GÖTEBORGS UNIVERSITET
Utbildnings- och forskningsnämnden för lärarutbildning
Lärarprogrammet, examensarbete 10 poäng

Inlärning av multiplikationstabellen

– En fallstudie om effektivisering av inlärning av multiplikationstabellen

Mahroo Khousravi

”LAU660”

Handledare: Wiggo Kilborn

Examinator: Per-Olof Bentley

Rapportnummer: HT06-2611-218

Abstract

Examinationsnivå: C
Titel: Inlärning av multiplikationstabellen
Författare: Mahroo Khousravi
Termin och år: HT 06
Institution: Göteborgs Universitet
Handledare: Wiggo Kilborn
Rapportnummer: HT 06-2611-218
Nyckelord: Inlärning, baskunskaper, huvudräkning, multiplikationstabellen

---

Undersökningens syfte är att studera hur en grupp elevers inlärning av multiplikationstabellen kan påverkas genom att strukturera inlärningen. Undersökningen omfattade 57 elever och pågick under 4 veckor. Den äger rum i en klass i årskurs 3, två klasser i årskurs 4 och en klass i årskurs 6. För detta använde jag Wiggo Kilborns material (1973) gällande inlärning av multiplikationstabellen, i *Plan matematik* (Kilborn & Johansson, 1985). Detta gjordes med hänsynstagande till läroplanen för det obligatoriska skolväsendet, kursplaner och betygskriterier för ämnet matematik i grundskolan och skolverkets rapporter. Fördjupningen i ämnet krävde en del litteraturstudier.
Genom analys av lärarnas och elevernas svar på intervjuer, har jag fått reda på deras förhållningssätt till multiplikationstabellinlärningen. Lärarna tycker att det är nödvändigt att kunna tabellerna innan barnen börjar med multiplikationsalgoritmen, men de flesta är osäkra på den metod de använder vid inlärning av multiplikationstabellerna. Det har visat sig att somliga elever omedvetet använder viss struktur vid multiplikationsinlärningen. Andra elever bara rabblar upp tabellerna utan att använda någon strategi.
Genom att mäta skillnaden mellan medelvärdet på test som gjordes före och efter tabellträningen, kom jag fram till att om Kilborns metod (1973) används på ett systematisksätt, verkar den ge goda resultat på barnens inlärning av multiplikationstabellen, utan att lärare och elever behöver lägga ned särskilt mycket arbete på tabellträningen.

Förord

Denna rapport är slutresultatet av mitt examensarbete. Arbetet har gjorts vid institutionen för pedagogik och didaktik vid Göteborgs Universitet. Först och främst vill jag tacka min handledare, Wiggo Kilborn för hans goda idéer och stöd under arbetsgång. Jag vill även tacka skolans personal och elever för deras samarbete. Deras insatser har varit av stor betydelse för genomförandet av denna undersökning.

Göteborg december 2006
Mahroo Khousravi

Innehållsförteckning

Abstrakt 2

Förord 3

1 Inledning 5

2 Syfte och Frågeställningar 6

3 Litteraturstudier och Teorianknytningar 7

3.1 Matematikkunskap en av grundpelarna i demokratiskt samhälle 7
3.2 Motivation och dess koppling till inlärning 7
3.3 Inlärning 8
3.3.1 Didaktisk ämnesteori 8
3.3.2 Kognitiv konstruktivism 9
3.3.3 Associationsteori 9
3.3.4 Behaviorism och Undervisningsteknologin 10
3.4 Lärarens roll i inlärning 10
3.5 PUMP – projektet 11
3.6 Baskunskaper 11
3.7 Huvudräkning 11
3.8 Olika räknemetoder för lärande av multiplikationstabellen 12
3.8.1 Löwing och kilborns metod 12
3.8.2 Småstegsmetoden 13

4 Metod och Genomförande 16

4.1 Diagnosen 16
4.1.1 Val av undersökningsgrupper 16
4.1.2 Undersökningens genomförande 16
4.2 Intervjuerna 17
4.2.1 Intervju 17
4.3 Etik 18

5 Resultat 19

5.1 Resultaten av proven 19
5.2 Resultat av intervjun 21
5.2.1 Elevintervjuer 21
5.2.2 Lärarintervjuer 22

6 Diskussion 24

6.1 Metoddiskussion
6.2 Uppnående av studiens syfte 27
6.3 Kritik mot arbetet 27
6.4 Framtida forskning 27

7 Referensförteckning 28

8 Bilagor 29

1 Inledning

Under min VFU i grundskolan i en förortskommun utanför Göteborg märkte jag att några elever upplevde matematik som ett intressant ämne som det var lätt att lära sig, men somliga i samma årskurs tyckte att matematik var mycket tråkigt, ointressant och att det var mycket svårt att lära sig. Jag upptäckte att elever inte kunde multiplikationstabellen och hade svårt att lösa multiplikationsalgoritmer i matteboken (i årskurs 4). Att tänka länge och räkna med fingrarna för att komma fram till rätt svar, kändes tråkigt för eleverna. Genom diskussion med lärarna fick jag reda på att inte heller elever i årskurs 6 kunde multiplikationstabellen. Det förvånade mig, eftersom i mitt land kunde vi tabellerna utantill redan i årskurs 2-3. Jag funderade hur det kommer sig att det finns en sådan skillnad mellan barn i olika länder. Beror detta på sättet att undervisa? Om jag skall utgå från mig själv, kan jag konstatera att jag lärde mig tabellerna genom färdighetsträningen och även genom att jag kände till hur räkneregler och räknelagar fungerade och kunde användas i olika sammanhang. Jag märkte att här (i Sverige) går läraren för snabbt fram och barnen hinner inte ta till sig kunskapen. Barnen rabblar tabeller under en kort period, men de förstår inte hur de skall använda sin kunskap senare vid algoritmräkningen.
Jag undrade hur man kan hjälpa svenska barns inlärning av multiplikationstabellen. Först valde jag att studera effekten av ett datoriserat inlärningsprogram. På grund av brist på resurser kunde jag inte genomföra den idén. Min handledare, Wiggo Kilborn, hade ett förslag om hur man kunde hjälpa barnens inlärning av multiplikationstabellen.

Enligt Löwing och Kilborn (2003) har elever som inte behärskar multiplikationstabellerna svårt för att räkna i huvudet och lösa komplicerade uppgifter. Löwing och Kilborn har även några förslag på hur man kan hjälpa dessa elever att lära sig multiplikationstabellen på ett vettigt sätt. De anser att barn tidigt måste lära sig en korrekt logik och terminologi. Kilborn (1981) anser att lärare måste hjälpa elever att strukturera det de lär sig och få en bra taluppfattning, d.v.s. att kunna formulera om talen på olika sätt, känna igen talen och kunna hantera dem. På det här sättet lär man sig hitta strukturer i matematiken, samt få en taluppfattning som hjälper en, när man kommer till svårare uppgifter. Senare hänvisar Kilborn till de grundläggande räknelagarna, som hjälper till att rationalisera inlärningen och underlätta beräkningen. Exempelvis, genom att använda sig av associativa lagen ($(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$, se bilaga b1) och kommutativa lagen ($a \cdot b = b \cdot a$, se bilaga b2) kan uppgiften av formen ($14 \cdot 45$), lösas som följande; $2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 9 = (7 \cdot 9) \cdot (2 \cdot 5) = 63 \cdot 10 = 630$.
De grundläggande räknelagarna kan användas för att underlätta inlärningen av multiplikationstabellen. Det hjälper barnen att räkna lättare, snabbare och inte lägga onödig kraft på det som skall automatiseras.

I *Plan matematik* (1985), presenterar Kilborn och Johansson beprövade metodiska idéer som stöd och inspirationskälla till inlärning inom matematik. Genom att studera deras material blev jag intresserad av att använda metoden och studera dess påverkan på barnens multiplikationstabellinlärning. Genom denna undersökning försöker jag uppdatera ett arbete genomfört på 70-talet.

2 Syfte och Frågeställning

Syftet med denna undersökning är att se om en grupp elevers inlärning av multiplikationstabellen påverkas positivt genom att strukturera inlärningen enligt Kilborns metod (1973) och därmed ge ett effektivare redskap för multiplikationsinlärningen. Jag vill även ta reda på lärarnas syn på multiplikationsinlärningen och se hur lärarna varierar sitt arbete vid multiplikationsundervisningen.

Utifrån syftet har jag formulerat följande frågeställningar:

- Påverkas barnens inlärning av multiplikationstabellen positivt genom att använda en strukturerad inlärningsmetod?
- Vilka strategier använder barnen vid inlärning av multiplikationstabellen i våra skolor?
- Hur ser lärarnas syn- och arbetssätt ut gällande inlärning av multiplikationstabellen?

3 Litteraturstudier och teorianknytning

3.1 Matematikkunskapen av grundpelarna i demokratiskt samhälle

I läroplanen uttrycks tydligt att ”Skolan ansvarar för att varje elev efter genomgången grundskola behärskar grundläggande matematiskt tänkande och kan tillämpa det i vardagslivet, …”(Lpo94, s.10). Alltså skolan ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med matematikens språk och uttrycksformer. Löwing och Kilborn (2002) anser att för att uppnå det här målet, måste vi veta vad matematik betyder.

> Enligt nationalencyklopedins definition, Matematik är …, en abstrakt och generell vetenskap för problemlösning och metodutveckling. Definitionen kan kommenteras på följande sätt. Matematiken är abstrakt: den har frigjort sig från det konkreta ursprunget hos problemen, vilket är en förutsättning för att den skall kunna vara generell dvs. tillämpbar i en mångfald situationer, men också för att den logiska giltigheten hos resonemangen skall kunna kartläggas (s. 40).

Matematiska metoder och begrepp används i olika situationer i vardags- och yrkesliv. Att kunna matematik stärker självförtroendet och ger kompetens och möjligheter att påverka vad som händer i samhället.
Kilborn (1981) anser att i ett demokratiskt samhälle är det nödvändigt att behärska matematik för att få möjligheter att påverka sin omgivning. Han menar att om man inte kan vardagsmatematik, kan man inte analysera information och delta i olika debatter, inte ta hand om sin ekonomi och därefter inte fatta rätt beslut i sitt liv.
Mouwitz (2004) betonar att: ”Matematik är inte bara konsten att kunna manipulera tal och symboler, det är också konsten att kunna fälla goda omdömen och hantera sitt liv” (s. 28). Detta är i enlighet med Skolverkets kursplaner:

> Grundskolan har till uppgift att hos eleven utveckla sådana kunskaper i matematik som behövs för att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer, för att kunna tolka och använda det ökande flödet av information och för att kunna följa och delta i beslutsprocesser i samhället (Skolverket, 2006/07).

Skolans uppdrag är idag att göra individen till en god samhällsmedborgare. Matematikundervisningen skall inte bara knytas till en del teoretiska regler, utan till de vanliga befintliga situationerna i vardagen, för att elever skall känna till och fundera över i vilka situationer de har användning av kunskaper i matematik.

3.2 Motivation och dess koppling till inlärning

Ordet motivation kommer från latinets ”movere”, vilket betyder att röra sig. Motivation, som är en sammanställning av känslor och förnuft, är en process som påverkar riktningen och styrkan i målinriktat beteende.

> Inom internationellt väletablerad forskning talas det om motivation som strävan mot ett personligt mål, en riktning mot något som känns betydelsefullt för personens liv och utveckling nu och i framtiden (Skolverket, 2003, s. 8).

Motivation är grunden till att engagera elever i en målinriktad aktivitet. Elevers vilja och intresse till inlärning påverkas negativt om de inte är tillräckligt motiverade. För att öka elevers motivation krävs en bra stimulans och uppskattning från omgivningen. När det gäller ämnet matematik tycker barnen att det är ett abstrakt ämne och att läromedel i matematik är tråkiga. Detta beror på att matematik ligger långt från elevers verklighetsförankring. De ser

inte något samband mellan det de räknar och dess användning i verkligheten. Många elever frågar: Varför måste jag läsa matematik? Vad har jag för användning av detta? (Skolverket, 2003)
Traditionellt bygger undervisningen på att läraren går igenom ett nytt ämne, eventuellt följs det med nya exempel, elever försöker memorera det nya stoffet och därefter göra räkneövningarna. För att öka elevers intresse och motivation för ämnet och hjälpa dem att lära sig matematik på ett bra sätt, måste undervisningen anpassas efter varje enskild elevs intresse och kunskapsnivå. Genom att använda olika material och hjälpmedel kan läraren variera sitt undervisningssätt. Vilket läromedel läraren använder har stor effekt på undervisningen, olika läromedel har olika funktioner och bidrar till att elever får olika perspektiv på ämnet. Eftersom lusten att lära och motivationen för ämnet är basen för inlärning och kunskapsutveckling, så har användning av lämpliga läromedel och metoder som stimulerar elever en stor pedagogisk betydelse (Skolverket 2003). ”Utforskande nyfikenhet och lust att lära, skall utgöra en grund för undervisningen” (Lpo 94, s.9).

