa_2$  i uttrycket (2.1.2),  
 EO betongens gränstöjning  $\epsilon_o$ ,  
 CR kryptalet  $\phi$ ,  
 I aktuell strimlas nummer.

STEEL (Z,E,DE,SI,EM,Y,E1,EO) (99 - 146)

Denna procedure ger den dimensionslösa armeringspåkänningen  $\sigma_s/f_{st}$  som funktion av töjningen  $\epsilon_s$  i dragarmeringen eller påkänningen  $\sigma_{sc}/f_{sc}$  som funktion av töjningen  $\epsilon_{sc}$  i tryckarmeringen. Vid pålastning beräknas påkänningen ur för aktuell ståltyp gällande  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagram, jfr avsnitt (2.2), vid avlastning ur uttrycket för en avlastningsgren i princip enligt FIG 2.2a. Proceduren förutsätter två globalt deklarerade storheter, nämligen real TA,TB. Dessa är från början nollställda men tilldelas då avlastning uppträder sådana värden som bestämmer avlastningsgrenens läge i stålets  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagram. Proceduren ger den dimensionslösa påkänningen med positivt tecken. Huvudprogrammet måste därför företa en teckenkorrektur då proceduren tillämpas på tryckarmering.

De i parameterlistan uppräknade parametrarna är:

- Z indikation på ståltyp, 1 för HR-stål, 2 för CW-stål,  
 E ståltöjningens aktuella värde  $\epsilon_s$ ,  
 DE tillväxten i  $\epsilon_s$  under aktuellt beräkningssteg. Tecknet avgör om stålet är under på- eller avlastning,  
 SI det av proceduren beräknade värdet på  $\sigma_s/f_{st}$  eller  $\sigma_{sc}/f_{sc}$ ,  
 EM stålets dimensionslösa elasticitetsmodul  $e_s$ ,  
 Y koefficienten  $\eta = f_{stu}/f_{st}$ ,  
 E1 stålets konsolideringsgräns  $\epsilon_1$  (= 0 för CW-stål),  
 EO stålets gränstöjning  $\epsilon_o$ .

INTERPOL (A,E,X,AE)

(148 - 160)

Proceduren används för linjär interpolation i av programmet framräknade tabeller. Tillämpningen framgår av följande parameterförklaring.

- A namn på den tabellkolumn, deklarerad som array, i vilken interpolation skall ske,
- E namn på argumentkolumn deklarerad som array,
- X aktuellt argumentvärde,
- AE högsta radnumret i kolumnerna A och E. Radnumreringen förutsätts börja med 1.

Proceduren är en real procedure. Procedurenamnet INTERPOL antar därför det framräknade värdet vid anrop.

### A.3 Huvudprogram

Huvudprogrammet börjar på rad 162 med inläsning av aktuella data. Programstrukturen karakteriseras av två slingor, av vilka den yttersta avser successiva värden på  $\omega_c/\omega$  och den inre av successiva värden på  $\omega$ . Innanför slingorna kan programmet uppdelas i ett antal avsnitt. Det första, som sträcker sig till och med rad 221, bestämmer genom iteration den inre jämvikten enligt sambandet (3.3.1) för varje ny ökning av krökningen  $1/\rho$ . Avsnittet ger därvid samtidigt töjningsfördelning över tvärsnittets höjd och därmed även tryckzonshöjden  $\xi$ .

Iterationen fortgår vid variation av dragarmeringens töjning  $\epsilon_s$  tills ekv (3.3.1) är uppfylld med en viss tolerans. För att spara beräkningstid har toleransen gjorts variabel enligt följande. Till en början är den 2 °/oo av kraften i dragarmeringen. Uppnås ej jämvikt inom fem iterationer ökas toleransen med ytterligare 2 °/oo. Detta förfarande upprepas, dock högst till dess att toleransen uppgår till 10 °/oo. Kontrollutskriften har visat att toleransen ordinärt blir 2 à 4 °/oo.

Ett följande avsnitt av programmet, rad 222 till rad 238, beräknar det mot det funna jämviktssläget svarande dimensionslösa böjmomentet  $\mu$  enligt uttrycket (4.10). I samband härmed kontrolleras om brottmomentet  $\mu_u$  har uppnåtts, varvid  $\mu_u$  är bestämt enligt någon av de definitioner som ges i kapitel 4. Om momentökningen i ett beräkningssteg är mindre än 1/10 av momentökningen i det första beräkningssteget anses flytmomentet  $\mu_y$  vara uppnått. Härfter ökas steglängden på den styrande pa-



rametern  $\Delta(1/\rho)$  till det fyrdubbla.

