GÖTEBORGS UNIVERSITET
INSTITUTIONEN FÖR PEDAGOGIK OCH DIDAKTIK

Elever med dövhet och matematik

En studie i några elevers val av beräkningsstrategier och utveckling av talbegreppet

Jan Persson

Examensarbete:	15 hp
kurs:	Examensarbete med utvecklingsinriktning, PDGX62
Nivå:	Grundnivå
Termin/år:	Vt/2012
Handledare:	Per-Olof Bentley
Examinator:	Mikael Nilsson
Rapport nr:	VT12-IPS-11 PDGX62

Abstract

Examensarbete:	15 hp
kurs:	Examensarbete med utvecklingsinriktning, PDGX62
Nivå:	Grundnivå
Termin/år:	Vt/2012
Handledare:	Per-Olof Bentley
Examinator:	Mikael Nilsson
Rapport nr:	VT12-IPS-11 PDGX62
Nyckelord:	Talbegreppet, beräkningsstrategi/beräkningsprocedur, dövhet - döv

---

Syfte: Syftet med studien är att undersöka vilken förståelse av talbegreppet några elever med dövhet har utvecklat och vilka beräkningsstrategier de väljer på additions - och subtraktionsuppgifter inom det lägre talområdet från 0 - 100.

Teori: I denna studie är syftet att undersöka hur enskilda elever erfar begrepp. En utvidgad fenomenografisk teoriram är vald för att nå syftet. Huvuddragen i en fenomenografisk undersökning är semistrukturerade intervjuer, transkriberade data, analys och upprättande av beskrivningskategorier av kvalitativt skilda sätt att erfara det efterfrågade på (Bentley, 2008). Förståelse av begrepp kan enligt Marton och Booth (2000) ordnas hieraktiskt där lärande går från en odifferentierad och mindre sammanhängande förståelse av helheten, till en ökad differentiering och integration av helheten och dess beståndsdelar. Uppsättningen kvalitativt skilda sätt att förstå begrepp är begränsad. Men det går enligt Marton och Booth (2000) att upptäcka nya sätt. Hur verkligheten upplevs av enskilda individer är huvud-resultatet i en fenomenografisk undersökning. Resultatet bygger på antagandet att den enskilda individens förståelse speglas i hur individen beskriver sin verklighet, vanligtvis genom en intervju. Det innebär att den verklighet som beskrivs är den verklighet som den intervjuade/undersökte har exponerat (Marton & Booth, 2000).

Metod: 24 semistrukturerade intervjuer är genomförda. 7 på elever med dövhet och 17 på elever som hör. Eleverna var vid undersökningstillfället mellan 7 - 14 år. Intervjuerna har berört hur eleverna behandlar cirka 10 subtraktions - eller additionsuppgifter inom talområdet 0 - 100. Intervjuerna med eleverna med dövhet videofilmades och genomfördes med hjälp av en teckenspråkstolk. De hörande elevernas intervjuer videofilmades inte, utan dokumenterades skriftligt under tiden intervjuerna genomfördes. Efter avslutad intervju kompletterades de med minnesanteckningar. Det som behandlades under intervjuerna transkribrerades och resultatet delades in i olika beskrivningskategorier. Beskrivningskategorierna var: utvecklingen av talbegreppet, elevers val av beräkningsstrategier, utvecklingen av beräkningsstrategier och använd tid per räkneuppgift.

Resultat: Studien pekar mot att elever med dövhet utvecklar talbegreppet på ungefär samma sätt som hörande elever. Förutom att elever med dövhet i högre grad använder sig av fingerberäkningar och att härledda strategier inte används i samma utsträckning som hos de hörande eleverna. De elever som klarade av lägst antal uppgifter använde sig endast av den stegvisa beräkningstrategin i olika varianter. Av de elever som hade mellan 1-3 inkorrekta lösningar, använde förutom den stegvisa beräkningsstrategin, också strategin talsortsvis beräkning där flera av eleverna hade en felaktig användning av strategin när uppgiften var en subtraktion med växling. Flertalet av de elever som hade alla rätt, använde kompensationsberäkningar. Kompensationsberäkningar ledde sällan till inkorrekta lösningar.

Innehållsförteckning

1 Inledning

I TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) jämförs elevers kunskaper i matematik och naturorienterande ämnen, i år 4 och 8, i EU/OECD- länderna. I den senaste jämförelsen, TIMSS 2007, visar det sig att svenska elever presterar under genomsnittet i aritmetik, det vill säga, de fyra räknesätten (Skolverket, 2008). I den djupanalys av elevernas testresultat av TIMMS 2007 (Skolverket, 2008) som är gjord, visar att svenska elever sällan gör slumpmässiga fel när de räknat fel på en uppgift. Felen beror enligt Bentley (Skolverket, 2008) snarare på att begreppen och modellerna för att förstå begreppen inte är tillräckligt utvecklade. Djupanalysen visade också att svenska elever har bristande förståelse för talbegreppet och att de kan använda en beräkningsprocedur/beräkningsstrategi både korrekt och inkorrekt beroende på sammanhang.

För att en elev ska utveckla talfakta, som belastar arbetsminnet så lite som möjligt, måste felaktiga tillämpningar av beräkningsprocedurer rensas bort (Skolverket, 2008).
I en studie som Per Frostad (1999) gjort på norska, döva, elevers val av beräkningsstrategier i addition och subtraktion, visar det sig att hörande elever och döva elever har liknande strategival fast det finns skillnader. Det finns statistik på att elever med dövhet i lägre utsträckning når de nationella målen för skolan än hörande elever (SOU 2011:30) Det finns forskning som visar att elever med dövhet har samma kognitiva potential som hörande (Martin, 1991 i Foisack, 2003).

Att elever med dövhet i lägre utsträckning når de nationella målen, trots samma kognitiviva potential, är otillfredsställande. Elsa Foisack (2003) menar att vi vet väldigt lite om hur elever med dövhets lärande går till, men Foisack menar vidare att, om vi använder oss av den kunskap som finns om hur barn i allmänhet lär sig matematik kan den kunskapen användas på elever med dövhet. Fokus i studien är att undersöka vilka val av beräkningsstrategier elever med dövhet väljer i addition och subtraktion och deras förståelse för talbegreppet. Resultatet ska sedan jämföras med hörande elevers resultat. Då eleven i denna studie är i fokus, i första hand, har en fenomenografisk intervjuundersökning genomförts. Sju elever med dövhet och 17 elever som hör, har intervjuats i hur de löser addition - och subtraktionsuppgifter i talområdet 0 - 50. Huvuddragen i fenomenografiska undersökningar är semistrukturerade intervjuer, transkriberade data och indelning i kvalitativt skilda sätt att erfara det efterfrågade på (Skolverket, 2008).

> *”Understanding the level of thinking of the class and individuals in that class is key in serving the needs of all children.”*
>
> *(Samara & Clements, 2009. s. ix)*

Forskningsansatsen har ledit fram till att formulera följande syfte och frågeställningar:

1.1 Syfte och frågeställningar

1.1.1 Syfte

Syftet med undersökningen är att undersöka vilken förståelse av talbegreppet några elever med dövhet har utvecklat och vilka beräkningsstrategier de väljer på additions - och subtraktionsuppgifter inom det lägre talområdet från 0 - 100.

1.1.2 Frågeställningar

- Vilken exponerad förståelse av talbegreppet har de undersökta eleverna utvecklat?
- Vilka exponerade beräkningsstrategier använder de studerade eleverna sig av i addition och subtraktion inom det lägre talområdet från 0- 100?
- Finns det någon skillnad mellan elever med dövhet och hörande elever, i val av beräkningsstrategier eller i utvecklingen av talbegreppet?
- Finns det exponerade beräkningsstrategier i undersökningen som leder fram till fler korrekta lösningar än andra beräkningsstrategier?

1.2 Studiens uppläggning

I del 2 redovisas vilka teoretiska förutsättningar som ligger till grund för undersökningen. I del 3 finns en forskningsgenomgång. I del 4 beskrivs hur undersökningen har gått tillväga. I del 5 redovisas resultatet av undersökningen och tills sist i del 6 är diskussionsavsnittet placerat.

2 Teoretiska förutsättningar

Först kommer i denna del en beskrivning av olika undervisningsmiljöer som kan förekomma i undervisningen av elever med dövhet. Skälet till detta är att elever med dövhet kan välja att bli placerad i grundskolan eller i specialskolan, vilket medför att de även har olika kursplan att förhålla sig till, varför även de olika kursplanerna redovisas. Då elever med dövhet är i fokus i studien, beskrivs definitionen av begreppen döv - och dövhet. Även teckenspråket och talraden på teckenspråk beskrivs. Då fenomenografin finns som teoretisk utgångspunkt förklaras denna, och även hur fenomenografin kan utvidgas till att genomföra undersökningar både på grupp - och individnivå. Då inlärning av begrepp och procedurer/strategier är syftet med undersökningen, sker en genomgång av hur forskning ser på hur denna inlärning går till. Då arbetsminnets belastning skiljer sig åt då eleven använder olika typer av beräkningsstrategier, beskrivs arbetsminnet.

2.1 Olika undervisningsmiljöer

I Skollagen 2010:800, kap 7. 6 § (Riksdagen, 2010) står*: Barn som på grund av sin funktionsnedsättning eller andra särskilda skäl inte kan gå i grundskolan eller grundsärskolan ska tas emot i specialskolan om de 1.är dövblinda eller annars är synskadade och har ytterligare funktionsnedsättning, 2. i annat fall än som avses i 1 är döva eller hörselskadade, eller 3. har en grav språkstörning*. Elever med dövhet eller hörselskada kan välja bland flera olika skolalternativ. De kan läsa integrerat med hörande barn, gå i ett hörselspår i grundskola eller välja att gå på en av de fem regionala statliga specialskolorna eller på någon av de 13 kommunala - eller fristående hörselklasser med regionalt upptagningsområde.

Undervisning på teckenspråk finns på ungefär 10 platser i Sverige (SOU 2011:30), varav 6 av dessa platser har den statliga specialskolan som huvudman.

För de elever som av föräldrarna anses döva, är tillgång till teckenspråk och tvåspråkighet viktigt för valet av skola (SOU 2011:30).

2.2 Kursplan specialskola och grundskola

I Kursplanen för matematik, Lgr 11, står att syftet med matematikämnet är att eleven ska ges förutsättningar att utveckla sin förmåga att *"formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder … använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp … välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter … föra och följa matematiska resonemang … använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser"* (Skolverket, 2011a, s. 64).