Vi har en målstyrd skola. För att barnen skall arbeta aktivt mot de uppnåendemålen som står i läroplanen, borde de vara motiverade i ämnet. Såväl i förskolans som i grundskolans läroplan står det att undervisningen bör anpassas till olika barns utveckling och baskunskaper. Brist på motivation, stimulans och låga förkunskaper i ämnet, är några orsaker till elevers ointresse. Elever kommer att planera sitt lärande långsiktigt om de är motiverade i det de gör och vet att det har stor betydelse för deras framtid och yrkeslivet. Misslyckanden påverkar barnens självkänsla och deras motivation för ämnet. När barnen gör samma fel upprepande gånger, tappar de intresset och orkar inte kämpa vidare. Framgångar i att lösa uppgifter, förstärker självkänslan och ökar lusten att lära. För att skapa ambition och motivation hos elever skall läraren möta eleverna där de befinner sig kunskapsmässigt och bygga undervisningen efter varje enskild elevs behov. (Skolverket, 2003)

> Skillnaderna ökar markant mellan dem som förstår och får ökad självtillit och dem som inte förstår och så småningom förlorar både lust att lära och tilltron till sin förmåga att lära matematik (Skolverket, 2003, s. 20).

3.3 Inlärning

3.3.1 Didaktisk ämnesteori

En forskare som i många år arbetat med talbegrepp och taluppfattning är Wiggo Kilborn, före detta universitetslektor i matematikdidaktik. Under de senaste åren har han ägnat sig åt skolforskning, utvärdering och läroplansarbete i olika länder (i bl.a. afrikanska länder och Centralamerika). Han analyserar hur inlärningsproblem kan uppstå och hur vi kan lösa dem. Kilborn (2002) menar att en didaktisk ämnesteori kan hjälpa läraren att förstå barns tankar och förklara hur barn lär sig matematisk kunskap. Han anser att vi måste använda diagnostisering och olika inlärningsmetoder i skolor, för att elever skall få de grundläggande kunskaper som krävs för vidare studier. Enligt honom är det nödvändigt att kunna förenkla matematik, t.ex. genom att dela upp svåra tal till enklare tal och sätta samman dem på olika sätt, så kan man klara av mer avancerad matematik.

När det gäller multiplikationstabellen skriver Löwing och Kilborn (2003) att den tillhör de grundläggande räkneoperationerna för såväl skriftlig multiplikation som skriftlig division. Om elever inte behärskar tabellerna, blir det mycket svårt att göra alla deloperationer i huvudet när de räknar med papper och penna. Små barn använder sig av addition när de räknar uppgifter av typen $3 \cdot 5$, alltså de räknar $5 + 5 + 5$. För elever som har detta klar för sig, får operationen $4 + 3 \cdot 5$ den logiska betydelsen $4 + (5 + 5 + 5)$. Den här typen av strategier leder emellertid till stora problem senare, som en del av mer komplicerade räkneoperationer, eftersom en stor del av arbetsminnet som ska utföra viktiga räkneoperationer då blockeras. Kilborn (2002) skriver:

> Enligt en enkel modell för minnet (Miller 1969) spelar det s.k. arbetsminnet en viktig roll. Såvida man inte lyckas strukturera informationen på ett bra sätt, klarar inte arbetsminnet av att ta hand om fler än ca 7 ”data” samtidigt. (s. 90)

Enligt Kilborn (2002) är en förutsättning för inlärning att man med arbetsminnets hjälp kan strukturera stoffet och bygga upp en bas för detta i långtidsminnet. Han menar t.ex. att för att inlärningen skall ske på bästa sätt bör antalet tabellkombinationer som barn lär sig åt gången inte överstiga arbetsminnets kapacitet.

Kilborns undersökningar inom ämnet matematik (2002), har visat att när elever har svårt att lösa en uppgift kan det ofta bero på att de inte har de förkunskaper som ligger på lägre nivå. De har kanske bara hängt med sina klasskamrater och fortsatt till nästa nivå, utan att skapa färdigheter på den föregående nivån. T.ex. om ett barn inte kan lösa uppgifter av typen (45 · 38), kan det bero på att hon inte har lärt sig baskunskaper i multiplikationstabellerna. Han påpekar att genom riktade intervjuer eller diagnoser kan läraren ta reda på sådana brister hos elever och därefter skapa bästa möjliga grund för inlärningen.

3.3.2 Kognitiv konstruktivism

Jean Piaget är en framträdande person inom den kognitiva konstruktivismen. Enligt detta pedagogiska synsätt konstruerar människan aktivt sin egen kunskap. Enligt Piaget innebär inlärning att ständigt utveckla och förändra sin inre modell, d.v.s. sitt tänkande, sina kunskaper och sina färdigheter. Inlärningen sker genom att observera omgivningen, tolka, bearbeta och analysera informationen och skapa sig nya kunskaper. Att bearbeta informationen innebär att man förkastar den information som strider mot individens tidigare erfarenheter och tar in den information som förenas med ens tidigare erfarenheter. Piaget använder ordet inlärning som att lagra kunskap från yttre påverkan. Han talar om förnuft och intelligens som en process där de kognitiva strukturerna stegvis förändras. Dessa delas in i två delprocesser, som han kallar assimilation och ackommodation. (Sjöberg, 1998)

> Genom assimilationen tas de nya intrycken upp i den existerande strukturen, det nya passar gott in i det gamla. Genom ackommodationen kan det nya inte utan vidare passas in i det existerande, utan det uppstår ett behov av att förändra strukturerna. Den förändringen kan vi kalla lärande. (Sjöberg, 1998, s. 285)

Inom konstruktivismen ses ackommodation som en förutsättning för inlärning. Människan strävar efter att skapa jämvikt när hon utsätts för intellektuella konflikter som är centrala för inlärningsprocessen. Det finns en stor skillnad mellan detta synsätt och synen på inlärning inom associationsteori eller behaviorismen, där man delar upp kunskaper i små delar och där man hela tiden får positiv respons.

3.3.3 Associationsteori

Associationsteorin (Thorndike, 1933) går ut på att kunskap inte är mer än summan av sina delar. Han menar att om man övar tillräckligt mycket på delarna, så blir man bra på helheten. Han menar att man lär sig delarna om man blir belönad varje gång man gör rätt. Enligt honom är förmågan att lösa matematiska problem enbart ett resultat av träning. ”En tanke eller idé formas i ett klassiskt associationistiskt synsätt som en förbindelse mellan stimuli och en reaktion, en respons.” (Ahlberg, 1995, s. 18)

3.3.4 Behaviorism och Undervisningsteknologin
Burrhaus Fredric Skinner (1965), en av behavioristernas företrädare, utvecklade teorin kring stimuli – respons ytterligare. Under 1950- och 60-talet förde han undervisningsteknologin över världen. Han menar att undervisningen skall uppfylla ett antal krav för att inlärninge skall komma till stånd. Enligt honom finns två antaganden för bra inlärning: Det första är att dela upp ämnesinnehållet i små bitar som är lättöverskådliga. Det andra är att den lärande personen skall få en omedelbar respons på det de utför när de gör rätt eller fel. ”Den underliggande idén är att inlärningen ska ske i mycket små steg, så att de rätta stimulus – respons – reaktionerna kan utvecklas och befästas.”(Ahlberg, 1995, s. 23)

Undervisningsteknologin kom att spela en dominerande roll i svensk matematikundervisning i ett tiotal år (Kilborn, 2003). Såväl kursplanen i matematik, Lgr 69, som läromedel och material för kompetensutveckling genomsyrades av dessa idéer. Det material jag använder mig av i min studie (Kilborn, 1973) är konstruerat efter dessa principer. Vad Kilborn ville visa med det här materialet är att inlärning kan gå till på flera olika sätt och att just lärandet av multiplikationstabellen med framgång kan ske enligt en undervisningsteknologisk modell.

3.4 Lärarens roll i inlärning

I den svenska skolan ligger läroplanen och kursplanerna till grund för undervisningen. I kursplanerna klargörs ämnets syfte och målet för utbildningen. Enligt målen för matematik i läroplanen ansvarar skolan för att eleverna skall kunna grundläggande matematisk kunskap efter grundskolan (Lpo94).

Hur undervisningen skall gå till och vilka arbetsmetoder som skall användas för att uppnå målen, överlämnas till lärare och elever. I kursplanerna bestäms inte arbetssättet, men stor vikt läggs vid kvaliteten på de kunskaper som undervisningen skall utveckla (Skolverket, 2006/07). Läraren kan välja hur målen ska nås och vilka metoder och vilket innehåll som ska användas för att nå målen. Läraren kan strukturera och organisera sitt arbete, hon kan välja olika läromedel och redskap för att förmedla kunskapen. Problemet är att de flesta lärare lätt glömmer att olika barn har olika behov och stimuleras på olika sätt en del elever har det lättare att lära sig ämnet, medan för andra tar det mer tid för genomförandet och det krävs mera övningar.

I boken *Hur vi lär*, i kapitel 6, skriver Vivien Hodgson, om yttre och inre uppfattning av relevans vid föreläsningen, vilken betyder att en del elever försöker lära sig av det som sägs på föreläsningen och förstå hur det förhåller sig till deras egen förståelse. De söker efter mening i det de gör och vill förstå teorin i det för att kunna få ett bra resultat. Detta kallas för djupuppfattning. Andra elever tycker att det som föreläsaren säger är viktigt, eftersom de kommer att ha användning av det på provet. De är mer passiva och tar inte hänsyn till innebörden, utan de bryr sig bara om ytan av problemet. De är nöjda med att hantera olika delar i uppgiften på ett rent mekaniskt sätt, vilket kallas för yttreuppfattning. Hur läraren kan påverka elever att uppfatta inre relevans i ämnet, är mycket avgörande för elevers uppfattning om en uppgift. Lärarens viktigaste uppgift blir då att stimulera elever att inta en aktiv roll i sin inlärning. Det är nödvändigt att läraren visar entusiasm i ämnet och försöker förbereda sig ordentligt före varje lektion. Läraren kan mäta undervisningens inflytande på elever genom att testa elevernas kunskaper före och efter varje genomfört moment. En annan avgörande faktor för inre uppfattning av relevans är att elever skall känna till ämnesinnehåll och på så sätt känna relevans i kursen. Ellen Key, en av våra stora folkbildare vid förra sekelskiftet, uttrycker att: ”Bildning är det som finns kvar när du glömt vad du lärt dig” (Mouwitz, 2004, s. 13). Således måste läraren göra ett motivationsarbete med eleverna. Läraren bör verkligen försöka förstå elevers problem och skapa omständigheter och tillfällen där kunskapsutvecklingen kan ske. Lärarens viktigaste uppgift är att lära elever att kunna strukturera sitt tänkande och kunna resonera kring sina lösningar.

3.5 PUMP – projektet

PUMP som är förkortning av processanalyser av undervisning i matematik var ett forskningsprojekt(Kilborn, 1979) som startade hösten 1972. Syftet med projektet var att studera undervisningsprocessen i matematik på låg- och mellanstadiet. Det handlade om ett sätt att förhålla sig till att undervisa och diagnostisera. Resultatet som Kilborn och hans medarbetare har fått fram från PUMP- projektet tyder på att nästan varannan elev i årskurs fyra är osäker på multiplikation av typen $47 \cdot 46$, som ger flera minnessiffror. Även i årskurs sex har mer än var tredje elev otillräckliga förkunskaper. De kom fram till att nästan hälften av eleverna började multiplicera komplexa tvåsiffriga tal innan de hade tillräckliga förkunskaper. Kilborn förklarar att detta beror på att eleverna inte förstått den bakomliggande principen för multiplikationsalgoritmen och inte hade nödvändiga kunskaper om multiplikationstabellen. Enligt honom måste förståelsen komma före färdigheten, det vill säga, elever måste förstå det de räknar innan de går vidare till nästa nivå.

3.6 Baskunskaper

Kilborn (1981) anser att varje individ i vårt samhälle bör behärska ett antal baskunskapsområden för att kunna delta i olika samhällsdebatter och fatta rätt beslut för sitt liv. Till exempel för att kunna lösa ett ekonomiskt problem måste individen behärska färdigheter som krävs samt algoritmberäkningar som ingår. Han ger några exempel på hur dessa baskunskaper ser ut: Banken, Lön och skatt, Mat, Energi, El, tele och konsumtionsavgifter etc. Han påpekar att den kunskap man i dessa fall behöver är en personlig kunskap. Det vill säga alla elever, var och en efter sitt behov, skall garanteras baskunskaper. Han menar att en bra utvärdering av resultaten av skolans matematikundervisning kräver att man beskriver elevens kunskaper och färdigheter i relationen till vad eleven bör kunna, istället för att jämföra elever från två olika skolor eller länder. ”Grundtanken är, att det är bättre att behärska två algoritmer än att vara osäker på två av tre!” (Kilborn & Johansson, 1985, 3:3) Enligt honom är det nödvändigt att elever behärskar både additions- och subtraktionsalgoritmen innan de börjar med multiplikationsalgoritmen. Kilborn (1981) betonar att barnen bör ha automatiserade färdigheter i algoritmräkning när de börjar med problemlösningen. Han påstår att man kan använda färdigheten som ett hjälpmedel i en komplicerad process.
Här nedan redogörs vilka förkunskaper krävs för att kunna genomföra en multiplikation av typen ”$47 \cdot 46$”. Enligt Kilborn (1979) måste man kunna:

- bestämma $47 \cdot 6$ och $47 \cdot 4$ (eller 40)
- bestämma $6 \cdot 7$, $6 \cdot 4$, $4 \cdot 7$ och $4 \cdot 4$ i huvudet
- utföra operationerna $4 \cdot 6 + 4$ och $4 \cdot 4 + 2$, i huvudet för att klara minnessiffrorna
- addera talen 282 och 1880 i algoritm
- addera $2 + 0$, $8 + 8$, $1 + 2$ och $1 + 1$ i huvudet.