Programavsnittet, som går från rad 239 till rad 267, bestämmer den under beräkningssteget inträffade ökningen i deformationsenergi per längdenhet balk  $\psi$  beräknad över sambandet (5.5). Härvid beräknas bidragen från betong, tryckarmering och dragarmering vart för sig. Den beräknade energin ackumuleras enligt ekv (5.9). Detta programavsnitt avslutas med utskrift av de tabellvärden som uppräknas i avsnitt A.1.

Det följande programavsnittet sträcker sig från rad 268 till rad 294. Här kontrolleras nu om materialbrott har inträffat under beräkningssteget, dvs om  $|\epsilon_c| \geq |\epsilon_{cu}|$  eller om  $\epsilon_s \geq \epsilon_{su}$ . Är så inte fallet ökas krökningen med ytterligare ett steg och de ovan beskrivna beräkningarna upprepas. Konstateras materialbrott är antingen  $\epsilon_c$  eller  $\epsilon_s$  något för stor. De under avsnitt A.1 uppräknade storheterna bestämda under det sista beräkningssteget justeras därför genom interpolation så att de motsvarar just  $\epsilon_{cu}$  eller  $\epsilon_{su}$  beroende av om materialbrott inträffar i betongen eller i stålet. Efter korrektion skrivs de nya värdena hörande till sista beräkningssteget ut på nytt. Denna korrektion verkställs endast då brottmomentet bestäms av materialbrott.

Nästa programavsnitt, rad 298 till rad 316, är aktuellt för beräkningsalternativen 1 och 3. Det beräknar rotationskapaciteten utan hänsyn tagen till tvärkraftens inverkan för önskade momentfördelningar beskrivna genom koefficienten  $\beta$ , jfr FIG 6.1b. Beräkningen sker över sambandet (6.3.2). De aktuella värdena på  $\beta$  och de beräknade värdena på kvoten  $\theta_u/\lambda$  skrivs ut.

Det sista programavsnittet, rad 317 till rad 340, avser beräkningsalternativen 2 och 3. Det beräknar rotationskapaciteten med hänsyn tagen till tvärkraftens inverkan genom uttrycket (10.1.9) för önskade värden  $\lambda$  på rotationsspännets dimensionslösa längd. De aktuella värdena på  $\lambda$  jämte de beräknade värdena på rotationskapaciteten  $\theta_{uv}$  skrivs ut.