I Läroplanen för grundskolan, Lgr 11 (Skolverket, 2011a) står i centralt innehåll i ämnet matematik för år 1-3: Angående taluppfattning och tals användning: *Naturliga tal och deras egenskaper samt hur talen kan delas upp och hur de kan användas för att ange antal och ordning ... centrala metoder för beräkningar med naturliga tal, vid huvudräkning ... och vid beräkningar med skriftliga metoder* (Skolverket, 2011a) För godtagbara kunskaper i slutet av årskurs 3 står det vidare i Lgr 11 (Skolverket, 2011a, s.67)*: Eleven kan använda huvudräkning för att genomföra beräkningar med de fyra räknesätten när talen och svaren ligger inom heltalsområdet 0 - 20. Vid addition och subtraktion kan eleven välja och använda skriftliga räknemetoder med tillfredsställande resultat när talen och svaren ligger inom* *heltalsområdet 0- 200*. Vidare står för kunskapskrav för betyget E i slutet av årskurs 6 och årskurs 9: *Eleven kan välja och använda i huvudsak fungerande matematiska metoder med viss anpassning till sammanhanget för att göra enkla beräkningar och lösa enkla rutin-uppgifter inom aritmetik* (Skolverket, 2011a, s. 68 - 70)

Specialskolans kursplan för matematik är den samma som för grundskolan. (Skolverket, 2011b). Men specialskolan är 10 -årig och grundskolan är 9 -årig. Det tionde året placeras i år 4 vilket innebär att kunskapskraven för år 3 i grundskolan motsvaras av specialskolans kunskapskrav för år 4 (Hendar, 2008). Kunskapskraven för grundskolan år 6, motsvaras av specialskolans årskurs 7 (Skolverket, 2011 a, b). Grundskolans kunskapskrav för år 9 motsvaras av specialskolans kunskapskrav för årskurs 10 (Skolverket, 2011 a, b). Det är bara elever som är placerade i den statliga specialskolan som kan läsa enligt specialskolans kursplan (Riksdagen, 2010). I utredningen "Med rätt att välja - flexibel utbildning för elever som tillhör specialskolans målgrupp" (SOU 2011:30) föreslås det en rad förändringar: tecken-språk ska vara möjligt att läsa i grundskolan för de som har behov av det, de som tillhör den statliga specialskolans målgrupp ska ha möjlighet att både få undervisning i specialskolan och i grundskolan. Vidare föreslås att specialskolan ska vara nioårig.

2.3 Definition av döv och dövhet

Det finns olika definitioner av begreppet döv (Roos & Fischbein, 2006, s.24). Ur ett medicinskt perspektiv är det graden av hörselnedsättning som avgör om man är *döv*. I den här undersökningen är synsättet att en elev är döv, då de använder sig av teckenspråk för sin kulturella och sociala identitet – samt språkliga utveckling. Det innebär att det finns elever i undersökningen som inte är döva ur ett medicinskt perspektiv. Det finns elever i undersök-ningen som använder hörseltekniska hjälpmedel och uppfattar talat språk, men där tecken-språket är elevens första språk. Enligt Sveriges Dövas Riksförbund, SDR (2011) är 0,1 % av Sveriges befolkning barndomsdöva varav ungefär 70 döva barn föds per år. I undersökningen är elevens funktionsnedsättning - *dövhet* i fokus. Därför varvas uttrycken *elev med dövhet* - och *döv elev.*

2.4 Definition av teckenspråk och talspråk

Det finns två typer av naturligt språk som människan har utvecklat: talat språk och tecknat språk. Talat språk produceras av rösten och uppfattas av hörseln och kan betecknas som vokalt – auditivt. Medan tecknat språk kan betecknas som gestuellt- visuellt. Det tecknade språket finns över hela världen och har liksom olika talspråk sin nationella- och kulturella bakgrund. Det betyder att teckenspåket inte är internationellt. Talat och tecknat språk kan inte användas samtidigt då de är uppbyggda på olika sätt. Teckenspråk har en spatial uppbyggnad och talspråk har en temporal uppbyggnad. Det svenska teckenspåket har egen syntax (ordning av orden - i detta fall tecken) och en egen grammatik (Roos & Fischbein, 2006) År 1981 beslutade regeringen att elever med dövhet har rätt till tvåspråkighet och att undervisningen ska vara på teckenspråk för de elever som är döva. Det innebär att svenskan är andraspråket för elever med dövhet och att en elev med dövhet ska nå tvåspråkighet, teckenspråk och svenska (Hendar, 2008).

2.5 Talraden på teckenspråk

I bilaga 7 är talen 0 - 50 på teckenspråk, beskrivna med foton. Underlaget är hämtat från Teckenspråkslexikon på nätet: www.ling.su.se/teckenspraakslexikon/siffertecken.

2.6 Fenomenografi

I denna studie är syftet att undersöka hur enskilda elever erfar begrepp. En utvidgad fenomenografisk teoriram är vald för att nå syftet. Huvuddragen i en fenomenografisk undersökning är semistrukturerade intervjuer, transkriberade data, analys och upprättande av beskrivningskategorier av kvalitativt skilda sätt att erfara det efterfrågade på (Bentley, 2008).

För att det ska vara möjligt att förstå hur en annan individ förstår ett begrepp, måste några ontologiska antaganden till. Frågan är om vi objektivt delar en verklighet, eller om verkligheten är subjektiv. Inom fenomenografin är utgångspunkten att det finns ett begränsat antal sätt att uppleva verkligheten på, vilket innebär att det blir en objektivt delad verklighet som är möjlig att undersöka. Vid en undersökning av hur elever förstår ett begrepp innebär det, att det finns ett begränsat antal sätt att förstå begreppet (Bentley, 2008.s.100). Förståelsen kan enligt Marton och Booth (2000) ordnas hieraktiskt där lärande gå från en odifferentierad och mindre sammanhängande förståelse av helheten, till en ökad differentiering och inte-gration av helheten och dess beståndsdelar. Uppsättningen kvalitativt skilda sätt att förstå begrepp är begränsad, men inte sluten, det går enligt Marton och Booth (2000) att upptäcka nya sätt. Enligt Bentley (2008, s. 100 - 115) är huvudintresset i en fenomenografisk studie att ta reda på hur individer förstår ett begrepp på gruppnivå. För att möjliggöra analyser på individnivå behövs en utvidgning av den fenomenografiska teoriramen till att omfamnas inom det post-positivistiska paradigmet som accepterar att den objektivt delade verkligheten kan upplevas subjektivt. Det ontologiska antagandet är då att en persons förståelse av ett begrepp är delar av verkligheten, samma verklighet som begreppet finns i (Bentley, 2008, s. 115). Bentley (2008) menar vidare att om verkligheten och den verklighet en person upplever skulle vara helt separerad skulle det inte vara möjligt för en person att att undersöka en annan persons upplevda verklighet.

Hur verkligheten upplevs av enskilda individer är, som tidigare nämnts, huvudresultatet i en fenomenografisk undersökning. Resultatet bygger också på antagandet att den enskilda individens förståelse speglas i hur individen beskriver sin verklighet, vanligtvis genom en -intervju. Det innebär att den verklighet som beskrivs är den verklighet som den intervjuade-undersökte har exponerat. Denna verklighet som individen beskriver visar på kvalitativt skilda sätt som individen uppfattar det eftersökta fenomenet på (Marton & Booth, 2000). En individ kan ha fler uppfattningar och tillämpningar än det som exponeras under en intervju. De frågor som ställs kan avgöra om en uppfattning exponeras (Bentley, 2008) I min roll som forskare innebär det, att det är min uppgift att upprätta beskrivningskategorier för hur en enskild elev förstår ett begrepp/fenomen i en hierarkisk ordning, samt utforma intervjufrågorna så de ger möjlighet att exponera de uppfattningar eleven besitter. För att öka sensitiviteten för uppdelningen av de kvalitativt skilda kategorierna har jag förutom att undervisa som lärare i matematik, pendlat mellan analyser på individ- och gruppnivå samt fördjupning av fack-litteratur inom ämnesområdet. De två sistnämnda tillvägagångssätten rekommenderas inom fenomenografiska undersökningar (Bentley, 2008). Objektivitet i vetenskapliga studier är eftersträvansvärt. Om beskrivningskategorierna finns i tidigare forskning ökar objektiviteten (Skolverket, 2008).

För att få med alla Antagandet är då att man får en bredare variation för hur ett begrepp förstås. Detta kallas för teoretisk sampling och om man nått en punkt där inte fler beskrivningskategorier går att upprätta, har man uppnått teoretisk mättnad (Bentley, 2008).

2.7 Inlärning av av begrepp och procedurer

Inom fenomenografin uppfattas både begrepp och procedurer som fenomen (Skolverket, 2008). Varje räkneuppgift är i sig ett enskilt begrepp och en procedur/strategi är de steg som tas för att slutföra en räkneuppgift (Bentley P - O, muntlig kommunikation mars 2010) Tidigare inlärda begrepp har betydelse då nya begrepp ska behandlas. Om ett nytt begrepp ska kunna erfaras/uppfattas, måste det skilja ut sig från tidigare inlärda begrepp. Vid variation av begreppet kan särskiljande begreppsattribut urskiljas och uppfattas. Begreppsattributen kan uppfattas olika hos olika individer (Bentley, 2008; Marton & Booth, 2000). Ett begrepp anses ha förståtts, då tillräcklig kunskap har tillägnats om begreppsattributen och andra involverade begrepp samt relationen mellan dem. Full förståelse av ett begrepp är uppnått om det används korrekt i alla kontexter (Bentley, 2008).

Procedurer är också fenomen och byggs upp på liknande sätt som begrepp (Skolverket, 2008). Procedurer byggs upp av för eleven tidigare procedurer, vilka då är delprocedurer. Delprocedurerna är procedurens olika steg och sätts samman i procedurens helhet. En procedur kan användas korrekt eller inkorrekt. Används proceduren korrrekt i rätt samman-hang, kan man anse att individen behärskar proceduren. Används proceduren inkorrekt kan det visa hur individen uppfattar både proceduren och dess involverade begrepp (Skolverket, 2008).

Gray och Tall (1994) har formulerat en teori de kallar för *procepts* – vilket betyder kopplingen mellan procedurer och begrepp. Den procedurella aspekten är förståelse för hur man utför beräkningar medan den konceptuella aspekten är kunskap om hur olika delar av information sätts ihop till en helhet. Till exempel att i 5 ingår 2 + 3 men också 1 + 4, 4 + 1, 0 + 5 … och så vidare. Konceptuell kunskap kan enligt Gray och Tall leda till procedurell kunskap. De menar vidare att det är mindre vanligt, att procedurell kunskap leder till konceptuell kunskap.

2.7.1 Theory description och rediscription

För att lära sig de begreppsattribut som är särskiljande menar Bentley (2008) att en upprepad exponering spelar en viktig roll. De två processer som verkar vid inlärning av begrepp är theory description och redescription. Om ett begrepp sällan exponeras är det Theory description. Utvecklingen sker då från en vag uppfattning av begreppet för att efterhand som ny exponering inför begreppet sker ”*närma sig en uppfattning, som står i överensstämmelse med individens inflöde av sensomotoriska data*” (Skolverket, 2008, s. 12). Bentley (Skolverket, 2008) menar att denna process liknar den teori Vygotsky (1986, i Skolverket, 2008, s.12) har om inlärning av vardagliga begrepp. Om ett begrepp exponeras ofta är det processen redescription. *Uppfattningen av begreppet formas i hjärnans assciativa delar och kontrolleras mot individens inflöde av sensomotoriska data innan den lagras via ”redescription” i långtidsminnet* (Skolverket, 2008, s. 12).