Om man då inte behärskar multiplikationstabellen så får man många saker att hålla reda på samtidigt och därmed problem med att utföra dem. ”Om inte färdigheten är tillräckligt väl automatiserad kan av olika skäl den mer komplicerade processen störas eller förhindras.” (Kilborn, 1981, s. 22)

3.7 Huvudräkning

I grundskolans kursplan i matematik under rubriken Mål som eleverna skall ha uppnått i slutet av det femte skolåret står att ”Eleven skall kunna räkna med naturliga tal – i huvudet, med hjälp av skriftliga räknemetoder och med miniräknare” (Skolverket, 2006/07).
När vi löser vardagsproblem använder vi oss av de fyra räknesätten. Vanligtvis brukar vi utnyttja huvudräkningen, men när beräkningarna blir svårare går det inte längre att räkna i huvudet, utan vi brukar ställa upp talen och göra en skriftlig beräkning. Löwing och Kilborn (2003) förklarar huvudräkningen på följande sätt:

> Vid beräkning av additionen 427 + 198, med hjälp av en algoritm, använder man sig av förutbestämda räknelagarna (kommutativa lagen, associativa lagen, etc.) och man följer ett bestämt mönster, där man oftast börjar med att addera entalen, fortsätter med att addera tiotalen, o.s.v. Om samma uppgift skall räknas med hjälp av huvudräkning kan personen använda samma räknelagar, men hon kan välja den metod som är mest effektivt för tillfället. Till exempel 427 + 198 kan lösas på följande sätt; man kan avrunda talen, 427 kan skrivas som 430 och 198 kan skrivas som 200, därefter adderar man 430 + 200, vilket blir 630. Sedan kan man subtrahera svaret med 5, för att få exakt svar (s. 13).

Löwing och Kilborn (2003) förklarar att huvudräkningen kräver att eleverna tänker och funderar över och förstår det de räknar. Eleverna tappar förståelse för matematiken när de automatiserar algoritmräkningen. Vid algoritmräkning lär sig elever bara några strategier som de använder vid beräkningar, utan att förstå varför det fungerar.
Många frågar sig varför måste man lära sig algoritmen om man har tillgång till miniräknare. Kilborn och Johansson (1985) förklarar i *Plan Matematik* att

> Problemet är att även miniräknare kräver ett intellektuellt tankearbete. … Vi måste även ge eleverna ett reservförfarande att ta till i alla de vardagssituationer, då de behöver utföra en beräkning, men inte har miniräknaren till hands (3:1).

3.8 Olika räknemetoder för lärande av multiplikationstabellen

3.8.1 Löwing och Kilborns metod

Här nedan redogör jag för några räknemetoder som Löwing och Kilborn (2003) har skrivit i sin bok *Huvudräkning*.

1. Uppräkning
Uppräkning är en metod som används för träning av multiplikationstabellen. Barnen kan använda sig av uppräkning i 2 steg, 3 steg, 4 steg osv. På detta sätt lär sig barnen att känna igen talen som senare kommer att ge rätta produkten. Till exempel $4 \cdot 3$ ses som en uppräkning från 0 i fyra tresteg dvs. 3, 6, 9, 12.

2. Rutnät
En annan metod att lära sig multiplikationstabellerna är att elever använder sig av rutnät, där de markerar multipler av olika tal. På detta sätt kan elever hitta intressanta mönster hos följder av tal. Till exempel kan elever markera tal som är multipler av 6. (Se bilaga b3)

3. Förklara mönster i tabeller
Löwing och Kilborn menar att för att hjälpa elevers inlärning av tabeller, skall man hitta sådana strukturer i tabellerna som hjälper eleverna att förstå tabellens uppbyggnad. Inlärning av multiplikationstabellen underlättas om elever förstår strukturen i tabellen. Exempel på detta kan vara att förklara för elever:

- Kommutativa lagen som gör att tabellen blir symmetrisk kring en diagonal som innehåller kvadrattalen. Man kan markera kvadrattalen med fetstil. Att känna till kommutativa lagen medför att elever bara behöver lära sig hälften av tabellen, eftersom 45 kombinationer på vänster sida om diagonalen är lika med de 45 kombinationerna till höger om diagonalen.
- Enhetselementet 1. Det vill säga, att förklara för barnen att för alla tal a gäller att $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$, t.ex. $7 \cdot 1 = 1 \cdot 7 = 7$.
- Talsystemets bas 10. För multiplikation av naturliga tal med 10 gäller att man lägger till en nolla till höger om produkten. Alltså är $7 \cdot 10 = 10 \cdot 7 = 70$.
- För de elever som kan dubbletter i additionstabellen, dvs. multiplikation med 2. På så sätt är det bara följande 28 kombinationer kvar att lära sig:

$3 \cdot 3$						
$4 \cdot 3$	$4 \cdot 4$					
$5 \cdot 3$	$5 \cdot 4$	$5 \cdot 5$				
$6 \cdot 3$	$6 \cdot 4$	$6 \cdot 5$	$6 \cdot 6$			
$7 \cdot 3$	$7 \cdot 4$	$7 \cdot 5$	$7 \cdot 6$	$7 \cdot 7$		
$8 \cdot 3$	$8 \cdot 4$	$8 \cdot 5$	$8 \cdot 6$	$8 \cdot 7$	$8 \cdot 8$	
$9 \cdot 3$	$9 \cdot 4$	$9 \cdot 5$	$9 \cdot 6$	$9 \cdot 7$	$9 \cdot 8$	$9 \cdot 9$

Löwing och Kilborn förklarar att elever kan använda en lathund för att färdighetsträna detta, men anser att barnen bara bör få använda lathunden som ett stöd under en inlärningsfas.

4. Multiplikation med fingrarna
Eftersom siffrornas summa i niotabellen alltid är lika med 9, kan barnen få produkten med hjälp av fingrarna. Till exempel för att få $3 \cdot 9$ viker man ned det tredje fingret. På vänster sida om det fingret har man 2 raka fingrar, på höger sida har man 7 fingrar som är rakt vilket motsvarar tiotal och ental i svaret 27 (Kilborn, 2002, s. 90).

5. Egenskaper hos de 28 kombinationerna i multiplikationstabellen
- Om minst en av faktorerna i multiplikationen är ett jämnt tal, så blir produkten ett jämnt tal. Om båda faktorerna är udda så blir produkten ett udda tal.
- Om en av faktorerna är delbar med 3, dvs. är 3, 6 och 9, så blir siffrornas summa delbar med 3. Till exempel $3 \cdot 7 = 21$ där siffersumman är $2 + 1 = 3$.
- Om man multiplicerar ett jämnt tal med 5, slutar produkten på 0, och ett udda tal multiplicerat med 5, ger en produkt som slutar på 5.
- Om ett tal multipliceras med 9 så blir siffersumman 9.

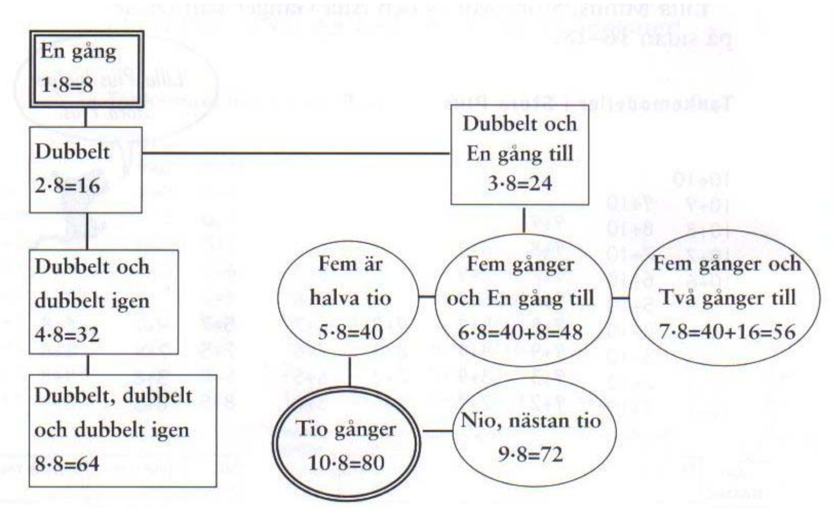
3.8.2 Småstegsmetoden
Matte Mosaik är ett läromedel i matematik för hela grundskolan. *Småstegsmetoden* och formerna för ett problembaserat lärande har vidareutvecklats i boken. Småstegsmetoden är en metod som används för att bygga upp grundläggande talbegrepp och en logisk begreppsstruktur i matematik. Småstegsmetoden betonar: Taluppfattning, vardagsräkning med huvudräkning och överslag och tabellinlärning genom tankemodeller och ledord.
För att bygga upp bra talbegrepp, ges bra talbilder i boken. Arbetet inriktas på begreppen jämn – udda, relation mellan 5 och 10 samt på begreppen dubbelt och hälften. Grundläggande taluppfattning övas mycket innan arbetet med grundläggande räkning startas. Detta leder till

att barnen ser möjligheter att använda fasta punkter i multiplikation. Till exempel, barnen kan välja hur de vill räkna $6 \cdot 8$: som $5 \cdot 8 = 40$ och åtta till eller som $3 \cdot 8 = 24$ och dubbletten $6 \cdot 8 = 48$.

Multiplikation upp till och med $5 \cdot 5$ (lilla gånger), övas med tankemodeller enligt följande:

- *Noll gånger – En gång – Tio gånger* och dess omvändningar presenteras i alla tabellerna.
- *Två gånger – Tre gånger* presenteras via ledorden Dubbelt – Dubbelt och En gång till. Till exempel $2 \cdot 3$ presenteras som 2 stycken treor, vilket gör att elever kan koppla sina kunskaper från addition och begreppet dubbelt. För att förklara tre gånger, utgår man ifrån två gånger och lägger till en gång till. Genom detta sätt försöker man lära barnen strategier för huvudräkning med större tal. T.ex. $13 \cdot 14$ som $10 \cdot 14 + 3 \cdot 14$.
- *Två gånger – Fyra gånger* presenteras via ledorden Dubbelt och Dubbelt igen. Detta visas med talstavar, elever upptäcker att produkten är dubbelt så stor när man dubblar en gång till. Till exempel $2 \cdot 4$ presenteras som två stycken fyror och $4 \cdot 4$ presenteras som fyra stycken fyror, för att få en naturlig förklaring till den dubbelt så stora produkten i det senare fallet. Den här strategin kan senare generaliseras till alla dubbla antal. Till exempel: $6 \cdot 7$ kan senare förklaras som dubbelt så mycket som $3 \cdot 7$.
- *Tio gånger – Fem gånger* presenteras via ledorden Tio gånger. När barnen har förstått principen för multiplikation med tio, (d.v.s. att lägga till en nolla till höger om talen), utnyttjar man detta för att förklara att Fem gånger är halva tio. Till exempel 10 stycken fyror är 40, så måste 5 stycken fyror vara hälften så mycket … 20.
- *Nio gånger – Tio gånger* presenteras som Nio är ett mindre än tio. ”Nio det är nästan tio”. Till exempel $10 \cdot 4$ presenteras som tänk på $10 \cdot 4$ och ta bort 4.
- Multiplikationens kommutativitet bearbetas. (Se bilaga b2)
- *Fem gånger – Sex gånger* presenteras via ledorden Fem gånger och En gång till. Fem gånger används som grund för sex gånger: man utgår från fem gånger och lägger till en gång till. Till exempel $6 \cdot 5$ presenteras som $5 \cdot 5$ och lägg till en gång till.
- *Fem gånger – Sju gånger,* presenteras via ledorden Fem gånger och två gånger till. Elever får använda sina kunskaper från fem gånger som grunder, till exempel $7 \cdot 4$ förklaras som $5 \cdot 4 = 20$, plus $2 \cdot 4 = 8$, som är 28. Även här skall man påminna elever om kommutativa lagen, d.v.s. att de även kan vända på uppgiften och räkna $4 \cdot 7$, vilket är lättare att räkna ut.
- *Åtta gånger* presenteras via ledorden Dubbelt, Dubbelt och Dubbelt igen. Multiplikationer med åtta kan räknas ut genom att dubbla, dubbla och dubbla igen.

Olstorpe (2001) skriver att ”Barnen får med talbegrepp och ledord säkra hållpunkter, som de kan gå tillbaka till när de känner sig osäkra” (s. 6).