## A.4 Programlista i ALGOL 60

```

1 BEGIN COMMENT ROTATIONSKAPACITET VERSION 10;
2   INTEGER I,I1,I2,I3,M,N,NBE,NLA,NOM,NOMC,RV,RW,ST,TYP;
3   REAL AL,BE,C,CU,DCU,DEC,DES,DS1,DS2,EC,ECAUX,ECU,ECO,EMC,EMS,ES,
4     ESAUX,ESC,ESU,ESU,ES1,ETAUX,F,FS,KA1,KA2,KA3,MI,MU,MY,MYP,MY1,
5     NY,OM,OMC,PHI,PSI,PSIC,PSIS,PSIT,RE,RIG,RIGO,SIC,SIS,SISC,SOM,
6     SUM,T,TA,TAC,TAT,TB,TBC,TBT,TET,VI,X,XM,XU,Y,Z,ZU,A,LA,M1,M2,
7     SMY,DESC,MF;
8   BOOLEAN CONT,FIRST,ITER,VAL;
9   ARRAY ABE,ALA,UMC(1:10),UM(1:20),EA,EB(1:60),
10     ACU,AEC,AES,AESC,AMY,APSI,APSIK,APSIK,APSIK,AX,SL(1:100);
11
12   PROCEDURE INDATA;
13   BEGIN INTEGER K;
14     READ(TYP);
15     IF TYP LSS 0 THEN GO TO FIN;
16     READ(ST,EMS,Y,ES1,ESU,ESU);
17     READ(EMC,PHI,ECU,ECU,VI);
18     READ(F,C);
19     READ(NOM, FOR K=(1,1,NOM) DO UM(K));
20     READ(NOMC, FOR K=(1,1,NOMC) DO UMC(K));
21     IF TYP EQL 1 OR TYP EQL 3 THEN
22       READ(NBE, FOR K=(1,1,NBE) DO ABE(K));
23     IF TYP EQL 2 OR TYP EQL 3 THEN
24       READ(NLA, FOR K=(1,1,NLA) DO ALA(K));
25     READ(N);
26   END INDATA;
27
28   PROCEDURE RUBRIC;
29   BEGIN FORMAT RU(E4,X8,'CONCRETE: EMC =',D7,1,X6,'STEEL: EMS =',
30     D6,1,X6,'OMEGA =',D5,2,A2,X19,'PHI =',D7,3,X14,'ETA =',D6,3,X6,
31     'OMC/OM=',D5,2,A1,X19,'EPCO=',D7,4,X14,'EPS1=',D6,3,A1,X19,
32     'EPCU=',D7,4,X14,'EPSU=',D6,3,A1,X45,'EPSU=',D6,3,A1,2,X8,
33     'FSC/FST=',D5,2,X15,'C/D=',D6,3,X15,'CREEP=',D4,1,X15,'N=',I3,
34     A1,2,X10,'1/RO',X8,
35     'MY',X9,'KSI',X8,'EPSC',X7,'EPSSC',X8,'EPSS',X8,'PSIC',X8,
36     'PSIT',X8,'PSI',A1,1);
37   WRITE(RU,EMC,EMS,OM,PHI,Y,OMC,ECU,ES1,ECU,ESU,ESU,F,C,VI,N)
38   END RUBRIC;
39
40   PROCEDURE SKRIV(K);
41   VALUE K;
42   INTEGER K;
43   BEGIN FORMAT TA(X8,D7,5,2D11,4,3D12,5,D14,7,2D12,7,A1);
44     WRITE(TA,ACU(K),AMY(K),AX(K),AEC(K),AESC(K),AES(K),
45     APSIC(K),APSIK(K),APSIK(K));
46   END SKRIV;
47
48   PROCEDURE SKRIW1;
49   BEGIN FORMAT F(X8,'BETA=',D5,2,X4,'TETA/LAMBDA=',D8,6,A2);
50     WRITE(F,BE,TET)
51   END SKRIW1;
52
53   PROCEDURE SKRIW2;
54   BEGIN FORMAT F(X8,'LAMBDA=',D6,2,X8,'TETA=',D8,6,A2);
55     WRITE(F,LA,TET)
56   END SKRIW2;

```

```

58  PROCEDURE TRYCK;
59  BEGIN INTEGER K;
60    REAL E,DE,S;
61    FORMAT AA(E4,X10,'DISTRIBUTION OF CONCRETE STRESSES',A1,1,
62            X10,'STRIP NO',X6,'SIGMA/FCC',X9,'EA',X14,'EB',A1,1),
63            BB(I15,D16,3,2D16,6,A1));
64    WRITE(AA);
65    FOR K=1 STEP 1 UNTIL N DO
66      BEGIN E=ES+CU*(XM-1+AL*(0.5-K));
67            DE=DES+DCU*(XM-1+AL*(0.5-K));
68            CONCRETE(E,DE,S,EMC,PHI,ECO,VI,K);
69            WRITE(BB,K,S,EA(K),EB(K))
70      END
71  END TRYCK;

72  PROCEDURE CONCRETE(E,DE,SI,EM,FI,EO,CR,I);
73  VALUE E,DE,EM,FI,EO,CR,I;
74  INTEGER I;
75  REAL E,DE,SI,EM,FI,EO,CR;
76  BEGIN REAL F,H,K,S;
77    REAL PROCEDURE SIGMA(T);
78    VALUE T;
79    REAL T;
80    BEGIN
81      SIGMA=(K*T+(FI-1)*T*T)/(1+(K-2)*T+FI*T*T);
82    END SIGMA;
83    K=-EM*EO;
84    S=E/EO/(1+CR);
85    IF S LSS EB(I) THEN BEGIN SI=0; GO TO B END;
86  A: IF EB(I) EQL 0 AND -DE GEQ 0 THEN
87    BEGIN SI=-SIGMA(S); GO TO B END;
88    IF EB(I) EQL 0 AND -DE LSS 0 THEN
89    BEGIN EA(I)=F=S-DE/EO/(1+CR);
90          H=SIGMA(F);
91          EB(I)=F-H/K
92    END;
93    IF S GTR EA(I) THEN BEGIN EA(I)=EB(I)=0; GO TO A END;
94    SI=-K*(S-EB(I));
95  B:
96  END CONCRETE;

97
98  PROCEDURE STEEL(Z,E,DE,SI,EM,Y,E1,EO);
99  VALUE Z,E,DE,EM,Y,E1,EO;
100  INTEGER Z;
101  REAL E,DE,SI,EM,Y,E1,EO;
102  BEGIN REAL H;
103    REAL PROCEDURE SIGMA(T);
104    VALUE T;
105    REAL T;
106    BEGIN REAL AL2,BE,D1,D2,D3,E2,G1,G2,G3,K,S,S1,S2;
107      IF Z EQL 2 THEN GO TO LL;
108      E2=1/EM;
109      IF T LSS E2 THEN BEGIN SIGMA=T*EM; GO TO L END;
110      IF T LSS E1 THEN BEGIN SIGMA=1.0; GO TO L END;