2.7.2 Arbetsminnets roll

Baddeley (1986; Baddelay & Hitch, 1974 och Logie, 1995 i Skolverket, 2008) med kollegor har utvecklat en modell av hur arbetsminnet fungerar. Modellen har tre delar: Den centrala exekutiva funktionen, den fonologiska loopen och den visuellt spatiala funktionen. Den centrala exekutiva funktionen genomför operationer och hämtar data från långtidsminnet.
I aritmetik lagrar den fonologiska loopen de tal som ingår i beräkningen och dess delresultat. Den visuellt spatiala funktionen lagrar den information som individen får genom spatial och visuell information. När aritmetiska problem ska beräknas är den centrala funktionen belastad. Den fonologiska loopen är aktiv då till exempel stegvis - eller kompensations-beräkning används. Talfakta hämtas av den centrala exekutiva funktionen direkt från långtidsminnet. De två andra minnesfunktionerna belastas inte och kan använda till att lagra ytterligare minne. Det innebär att elever som inte har utvecklat talfakta, belastar sitt arbetsminne i högre grad vid beräkningar än de som utvecklat talfakta (Skolverket, 2008).

3 Forskningsgenomgång

Först kommer en genomgång av olika aspekter av talbegreppet. Därefter en genomgång av de utvecklingsnivåer för talbegreppet som Karen Fuson (1992) har identifierat. Efter det kommer en genomgång av den forskning som berör beräkningsstrategier: olika typer av beräkningsstrategier, beräkningsstrategiers lösningsfrekvens och utvecklingen av beräkningsstrategier. Som sista del i forskningsgenomgången, den forskning som berör elever med dövhet.

3.1 Tal

3.1.1 Talbegreppets kontextuella betydelse

Talbegreppet har, enligt Fuson (1992), sju olika kontextuella betydelser. De tre första har en mer matematisk innebörd. Med den kardinala betydelsen menas att beskriva antalet föremål i en mängd. Med den ordinala betydelsen menas att varje tal är namnet på ett av föremålen i en ordnad talrad samtidigt det förklarar vilken placering talet i talraden har. Med mätetal förstås talet som en kontinuerlig storhet i en mätningskontext. Därefter kommer två betydelser av talbegreppet som är kulturellt betingat. Med sekventiell betydelse menas, att talet används som ett räkneord utan föremål närvarande ungefär som ett alfabet rabblas. Om föremålen är närvarande är det en kontext där talen har en *räknande* betydelse då varje tal har ett ett- till – ett förhållande till objekten. De två sista är tal i en sifferkontext, där tal kan kodas med en sifferkod eller en språklig kod, och i en kategorikontext används tal till exempel som telefon-nummer och bussnummer (Fuson,1992; Skolverket, 2008). På teckenspråk är symbolen för, till exempel, talet tre: pekfinger, långfinger, ringfinger utsträckta på den ena handen. Talet tre kan också beskrivas med vilka fingrar som helst och är i den betydelsen inte teckenspråk. Det går även att bokstavera T-R-E genom att använda handalfabetet (Foisack, 2003, s. 60-61).

3.1.2 Talbegreppets additiva del - helhetsaspekt

I talet sju ingår talen 4 och 3, men också 5 och 2. Denna aspekt av talbegreppet är viktig för barnets utveckling av beräkningsstrategier (Fuson, 1992; Skolverket, 2008; Gray och Tall, 1994).

3.1.3 Talbegreppets multiplikativa del- helhetsaspekt

I talet 12 finns 3 och 4, men också 6 och 2. Denna insikt om talbegreppet är viktigt för barnets utveckling av förståelsen av proportionalitet och är enligt Bentley (Skolverket, 2008) en försummad aspekt i undervisningen.

3.1.4 Abstraktionsprincipen

Förståelse av ett tals abstrakta karaktär, det vill säga att talet 3 övergår från att vara en bestämning av tre bestämda föremål, till att benämna tre av vilka objekt som helst (Gelman & Gallistel, 1978 i Skolverket, 2008). Fuson (1992) menar att om man konkretiserar för mycket i undervisningen kan det motverka utvecklingen av talens abstrakta karaktär.

3.1.5 Postitionssystemet och platsvärde

Enligt matematiktermer för skolan (Kiselman & Mouwitz, 2008, s. 50) är definitionen för ett positionssystem "*ett talsystem där en siffras värde beror på dess plats (position) i repre-sentationen av ett tal"*. Vårt positionssystem har basen tio och den siffra som är längst till vänster har det högsta värdet (Kiselman & Mouwitz, 2008, s. 50). Förståelsen av platsvärde hänger ihop med förståelsen av vårt positionssystem och är centralt för elevens förståelse av talbegreppet. Särskilt viktigt är det när eleven ska genomföra en växling i subtraktion (Skolverket, 2008).

3.1.6 Positionssystemet och språklig kod

Vårt positionssystems uppbyggnad stämmer inte överens med den språkliga koden vi använder oss av. Det delar vi med de flesta språk (Fuson, 1992). Men olika språk skiljer sig åt, vilket är viktigt att uppmärksamma då man undervisar elever med ett annat modersmål. Enligt Bentley (muntlig kommunikation mars 2010) kan skillnaden i språklig kod och sifferkod, försena ett barns utveckling av talbegreppet i ungefär ett år. I Sverige är vårt talsystem inkonsekvent mellan hur vi skriver och säger talen mellan 11- 19 (Ncm, 2008). Ett vanligt misstag som härrör till denna aspekt är reversering. Det innebär att en elev kastar om siffrorna när de fått uppgiften att skriva till exempel sexton med sifferkod. Eleven skriver istället 61, vilket mer stämmer överens med den språkliga koden (Skolverket, 2008).

3.1.7 Subitisering

Med begreppet subitisering menas en förmåga att urskilja två till tre föremål utan att behöva räkna dem (Fuson, 1992). Förmågan till subitisering ger barnet en grund för addition då de har en förmåga att ”se” antalet i 2 + 2 ger summan 4. Subitisering har också betydelse i utvecklingen mot mer avancerade räknestrategier. Ett barn kan visa en högre utvecklingsnivå när ett av talen är lågt, t.ex 4 + 2 genom att säga 4,5,6 men kan inte använda sig av av subitiseringsförmågan för att beräkna t.ex. 4 + 5 genom att räkna 4, 5, 6, 7, 8, 9. Barnet behöver då någon form av procedur för att räkna antalet (Fuson, 1992).

3.2 Talbegreppets utvecklingsnivåer, enligt Fuson

Karen Fuson (1992) har gjort en sammanställning av hur forskning ser på den utveckling som sker för hur talbegreppet förstås. Hon menar att räknandet på en talrad är det viktigaste verktyget för att utveckla räknefärdigheter. Utvecklingen tar lång tid och utvecklas från att ha objekt närvarande till att barnet kan använda sig av talens namn som objekt. Förståelsen av talbegreppet har Fuson valt att dela upp i fem nivåer:

3.2.1 Nivå 1: ”String”

I den förstå nivån ”string” kan barnet säga talraden som ett upprabblande av ord, utan att talen är skilda åt, t.ex. etttvåtrefyrafemsex…. Barn kan i vissa fall ha en egen ordning på talraden där vissa tal kan kastas om. Denna ordning kan vara personlig och om eleven utför beräkningar enligt sin egen talramsa kan beräkningen vara korrekt utförd, men bli felaktig eftersom elevens talramsa är felaktig (Fuson, 1992; Skolverket, 2008).

3.2.2 Nivå 2: ”Unbreakable list”

I ” Unbreakable list” är objekt närvarande då barnet utför räkneoperationer. ”Unbreakable list” utvecklas från att talens namn skiljs åt, till exempel ett – två – tre osv. I nästa skede kopplas talorden till objekt, ett tal för ett objekt. Här uppfattar barnet talets ordinalaspekt. Till exempel om barnet räknar åtta objekt är det sist räknande objektet det åttonde. Barnet uppfattar inte att åtta står för hela mängden objekt i detta skede.

Till sist kopplar barnet ihop det sist sagda räkneordet, åtta till att omfatta hela mängden objekt. Med denna kunskap kan barnet räkna ihop två mängder objekt genom att räkna upp den ena mängden objekt från räkneramsans början, memorera det sist sagda räkneordet –

upprepa proceduren med den andra mängden objekt och sedan räkna ihop alla objekt för att få ett svar. Barnet har nu förstått ett tals kardinalaspekt och ett tals - ett - till - ett princip (Fuson, 1992; Skolverket, 2008).

3.2.3 Nivå 3: ”Breakable chain”

På ”breakable chain” - nivån behöver barnet inte starta från räkneramsans början. Nu kan barnet använda metoden ”count-on” - ”räkna på” genom att först räkna en mängd synliga objekt och sedan fortsätta på räkneramsan då den andra mängden objekt räknas. Den första mängden har både en kardinal- och ordinal aspekt för barnet medan den andra mängden endast har en ordinalaspekt. Det innebär att eleven förstått att det sist sagda räkneordet även svarar på hur många som finns i den mängd som ska räknas (Fuson, 1992; Skolverket, 2008).

3.2.4 Nivå 4: ”Numerable chain”

På denna nivå har båda mängderna fått en kardinal- och ordinalspekt. För att barnet ska veta när man ska sluta räkna på den andra mängden, som inte är synliga objekt, använder sig barnet av någon form av ”keeping track” metod. Det kan vara att se räkneramsan framför sig, använda fingrar eller någon annan metod. Barnet kan nu börja räkna från delen och behöver inte starta från början av räkneramsan (Fuson, 1992; Skolverket, 2008).

3.2.5 Nivå 5: ”Bidirectional Chain/ Truly Numerical counting”

Den sista nivån kallas också för talfakta. Varje tal på räkneramsan har nu både en ordinal- och kardinalaspekt. På denna nivå förstår barnet varje tals additiva del- helhetspekt, till exempel att talet 4 kan delas upp i 3+1, 2+2, 1+3, osv. Denna aspekt är både viktig i barnets förståelse av talbegreppet och för barnets senare utveckling av beräkningsstrategier (Fuson, 1992). Bentley (2008) menar att om beräkningsprocedurer alltid leder till korrekta resultat är det sannolikt att talfakta har utvecklats på uppgiften Även tidsaspekten är viktig. Tar en beräkning mellan 3-5 sekunder i anspråk kan man anse att eleven har talfakta på uppgiften (Bentley P - O, muntlig kommunikation mars 2010).

3.3 Olika typer av beräkningsstrategier/beräkningsprocedurer

En algoritm är enligt Uiskin (1998, i Skolverket, 2008) en stegvis procedur på en uppgift som ska slutföras. Det innebär att en skriftlig huvudräkning (eller skriftlig huvudräkningsprocedur) med denna definition är en algoritm. Den grundläggande meningen med en algoritm är att underlätta beräkningar, men på vilket sätt man gör förenklingen skiljer sig åt i de olika algoritmer som är identifierade i forskning. I svenska läroböcker finns det ett antal olika typer av algoritmer, där några har begränsade användningområden (Skolverket, 2008). Enligt Bentley (Skolverket, 2008) kan de beräkningsprocedurer som identifierats delas in i tre huvudgrupper: stegvis beräkning, kompensations beräkning och talsortsvis beräkning.

Här följer en genomgång av de olika typerna av beräkningssprocedurer /beräkningsstrategier som är identifierade i tidigare forskning. Underlaget är hämtat från Skolverket (2008) om inget annat anges.