En gång
1·8=8
Dubbelt
2·8=16
Dubbelt och
En gång till
3·8=24
Dubbelt och
dubbelt igen
4·8=32
Fem är
halva tio
5·8=40
Fem gånger
och En gång till
6·8=40+8=48
Fem gånger och
Två gånger till
7·8=40+16=56
Dubbelt, dubbelt
och dubbelt igen
8·8=64
Tio gånger
10·8=80
Nio, nästan tio
9·8=72

4 Metod och genomförande

Den empiriska undersökningen bygger på analys av en grupp elevers inlärning av multiplikationstabellen enligt en metod utarbetad av Kilborn (1973). Jag ville undersöka kunskapsutvecklingen hos dessa elever. Min undersökning inleddes, liksom Kilborns, med ett diagnostiskt förtest. Därefter fick eleverna arbeta med materialet ett par minuter om dagen i tre veckor. Undersökningen avslutades med att eleverna efter tre veckor fick göra ett eftertest, identiskt med förtestet. På så sätt kunde jag få ett mått på hur effektivt undervisningsprogrammet var. För att få svar på frågeställningarna och få en tydligare bild av lärares och elevers förhållningssätt till multiplikationstabellen, har jag kombinerat undersökningen med intervju. Jag har sedan använd mig av en kombination av både kvantitativ och kvalitativ undersökningsmetod.

4.1 Diagnosen

Användandet av diagnoser brukar betraktas som en kvantitativ metod. Sådana metoder används för att framhålla mätbara egenskaper hos något som skall undersökas. Med hjälp av kvantitativa metoder försöker man beskriva omvärlden genom mätning och testning. Om detta skriver Stukat (2005) så här:

> Det ena, här kallat kvantitativt, har sin bakgrund i naturvetenskapen där empiriskt kvantifierbara och objektiva mätningar och observationer har en central roll. Forskaren samlar in ett stort antal fakta och analyserar dem i syfte att finna mönster eller lagbundenhet som antas gälla generellt – i princip för alla människor. (s. 31)

Jag har valt att använda ett diagnostiskt test som ett instrument i min undersökning, men jag menar att jag ändå inte har använt mig av en kvantitativ metod i Stukats mening. Min avsikt är nämligen inte att kunna generalisera mina data utan snarare att få en uppfattning om hur elevernas kunskaper om multiplikationstabellen har förändrats. Även om denna förändring på en statistisk nivå är kvantitativ så är den på individnivå kvalitativ.

4.1.1 Val av undersöknings grupper

Undersökningen ägde rum i en klass i årskurs 3, två klasser i årskurs 4 och en klass i årskurs 6. Antalet elever som var 64 i fördiagnosen minskade till 57 i efterdiagnosen p.g.a. frånvaro. I och med att jag hade praktiserat i den aktuella skolan och var bekant med personalen, visste jag av erfarenhet att eleverna i årskurs fyra hade svårigheter med multiplikationstabellen. Med detta som utgångspunkt uppfattade jag att de här klasserna skulle passa bra som experimentgrupper. Redan i årskurs tre har eleverna gått igenom alla multiplikationstabellen, jag tog med även en tredjeklass i experimentet. Även en klass i årskurs sex deltog i experimentet. Klassen togs med eftersom hade enligt läraren fortfarande klassen svårigheter med multiplikationstabellen.

4.1.2 Undersökningens genomförande

Undersökningen genomfördes på följande sätt: Jag presenterade mig för eleverna och förklarade vad undersökningen handlade om. Jag skickade ett brev till föräldrarna och berättade om mitt arbete och förklarade att deras barn frivilligt kunde medverka och frågade efter deras tillåtelse. (Se bilaga b4)
Undersökningen började med att testa elevers förkunskaper i multiplikationstabellen. Testet innebar en A4-sida med 90 multiplikationstal. För varje rätt svar som eleverna gav fick de en poäng. (Se bilaga b5) Testet blev utgångspunkten för undersökningen, efter rättning av testet

fick jag en uppfattning av elevernas kunskapsnivå. Testet gjordes i min närvarande och jag själv rättade testet.
Lärarna fick information och förklaring om arbetets genomförande (Se bilaga b6), samt stenciler på Kilborns (1973) metod, (Se bilaga b7), därefter tränade eleverna – ofta i min frånvaro – multiplikationstabellen enligt metoden (1973), 2-4 minuter varje dag.
Jag kontrollerade arbetet genom att åka till skolan 2-3 gånger i veckan och samtala med lärarna för att se hur det hade gått. Efter 2-3 gånger träning med hjälp av lathund i olika steg och tillhörande övning, fick eleverna göra diagnosen, därefter, om de klarade diagnosen, fick de fortsätta till nästa steg.
Efter tre veckors träning fick eleverna göra samma test som de gjorde i början. Testet gjordes av lärarna och rättades av mig. Genom att räkna ut skillnaderna mellan medelvärdet på första och sista multiplikationstesten fick jag reda på metodens effekt på barnens inlärning av multiplikationstabellen.

För att styrka min undersökning läste jag litteratur, artiklar och studier inom området, styrdokument såsom kursplaner och läroplaner.

4.2 Intervjuerna

Vid intervjuerna av lärare och elever använder jag mig av en kvalitativ metod. Huvuduppgiften för den kvalitativa metoden kännetecknas av att tolka och förstå de resultat som kommer fram, inte att generalisera och förklara. Ett viktigt hjälpmedel är intervjun, när man försöker förstå hur individen tolkar och formar verkligheten. Om detta skriver Stukat (2005):

> Genom att på detta sätt koncentrera sig på en speciell händelse person eller företeelse försöker forskaren få fram kunskap och djupare förståelse – en flerdimensionell bild – som exempelvis en kvantifierande surveyundersökning skulle ha svårare att klara av. (s. 33)

Föra att besvara två av frågeställningar använde jag mig av intervjun. Jag kompletterade undersökningen med intervjuer, för att få kvalitativa beskrivningar av elevernas och lärarnas förhållningssätt till multiplikationstabellen.

4.2.1 Intervju

Under arbetets gång intervjuade jag 4 lärare och 5 elever. Intervjuerna gjordes under arbetets gång, enskilt och tog cirka 5-10 minuter per lärare och elev att genomföra och spelades in på mp3, för att undgå anteckningar under intervjuerna. Både lärar- och elevintervjuerna var semistrukturerade, med fördjupande och uppföljande frågor.

Jag intervjuade 4 lärare varav alla undervisade i matematik och hade flera års erfarenheter. Men de hade olika inriktning i sin lärarutbildning: Ma/No-lärare, Sv/So-lärare, förskolelärare och specialpedagog och folkskolelärare. Dessa lärare arbetar alla på samma skola och undervisade matematik. Jag fick inget bortfall. Syftet med lärarintervjun var att förstå lärarnas synpunkter angående multiplikationstabellens inlärning och deras sätt att arbeta på.

Jag intervjuade 5 elever från två olika klasser i årskurs fyra. De valdes ut slumpmässigt. Jag förde en diskussion med eleverna, med några förberedda bakomliggande frågor och försökte omformulera frågan, beroende på elevens ålder, för att de inte skulle känna sig stressade. Syftet med elevintervjun var att tolka elevernas sätt att tänka vid multiplikationsträning. Intervjuerna skapade förståelse av den problematik som jag studerade.

Vid tolkning av intervjuer är det lämpligt att använda sig av en hermeneutisk metod (Barbosa da Silva & Wahlberg, 1994). Det innebär att jag vid tolkningen försöker ta den intervjuades perspektiv.
För att inte styra intervjuerna var mina frågor semistrukturerade, dvs. jag ställde generella frågor och lät den intervjuade berätta fritt. Vid behov ställde jag mer precisa frågor för att få mina frågeställningar utredda. Vid tolkning av svaren använde jag mig av den s.k. hermeneutiska spiralen (cirkeln). Det innebär att jag först bildade mig en förstauppfattning om likheter och skillnader i svaren. Därefter lyssnade jag återigen på de olika svaren individ för individ. Efter att ha lagt intervjuerna åt sida några dagar lyssnade jag på dem en tredje gång och kunde då upptäcka nya nyanser i svaren som jag inte upptäckt tidigare.

4.3 Etik

Inför arbetes genomförande fick jag föräldrarnas godkännande via brev till hemmet. Jag förklarade mitt syfte med arbetet. Jag klargjorde att eleverna kommer att öva multiplikationstabellen enligt en metod och de kommer att genomföra två diagnoser före och efter tabellträningen för att kontrollera elevernas kunskapsutveckling i multiplikationstabellen. Jag informerade föräldrarna att eleverna skall vara helt anonyma och de får hoppa av undersökningen när som helst. Patel och Davidson (1991, 1994) beskriver följande:

> Vare sig vi hämtar information om individerna eller om individerna själva lämnar informationen, måste vi värna om de enskilda individernas integritet. Alla uppgifter som vi erhåller från och om individerna måste behandlas konfidentiellt. (s. 51)

5 Resultat

5.1 Resultaten av proven

Totalt genomförde 57 elever från årskurs 3, 4 och 6, undersökningen. Resultatet av undersökningen visar att medelvärdet i två klasser i årskurs fyra, och en i årskurs sex har ökat efter tre veckors träning av multiplikationstabellen. Detta redovisas i tabell 1. Diagram 1-4 visar resultatet i fördiagnosen och efterdiagnosen för varje enskild elev.
Vid efterdiagnosen hade elever hunnit olika långt. Vissa elever tränade i steg 3 (Se bilaga b7), medan andra hade hunnit till steg 5. Det finns individuella skillnader, kunnandet i multiplikationstabellen har ökat markant hos vissa elever.
Här nedan följer några exempel.
Från 23 till 62 för en elev som hade hunnit till steg 3. (Se bilaga b7)
Från 32 till 60 för en annan elev som hade hunnit till steg 4. (Se bilaga b7)
En klass i årskurs 3 fick lägre medelvärde på efterdiagnosen. Man kan se stora variationer gällande elever som hade bra resultat i fördiagnos i jämförelse med de elever som hade dåligt resultat. Exempelvis elever som hade 64, 66 och 61 i fördiagnosen fick 32, 42, resp. 36 i efterdiagnosen. Men elever som hade lägre poäng på första provet fick en höjning, t.ex. elever som hade 27, 40 och 37 fick i efterdiagnosen 32, 48 resp. 42.

Härmed redovisas resultaten av undersökningen i tabellfrom och diagramform. Tabellen visar två olika medelvärden på diagnosen, före och efter tabellträningen enligt Kilborns (1979) metod.

Klasser	Medelvärdet på fördiagnos Max poäng 90	Medelvärdet på efterdiagnos Max poäng 90
4B	49.70	67.13
4A	59.18	78.90
6A	67.49	74.49
3A	48.38	43.06

Tabell 1. Tabellen visar medelvärdet på första och sista test för två klasser i årskurs fyra, en klass i årskurs sex och en klass i årskurs tre.

Årskurs 6

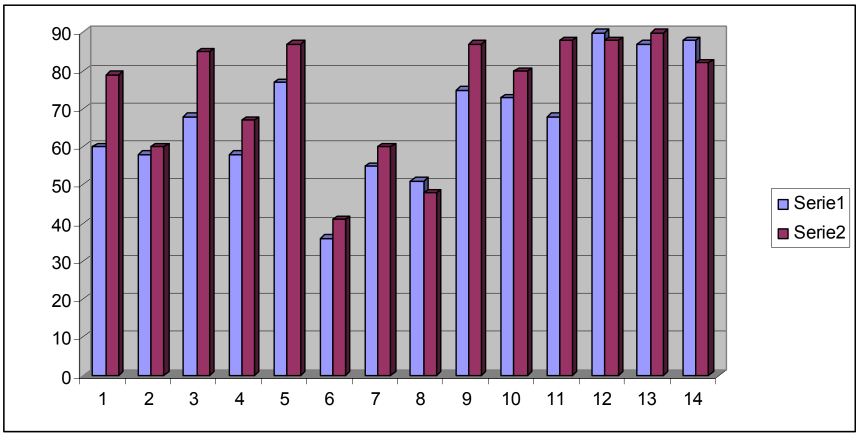


Diagram 1. Diagrammet visar resultatet på fördiagnos och efterdiagnos för 14 elever i årskurs sex. Serie1 presenterar resultat på fördiagnos och serie2 presenterar resultat på efterdiagnos.

Årskurs 4

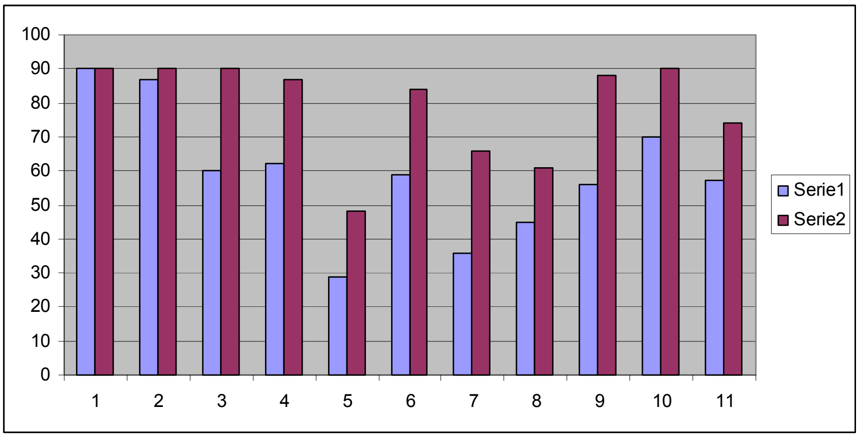


Diagram 2. Diagrammet visar resultatet på fördiagnos och efterdiagnos för 11 elever i årskurs fyra. Serie1 presenterar resultat på fördiagnos och serie2 presenterar resultat på efterdiagnos.