```

```

112         IF T LSS E0 THEN
113         BEGIN S=(E0-T)/(E0-E1);
114             SIGMA=Y-(Y-1)*S*S;
115             GO TO L
116         END;
117         SIGMA=Y;
118         GO TO L;
119     LL: D1=E0-0.002-1/EM;
120         D2=EM*E0-Y;
121         D3=Y-1;
122         S1=EM*D1;
123         S2=D2*D3;
124         G1=S1*S1-4*S2;
125         G2=S2*(D2-D3);
126         G3=S2*S2;
127         BE=(G2+SQRT(G2*G2-G1*G3))/G1;
128         K=D1*D1/D3/(2*BE-D3);
129         E2=(E0+K*EM*(Y-BE))/(1+K*EM*EM);
130         AL2=K*BE*BE;
131         SIGMA=IF T LSS E2 THEN T*EM ELSE
132             Y-BE*(1-SQRT(1-(E0-T)*(E0-T)/AL2));
133     L:
134     END SIGMA;
135     A: IF TB EQL 0 AND DE GEQ 0 THEN
136         BEGIN SI=SIGMA(E); GO TO B END;
137         IF TB EQL 0 AND DE LSS 0 THEN
138         BEGIN TA=E-DE;
139             H=SIGMA(TA);
140             TB=TA-H/EM
141         END;
142         IF E GTR TA THEN
143         BEGIN TA=TB=0; GO TO A END
144         ELSE SI=EM*(E-TB);
145     B:
146     END STEEL;
147
148     REAL PROCEDURE INTERPOL(A,E,X,AE);
149     VALUE X,AE;
150     INTEGER AE; REAL X; ARRAY A,E;
151     BEGIN INTEGER I,K;
152         REAL D,S;
153         FOR I=1 STEP 1 UNTIL AE DO
154             IF ABS(X) LSS ABS(E(I)) THEN BEGIN K=I-1; GO TO Z END;
155     Z: IF K EQL 0 THEN K=1;
156         D=(E(K+1)-E(K))/E(K);
157         IF ABS(D) LSS 1E-6 THEN BEGIN S=(A(K+1)+A(K))/2; GO TO Y END;
158         S=A(K)+(A(K+1)-A(K))*(X/E(K)-1)/D;
159     Y: INTERPOL=S
160     END INTERPOL;