3.3.1 Stegvis beräkning

I denna beräkning sker stegen eller hoppen entalsvis och tiotalsvis:

Exempel: $47 + 16 = [47 \xrightarrow{3} 50;\ 50 \xrightarrow{13} 63] = 63$

Genom att hoppa till närmsta tiotal, kan beräkningen underlättas.
Stegvis beräkning kan även användas på subtraktioner men då måste man först omvandla den till en addition.

Exempel: $47-16=[16 \xrightarrow{4} 20;\ 20 \xrightarrow{20} 40\ ;40 \xrightarrow{7} 47;\ 4+20+7] = 31$

3.3.1.2 Dubbelberäkning

En annan form av stegvis beräkning är dubbelberäkning. Tanken med strategin är att räkna upp eller ner på två talrader. För att lösa t.ex. 2+_=9 kan barnet parallellt på två talrader beräkna: 3 är 1 … 4 är 2 … 5 är 3 … 6 är 4 … 7 är 5 … 8 är 6 … 9 är 7. Dubbelberäkning kan användas från början eller från delen.

3.3.1.3 Räkna på från delen - första - största eller räkna alla

Till stegvis beräkning räknas även *räkna upp* och *ned från delen, räkna på från första* – eller *räkna på från största,* samt *räkna alla.*

3.4.2 Kompensationsberäkning

Strategin i denna beräkningsprocedur går ut på att förändra det första talet så att det jämnas av till närmsta tiotal:

Exempel: 37 + 16 =[37 + 3 = 40; 40 + 16 = 56; 56 – 3] = 53

sedan kompenseras för tilljämningen genom att talet man i första ledet adderat, subtraheras från resultatet.

3.4.2.1 Transformationsberäkning

Det finns två versioner, en för addition och en för subtraktion. I additionsversionen adderas ett tal till den första termen och samma tal subtraheras från den andra termen.

Exempel addition: 47 + 16 = [47 + 3 +16 - 3 = 50 +13] =63

I subtraktionsversionen adderas eller subtraheras samma tal till båda termerna.

Exempel subtraktion: 54- 27 = [54 - 4 - 27 - 4 = 50 - 20 – 23 – 20 = 30 – 3] =27

3.4.2.2 Mixad beräkning

Mixad beräkning är en kombination av talsortsvis beräkning och kompensationsberäkning. Beräkningen finns i en version och löser problemet med växling vid subtraktion.

Exempel: 54 - 27 = [50 - 20 =30; 30-7= 23; 23 + 4] = 27

3.5 Talsortsvis beräkning

I denna beräkningsprocedur delas tiotal och ental upp var för sig. Därefter kombineras delresultaten. Algoritmen finns i en version för addition och två för subtrakion, en som kräver växling och en som inte gör det.

Exempel addition: 47+16 =[40+10=50; 7+6=13; 50 +13] = 63

Exempel subtraktion utan växling: 47 – 16 = [40 – 10 = 30; 7 – 6 = 1; 30 + 1]= 31

I denna version adderas delresultaten i slutet av algoritmen.

Exempel subtraktion med växling: 54 – 27 = [50 - 20= 30; 4 -7 = -3 ; 30 – 3] = 27

I denna version subtraheras entalen i slutet av algorimen, då delresultatet blivit ett negativt tal. Ett vanligt misstag är att använda beräkningsproceduren som ska användas för subtraktioner utan växling, på subtraktioner som kräver växling.

3.6 Standardalgoritm

Standardalgoritmen kan också kallas för "uppställning" (Ncm, 2008). Meningen med standardalgoritmen är att sätta talen under varandra. Platsvärdet på talen i samma kolumn måste vara lika. Additionsalgoritmen är lättare att förstå då placeringen av talen under varandra inte har betydelse, bara att platsvärdet för kolumnerna stämmer. Med subtraktionsalgoritmen är det annorlunda, där man inte kan vända på ordningen (Ncm, 2008). Med subtraktionsalgoritmen gör eleverna enligt Ncm (2008) huvudsakligen fyra fel: Reglerna för additions – och subtraktionsalgoritmerna blandas ihop, talen ställs upp så att positionerna för platsvärdet inte stämmer överens, det minsta talet subtraheras från det största oavsett på vilket plats i uppställningen de befinner sig på och sist och slutligen: eleven märker inte när svaret är orimligt.

3.7 Beräkningsstrategiers lösningsfrekvens

Foxman & Beiszhusern (2002; Skolverket, 2008) har analyserat olika algoritmers lösningsfrekvens i en stor engelsk undersökning och jämfört valen av algoritm, med de testuppgifter som undersökte begreppslig förståelse. Resultatet visade att de elever som hade hög begreppslig förståelse, använde sig i högre grad av kompensationsberäkningar och de med mindre god begreppslig förståelse använde huvudsakligen sig av talsortsvis beräkning. Mellangruppen använde sig av standardalgoritmen, oftast använd i huvudet.

Lösningsfrekvensen var 79 % för kompensationsberäkning, 75 % för standardalgoritmen och 33 % för talsortsvis beräkning. Även en studie av Bentley (Skolverket, 2008) på skolbarn i Lilla Edet, visar att även där har kompensationsberäkningar en hög lösningsfrekvens.

3.8 Utveckling av beräkningsstrategier/ beräkningsprocedurer

Carpenter och Moser (1982 i Frostad, 1999, s.130-132; Fuson, 1992) har valt att dela upp utvecklingen av beräkningsstrategier i fyra nivåer, där nivå ett är den mest grundläggande nivån. På nivå ett räknar barnet alla element som är involverade - räkna alla i addition och *ta bort* i subtraktion. På nivå två är ett av talen begreppsligt förankrat och eleven använder sig av någon av följande strategier: räkna på från första eller räkna på från största i addition, eller räkna upp eller räkna ner i subtraktion. Räkna på från största och räkna upp anses vara på en mer avancerad nivå än de två andra. På nivå tre - härledda fakta - använder barnet sig av någon för dem känd talfakta för att komma fram till en lösning som inte är känd av barnet sedan tidigare, till exempel: 7 och 3 är 10, 2 mer är 12. Det kan också röra sig om så kallade dubblor 6 + 6 är 12 då måste 6 plus 7 vara 13. På den sista nivån 4, kan barnet svaret direkt, en strategi som Carpenter och Moser valt att kalla för talfakta. Utvecklingen i de olika stegen är något som enligt Carpenter och Moser (1982, i Frostad 1999) att elever utvecklar spontant.

Gray (1991) har i en undersökning analyserat räknestrategier i addition och subtraktion på hörande barn mellan 7 och 12 år. Ett resultat som framkom var, att det var skillnad i val av strategier mellan dem som ansågs duktiga i matematik av barnets lärare och de som ansågs ha svårigheter. Gray menar att det var en kvalitativ skillnad i utvecklingen av räknefärdigheter och inte fråga om en försening. De som ansågs duktiga använde sällan nivå 1 strategierna - *räkna alla* - och *ta bort*. De använde istället nivå 2 strategier *räkna på* eller *räkna bakåt/räkna upp*. Även *härledda fakta* och t*alfakta* användes ofta av denna grupp. De barn som ansågs ha svårigheter använde sig ofta av strategierna på nivå 1 - *räkna alla* i addition - eller ta *bort i subtraktion*, när de inte hade *talfakta* på uppgiften. *Härledda strategier* var ovanligt i denna grupp.

Gray och Tall (1994) menar att duktiga elever förstår talen som en kombination av summan. Det innebär att de har en förmåga att dela upp talen i lämpliga enheter. Elever som inte fått denna förståelse ser talen som en procedur. I förlängningen, menar de att det, leder till att duktiga elever utvecklar strategier som ger en låg belastning på arbetsminnet, medan svaga elever använder sig av omständliga procedurer som ger en hög belastning. Gray (1991) menar att nivå tre - härledda fakta, leder till en begreppslig utveckling hos barnet.

I ett forskningsprojekt, Early Numerancy research Project, ENRP (Clarke, 2007, s. 25). ingick ungefär 36000 australiska skolbarn i de tidiga skolåren. Forskarna undersökte om eleverna använde sig av grundläggande strategier eller härledda strategier.

Forskarna ansåg att *grund-läggande strategier* var dubblor, kommutativitet (räknelagen som innebär att: a + b = b +a i addition och multipliktion (McIntosh & Ncm, 2008), lägga till tio och 10 – kamrater.

Härledda strategier var: nästan dubblor, lägga till 9, fyll upp till nästa 10 – tal, talkamrater och informella strategier.

Projektet visade att utvecklingen från räkna alla till räkna på är en utdragen process och att användningen av grundläggande och härledda strategier tar lång tid att utveckla. I år fyra hade endast 55 % av eleverna utvecklat härledda strategier på alla de uppgifter som eleverna blev ombedda att utföra (Clarke, 2007).

3.9 Forskning om elever med dövhet och matematik

Det finns flera forskningsprojekt som funnit att döva elever har en långsammare utvecklingstakt än hörande elever i samma ålder (Allen, 1986; Frostad, 1996; Wood, Wood & Howarth, 1993 i Ahlberg, 2000) och att skillnaden består. Vad det beror på vet man inte, men fokus i forskningen har varit på hur undervisningen ser ut eller hur döva elevers kognitiva utveckling påverkar deras lärande (Ahlberg, 2000).

Inom matematikdidaktisk forskning framhålls att läraren behöver behärska adekvata begrepp och använda sig av rätt terminologi i undervisning (Skolverket, 2008). På teckenspråk saknas en del matematiska begrepp (Foisack, 2003). Kopplingen mellan det skrivna och lästa nationalspråket och matematisk förmåga har länge diskuterats. Elever med dövhet har ofta svårigheter i båda (Zevenbergen, Lang och Pagliaro, 2003, i SOU, 2006: 29). Foisack (2003) menar att det viktigaste för elever med dövhet är förståelse av det matematiska språket. Petterson m fl (2000, i Hendar, 2008) menar att läsförståelsen i gruppen döva inte är jämnt fördelad. Det finns de som har en relativt normal läsutveckling och sedan finns det en stor grupp som har särskilt svårt med läsförståelse.

Kelly, Lang och Pagliaro (2003 i SOU:2006:29, s.172) menar att en förklaring till de döva elevernas svårigheter i matematik kan förklaras av otillräcklig utbildning av lärarna och lågt ställda förväntningar i undervisningen. En annan faktor som kelly m fl diskuterar är att elever med dövhet inte har lika stor tillgång till lärande, som elever som hör, genom till exempel radio och överhörning av andras samtal. Nunes och Moreno (2002) har i en undersökning funnit att döva barn, före skolstart, inte i samma utsträckning som hörande barn utvecklat förmågan till additiv del helhetsaspekt eller multiplikativa resonemang- såsom tre barn delar två kakor var. Ahlberg (2000) har funnit att barn som är blinda, barn som är döva/hörselskadade och barn som ser och hör, kan uppfatta tal på samma sätt. Det visade sig att förmågan att gruppera tal på olika sätt var avgörande för utveckling av taluppfattning.