Årskurs 4

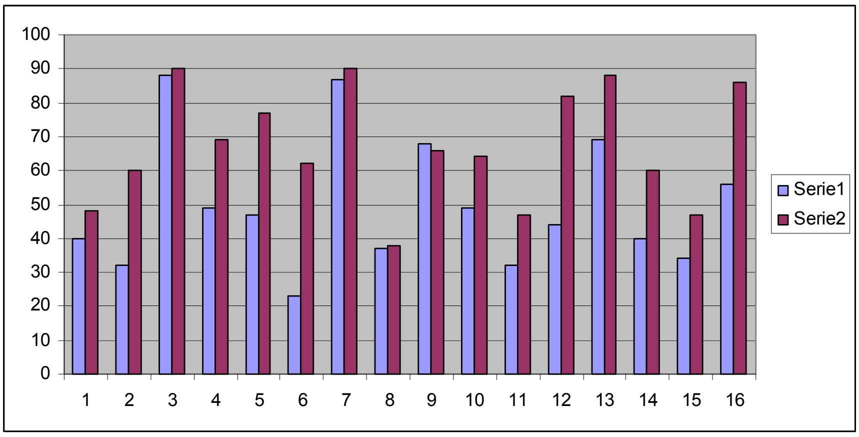


Diagram 3. Diagrammet visar resultatet på fördiagnos och efterdiagnos för 16 elever i årskurs fyra. Serie1 presenterar resultat på fördiagnos och serie2 presenterar resultat på efterdiagnos.

Årskurs 3

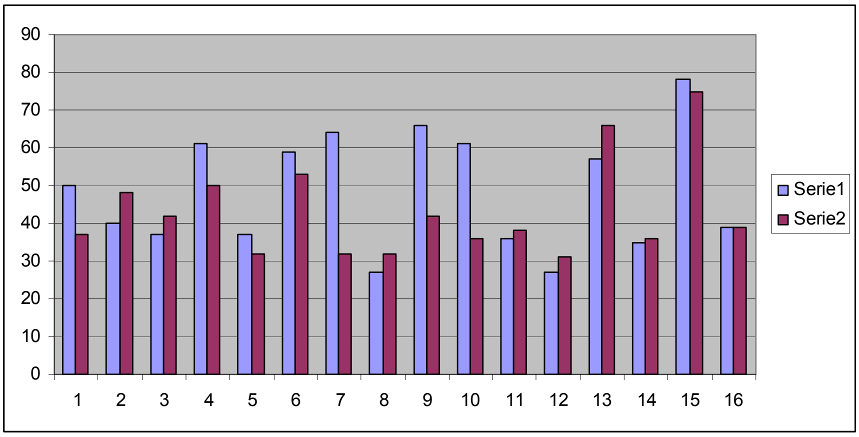


Diagram 4. Diagrammet presenterar resultatet på fördiagnos och efterdiagnos för 16 elever i årskurs tre. Serie1 presenterar fördiagnos och serie2 presenterar efterdiagnos.

5.2 Resultat av intervjun

Nedan följer resultatet av intervjun. Elevernas och lärarnas svar på intervjufrågorna kommer att redovisas som en sammanfattning med citat efter varje fråga.

5.2.1 Elevintervjuer

1. ***Hur tänker du när du tränar multiplikationstabellen? Rabblar du bara upp det eller använder du ett visst system/knäpp när du tränar tabellerna med hjälp av en lathund? (Enligt den gamla vanliga metoden som de brukade öva tabellerna.)***

På första frågan svarade 4 av 5 elever att de använder lathunden vid tabellträningen. Å ena sidan gick det inte att hitta några medveten struktur i några elevers tänkande. De bara rabblade upp och genom rabblandet försökte memorera talen. Deras egna ord angående hur de tänker är: ”jag vet inte, rabblar upp bara”. Å andra sidan kunde man se att några använde sig av strategier för att underlätta tabellinlärningen. En elev sa att ”på 4:ans tabell är det dubbelt och dubbelt igen, på tian lägger man 0:a.” Enligt en annan elev ”…, t.ex. 8 · 3 tar man 8 och räknar uppåt, tre åtta steg, och lägger ihop dem.” En elev som inte använde lathunden hade en klar strategi, som hon lärt sig hemifrån. Hon sa ”… i 9:ans tabell har jag ett knep, t.ex. 4 · 9, tar jag bort en etta från 4 det blir 3, då säger jag 3 plus vilken tal blir 9, då det är 6, då blir svaret 36… Min pappa har läst matte… han har lärt mig… ”

2. ***Hur tänker du när du multiplicerar 8 · 6?***

På denna fråga svarade tre elever att de använde sig av addition i 6 steg, dvs. 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8. En av de säger att ”man tar 8 och räknar uppåt, sex åtta steg, fram lägger ihop dem.”
En elev använde sig av tabell 5, han kunde 5 · 8 = 40, sedan plussade han en 8 till. Han förklarade sig på följande sätt ”5 · 8 blir 40, jag lägger till en 8, jag kom bara själv på det, det var ingen som hjälpte mig.” En annan elev använde sig av dubbletter, hon sa ”jag tar 4 · 6, två gånger, …”

3. ***Använder du dig av fingrarna när du multiplicerar?***

Alla elever förutom en svarade att de använder sig av fingrarna när de upplever talen som svåra. En elev sa, ”för höga tal som jag inte riktigt kan, till exempel 8 · 8 använder jag fingrarna. Först jag räknar i huvudet, sedan när det blir svårare, de sista talen räknar jag med fingrarna…” En annan elev förklarade att, ”Jag använder fingrarna när det är mycket svårt och jag är trött och jag kan inte tänka…” En enda elev som inte använde fingrarna sa att hon använder lathunden när det blir svårt.

4. ***När började du med multiplikationstabellen?***

Gällande denna fråga svarar tre elever att de började träna multiplikationstabellen i tvåan och två andra elever var lite tveksamma, de berättade att de började tabellträningen i trean.

5. ***Vad tycker du om den nya metoden? Vad tycker du om att träna 3-5 minuter varje dag?***

På den här frågan tyckte alla elever att kontinuiteten i tabellträningen hjälpte mycket. Eleverna sa att svara på övningsfrågorna med hjälp av lathunden flera gånger innan de gjorde diagnosen var en stor hjälp. En elev sa, ”… då vi kan det genom att repetera… det är bra att göra det varje dag man glömmer inte bort det…” En annan elev förklarade att, ”Nya metoden är bättre och lättare att lära sig… ” På följdfrågan varför tycker du att det är bättre och lättare att lära sig svarade samma elev att ”Det är bara det… det är mindre tal, jag hade ganska svårt innan, nu känns det i alla fall bättre. Jag har lärt mig mycket, t.ex. jag viste inte 7 · 7 blir förut men jag kan det nu.” Jag frågade: Hur mycket blir det? Eleven svarade med stort leende att ”Det blir 49.” Enligt en annan elev: ”Nya metoden är bra, man fick hjälp av det. Om man hade fel, man gjorde det nästan gång, om man hade fel igen då man får göra det nästa gång, då man lär sig det som man inte kunde… man lär sig mycket.”

6. ***Har du haft svårt att lära dig multiplikationstabellen?***

På den här frågan svarade 3 elever att de fick hjälp hemifrån och hade inte så mycket svårt att lära sig multiplikationstabellen innan. En elev sa, ”Jag har inte svårt med inlärningen min bror hjälper mig mycket han går i sexan. Han förklarade hur jag skall tänka…”, en annan elev sa ”Mamma och pappa skrev på papper lätta uppgifter om vad blir det 5 · 6 och jag fick träna.” Men 2 andra elever som inte fick någon hjälp hemifrån, samtidigt som de tyckte att det var tråkigt att sitta med lathunden och lära sig massor av tal, hade det ganska svårt att lära sig multiplikationstabellen.

5.2.2 Lärarintervjuer

Intervjuerna med lärarna gjordes med utgångspunkt i följande frågor. Intervjun var emellertid inte bunden till dessa frågor utan hade frihet att ta upp aktuella frågor under samtalet. Intervjun var informell och utfördes på 5-10 minuter per lärare, men i några fall har de blivit relativt längre.

1. ***Är det nödvändigt att barnen lär sig multiplikationstabellerna i 3:an?***

På denna fråga svarade 3 av 4 lärare att det är viktigt och nödvändigt att kunna multiplikationstabellen tidigt i trean. Eftersom multiplikation är en del av vardagen så är det viktigt att barnen lär sig att behärska den så tidigt som möjligt så de inte stöter på problem senare i sina liv, i skolsammanhang och i olika samhällssituationer. En lärare svarade, ”Ja, jag tycker att det är viktigt eftersom om man inte lär sig den så kan man få stora problem som hänger över en senare”. En annan lärare förklarade att ”Ja, det är nödvändigt eftersom, när de går och handlar, handlar det oftast om mängd … eller när de räknar area… Multiplikationen betyder mycket i samhället… ” Bara en lärare tyckte inte att kunna multiplikationstabellen var den viktigaste, enligt henne ”det finns olika hjälpmedel som bl.a. miniräknaren.”

2. ***Kan alla barn multiplikationstabellen innan de börjar med multiplikationsalgoritm?***

På denna fråga svarade de flesta att barnen inte kan multiplikationstabellen innan de börjar med multiplikationsalgoritmen och det blir oftast svårare för barnen själva.
En lärare med matematik som sin inriktning svarade ja på frågan. Hon hade själv följt sina elever från årskurs 2 till årskurs 5. Hon använde småstegsmetoden för inlärning av multiplikationstabellen.

3. ***Varför de kan inte multiplikationstabellen, vad är orsaken?***

På denna fråga svarade lärarna att orsaken till att barnen inte kan tabellen från början kan bero på flera saker, men de vanligaste är otryggheten som orsakas av att en och samma lärare inte kan följa sin klass under multiplikationsinlärningen pga. bl.a. sjukdom eller omorganisation, obehöriga vikarier – i stort en stor rotation!
En annan anledning kan vara att läxorna inte tas på allvar och det finns ingen organiserad och tydlig uppföljning från lärarnas sida.”… kanske lärare blir sjuka eller slutar, blir rotation på vuxna som jobbar i klassen då man missar det… om klassen är bråkig och stökig och det finns

ingen röd tråd i det… de som jobbar säger ja, ja det löser säg upp, de lägger ansvaret på andra…” En lärare nämnde att ”Vi tränar för dåligt i skolan och hemma.”
En annan lärare påstod att ” … elever som inte lär sig tabellen kan ha någon form av allmän inlärningssvårighet.”

4. *Hur brukade du göra?*

På denna fråga svarade en lärare i årskurs fyra-fem, som hade matematik som inriktning och hade följt upp sina elever från årskurs två, att hon jobbat efter små stegs metoden. Hon ansåg att metoden av effektiv och barnen lärde sig bättre. De tre andra lärarna som inte hade matematik som inriktning använde sig av lathunden. Eleverna fick stenciler med multiplikationsfrågor som de sedan tillämpar lathundsmetoden på. (Se bilaga b8 och b9) Läraren förklarade att ”Jag är inte säker att jag går den bästa vägen, men det kändes att det var ganska meningsfull att jobba med tabellen … man har samma mål vartenda utvecklingssamtal och det händer ingenting… om man vill att det skall hända något då måste man göra det i skolan.”

6 Diskussion

Jag började undersökningen med att ställa mig följande frågor:

- Påverkas barns inlärning av multiplikationstabellen positivt genom att använda en strukturerad inlärningsmetod?
- Vilka strategier använder barn vid inlärning av multiplikationstabellen?
- Hur ser lärarnas syn- och arbetssätt ut gällande multiplikationstabellen?

Jag kommer att diskutera dessa frågeställningar utifrån de litteraturstudier som har gjort och resultatet. Senare diskuteras val av metod och förslag till fortsatt forskning.

I. Påverkas barns inlärning av multiplikationstabellen positivt, genom att använda en strukturerad inlärningsmetod?

Som resultatet visar är medelvärdet på fördiagnosen för de fyra olika klasser följande:
- 48.38 för elever i årskurs 3A
- 49.70 för elever i årskurs 4B
- 59.18 för elever i årskurs 4A
- 67.49 för elever i årskurs 6A
-

Fördiagnosen gjordes för att jag skulle få en klar uppfattning om var eleverna stod kunskapsmässig. Resultatet tyder på att elever inte har de tillräckliga baskunskaper om multiplikationstabellen som krävs för algoritmräkning och för problemlösning i vidare studier. Enligt lärarna börjar elever multiplikationstabellträningen redan i årskurs två. Hur kommer det sig att de inte heller i årskurs fyra och sex har lärt sig detta? Som intervjuerna visar och enligt mina erfarenheter från skolan, är de flesta lärare obehöriga i matematik och vet inte exakt vilka hjälpmedel som finns. De tycker att det är bra att använda olika metoder, men samtidigt är de osäkra på den metod de använder.
Under tre veckor, 15 skoldagar, tränade eleverna ca 2 minuter varje dag. Detta blir sammanlagt ca 30 minuter. Medelvärdet på efterdiagnosen, för de fyra olika klasser blev:
- 43.06 för elever i årskurs 3A (en minskning med ca 6%)
- 67.13 för elever i årskurs 4B (en höjning med ca 19%)
- 78.90 för elever i årskurs 4A (en höjning med ca 22%)
- 74.49 för elever i årskurs 6A (en höjning med ca 8%)

En lärare menade att om elever tränade tabellerna med en annan metod, kanske de skulle ha haft samma resultat på efterdiagnosen. Det är självklart att andra metoder kan ha samma effekt eller bättre beroende på dess uppbyggnad, eftersom barnen är olika och kan finna sina strukturer och tänkande på andra sätt än det som redogörs i den här metoden. Som intervjun visar, brukar elever träna multiplikationstabellen ett par gånger i veckan/månaden på följande sätt: De får 50-100 kombinationer av tal, som de skall hinna med på 5 minuter. Enligt en enkel modell för minnet (Miller 1969) kan arbetsminnet inte ta hand om mer än ca 7 data samtidigt. Precis som Kilborn (2002) har kommit fram till tycker jag också att träna fler än 7 kombinationer samtidigt är meningslöst när det gäller inlärningens relation till minnets kapacitet. Jag har använt en metod som strukturerar inlärningen av multiplikationstabellen. Resultaten visar att metoden var effektiv och resulterade i en klar höjning av multiplikationskunskapen hos de flesta av eleverna.