```

```

162 LL:INDATA;
163   FOR I1=1 STEP 1 UNTIL NOMC DO
164     BEGIN OMC=UMC(I1);
165       FOR I2=1 STEP 1 UNTIL NOM DO
166         BEGIN OM=UM(I2);
167           RUBRIC;
168           CU=ES=MYP=PSIC=PSIT=PSIS=SMY=0;
169           DCU=5&-4;
170           FIRST=CONT=TRUE;
171           VAL=FALSE;
172           NY=OM*EMS*(1+VI)/EMC;
173           XO=NY*(SQRT((1+OMC/F)*(1+OMC/F)+2*(1+C*OMC/F)/NY)-(1+OMC/F));
174           XM=1.25*XO;
175           AL=XM/N;
176           RV=0;
177           FOR I=1 STEP 1 UNTIL N DO EA(I)=EB(I)=0;
178           TAT=TBT=TAC=TBC=0;
179 LO:   ITER=FALSE;
180       CU=CU+DCU;
181       IF FIRST THEN DES=(1-XO)*DCU;
182       DS1=DS2=0;
183       RW=0;
184       T=0.002;
185 L1:   IF RW EQL 5 THEN
186       BEGIN RW=0;
187         IF T LSS 0.010 THEN T=T+0.002
188       END;
189       IF ITER THEN RW=RW+1;
190       ES=ES+DES;
191       TA=TAT; TB=TBT;
192       STEEL(ST,ES,DES,SIS,EMS,Y,ES1,ES0);
193       TAT=TA; TBT=TB; TAC=TAC; TBC=TBC;
194       ESC=ES-(1-C)*CU;
195       DESC=SIGN(ESC)*(DES-(1-C)*DCU);
196       STEEL(ST,ABS(ESC),DESC,SISC,EMS,Y,ES1,ES0);
197       SISC=SIGN(ESC)*SISC;
198       TAC=TA; TBC=TB;
199       X=1-ES/CU;
200       IF FIRST THEN GO TO L3;
201       SUM=0;
202       FOR I=1 STEP 1 UNTIL N DO
203         BEGIN EC=ES+CU*(XM-1+AL*(0.5-I));
204           DEC=DES+DCU*(XM-1+AL*(0.5-I));
205           CONCRETE(EC,DEC,SIC,EMC,PHI,ECO,VI,I);
206           SUM=SUM+SIC
207         END;
208       FS=OM*SIS;
209       RE=AL*SUM+OM*OMC*SISC+FS;
210       IF ABS(RE) LSS T*FS THEN GO TO L3;
211       ES=ES-DES;
212       IF ITER THEN GO TO L2;
213       IF RE LSS 0 THEN
214         BEGIN DS1=DES; DES=DES+0.0001 END ELSE
215         BEGIN DS2=DES; DES=DES-0.0001 END;
216       IF DS1 NEQ 0 AND DS2 NEQ 0 THEN
217         BEGIN DES=(DS1+DS2)/2; ITER=TRUE END;
218       GO TO L1;

```

```

219 L2:      IF RE LSS 0 THEN DS1=DES ELSE DS2=DES;
220          DES=(DS1+DS2)/2;
221          GO TO L1;
222 L3:      SUM=0;
223          FOR I=1 STEP 1 UNTIL N DO
224              BEGIN EC=ES+CU*(XM-1+AL*(0.5-I));
225                  DEC=DES+DCU*(XM-1+AL*(0.5-I));
226                  CONCRETE(EC,DEC,SIC,EMC,PHI,ECO,VI,I);
227                  SUM=SUM+SIC*(0.5-I)
228              END;
229          MY=AL*AL*SUM+OM*(SIS*(1-XM)+OMC*SISC*(C-XM));
230          IF MY LSS MYP AND NOT VAL THEN
231              BEGIN M=RV; SMY=MYP; VAL=TRUE END;
232          IF MY GTR SMY AND VAL THEN VAL=FALSE;
233          IF FIRST THEN BEGIN MY1=MY/10; FIRST=FALSE END;
234          ESAUX=ES-DES/2;
235          ETAUX=ESC+(1-C)*DCU/2-DES/2;
236          IF MY-MYP LSS MY1 AND CONT THEN
237              BEGIN DCU=4*DCU; DES=4*DES; CONT=FALSE; MF=MY END;
238          MYP=MY;
239          TA=TAT; TB=TBT;
240          STEEL(ST,ESAUX,DES,SIS,EMS,Y,ES1,ESU);
241          TAT=TA; TBT=TB; TA=TAC; TB=TBC;
242          STEEL(ST,ABS(ETAUX),DESC,SISC,EMS,Y,ES1,ESU);
243          SISC=SIGN(ETAUX)*SISC;
244          TAC=TA; TBC=TB;
245          SUM=0;
246          FOR I=1 STEP 1 UNTIL N DO
247              BEGIN EC=ES+CU*(XM-1+AL*(0.5-I));
248                  DEC=DES+DCU*(XM-1+AL*(0.5-I));
249                  ECAUX=EC-DEC/2;
250                  CONCRETE(ECAUX,DEC,SIC,EMC,PHI,ECO,VI,I);
251                  SUM=SUM+SIC*DEC
252              END;
253          PSIC=PSIC+AL*SUM;
254          PSIT=PSIT+OM*OMC*SISC*(DCU*(C-1)+DES);
255          PSIS=PSIS+OM*SIS*DES;
256          RV=1+RV;
257          ACU(RV)=CU;
258          AES(RV)=ES;
259          AX(RV)=X;
260          AMY(RV)=MY;
261          AESC(RV)=ESC;
262          AEC(RV)=EC-ES-CU;
263          APSIC(RV)=PSIC;
264          APSIS(RV)=PSIS;
265          APSIZ(RV)=PSIC+PSIT;
266          APSI(RV)=PSIC+PSIT+PSIS;
267          SKRIV(RV);
268          IF EC GTR ECU*(1+VI) AND ES LSS ESU THEN GO TO L0;
269          IF VAL THEN GO TO L4;
270          M=RV;
271          FOR I=1 STEP 1 UNTIL M DO SL(I)=0;