Per Frostad (1999) undersökte 29 norska döva elever mellan 6 – 10 år och deras val av beräkningsstrategier i addition - och subtraktion inom det lägre talområdet 0 - 30. Samtliga elever använde sig av teckenspråk som förstaspråk. Han valde att dela in resultatet han fick i de fyra nivåer som Carpenter och Moser (1982 i Frostad 1999) angivit med tillägget att på nivå tre härledda fakta kan eleven använda sig av fingrar som analoga representationer utan att räkna dem. Resultatet visar att flertalet av eleverna använde sig av mer än en beräkningsstrategi. En tydlig utvecklingsgång kunde skönjas från de yngre till de äldre eleverna. Bland de yngre förekom räkna alla och ta bort strategier oftare än bland de äldre barnen. Bland de äldre barnen förekom härledda fakta och talfakta oftare än bland de yngre barnen. När talområdet blev högre så sjönk utvecklingsnivån. Frostad (1999) menar att han funnit att räkna på strategin på teckenspråk på den ena handen kombinerat med kardinaltal på den andra handen inte var någon svårighet för eleverna med dövhet. Denna strategin är en form av *dubbelberäkning.* Vidare anser Frostad (1999) att det ser ut som att döva elever genom att teckenspråksräkna har en rikare repertoar än hörande elever då teckenspråksräkning är en procedurellt effektiv metod. Men att strategin även kan bli ett hinder då det är så effektivt, att eleverna inte utvecklar en begreppslig förmåga. Dubbelberäkning är relativt ovanlig bland hörande elever då den är krävande för arbetsminnet (Ahlberg, 2000). I Frostads (1999) undersökning var det 9 av 24 elever som inte använde sig av nivå tre - härledda fakta alls. Den utveckling av beräkningsstrategier som Frostad funnit i sin undersökning, liknar den utveckling som Gray (1991) funnit som redovisas i 3.8.

4 Metodval

I denna studie är syftet att undersöka hur enskilda elever erfar begrepp. En utvidgad fenomenografisk teoriram är vald för att nå syftet. Huvuddragen i en fenomenografisk undersökning är semistrukturerade intervjuer, transkriberade data, analys och upprättande av beskrivningskategorier av kvalitativt skilda sätt att erfara det efterfrågade på (Bentley, 2008). För att möjliggöra analyser på individnivå behövs en utvidgning av den fenomenografiska teoriramen till att omfamnas inom det postpositivistiska paradigmet som accepterar att den objektivt delade verkligheten kan upplevas subjektivt. Det ontologiska antagandet är då att en persons förståelse av ett begrepp är delar av verkligheten, samma verklighet som begreppet finns i (Bentley, 2008, s. 115). Bentley (2008) menar vidare att om verkligheten och den verklighet en person upplever skulle vara helt separerad skulle det inte vara möjligt för en person att att undersöka en annan persons upplevda verklighet.

Studiens syfte, är som tidigare nämts, att undersöka hur elever med dövhet utvecklar talbegreppet och vilka beräkningsstrategier de väljer i addition och subtraktion. För att nå syftet har sju semistrukturerade intervjuer genomförts på elever med dövhet. Intervjuerna har berört addition - och subtraktionsuppgifter i talområdet 0 - 100. Intervjuerna har genomförts genom att en teckenspråkstolk har använts. Det finns flera undersökningar på döva elever (Foisack, 2003; Frostad, 1999) som pekar mot att döva - och hörande elever utvecklar talbegreppet och räknestrategier på ungefär samma sätt. Av den anledningen har även 17 kvalitativa intervjuer genomförts på hörande barn, för att möjliggöra jämförelser. Det bör betonas att resultatet i en fenomografisk undersökning är exponerad förståelse av de fenomen som efterfrågats. För att få med alla beskrivningskategorier bör man välja de man undersöker, med så varierad bakgrund som möjligt (Bentley, 2008, s. 106). Antagandet är då att man får en bredare variation för hur ett begrepp förstås. Detta kallas för teoretisk sampling och om man nått en punkt där inte fler beskrivningskategorier går att upprätta, har man uppnått teoretisk mättnad (Bentley, 2008).

4.1 Studiens uppläggning

Först kommer en genomgång av studiens uppläggning. Därefter olika val, urval och avgränsningar som har gjorts. Efter det hur genomförandet av intervjuerna skett. Därefter hur databearbetningen har gått tillväga. Till sist en diskussion om de etiska överväganden som gjorts, och studiens validitet, reliabilitet och generaliserbarhet.

I undersökningen är semistrukturerade intervjuer valda som intervjumetod. De kännetecknas av att de är inriktade på ett visst ämne utan ett färdigt paket med frågor, och att det finns en öppning för att ställa frågor som kan utveckla en viss tankegång hos respondenten (Morse & Richards, 2002 i Linikko, 2009) Om forskaren har tillräckligt kunskap om ämnet menar Morse och Richards (2002 i Linniko, 2009, s. 65) vidare att det möjliggör en avgränsning av ämnet och att semistrukturerade intervjuer kan användas.

4.2 Val av tolk vid intervjutillfällena

Vid sex av de sju intervjutillfällena, med de döva eleverna, användes en teckenspråkstolk. Vid intervjun med David fanns ingen tolk tillgänglig, vilket gjorde att intervjun genomfördes utan tolk. Min teckenspråkskompetens är inte fullt lika god som tolkarna, vilket kan ha påverkat vilka följdfrågor som var möjliga att ställa till David.

Att använda sig av tolk är inte helt okomplicerat menar Freed (1988 i Linniko, 2009, s.65) och Karpborg & Berterö (2002 i Linniko, 2009) De menar att: förutom språklig kompetens ska tolken inneha kunskap om ämnesområdet och om intervjumetoder. Linikko (2009) menar att en tolk tvingas till en översättning av det som intervjuaren eller respondenten förmedlat. Risken finns då att andemeningen i det som har avsetts kan bli förvrängt. Då jag har en viss kunskap inom teckenspråk har jag haft möjlighet att bedöma om det funnits risk för feltolkning. För att ytterligare minimera risken för feltolkning har de tre tolkar som använts varit utbildade lärare, de undervisar elever med dövhet, har god kunskap inom ämnesområdet och är bekant med eleven ifråga. Det sistnämnda kan även öka chansen till en avslappnad intervjusituation.

Före intervjuernas start hade jag en kort genomgång med tolken att dess uppgift var att tolka mellan mig och eleven, och inte gå in i en egen diskussion med respondenten. Vid ett av intervjutillfällena gick dock en av tolkarna in och uppmuntrade eleven att försöka lösa en uppgift. Bedömningen av det inträffade är att eleven inte fick förklarat för sig hur den skulle göra, utan ses mer som en uppmuntran från lärarens sida, vilket avgjort att elevens resultat kvarstår i undersökningen.

4.3 Urval och avgränsningar

Som redovisats i forskningsgenomgången kan det finnas flera skäl till att elever med dövhet befinner sig i svårigheter i utvecklingen av sin matematiska förmåga. Studien har avgränsats till att studera hur elever med dövhet utvecklar talbegreppet rörande addition och subtraktion inom talområdet 0- 100, men det har även funnits inslag av undersökning av den multiplikativa del - helhetsaspekten. Fokus i undersökningen har främst varit uppgifter av numerisk karaktär, då studiens fokus inte har varit att undersöka elevens språkliga förmåga.

4.3.1 Urval för studien på elever med dövhet

För att ha möjlighet att undersöka elever med samma språkbakgrund – svenskt teckenspråk som förstaspråk, och/eller svenskt talspråk hemma, utgick kontakten med rektor för två skolor där teckenspråk används som kommunikationsmedel i undervisningen, utifrån de kriterierna. Rektorn för den ena skolan tillfrågade lärarna på skolan, om de gav sin tillåtelse till studien. Av de kontaktade lärare var det ingen som gav sin tillåtelse. Rektorn för den andra av de kontaktade skolorna gav tillåtelse till kontakt med de lärare på skolan som hade elever som passade in på urvalet. Vid en närmare diskussion med de berörda lärarna, togs en elev bort ur gruppen för de 10 elever som passade in. Skälet till detta var att elevens lärare befarade att eleven skulle ha svårigheter att genomföra intervjun. Brev skickades hem till de nio kvarvarande elevernas vårdnadshavare (bil.1). Av de nio kontaktade gavs tillåtelse att genomföra undersökningen på 7 elever. Vid undersökningstillfället var eleverna i åldrarna 9-14 år. Eleverna hade sin placering i tre olika grupper. Albert var placerad i en grupp, Bertil i en annan och de fem övriga i en tredje grupp. Elevgruppen döva elever är liten och de är spridda på ett stort geografiskt område. Därför fanns det bara möjlighet att kontakta två skolor. Då endast en av skolorna valde att delta i undersökningen, valdes alla elever som ville intervjuas ut. Detta för att få en så varierad bild av begreppsuppfattningar som möjligt.

4.3.2 Urval hörande elever

För att kunna göra en jämförelse av resultaten med elever med dövhet, togs kontakt med en lärare, på en grundskola F-6, som hjälpte till att distribuera ett brev till skolans vårdnadshavare (bil. 2). I brevet efterfrågades om tillåtelse att genomföra undersökningen på vårdnadshavarens barn.

Det gavs tillåtelse att genomföra 17 intervjuer. 8 elever var vid undersökningstillfället 7 - 8 år. Fem av dessa har annat modersmål än svenska. De resterande nio eleverna var 10-12 år. Det råder osäkerhet över hur många vårdnadshavare som kontaktades, varför det är svårt att bedöma svarsfrekvens. Även dessa elever var placerade i tre olika grupper. Henrik, Inez, Karl och Johanna i en grupp, de övriga 7 - 8 åringarna i en grupp, och de 9 äldre eleverna i en tredje grupp. Då det gällde de hörande eleverna utgick inget särskilt kriterium rörande vilket modersmål eleven använde sig av.

4.4 Urval av räkneuppgifter

Tre olika frågeformulär har använts i intervjuundersökningen. Nedan sker en genomgång av de avväganden som gjorts i valet av räkneuppgifter.

4.4.1 Urval av räkneuppgifter - provintervju

Testuppgifter
Datum:__________elev nr: ålder: år mån

4-2=	2+3=
6-3=	15-7=
13+5=	16+8=
23-17=	51-49=

Det finns multiplikationer som blir 6. Jag kommer att tänka på 3x2=6, kan du komma på fler?

Kan du komma på några som blir 12?

Kan du komma på några som blir 13?

En provintervju rekommenderas i kvalitativa intervjuundersökningar (Lantz, 2007). Lantz rekommenderar vidare att intervjupersonen bör ingå i den kategori som undersökningen berör. Bertil, en nioårig elev med dövhet, valdes därför ut för att genomföra en provintervju.
Inför provintervjun hade ovanstående frågeformulär arbetats fram. I Frostads (1999) undersökning fanns flertalet av uppgifterna med. Dessa valdes ut då det gav möjlighet till jämförelser av resultatet mellan föreliggande studie och Frostads. De uppgifter som lades till var 23 - 17 och 51 - 49. Anledningen var att de är särskilt kritiska för en elevs förståelse av talbegreppet och positionssystemet. Även frågorna om den multiplikativa del – helhets-aspekten lades till. De uppgifter som berör addition och subtraktion var av numerisk karaktär.