I en klass i årskurs 3 hade effektiviteten försämrats. Elevernas resultat hade minskat i efterdiagnosen. Detta diskuterades med läraren. Hennes förklaring var att eleverna blev stressade på grund av att de i tre veckor hade tränat på prov med 20 tal och plötsligt fick syn på ett prov på 90 tal. Här ska påpekas att eleverna hade gjort samma prov innan, så detta kunde inte vara någon riktig förklaring. Läraren förklarade att en annan orsak kan vara hennes frånvaro att klassen inte kunde träna som det var tänkt. Av misstag fick eleverna bara 5 minuter på sig på efterdiagnosen istället för 10 minuter. Detta påpekades av läraren efter några dagar. Tre av eleverna som hade höga poäng på första provet misslyckades totalt på det andra och drog därmed ner medelvärdet för hela klassen. Den metod man använder och de test som ges inte kan anses vara bra i sig utan det är beroende på om man utför det på ett systematiskt sätt. I och med att undersökningen genomfördes under en kort tid (3 veckor) var det svårt att hitta en kontrollgrupp som var identisk med experimentgruppen. Eftersom efterdiagnosen genomfördes bara 3 veckor efter fördiagnosen påvisar resultatet hur effektiv metoden fungerade. Jag tycker enligt min undersökning påverkade metoden elevers inlärning av tabellen positivt och denna undersökning kan vara grunden för att gå vidare och göra en större studie för att dra generella slutsatser.

II. Vilka strategier använder barnen vid inlärning av multiplikationstabellen?

De flesta elever använder sig av lathunden vid inlärning av multiplikationstabellen. De påstår att de bara rabblar upp tabellen. Intervjun visar att varje elev har en egen strategi för att lära sig multiplikation. Grundtanken om multiplikation hos de flesta elever, är att det handlar om upprepad addition. I de flesta fall har multiplikation presenterats som upprepad addition under skoltiden. Den här metoden är både tidskrävande och ansträngande. Elever kommer att få problem om de inte utvecklar nya strategier för huvudräkningen. Några elever använder sig av olika strategier. En del använder upprepad addition och räknar på fingrarna. Exempelvis lägger de till tal, till den redan kända produkten t.ex. för att lösa $8 \cdot 6$, får eleven hjälp av sina kunskaper om femmans tabell. Hon räknade $5 \cdot 8 = 40 + 8 = 48$. Detta visar att eleven även har använt kommutativa lagen vid beräkningen. I intervjun framförde eleverna att den nya metoden är effektiv, de hävdar att man lär sig multiplikation genom repetition i små steg. Eleverna är mycket positiva när det gäller den nya metoden, de anser att man kan ta reda på sina fel och öva på dem innan man går vidare till nästa steg.

III. Hur ser lärarnas syn- och arbetssätt ut gällande multiplikationstabellen?

Enligt skolverket har grundskolan till uppgift att utveckla matematikkunskap som behövs för att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer. Enligt Löwing och Kilborn är dock multiplikationstabellen bland de grundläggande räkneoperationerna för multiplikationsalgoritmen (Löwing & Kilborn, 2003). I min undersökning framkom det att lärarna tycker att multiplikationsinlärningen kan börjas tidigt. Enligt lärarna är multiplikation upprepad addition. De ansåg att barnen har användning av detta både i skolsammanhang och i olika samhällssituationer. Hur man strukturerar information, har en stor roll i inlärningen. Associationsteorin går ut på att man skall dela upp kunskapen i små bitar. Genom att öva tillräckligt mycket på detaljerna, blir man bra på helheten. Skinner hävdar också att kunskapen måste delas i små delar och att eleverna skall få en direkt respons, när de gör rätt eller fel, vilket hjälper eleven att få snabbare resultat.

Som intervjuerna visade, tre av fyra lärare hade ingen struktur i sin undervisning i multiplikationsinlärning. De kände inte till någon bra metod för inlärningen och för det mesta använde de sig av lathundsmetod. Detta innebär att elever måste träna på många tal samtidigt, vilket strider mot Millers teori. Som intervjuerna visar, elever har samma mål i vartenda utvecklingssamtal efter varje termin. Enligt min mening är orsaken till detta att lärarna inte har något systematiskt sätt att arbeta med multiplikationstabellen.

Samtidigt tycker jag att de ägnar för lite tid åt tabellträningen och den verkar inte tas på allvar vare sig från lärarnas eller elevernas sida. Resultatet på fördiagnosen visade att elevernas kunskap i multiplikationstabellen är ganska låg. Detta medför att läraren måste få eleverna att ägna mer tid åt inlärningen av multiplikationstabellen i skolan. Emedan matematik är ett abstrakt ämne, måste eleverna vara tillräckligt motiverade i ämnet för att engagera sig i inlärningen. Lärarna har till uppgift att försöka väcka sådant intresse hos eleverna (Skolverket, 2003).

6.1 Metoddiskussion

Syftet med undersökningen var att studera effekten med Kilborns metod (1973) på en grupp elevers inlärning av multiplikationstabellen. Undersökningen började med ett multiplikationstest (fördiagnos). Undersökningen avslutades med att eleverna svarade på samma test som de fick innan undersökningen (efterdiagnos). Medelvärdet på första och sista test räknades fram för att mäta metodens effekt på elevers inlärning.

Jag tänkte på andra faktorer när jag genomförde undersökningen. Det var intressant att ta reda på lärares och elevers förhållningssätt till multiplikationstabellen. Genom intervjuer har jag fått större förståelse i hur en elev tänker vid multiplikationsträning och vilka strategier hon använder. Eftersom lärarens arbetssätt och val av inlärningsmetod har stor effekt på barnens inlärning, valde jag att intervjua lärarna för att få insikt i deras arbetssätt. För att få svar på mina frågeställningar koncentrerade jag mig på tolkning av intervjuerna. Jag anser att mitt val av metod var korrekt, eftersom jag har fått svar på mina frågeställningar.

6.2 Uppnående av studiens syfte

Syftet med min uppsats var att studera om elevers inlärning av multiplikationstabellen påverkas positivt genom att strukturera inlärningen. Lärar- och elevintervjuer gav mig en bild av lärarnas förhållningssätt till multiplikationsinlärningen och deras arbetssätt samt elevernas tankeformar och strategier vid multiplikationstabellträningen. Genom att jämföra skillnaden mellan resultatet på fördiagnosen och efterdiagnosen för varje enskild elev kunde jag mäta hur effektivt metoden var. Jag anser att jag utifrån de metoder jag valt i form av diagnoser, elevintervju och lärarintervju samt litteraturstudier har svarat på de frågeställningar som redovisades i mitt syfte.
Jag tycker att jag tillgodogjort mig både en bredare och djupare kunskap om olika inlärnings metoder som kan hjälpa mig i min framtida yrkesverksamhet. De didaktiska konsekvenserna av denna studie är att vi skall sätta stor vikt på att strukturera inlärningen d.v.s. diagnostisera elever och använda olika inlärningsmetoder i skolor för att varje elev skall få den grundläggande kunskap som behövs för vidare studie.

6.3 Kritik mot arbetet

Det finns några faktorer som jag borde ha tänkt på innan jag genomförde undersökningen. Den ena faktorn som kunde påverka mitt resultat är att elever behövde mer tid för att hinna med hela multiplikationstabellen. De tränade tabellerna i tre veckor 17 elever hann bara till steg 2-3 och 27 elever hann till steg 4, vilket har stor påverkan på resultaten. Om jag hade kunnat utföra det här arbetet tidigare under terminen skulle jag ha fått en mer rättvisande bild av metoden eftersom de flesta elever då sannolikt skulle ha hunnit avsluta träningen. Det hade också varit bättre om jag hade intervjuat elever från olika årskurser, då hade jag fått en bred uppfattning om elevers inlärningsmetoder vid multiplikationsträning och jag skulle ha fått mer varierande svar och strategier från eleverna.

6.4 Framtida forskning

Under arbetets gång har det framkommit nya frågeställningar som jag skulle vilja undersöka vidare. Det vore intressant att studera vilka arbetssätt och läromedel som finns i olika skolor för inlärning av multiplikationstabellen. En mer omfattande studie skulle kunna visa vilket av arbetssätten som ger bästa resultat när det gäller multiplikationsinlärningen.

7 Referensförteckning

Ahlberg, A. (1995), *Barn och matematik*, Lund: studentlitteratur

Barbosa da Silva, A., & Wahlberg, V. (1994). Vetenskapsteoretisk grund för kvalitet och metod. I B. Starrin, & P-G. Svensson (Red), *Kvalitativ metod och vetenskapsteori* (s. 41-70). Lund: Studentlitteratur

Kilborn, W. & Johansson, B. (1985), *Plan matematik,* Göteborg: W & B Utbildningsprodukter AB

Kilborn, W. (1973), *Multiplikationstabellen, SISU-projekt*, Göteborg: Pedagogiska institutionen, Lärarhögskola i Göteborg

Kilborn, W. (1979), *PUMP PROJEKTET, Bakgrund och erfarenheter,* Stockholm: LiberTryck

Kilborn, W. (1981), *Vad vet fröken om baskunskaper? Matematik för skolan och samhället,* Stockholm: Liber UtbildningsFörlaget

Kilborn, W. (2002), *Didaktisk ämnesteori i matematik, Del 1 Grundläggande aritmetik,* Malmö: Liber Ekonomi

Kilborn, W. (2003), Synen på baskunnande ur ett tidsperspektiv. *I Baskunnande i matematik*, Stockholm: Myndigheten för skolutveckling

Löwing, M. & Kilborn, W. (2002), *Baskunskaper i matematik för skola, hem och samhälle,* Lund: Studentlitteratur

Löwing, M. & Kilborn, W. (2003), *Huvudräkning, En inkörsport till matematiken,* Lund: Studentlitteratur

Löwing, M. (2006), *Matematikundervisningens dilemman, hur lärare kan hantera lärandets komplexitet,* Lund: Studentlitteratur

Lpo 94, *Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet* (2006)

Marton, F. & Hounsell, D. & Entwistle, N. (1995), *Hur vi lär*, Kristianstad: Kristianstads Boktryckeri AB

Mouwitz, L. (2004), *Bildning och matematik,* Högskoleverkets rapportserie 2004:29 R

Olstorpe, K. & Skoogh, L. & Johansson, H. & Olstorpe, R. & Olstorpe, S. (2003), *Matte Mosaik, Grundbok 2A och 2B*, Örebro: Ljung

Olstorpe, K. & Skoogh, L. & Johansson, H. & Olstorpe, R. (2000), *Småstegsmetoden,* Stockholm: Liber AB

Patel, R. & Davidson, B. (1991, 1994), *Forskningsmetodikens grunder, Att planera, genomföra och rapportera en undersökning.* Lund: Studentlitteratur

Skolverket (2003), *Lusten att lära – med fokus på matematik*. Nationella kvalitetsgranskningar, 2001-2002, Stockholm: Skolverket

Skolverket (2006/07), *Kursplaner och betygskriterier för Grundskolan, matematik*, inrättat 2000-07

Svein Sjöberg (2004), *Naturvetenskap som allmänbildning, en kritisk ämnesdidaktik*, Lund: Studentlitteratur

Stukat, S. (2005)*, Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap*, Lund: Studentlitteratur

8 Bilagor

Bilaga b1

Den associativa lagen för multiplikation lyder: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$. Lagen kan t.ex. utnyttjas vid multiplikation som $37 \cdot 25 \cdot 4 = 37 \cdot (25 \cdot 4) = 37 \cdot 100$. I det här fallet byter man ordnig på beräkningarna. *Löwing & Kilborn(2003)*

Bilaga b2

Den Kommutativa lagen för multiplikation lyder: $a \cdot b = b \cdot a$. Den innebär t.ex. att den som vet att $6 \cdot 8 = 48$ också vet att $8 \cdot 6 = 48$. vid multiplikation av tre tal kan detta ge stora fördelar. Multiplikationen $25 \cdot 37 \cdot 4$ blir t.ex. betydligt enklare att utföra om man byter ordningen på faktorerna 37 och 4 och därefter räknar $25 \cdot 4 \cdot 37 = 100 \cdot 37$. *Löwing & Kilborn(2003)*

Bilaga b3

Rutnät

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96

Bilaga b4

Till föräldrar/ vårdnadshavare

Jag heter Mahroo Khousravi och jag studerar lärarprogrammet här i Göteborg. Jag vill undersöka möjligheterna till att förbättra matematikundervisning. Undersökningen kommer att ingå i min examensuppsats. Till mitt arbete behöver jag elevers hjälp. Ni kan välja fritt om ert barn vill medverka i undersökningen eller inte och de får hoppa av undersökningen när som helst. Inga namn och personuppgifter förekommer i arbetet.
Jag vore tacksam om ert barn får delta.