```

```

272 IF ESU LSS AES(M) THEN
273 BEGIN Z=ESU;
274 SL(M-1)=AES(M-1); SL(M)=AES(M)
275 END ELSE
276 BEGIN Z=ECU*(1+VI);
277 SL(M-1)=AEC(M-1); SL(M)=AEC(M)
278 END;
279 ACU(M)=INTERPOL(ACU,SL,Z,M);
280 AMY(M)=INTERPOL(AMY,SL,Z,M);
281 AX(M)=INTERPOL(AX,SL,Z,M);
282 AESC(M)=INTERPOL(AESC,SL,Z,M);
283 APSIC(M)=INTERPOL(APSIC,SL,Z,M);
284 APSIS(M)=INTERPOL(APSIS,SL,Z,M);
285 APSIZ(M)=INTERPOL(APSIZ,SL,Z,M);
286 APSI(M)=INTERPOL(APSI,SL,Z,M);
287 IF ESU LSS AES(M) THEN
288 BEGIN AEC(M)=INTERPOL(AEC,SL,Z,M);
289 AES(M)=ESU
290 END ELSE
291 BEGIN AES(M)=INTERPOL(AES,SL,Z,M);
292 AEC(M)=ECU*(1+VI)
293 END;
294 SKRIV(M);
295 L4: MU=AMY(M);
296 XU=AX(M);
297 RIGU=OM*EMS*((1-XU/3)*(1-XU)+OMC*(C-XU/3)*(C-XU)/F);
298 IF TYP EQL 1 OR TYP EQL 3 THEN
299 FOR I3=1 STEP 1 UNTIL NBE DO
300 BEGIN RE=APE(I3);
301 SUM=KA2=MU/RIGU/2;
302 SOM=APSI(M)/2;
303 KA3=0;
304 FOR I=1 STEP 1 UNTIL N-1 DO
305 BEGIN MI=MU*(N-I)*(N+4*BE*I)/N/N;
306 X=INTERPOL(AX,AMY,MI,M);
307 RIG=OM*EMS*((1-X/3)*(1-X)+OMC*(C-X/3)*(C-X)/F);
308 ZU=MI/RIG;
309 KA1=2*KA2-KA3+ZU;
310 SUM=SUM+KA1;
311 KA3=KA2; KA2=KA1;
312 SOM=SOM+INTERPOL(APSI,AMY,MI,M)
313 END I;
314 TET=(2*SOM/N/MU+(8*BE*SOM/N-(1+4*BE)*KA1)/N/N)/(1+MF/MU);
315 SKRIW1
316 END BETA;
317 IF TYP EQL 2 OR TYP EQL 3 THEN
318 FOR I3=1 STEP 1 UNTIL NLA DO
319 BEGIN LA=ALA(I3);
320 A=10*MU/LA;
321 KA2=MU/PIGU/2;
322 SUM=APSIS(M)/2+APSIZ(M)/2;
323 KA3=0;