4.4.2 Urval av räkneuppgifter – efter provintervju

Efter provintervjun tillkom 2 + 7 som också fanns i Frostads (1999) undersökning – för att ytterligare möjliggöra jämförelser. De två sistnämnda uppgifterna: kan du komma på något som blir 12? Kan du komma på något som blir 13? valdes bort, då de tog för lång tid i anspråk under provintervjun.

4.4.3 Urval av räkneuppgifter – hörande elever i år 1 och 2

Förutom ovan nämnda uppgifter valdes 6 uppgifter: 1 +1, 1 + 2, 2 +2, 1 +3, 7 +3 och 8 +4. Detta för att stegra svårighetsgraden i en lite långsammare takt. Eftersom inget mer framkom på dessa uppgifter i analaysen av data, än vad det övriga urvalet av uppgifter bidragit med, sker ingen redovisning av resultatet på dessa uppgifter i resultatredovisningen. Multiplikationsuppgiften: Det finns multiplikationer som blir 6. Jag tänker på 3 X 2 =6, kan du komma på fler? valdes i denna del av undersökningen bort, då det troligen var få av eleverna i åldersgruppen 7 - 8 år som kommit i kontakt med multiplikation. Som inledning på dessa intervjuer ställdes frågor om ramsräkning upp och ned längs talraden, för att undersöka om talraden var befäst hos eleverna. Vilket enligt Bentley (muntlig kommunikation mars – 2010) ofta är en försummad aspekt av läraren. Delmomentet kunde även visa om eleven hade en egen personlig talrad (Skolverket, 2008).

4.5 Genomförande av intervjuer

4.5.1 Provintervju

För att undersöka om konstruktionen av valda uppgifter gav en varierad bild av de undersökta elevernas beräkningsstrategier, genomfördes först en provintervju på Albert 9 år. Intervjun skedde i Alberts klassrum, direkt efter en rast. Närvarande förutom jag var även Bertils lärare som agerade som tolk. Vi placerade oss vid ett kvadratiskt bord. En kamera med videoinspelningsfunktion placerades så att Albert och tolken var synliga. Albert var till synes väl motiverad inför uppgiften, då han enligt tolken gillade att bli filmad. Intervjun inleddes med att Albert fick fylla i sin ålder och i vilken månad han var född. Därefter fick Albert i uppgift att räkna de uppgifter som fanns på det förtryckta A4 pappret han hade framför sig. Ett likadant papper hade jag, som efterhand fylldes i med de noteringar som gjordes under intervjuns gång. Uppgifterna lästes inte upp, det överläts till Albert. Det fanns inget konkret material framme, såsom tiobasmaterial eller liknande. Intervjun höll sig inom tidsintervallet 20 minuter, efter att de två sista delfrågorna - gällande multiplikativ del - helhetsaspekt tagits bort. På de intervjufrågor som var utvalda exponerades en varierad bild av beräkningsstrategier, vilket gjorde det möjligt att behålla Alberts resultat i huvudundersökningen. Alberts resultat redovisas i resultatdelen.

4.5.2 Intervjuundersökningen

Under en period av tre månader besöktes de två skolorna där eleverna studerade. Intervjuerna skedde i ett grupprum på respektive skola under varierande tider under dagen. Vid intervjuernas start informerades eleven om syftet med intervjun, att det var frivilligt att delta och att eleven när som helst kunde välja att avbryta intervjun. Då stämningen under intervjun kan påverka resultatet (Skolverket, 2008) gavs vid intervjuns inledning tillfälle till småpratat med eleven och med de yngsta hörande eleverna ingick att rabbla talramsan. Eleven har ombetts att lösa alla uppgifterna först, för att därefter redovisa sina val av beräkningsstrategier. De uppgifter eleverna var ombedda att lösa var upptryckta på ett A4 blad, varav jag och eleven hade ett var (se bil. 3; bil. 4). Även i intervjuundersökningen fanns inget konkret material tillhanda. Efterhand som eleven gjorde beräkningar, noterades det som skedde under intervjuns gång. Det kunde röra sig om fingerberäkningar, peta med pennan, titta i taket osv. Intervjuerna har hållit sig inom tidspannet 10-20 minuter och har varit av karaktären semistrukturerade, där följdfrågor ställts till elevens förklaringar. Frågorna var av typen: hur tänkte du på den här uppgiften? Kan du tänka på ett annat sätt? Och så vidare.

4.5.3 Intervjuer - elever med dövhet

De intervjuer som gjordes på eleverna med dövhet har videofilmats för att i efterhand möjliggöra analyser av elevens förklaringar av beräkningsprocedurerna. Foisack (2003) menar att videointervjuer är en självklarhet när man genomför forskning på döva elever. Jag har använt mig av talspråk, tolken har tolkat det jag sagt och eleven har svarat på teckenspråk som till sist översatts till talspråk av tolken.

4.5.4 Intervjuer med hörande elever

De intervjuer som genomfördes med de hörande eleverna har inte videofilmats. Skälet är att traskriberingen av data tar alltför lång tid i anspråk, varför videofilmning valdes bort. Då det eftersträvades en avslappnad intervjusituation valdes även tidtagarur bort. Efterhand som eleven gjorde beräkningar, räknades antalet sekunder för hand och noterades i undersökningsformuläret. Det innebär att det finns ett stort mått av osäkerhet i de hörande elevernas tidsangivelser.

4.6 Databearbetning

Den data som är resultatet inom fenomenografin är transkriberade intervjuer. En kvalitativ analys med upprättande av beskrivningskategorier av olika slag har genomförts. Enligt Lantz (2007, s. 99) är en kvalitativ analys en "*differentiering av det globalt upplevda, sökandet efter vilka drag eller sammanhang som ligger "dolda" i den globalt uppfattade helheten"*. De beskrivningskategorier som valts är en kategorisering av elevens utveckling av talbegreppet enligt Fusons (1992) modell. Materialet är också indelat i de olika val av beräkningsstrategier som är beskriven i tidigare forskning (Skolverket, 2008), som redogjorts för i del 3. Då använd tid på en räkneuppgift kan visa i hur hög grad en beräkning belastar arbetsminnet (Skolverket, 2008) har även en analys av använd tid på respektive räkneuppgift genomförts. En indelning av grundläggande och härledda strategier har också genomförts. Carpenter och Mosers (1982, i Frostad 1999) modell för val av beräkningsstrategier har då använts.

Analysen har pendlat mellan grupp - och individnivå, för att få fram de beskrivningskategorier som träder fram i resultatredovisningen. I visa fall har elevernas intervjusvar varit svåra att analysera och därmed kategorisera. Inom fenomenografin är det exponerad förståelse som är möjlig att analysera, vilket gjort att i resultatredovisningen finns det tomma fält där det inte varit möjligt att dela in svaret i en beskrivningskategori.

Databearbetningen har på en del punkter skett på olika sätt, då tillgång till videoinspelning av intervjuerna med eleverna med dövhet och i de hörande elevernas fall, endast tillgång till minnesanteckningar under intervjuns gång och det papper eleven fyllt i. Därför redovisas datbearbetningen separat för elever med dövhet och för hörande elever, nedan.

4.6.1 Databearbetning – elever med dövhet

De videofilmer som spelades in kopierades först in i en dator där videoredigeringsprogrammet imovie användes för analysen. Jag började först med att skriva ner det som sades muntligt under intervjun av mig eller av tolken. När det var färdigt analyserades de tecken som användes av eleven då den gjorde beräkningar eller förklarade hur han/hon tänkt. Under denna del av processen var växelvis ljudet på eller avstängt för att möjliggöra en så god tolkning av resultatet som möjligt. Teckenspråkslexikonets (1997 i Foisack, 2003) mall för hur man transkriberar teckenspråk har använts. Mallen innebär att teckenspråk översätts i VERSALER i grundform och hur tecknet är utfört skrivs med (*kursiva gemener)* och sätts inom parentes. Denna metod användes för transkribering och i analaysprocessen av data.

I redovisningen av vad elever tecknat, i studiens resultatdel, har teckenspråket översatts till svenska inom parentes och med gemener. Anledningen är för att underlätta läsbarheten och för att minimera risken för att teckenspråket uppfattas som ett telegramspråk (Bergman, 1979 i Foisack, 2003). En tidsangivelse har noterats för varje räkneuppgift. Då imovie räknar antalet sekunder som filmats, har detta använts för att beräkna antalet använda sekunder eleven använt per uppgift. En avvägning har gjorts när eleven ansetts klar med en uppgift och gått vidare till nästa.

4.6.2 Databearbetning – elever som hör

I direkt anslutning till intervjuns slut genomfördes den första databearbetningen. De minnesanteckningar som noterats under intervjun, fördes över till dator. De anteckningar eleverna gjort förtydligades och även de fördes över till dator. Därefter genomfördes en analys av de beskrivningskategorier som tidigare redogjorts för.

4.7 Etiska överväganden

I samband med genomförandet av intervjuerna har de fyra etiska riktlinjer Vetenskapsrådet (2002) har satt upp, följts för det grundläggande individskyddskravet. De fyra är: informationskravet, samtyckeskravet, konfidentialitetskravet och nyttjandekravet.
Gällande informationskravet, har undersökningens syfte förmedlats till respondenterna. Jag har angivit mig som ansvarig och betonat att undersökningen är frivillig. Samtyckeskravet (bil, 1; bil, 2) har uppfyllts, då målsmans samtycke inhämtats då eleverna var under 15 år och genom att betona innan intervjuns start att eleven närhelst den ville, kunde avbryta intervjun. Konfidentialitetskravet har följts så till vida att elevernas namn är fingerade för att försvåra identifiering.. Då elevgruppen, döva elever, är liten är detta särskilt viktigt. Dock kvarstår elevens kön då de fingerade namnen angivits Namnen på de olika skolorna och de lärare som medverkat under intervjuerna har också tagits bort. Nyttjandekravet har följts så tillvida att det insamlade materialet endast använts för analys av elevsvar och att videomaterialet förstörts efter att analysen avslutats.

4.8 Studiens tillförlitlighet

Studiens tillförlitlighet bedöms genom att värdera dess reliabilitet, validitet och generaliserbarhet.

4.8.1 Reliabilitet

Inom fenomenografin är reliabilitet ett mått på noggrannheten i hur datainsamlingen gått till (Skolverket, 2008). För att få en hög reliabilitet ska en avslappnad intervjusituation eftersträvas. Hur frågorna ställs har också betydelse, där vägledande frågor och bekräftande respons ska undvikas (Skolverket, 2008, s. 14). En avslappnad intervjusituation försökte skapas genom småprat med eleven före själva intervjuundersökningen inleddes. Samtalen kunde röra sig om vad de hette, hur gamla de var, var de bodde, vad snäll eleven varit som ställt upp på en intervju och så vidare. Även valet av frågor var upplagda så att de första frågorna bedömdes som lättast för eleverna att fullfölja. Tanken var att eleven på så sätt skulle uppfatta intervjun som lätt. Elevens svar bekräftades inte under intervjuns gång. Det betonades att det viktigaste var att eleven kunde beskriva hur de tänkt på varje beräkning.