Elever kommer att träna multiplikationstabellen med hjälp av en metod. Elever kommer att göra ett multiplikationsprov före och efter undersökningen. Skillnaden mellan resultat på första och sista prov räknas fram för att kontrollera elevernas kunskapsutveckling i multiplikationstabellen. En annan sak som jag kommer att undersöka är hur lång tid barnen behöver för att lära sig multiplikationstabellen.

Tack för hjälpen!
Mahroo Khousravi
Mobil.nr 0739 347558
mahrookhosravi@yahoo.com

Jag tillåter att mitt barn …………………………….. medverkar i undersökningen som rör examensarbetet.

Föräldrarnas/Vårdnadshavarnas underskrift

……………………………………………………………………………………………….

Bilaga b5

NAMN:	*Max:*	*Din poäng:*
6·3 = -----	1·2 = -----	10·4 = -----
5·4 = -----	2·4 = -----	9·9 = ------
2·3 = -----	7·8 = -----	3·8 = ------
5·5 = -----	4·6 = -----	7·8 = ------
1·8 = -----	6·9 = -----	3·4 = ------
7·7 = -----	1·3 = -----	6·3 = ------
3·9 = -----	2·7 = -----	10·9 = -----
4·4 = -----	8·7 = -----	5·5 = ------
6·7 = -----	3·7 = -----	8·7 = ------
0·4 = -----	3·10 = -----	6·2 = ------
1·9 = -----	9·8 = -----	4·4 = -----
9·4 = -----	4·4 = -----	6·3 = -----
1·1 = ----	1·0 = -----	4·10 = -----
5·6 = -----	2·8 = -----	8·8 = -----
7·8 = -----	9·10 = -----	0·4 = -----
3·1 = -----	3·8 = -----	6·9 = -----
6·9 = -----	6·6 = -----	8·2 = -----
4·5 = -----	8·9 = -----	7·4 = -----
3·3 = -----	9·7 = -----	3·10 = -----
2·2 = -----	3·8 = -----	6·5 = -----
1·10= -----	1·4 = -----	7·4 = -----
4·8 = -----	2·9 = -----	6·9 = -----
3·2 = -----	4·9 = -----	3·0 = -----
1·1 = -----	1·6 = -----	7·8 = -----
8·7 = -----	3·10 = -----	9·9 = -----
4·7 = -----	9·2 = -----	6·7 = -----
6·4 = -----	6·3 = -----	4·2 = -----
4·3 = -----	5·4 = -----	6·3 = -----
7·7 = -----	6·7 = -----	4·10 = -----
3·9 = -----	3·4 = -----	8·8 = -----

Bilaga b6

Lärarhandledning

Hur man skall arbeta med multiplikationstabellen

Det är mycket viktigt att förklara för barnen räknelagar och räkneregler som hjälper till inlärningen. Exempel på detta kan vara:

- Kommutativa lagen ($a \cdot b = b \cdot a$, se bilaga b2), vilket gör att tabellen blir symmetrisk kring en diagonal som innehåller kvadrattalen. Att känna till kommutativa lagen, medför att elever bara behöver lära sig hälften av tabellen.
- Berätta för barnen om enhetselementet 1, att för alla tal a gäller att $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$, t.ex. $7 \cdot 1 = 1 \cdot 7 = 7$.
- Tala om talsystemets bas 10. För multiplikation av naturliga tal med 10 gäller att man lägger till en nolla till höger om produkten. Alltså är $7 \cdot 10 = 10 \cdot 7 = 70$.
- Förklara att multiplikation med 2 är exakt samma som dubbletter i additionstabellen.

På så sätt det är bara följande 28 kombinationer kvar att lära sig. Det är bra att elever känner till vissa egenskaper hos de här 28 kombinationerna. Följande egenskaper är lätta att lära sig:

- Om minst ett av talen är ett jämt tal, så är produkten ett jämnt tal.
  Om båda talen är udda så är produkten ett udda tal.
- Om en av faktorerna är delbar med 3 (alltså är 3, 6 eller 9) så är siffrornas summa delbar med 3.
- Ett jämnt tal som multipliceras med 9 så blir siffersumman 9, t.ex. $9 \cdot 5 = 45$ där siffersumman $4 + 5 = 9$.
- De här egenskaperna hos tal ger stora möjligheter till matematiska samtal med eleverna och hjälper dem att utveckla sin taluppfattning.

Hur tabellträningen skall gå till

I första steg lär sig eleverna att använda en lathund över multiplikationstabellen. (Se bilaga b5) Lathunden används enbart som stöd under en inlärningsfas.
Alla elever får till en början en lathund och ett antal övningsblanketter som passar till steg 1. Elever skall individuellt arbeta med multiplikationsuppgifter under några minuter (5 minuter), varje dag. Observera att i första steget, tabellen och respektive övningar bara omfattar uppgifter upp till $4 \cdot 4$. (Se bilaga b6) När eleverna övar på de här uppgifterna använder de sig av lathunden. Genom att eleverna möter ett fåtal uppgifter gång på gång sker en inlärning automatiskt.
Efter några dagars individuell träning (några minuter varje dag), får eleverna efter hand en diagnos (identisk med ett av de fyra övningsbladen), där de skall svara på 20 uppgifter utan att använda lathund. För de elever som gör diagnosen avbryter man emellertid efter 2 minuter.
De elever som godkänts på steg 1, kan gå vidare till steg 2, som innehåller en blandning av uppgifter upp till $6 \cdot 6$, där uppgifterna upp till $4 \cdot 4$ tagits bort. Därefter får de göra motsvarande uppgifter. Då får eleven ny lathund och ett antal övningsblanketter av motsvarande slag. Observera att de nya uppgifterna återigen blandas upp med några gamla för att hålla dessa vid liv. På motsvarande sätt utvidgas uppgifterna successivt till att täcka kombinationerna upp till $9 \cdot 9$.

Bilaga b7

Steg 1

4	4	8	12	16
3	3	6	9	12
2	2	4	6	8
1	1	2	3	4
	1	2	3	4

Steg 2

6	6	12	18	24	30	36
5	5	10	15	20	25	30
4	.	.	.	.	20	24
3	.	.	.	.	15	18
2	.	.	.	.	10	12
1	.	.	.	.	5	6
	1	2	3	4	5	6

Steg 3

7	7	14	21	28	35	42	49
6	.	.	.	.	.	.	42
5	.	.	.	.	.	.	35
4	.	.	.	.	.	.	28
3	.	.	.	.	.	.	21
2	.	.	.	.	.	.	14
1	.	.	.	.	.	.	7
	1	2	3	4	5	6	7

Steg 4

8	8	16	24	32	40	48	56	64
7	.	.	.	.	.	.	.	56
6	.	.	.	.	.	.	.	48
5	.	.	.	.	.	.	.	40
4	.	.	.	.	.	.	.	32
3	.	.	.	.	.	.	.	24
2	.	.	.	.	.	.	.	16
1	.	.	.	.	.	.	.	8
	1	2	3	4	5	6	7	8

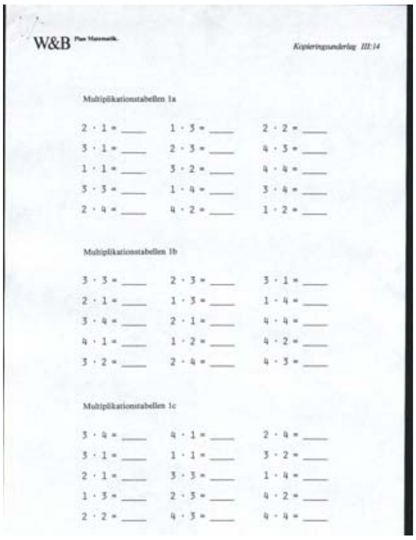
Steg 5

9	9	18	27	36	45	54	63	72	81
8	.	.	.	.	.	.	.	.	72
7	.	.	.	.	.	.	.	.	63
6	.	.	.	.	.	.	.	.	54
5	.	.	.	.	.	.	.	.	45
4	.	.	.	.	.	.	.	.	36
3	.	.	.	.	.	.	.	.	27
2	.	.	.	.	.	.	.	.	18
1	.	.	.	.	.	.	.	.	9
	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Steg 6

9	9	18	27	36	45	54	63	72	81
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Tillhörande övningsuppgifter



W&B Plan Matematik. *Kopieringsunderlag III:14*

Multiplikationstabellen 1a

2 · 1 = ____	1 · 3 = ____	2 · 2 = ____
3 · 1 = ____	2 · 3 = ____	4 · 3 = ____
1 · 1 = ____	3 · 2 = ____	4 · 4 = ____
3 · 3 = ____	1 · 4 = ____	3 · 4 = ____
2 · 4 = ____	4 · 2 = ____	1 · 2 = ____

Multiplikationstabellen 1b

3 · 3 = ____	2 · 3 = ____	3 · 1 = ____
2 · 1 = ____	1 · 3 = ____	1 · 4 = ____
3 · 4 = ____	2 · 1 = ____	4 · 4 = ____
4 · 1 = ____	1 · 2 = ____	4 · 2 = ____
3 · 2 = ____	2 · 4 = ____	4 · 3 = ____

Multiplikationstabellen 1c

3 · 4 = ____	4 · 1 = ____	2 · 4 = ____
3 · 1 = ____	1 · 1 = ____	3 · 2 = ____
2 · 1 = ____	3 · 3 = ____	1 · 4 = ____
1 · 3 = ____	2 · 3 = ____	4 · 2 = ____
2 · 2 = ____	4 · 3 = ____	4 · 4 = ____

W&B Plan Matematik. *Kopieringsunderlag III:15*

Multiplikationstabellen 1d

4 · 1 = ____	1 · 2 = ____	4 · 4 = ____
3 · 2 = ____	3 · 3 = ____	1 · 3 = ____
3 · 4 = ____	4 · 2 = ____	4 · 3 = ____
1 · 1 = ____	2 · 1 = ____	2 · 2 = ____
1 · 4 = ____	2 · 3 = ____	2 · 4 = ____

Multiplikationstabellen 2a

5 · 3 = ____	2 · 6 = ____	6 · 6 = ____
1 · 2 = ____	3 · 4 = ____	4 · 2 = ____
5 · 4 = ____	1 · 5 = ____	3 · 6 = ____
3 · 2 = ____	4 · 4 = ____	3 · 1 = ____
4 · 6 = ____	6 · 3 = ____	4 · 5 = ____

Multiplikationstabellen 2b

5 · 6 = ____	6 · 3 = ____	5 · 1 = ____
3 · 1 = ____	4 · 4 = ____	2 · 1 = ____
2 · 6 = ____	3 · 5 = ____	5 · 5 = ____
1 · 2 = ____	3 · 4 = ____	1 · 4 = ____
1 · 6 = ____	5 · 2 = ____	6 · 5 = ____

W&B Plan Matematik. *Kopieringsunderlag III:16*

Multiplikationstabellen 2c

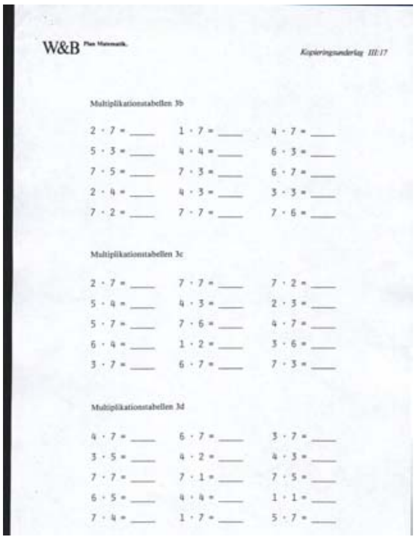
1 · 6 = ____	2 · 5 = ____	3 · 5 = ____
4 · 2 = ____	1 · 1 = ____	3 · 3 = ____
4 · 5 = ____	6 · 6 = ____	4 · 6 = ____
3 · 4 = ____	1 · 3 = ____	4 · 4 = ____
3 · 6 = ____	5 · 2 = ____	6 · 2 = ____

Multiplikationstabellen 2d

2 · 5 = ____	1 · 5 = ____	6 · 1 = ____
1 · 4 = ____	2 · 1 = ____	2 · 3 = ____
5 · 5 = ____	6 · 4 = ____	5 · 4 = ____
3 · 2 = ____	3 · 2 = ____	2 · 4 = ____
5 · 6 = ____	5 · 3 = ____	6 · 5 = ____

Multiplikationstabellen 3a

7 · 3 = ____	5 · 7 = ____	2 · 7 = ____
4 · 6 = ____	6 · 1 = ____	5 · 2 = ____
7 · 1 = ____	7 · 4 = ____	3 · 7 = ____
3 · 4 = ____	6 · 6 = ____	4 · 5 = ____
1 · 7 = ____	7 · 6 = ____	7 · 2 = ____