```

```

324     FOR I=1 STEP 1 UNTIL N-1 DO
325     BEGIN MI=MU*(N-I)/N;
326         IF I LSS N*A/LA THEN M1=(1-0.02*LA*I/N)*MU
327         ELSE M1=(1-I/N)*(1-0.02*A)*MU/(1-A/LA);
328         IF I LSS N*A/LA/2 THEN M2=(1-5*I/N/(1+A/LA))*MU ELSE
329         M2=(1-I/N)*MU/(1+A/LA);
330         X=INTERPOL(AX,AMY,MI,M);
331         RIG=OM*EMS*((1-X/3)*(1-X)+OMC*(C-X/3)*(C-X)/F);
332         ZU=MI/RIG;
333         KA1=2*KA2-KA3+ZU;
334         KA3=KA2; KA2=KA1;
335         SUM=SUM+INTERPOL(APSIS,AMY,M1,M)
336             +INTERPOL(APSIZ,AMY,M2,M);
337     END I;
338     TET=LA*(2*SUM/N/MU-KA1/N/N)/(1+MF/MU);
339     SKRIW2
340     END LAMBDA;
341     END OMEGA
342     END OMC;
343     GO TO LL;
344 FIN:
345 END PROGRAM

```



### A.5 Exempel på resultatredovisning

Två exempel på resultatutskrift visas. Det första avser beräkningsalternativ 1. Förutsättningarna är följande.

Betong av typ A, jfr avsnitt 2.1.

Dragarmering av HR-stål, jfr avsnitt 2.2, med den mekaniska armeringsandelen  $\omega = 0,07$ .

Ingen tryckarmering.

Betongkrypning beaktas ej.

Resultatutskriften framgår av FIG A.5a. Proceduren RUBRIC ger utskrift av ingångsvärden samt tabellhuvud. Proceduren SKRIV (K) ombesörjer utskrift av tabellen i vilken de olika storheterna är funktioner av parametern  $1/\rho$  ( $1/R_0$  i utskriften). Som framgår bestäms brottmomentet  $\mu_u$  av materialbrott i betongen. I nästsista raden är  $\epsilon_c = -0,00356$ . Alla värden i denna rad har därför omräknats till att motsvara  $\epsilon_c = -0,00350$ . De justerade värdena ges i tabellens sista rad. Det studerade exemplet inkluderar ej tryckarmering, varför de i kolumnen för  $\epsilon_{sc}$  angivna töjningarna är fiktiva - de avser töjningar på en nivå inom tvärsektionen bestämd av  $\gamma = c/d = 0,1$ . Eftersom tryckarmering ej förekommer, är innehållet i kolumnerna för  $\psi_c$  och  $\psi_t$  lika.

Efter tabellen följer utskrift av tre olika värden på  $\beta$  samt de för dessa värden beräknade kvoterna  $\theta_u/\lambda$ . Denna utskrift styrs av proceduren SKRIW 1.

Det andra exemplet avser beräkningsalternativ 2. Förutsättningarna är följande.

Betong av typ B.

Dragarmering och tryckarmering av CW-stål, varvid  $\omega=0,20$  och  $\omega_c=0,05$ ,  $v=f_{sc}/f_{st}=1,0$  och  $\gamma=c/d=0,1$ .

Betongkrypning beaktas ej.

Resultatutskriften framgår i detta fall av FIG A.5b. Här har brottmomentet bestämts av den högsta punkten i moment-krökningssambandet. Av tabellen framgår att  $\mu_u = 0,1935$  vid  $1/\rho = 0,027$ . Vid ökning av  $1/\rho$  minskar momentet. Tabellen fortsätter ändå fram till materialbrott, i detta fall krossbrott i betongen.



Efter tabellen följer utskrift av fyra värden på  $\lambda$  samt de för dessa värden beräknade rotationskapaciteterna  $\theta_{uv}$ . Denna utskrift styrs av proceduren SKRIW 2.

**Denna rapport hänför sig till forskningsanslag 750855-3 från  
Statens råd för byggnadsforskning till Inst. för byggnadsstatik,  
LTH, Lund**

**R50: 1977**

**ISBN 91-540-2728-4  
Statens råd för byggnadsforskning, Stockholm**

**Art.nr: 6600650  
Abonnemangsgrupp:  
Z. Konstruktioner o. material**

**Distribution:  
Svenk Byggtjänst, Box 1403  
111 84 Stockholm  
Telefon 08-24 28 60**

**Cirka pris: 38 kr + moms**