Vid ett tillfälle uppfattades en elev som intervjuades nervös. Eleven berättade att han uppfattade intervjun som ett prov. Skälet var att pappret med räkneuppgifterna låg upp och ner, vilket elevens lärare brukade ha då det rörde sig om prov. Eleven fick då möjlighet att svara på frågorna en andra gång. Vid analysen har denna elevs båda svar analyserats. Vid en intervju av en annan elev gick en tolk in i diskussion med eleven. Då tolken var elevens lärare kändes det ganska naturligt att eleven vände sig till tolken då eleven undrade över en uppgift. Uppfattningen är att det inträffade inte påverkade intervjun i alltför hög grad, i elevens val av beräkningsstrategier. Det skulle till och med kunna vara så att tolkens agerande gjorde att eleven blev mer avslappnad än om tolken inte hade besvarat frågan.

Intervjuerna som genomfördes var av semistrukturerad karaktär. Det gjorde det möjligt att ställa följdfrågor till eleven om något behövde förtydligas under intervjuns gång. Genomförandet av provintervjun utföll väl då den visade en variation av de begrepp som skulle undersökas. Intervjuerna av eleverna med dövhet spelades in och intervjuerna transkriberades vilket möjliggjorde analys av intervjumaterialet flera gånger. Detta styrker reliabiliteten. I fallet med de hörande eleverna fanns inte möjlighet att spela in, vilket sänker reliabiliteten på den delen av undersökningen. Dock gjordes noggranna anteckningar för att stärka reliabiliteten.

4.8.2 Validitet

I en fenomenografisk undersökning, är validitet, ett mått på hur väl beskrivningskategorierna fångar upp den variation av hur ett begrepp kan uppfattas. Det innebär att varje enskild individs förståelse av begreppet ska redovisas för att påvisa om individens begreppsuppfattning befinner sig inom beskrivningskategorierna (Bentley, 2008, s. 106). För att få fram en allsidig exponering av förståelse av ett begrepp, eller en procedur, ska intervju-frågorna vara konstruerade så att en allsidig exponering är möjlig (Skolverket, 2008)

Det finns flera former av validitet. Intern validitet består av innehållsvaliditet och konstruktionsvaliditet. För att få en innehållsvaliditet ska uppgifterna ha en sådan uppbyggnad så att de gör det möjligt för eleven att uppvisa en allsidig exponering av uppfattningar och begrepp och tillämpningar av procedurer (Bentley, 2008). Då endast exponerade procedur har kategoriserats och att valet av uppgifter är av olika slag anses innehålssvaliditeten hög.

Konstruktionsvaliditet fokuserar på tolkningsresultatet av de svar eleverna avgivit på uppgifterna. Konstruktionsvaliditeten är därför ett mått på hur väl kategorierna speglar elevernas förståelse av begrepp och tillämpningar av procedurer på de uppgifter som eleverna fått (Skolverket, 2008).

Eriksson (2001) menar att det lätt sker en över - eller undervärdering av de kunskaper man ser hos elever då man ska tolka deras lösningsstrategier. För att i möjliggaste mån förhindra en över - eller undertolkning, har de transkriberade intervjuerna lästs vid ett flertal tillfällen och analys av de inspelade videorna har skett flera gånger. Då det inte varit möjligt att göra flera uppföljande intervjuer på eleverna med dövhet har flera analysmodeller använts för att öka validiteten. Eriksson (2001) menar att olika modeller för att följa en elevens utveckling räkne-handlingar omöjligen kan visa vad som faktiskt försiggår i elevens huvud. Det skulle kunna vara så att eleven inte visar hela sitt register av beräkningsstrategier vid undersöknings-tillfället, men även att eleven kan välja en annan beräkningsstrategi på samma typ av uppgift vid ett annat tillfälle. I de fall tveksamhet förelåg under intervjuernas gång i hur eleven utfört sina beräkningsstrategier, ställdes följdfrågor för att få klarhet i om tolkningen av elevens utsagor var så nära korrekt förståelse av elevens räknehandlingar som är möjligt.

Då det var flera elever i årskurs 1 som blandade ihop additions - och subtraktionsuppgifter följdes den delen av undersökningen upp med att fråga fler elever om samma uppgiftstyp, samt att några elever ur intervjustudien fick ytterligare ett par addition - och subtraktions-uppgifter. Detta för att stärka validiteten.

Extern validitet berör begreppet generaliserbarhet, vilket redovisas under 4.6.3.

4.8.3 Generaliserbarhet

I en utvidgad fenomenografisk teoriram berör extern valididet generalitetsbegreppet. Beskrivningskategorierna kan då anses representera hela populationen. Urvalet av elever är då av stor betydelse för att det ska vara representativt (Skolverket, 2008, s.15).

Elevunderlaget i undersökningen, 7 döva och 17 hörande, är för litet för att kunna dra slutsatser för hela populationen. Men möjligheten ökar om samma elevmisstag har konsta-terats i andra studier (Skolverket, 2008, s.15).

Då resultatet av de olika räkneuppgifterna visade en variation i val av beräkningsstrategi olika elever valde på samma räkneuppgift skulle i så fall undersökningen till viss del vara generali-serbar, då det troligen även finns en variation hos populationen i stort. Samtidigt är det en brist i undersökningen att intervjuerna endast skett på två olika skolor. I Sverige föds ungefär 70 barn med dövhet per år (SDR, 2011). Det innebär att i åldersgruppen mellan 9 och 14 år finns det ungefär 350 barn. Av dem intervjuades 7. Det innebär att ungefär 2 % av elev-gruppen i Sverige har intervjuats. Då alla eleverna studerar på samma skola är klustereffekten stor, då de även kan ha undervisats av samma lärare och använt samma läromedel under årens lopp. Urvalet är för litet för att enbart ur föreliggande studie generalisera resultatet.

5 Resultat

Resultatet är i de flesta fall presenterat i tabeller. I varje tabell är eleverna med dövhet och hörande elever åtskilda med en linje. I vissa fall har några elevers namn valts att tas bort ur resultatredovisningen. Skälet är att öka tillgängligheten och att elevens intervjusvar inte ansetts ha betydelse för den delen av resultatredovisningen. För fullständigare och tydligare tabeller, hänvisas till bilagorna 5 -10. Först kommer en genomgång av den utvecklingsnivå för talbegreppet som har identifierats. Därefter en genomgång av exponerade beräknings-strategier. Enligt Bentley (2008) kan elevens inkorrekta lösningar visa hur eleven förstår både enskild beräkningsstrategi och hur eleven erfar involverade begrepp. Av den anledningen har en analys av inkorrekta lösningsförslag genomförts. Efter analysen av inkorrekta lösnings-förslag kommer en analys av utvecklingen av beräkningsstrategier enligt Carpenter och Mosers (1982, i Frostad, 1999) modell. En av uppgifterna som genomfördes på eleverna med dövhet och de äldre hörande eleverna, berörde multiplikativ del helhet, vars resultat redovisas. Till sist sker en analys av aspekten tid på respektive uppgift, då tidsaspekten berör arbetsminnet.

5.1 Exponerad utvecklingsnivå för hur talbegreppet förstås

Tabell.1 Utvecklingsnivåer på de olika deluppgifterna efter Fuson (1992)

Elev[1]	Ålder	Döv	Hörande	Antal rätt	Nivå 1	Nivå 2	Nivå 3	Nivå 4	Nivå 5
Albert	9	x		6/9	0	0	8	0	0
Bertil	12	x		7/10	0	0	2	5	3
Charlotte	13	x		8/10	0	0	3	5	1
David	13	x		10/10	0	0	2	5	3
Ellen	13	x		9/10	0	0	1	5	4
Fredrik	14	x		10/10	0	0	0	2	8
Greta	14	x		8/10	0	0	2	0	6
Henrik	7		x	6/10	0	2	0	5	2
Inez (mm)	7		x	3/10	0	1	9	0	0
Johanna	7		x	5/10	0	0	7	2	0
Karl (mm)	7		x	8/10	0	2	0	5	2
Lars (mm)	7		x	8/10	0	0	2	0	5
Maria (mm)	7		x	10/10	0	0	7	2	1
Nihad (mm)	7		x	6/10	0	2	6	0	2
Olivia	8		x	6/10	0	0	2	2	2
Pär	8		x	10/10	0	0	2	4	3
Sara	10		x	9/10	0	0	1	6	2
Tore	11		x	10/10	0	0	0	0	10
Ulrika	11		x	9/10	0	0	1	4	5
Viola	11		x	9/10	0	0	1	4	5
Yngve	11		x	10/10	0	0	1	3	6
Åke	11		x	7/10	0	0	3	4	3
Ängla	12		x	10/10	0	0	1	3	6
Öllegård	12		x	10/10	0	0	0	5	5

De fem nivåerna är efter Karen Fusons (1992) forskningsgenomgång som tidigare redovisats. Dessa redovisas i tabell 1. I bilaga 5 finns även en analys på uppgiftsnivå. Nivå 1 anses vara den nivå som är minst utvecklad. I tabellen redovisas antalet intervjusvars som eleven redovisat på resepektive nivå. Då endast exponerade nivåer har varit möjliga att kategorisera har endast dessa redovisats.

5.2.1 Nivå 1 – String och personlig talrad

Nivån är sammankopplad med barnets personliga talramsa (Fuson, 1992) varför den delen av undersökningen redovisas här. Det var endast de hörande eleverna i år 1 och 2 som undersöktes på den personliga talraden. Johanna hade en korrekt talramsräkning. Inez hade en korrekt ramsräkning från 0 upp till 39, räknar sedan 20, 29, 30, 31 ... 39, 40, 47, 49, 50, 60. När Inez räknar bakåt från 20 hoppar hon från 11 till 9. Lars hade automatiserat upp till 120, men när han räknade nedåt hoppade han över jämna tiotal, 91,89 … 81, 79 osv. Nihad kunde räkna snabbt uppåt till 120. Men när han skulle räkna nedåt räknar han: 20, 90, 18,17 och så vidare. Han blandar med andra ord ihop nitton med nittio. Henrik hade en reltivt långsam uppräkning av talramsan upp till 100, men utförde den korrekt. Nedåt från 20 var också korrekt. Sammantaget betyder detta att flertalet av eleverna i år 1 och 2 hade en personlig talrad.

5.2.2 Nivå 2 – Unbreakable list

På denna nivå finns det 5 beräkningar i undersökningen, varav 3 elever i år 1, Inez, Karl och Nihad. Karl till exempel använde strategin på 23 -17. Han utropar:" *AHHH!"* när han ser uppgiften - börjar leta efter saker på väggarna och på golvet - när han hade räknat 23, tog han bort 17. På 15 - 7 menar att "*sådana har vi inte haft"*: lägger upp 15 legobitar på bordet och tar sedan bort 7 och får svaret till fem.

5.2.3 Nivå 3 – Breakable chain

På denna nivå finns 63 beräkningar i undersökningen. En tydlig trend är att det är flest beräkningar på den här nivån av de yngsta barnen. Inez berättar att hon på 2 + 7 räknar 7, 8,9. Inez visar på denna uppgift att hon kan räkna på från största. På 13 + 5 använder Inez sina fingrar genom att börja på 13 och räkna ett finger åt gången upp till 18.