W&B Plan Matematik. *Kopieringsunderlag III:17*

Multiplikationstabellen 3b

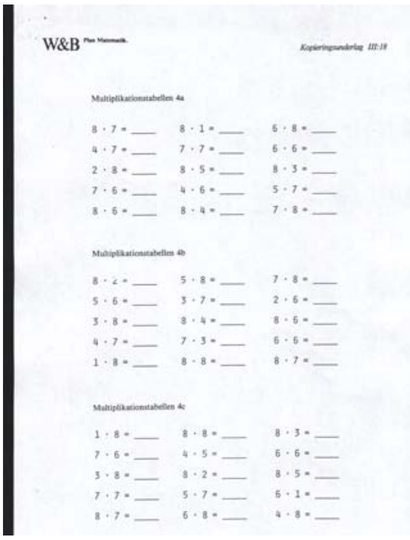
2 · 7 = ____	1 · 7 = ____	4 · 7 = ____
5 · 3 = ____	4 · 4 = ____	6 · 3 = ____
7 · 5 = ____	7 · 3 = ____	6 · 7 = ____
2 · 4 = ____	4 · 3 = ____	3 · 3 = ____
7 · 2 = ____	7 · 7 = ____	7 · 6 = ____

Multiplikationstabellen 3c

2 · 7 = ____	7 · 7 = ____	7 · 2 = ____
5 · 4 = ____	4 · 3 = ____	2 · 3 = ____
5 · 7 = ____	7 · 6 = ____	4 · 7 = ____
6 · 4 = ____	1 · 2 = ____	3 · 6 = ____
3 · 7 = ____	6 · 7 = ____	7 · 3 = ____

Multiplikationstabellen 3d

4 · 7 = ____	6 · 7 = ____	3 · 7 = ____
3 · 5 = ____	4 · 2 = ____	4 · 3 = ____
7 · 7 = ____	7 · 1 = ____	7 · 5 = ____
6 · 5 = ____	4 · 4 = ____	1 · 1 = ____
7 · 4 = ____	1 · 7 = ____	5 · 7 = ____



W&B Plan Matematik. *Kopieringsunderlag III:18*

Multiplikationstabellen 4a

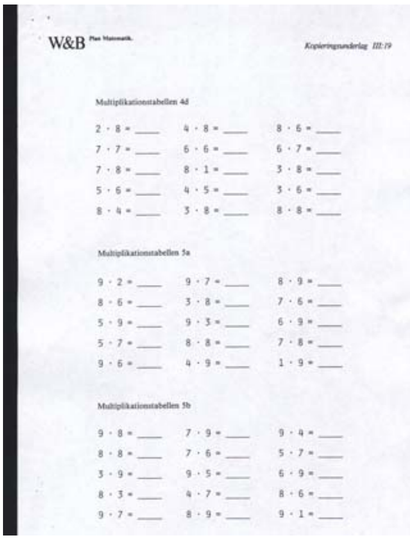
8 · 7 = ____	8 · 1 = ____	6 · 8 = ____
4 · 7 = ____	7 · 7 = ____	6 · 6 = ____
2 · 8 = ____	8 · 5 = ____	8 · 3 = ____
7 · 6 = ____	4 · 6 = ____	5 · 7 = ____
8 · 6 = ____	8 · 4 = ____	7 · 8 = ____

Multiplikationstabellen 4b

8 · 2 = ____	5 · 8 = ____	7 · 8 = ____
5 · 6 = ____	3 · 7 = ____	2 · 6 = ____
3 · 8 = ____	8 · 4 = ____	8 · 6 = ____
4 · 7 = ____	7 · 3 = ____	6 · 6 = ____
1 · 8 = ____	8 · 8 = ____	8 · 7 = ____

Multiplikationstabellen 4c

1 · 8 = ____	8 · 8 = ____	8 · 3 = ____
7 · 6 = ____	4 · 5 = ____	6 · 6 = ____
3 · 8 = ____	8 · 2 = ____	8 · 5 = ____
7 · 7 = ____	5 · 7 = ____	6 · 1 = ____
8 · 7 = ____	6 · 8 = ____	4 · 8 = ____



W&B Plan Matematik. *Kopieringsunderlag III:19*

Multiplikationstabellen 4d

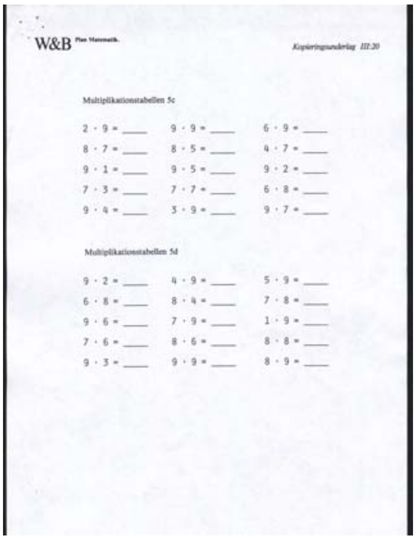
2 · 8 = ____	4 · 8 = ____	8 · 6 = ____
7 · 7 = ____	6 · 6 = ____	6 · 7 = ____
7 · 8 = ____	8 · 1 = ____	3 · 8 = ____
5 · 6 = ____	4 · 5 = ____	3 · 6 = ____
8 · 4 = ____	3 · 8 = ____	8 · 8 = ____

Multiplikationstabellen 5a

9 · 2 = ____	9 · 7 = ____	8 · 9 = ____
8 · 6 = ____	3 · 8 = ____	7 · 6 = ____
5 · 9 = ____	9 · 3 = ____	6 · 9 = ____
5 · 7 = ____	8 · 8 = ____	7 · 8 = ____
9 · 6 = ____	4 · 9 = ____	1 · 9 = ____

Multiplikationstabellen 5b

9 · 8 = ____	7 · 9 = ____	9 · 4 = ____
8 · 8 = ____	7 · 6 = ____	5 · 7 = ____
3 · 9 = ____	9 · 5 = ____	6 · 9 = ____
8 · 3 = ____	4 · 7 = ____	8 · 6 = ____
9 · 7 = ____	8 · 9 = ____	9 · 1 = ____



W&B Plan Matematik. Kopieringsunderlag III:20

Multiplikationstabellen 5c

$2 \cdot 9 =$ ____	$9 \cdot 9 =$ ____	$6 \cdot 9 =$ ____
$8 \cdot 7 =$ ____	$8 \cdot 5 =$ ____	$4 \cdot 7 =$ ____
$9 \cdot 1 =$ ____	$9 \cdot 5 =$ ____	$9 \cdot 2 =$ ____
$7 \cdot 3 =$ ____	$7 \cdot 7 =$ ____	$6 \cdot 8 =$ ____
$9 \cdot 4 =$ ____	$3 \cdot 9 =$ ____	$9 \cdot 7 =$ ____

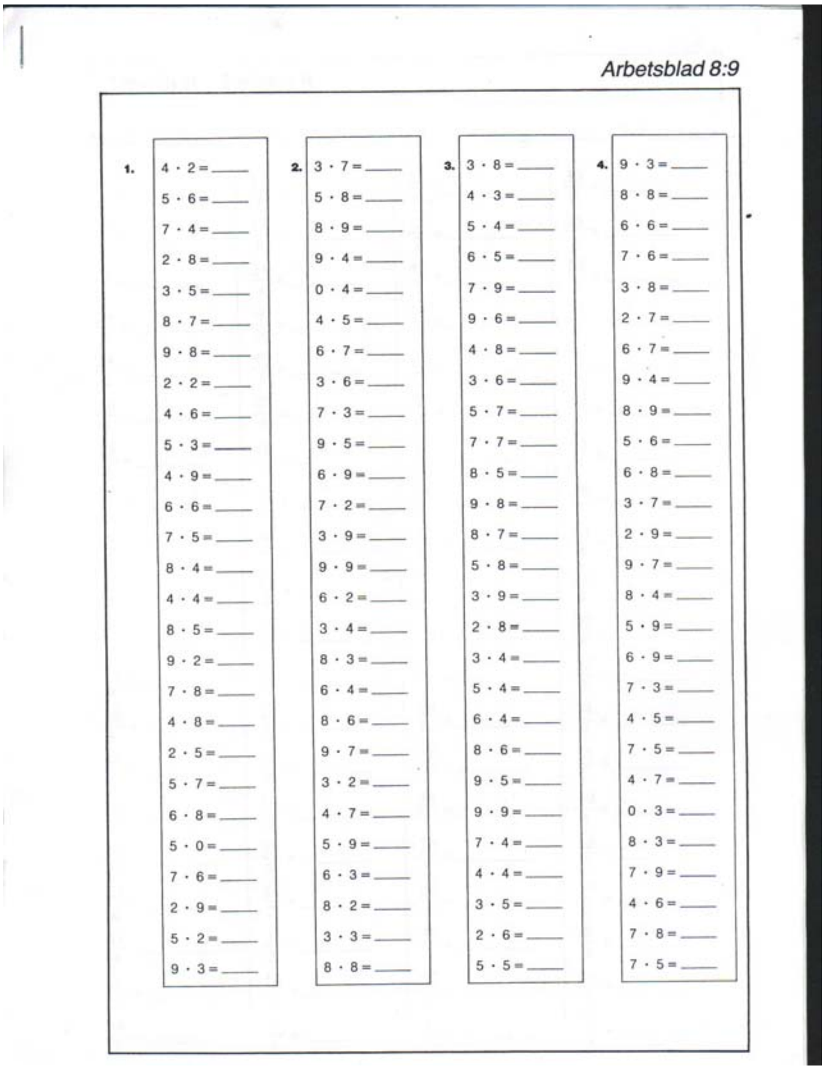
Multiplikationstabellen 5d

$9 \cdot 2 =$ ____	$4 \cdot 9 =$ ____	$5 \cdot 9 =$ ____
$6 \cdot 8 =$ ____	$8 \cdot 4 =$ ____	$7 \cdot 8 =$ ____
$9 \cdot 6 =$ ____	$7 \cdot 9 =$ ____	$1 \cdot 9 =$ ____
$7 \cdot 6 =$ ____	$8 \cdot 6 =$ ____	$8 \cdot 8 =$ ____
$9 \cdot 3 =$ ____	$9 \cdot 9 =$ ____	$8 \cdot 9 =$ ____

Bilaga b8

9	18	27	36	45	54	63	72	81
8	16	24	32	40	48	56	64	72
7	14	21	28	35	42	49	56	63
6	12	18	24	30	36	42	48	54
5	10	15	20	25	30	35	40	45
4	8	12	16	20	24	28	32	36
3	6	9	12	15	18	21	24	27
2	4	6	8	10	12	14	16	18
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Bilaga b9



Arbetsblad 8:9

1.	2.	3.	4.
4 · 2 = ____	3 · 7 = ____	3 · 8 = ____	9 · 3 = ____
5 · 6 = ____	5 · 8 = ____	4 · 3 = ____	8 · 8 = ____
7 · 4 = ____	8 · 9 = ____	5 · 4 = ____	6 · 6 = ____
2 · 8 = ____	9 · 4 = ____	6 · 5 = ____	7 · 6 = ____
3 · 5 = ____	0 · 4 = ____	7 · 9 = ____	3 · 8 = ____
8 · 7 = ____	4 · 5 = ____	9 · 6 = ____	2 · 7 = ____
9 · 8 = ____	6 · 7 = ____	4 · 8 = ____	6 · 7 = ____
2 · 2 = ____	3 · 6 = ____	3 · 6 = ____	9 · 4 = ____
4 · 6 = ____	7 · 3 = ____	5 · 7 = ____	8 · 9 = ____
5 · 3 = ____	9 · 5 = ____	7 · 7 = ____	5 · 6 = ____
4 · 9 = ____	6 · 9 = ____	8 · 5 = ____	6 · 8 = ____
6 · 6 = ____	7 · 2 = ____	9 · 8 = ____	3 · 7 = ____
7 · 5 = ____	3 · 9 = ____	8 · 7 = ____	2 · 9 = ____
8 · 4 = ____	9 · 9 = ____	5 · 8 = ____	9 · 7 = ____
4 · 4 = ____	6 · 2 = ____	3 · 9 = ____	8 · 4 = ____
8 · 5 = ____	3 · 4 = ____	2 · 8 = ____	5 · 9 = ____
9 · 2 = ____	8 · 3 = ____	3 · 4 = ____	6 · 9 = ____
7 · 8 = ____	6 · 4 = ____	5 · 4 = ____	7 · 3 = ____
4 · 8 = ____	8 · 6 = ____	6 · 4 = ____	4 · 5 = ____
2 · 5 = ____	9 · 7 = ____	8 · 6 = ____	7 · 5 = ____
5 · 7 = ____	3 · 2 = ____	9 · 5 = ____	4 · 7 = ____
6 · 8 = ____	4 · 7 = ____	9 · 9 = ____	0 · 3 = ____
5 · 0 = ____	5 · 9 = ____	7 · 4 = ____	8 · 3 = ____
7 · 6 = ____	6 · 3 = ____	4 · 4 = ____	7 · 9 = ____
2 · 9 = ____	8 · 2 = ____	3 · 5 = ____	4 · 6 = ____
5 · 2 = ____	3 · 3 = ____	2 · 6 = ____	7 · 8 = ____
9 · 3 = ____	8 · 8 = ____	5 · 5 = ____	7 · 5 = ____