5.2.4 Nivå 4 – Numerable chain

På denna nivå finns det 72 exponerade beräkningar. David befann sig på denna nivå på uppgiften 3 + 14 i undersökningen. (Håller fram tumme och pekfinger på vänster hand, vilket är kardinaltalet för sju på teckenspråk ... tar bort talet sju ... lägger fram fyra fingrar på vänster hand, plockar sedan fram pennan och skriver 17.

5.2.5 Nivå 5 Bidirectional chain/ Truly numerical counting

På denna nivå exponerades 85 beräkningar. Eleven kunde till exempel uttrycka jättelätt!, sett förut visste fem (på 2 +3), Lätt! Jag bara kan den!

5.3 Exponerade val av beräkningsstrategier - analys

Genomgången av valda beräkningsstrategier är uppdelad i olika moment.
Först redovisas i tabell 2 de beräkningsstrategier som respektive elev exponerat.
Därefter redovisas i tabell 3 vid de tillfällen någon elev exponerat någon form av fingerberäkning.

5.3.1 Använda beräkningstrategier - en sammanfattning

Tabell.2. Exponerade beräkningsstrategier

						Talfakta		Stegvis beräkning				Talsortsvis beräkning		Kompensations-beräkningar			Standard Algoritm	
Elev[1]	Antal rätt	Ålder	Annat modersmål	Döv	Hörande	Säker	Osäker	Alla	Delen	Ned	Fingerberäkning	Korrekt	Inkorrekt	Vanlig	Transformation	Mixed	korrekt	Inkorrekt
Albert	6/9[2]	9		x			x		x	x	x	x	x					
Bertil	7/10	12		x			x		x	x	x	x	x					
Charlotte	8/10	13		x			x		x	x	x	x						x
David	10/10	13		x			x		x	x	x			x				
Ellen	9/10	13		x			x		x	x		x						
Fredrik	10/10	14		x		x				x	x			x				
Greta	8/10	14		x			x		x		x	x						
Henrik	6/10	7			x		x		x	x			x					
Inez (mm)	3/10	7			x		x		x	x	x							
Johanna	5/10	7			x		x		x	x	x							
Karl (mm)	8/10	7			x		x	x	x	x		x						
Lars (mm)	8/10	7			x		x			x			x					
Maria (mm)	3/10	7			x		x		x									
Nihad (mm)	6/10	7			x		x				x							
Olivia	6/10	8			x		x		x									
Pär	10/10	8			x				x			x			x			
Sara	9/10	10			x		x		x	x								
Tore	10/10	11			x	x			x					x				
Ulrika	9/10	11			x				x	x		x						
Viola	9/10	11			x		x		x			x	x	x				
Yngve	10/10	11			x	x			x	x		x						
Åke	7/10	11			x		x		x	x		x						
Ängla	10/10	12			x	x			x			x		x				
Öllegård	10/10	12			x	x			x			x		x				
Totalt	187/239			7	17	5	19	1	21	15	9	13	5	6	1	0	0	1

[1] Fingerade namn har använts (mm): annat modersmål
[2] Eleven genomförde provintervju där en uppgift saknades

Elevernas val av de olika beräkningsstrategierna redovisas i tre tabeller och i textform. I den första tabellen, tabell.2 (även bil.6) redogörs för använda beräkningsstrategier, där det återges en sammanställning av vilka beräkningsstrategier eleverna exponerat. I tabell 3 (även bil.7) redovisas de fingerberäkningar som utförts och i tabell 4 (även bil. 8), vilket svar eleven exponerat i de fall elevens beräkning var inkorrekt.

5.3.2 Stegvis beräkning

Samtliga elever använde sig av den stegvisa beräkningen på några eller ett flertal av uppgifterna. Ett vanligt misstag är att man räknar med det tal som befinner sig på. Ofta blir då svaret ett för lite mot det man egentligen skulle fått (Neuman, 1987). I undersökningen är Inez, Henrik, Åke exempel. På uppgiften 3 + 14 räknar Inez på från största ... 14, 15, 16. Hon har nu räknat tre tal och svarar således 16.

5.3.2.1 Olika varianter av fingerberäkningsstaregier

Tabell 3 visar de uppgifter där fingerberäkningar använts och den strategi som har exponerats. I tabellen är alla hörande elever från åtta år och äldre borttagna. Anledningen är att ingen av dem exponerade en fingerberäkning.

				Exponerade beräkningsstrategier med fingrar										
Tabell 3	Ålder	Döv	Hörande	4-2=2	2+3=5	6-3=3	2+7=9	15-7=8	13+5=18	16+8=24	3+14=17	23-17=6	51-49=2	Antal beräkn per elev
Albert	9	x		dubbel			inte med							1/9
Bertil	12	x						dubbel	dubbel			dubbel		3/10
Charlotte	13	x		dubbel	del		del	dubbel		dubbel	del	dubbel x	dubbel x	6/10
David	13	x						ned-del	dubbel	del	dubbel	dubbel	ned-del	6/10
Ellen	13	x												0/10
Fredrik	14	x						ned-del				ned-del		2/10
Greta	14	x								dubbel		del		2/10
Henrik	7		x											0/10
Inez (mm)	7		x					dubbel		dubbel				2/10
Johanna	7		x									del		1/10
Karl (mm)	7		x											0/10
Lars (mm)	7		x											0/10
Maria (mm)	7		x											0/10
Nihad (mm)	7		x			dubbel		dubbel	del	del				4/10
Totalt		7	17	2	1	1	1	6	3	5	2	6	6	27/239

(mm): annat modersmål än svenska eller teckenspråk

x: Eleven använde både standardalgoritm och dubbelberäkning på uppgiften.

Denna typ av beräkningsstrategi är en form av stegvis beräkning. I undersökningen har 9 elever gjort beräkningar med fingrarna. 6 av dem är döva. Det innebär att en döv elev, Ellen, inte använde fingrarna. Av de hörande eleverna var det tre elever som använde fingrarna. Samtliga av de hörande eleverna, som använde sig av fingerberäkningar, var 7 eller 8 år gamla. Det var Inez, Johanna och Nihad.

I undersökningen har de döva eleverna fått 69 räkneuppgifter. 20 av dem utfördes med fingrarna. Av de 20 uppgifterna var tre stycken inkorrekt beräknade. Av de hörande eleverna var det 7 av 170 uppgifter som var beräknade med fingrarna. 4 av uppgifterna var inkorrekt beräknade.

Eleverna har använt sig av fingerberäkningar för att räkna upp från delen, ned från delen eller en dubbelberäkning. Som exempel har Bertil, en elev med dövhet, valts ut. På uppgiften 13 + 5 gör han en *dubbelberäkning*. Han börjar med att hålla upp alla fem fingrar på höger hand. Det betyder 5 på teckenspråk. Han håller samtidigt upp tre fingrar (pekfinger - långfinger - ringfinger utsträckta) på vänster hand. Vilket betyder tre på teckenspråk. Samtidigt som han tar ner ett finger på vänster hand - tar han ner alla fingrar på höger hand och håller upp tummen (det betyder 6 på teckenspråk), han tar sedan ner ytterligare ett finger på vänster hand och tar fram ett finger på höger och till sist tar ned sista fingret på vänster och håller nu upp talet åtta, på teckenspråk, på höger hand (tumme -pekfinger - långfinger utsträckta).

5.3.3 Talsortsvis beräkning

Några elever har utfört den talsortsvisa beräkningen i både subtraktion och addition. När det rört sig om en subtraktion som kräver växling har eleven använt sig av den version där växling krävs. Albert, en döv elev, menade vid beräkningen av 51-49:” *Jag tänker 50-40, det blir 10, 1-9 blir 8, jag lägger ihop - blir 18”*.

5.3.4 Standardalgoritm

Charlotte, en döv elev, använde sig av standardalgoritmen vid två tillfällen, på 23-17 och 51-49. Vid båda tillfällena använde hon sig inte av växling trots att det krävdes. Vid båda beräkningarna använde hon sig även av fingrarna när hon löste algoritmen. Utformningen av frågeformuläret kan ha påverkat frekvensen av valet av standardalgoritmen. Då varken pappret var rutat eller hade "uppställning".

5.3.5 Kompensationsberäkning

Det är 7 elever i undersökningen som använt sig av kompensationsberäkningar. På uppgiften 16 + 8 svarade Ängla att: man kan tänka från 16 upp till 20, fyra till och då är det 24. Änglas beräkningsstrategi kallas för den vanliga typen av kompensationsberäkning, att addera upp till tiotal och sedan fortsätta sin beräkning. Pär använde sig av typen transformationsberäkning på 15-7 ” *15-5=10 och sedan 10-2=8”* På frågan hur han vet att han ska ner till åtta säger Pär: ”Jo jag delar upp sjuan – (han visar att han håller för tiotalet) – då har jag två kvar när jag tagit bort fem.

5.4 Exponerade inkorrekta lösningsförslag

Tabell.4. Inkorrekta lösningsförslag på undersökningens räkneuppgifter. Blank ruta innebär att beräkningen var korrekt utförd. Endast elever som givit inkorrekta lösningsförslag är med i tabellen

Elev[1]	Ålder	Döv	Hörande	4-2=2	2+3=5	6-3=3	2+7=9	15-7=8	13+5=18	16+8=24	3+14=17	23-17=6	51-49=2	Antal rätt
Albert	9	x					ej med	x 12				stv 14	ts 18	6/9
Bertil	12	x					va 14					stv 8	ts 18	7/10
Charlotte	13	x										st 16	st 8	8/10
Ellen	13	x					va 14							9/10
Greta	14	x								stv 26			? 9	8/10
Henrik	7		x					ts 12	stv 19			ts 14		6/10
Inez (mm)	7		x	va 6		va 9		va 22		stv 23	stv 16	va 39	? 41	3/10
Johanna	7		x	va 6		va 9		va 22				va 41		5/10
Karl (mm)	7		x					stv 5				stv 7		8/10
Lars (mm)	7		x									ts 0	ts 0	8/10
Maria (mm)	7		x	va 6		va 9		va 20	stv 16	stv 23		va 34	va 71	3/10
Nihad (mm)	7		x	va 6		va 9						stv 15	ts 14	6/10
Olivia	8		x						stv 21	va 8			? 11	6/10
Ulrika	11		x							va 8				9/10
Viola	11		x									ts 14		9/10
Yngve	11		x											10/10
Åke	11		x					stv 5	stv 17	stv 22				7/10

[1]Fingerade namn har använts

(mm): annat modersmål

va: Val av annan symbol, 19 beräkningar
Stv: Stegvis beräkning, 15 beräkningar
ts: Talsortsvis beräkning, 8 beräkningar
?: Elev har uppgivit att den gissat,3 beräkningar
x: Framgick inte under intervjun hur eleven tänkt
st: Standardalgoritm, 2 beräkningar

Enligt Bentley (skolverket, 2008, s. 12) kan den inkorrekta tillämpningen av en beräkningsstrategi avslöja både beräkningsprocedurens olika steg och de begrepp som är involverade. En analys har därför gjorts av de inkorrekta lösningsförslag som eleverna exponerat. Denna tabell finns även som bilaga 8.

5.4.1 Val av annan symbol

I denna kategori förekom sammanblandning av addition och subtraktion, och sammanblandning av addition och multiplikation.

5.4.1.1 Sammanblandning av addition och subtraktion

Till denna kategori hör 16 räkneoperationer. Det är sex elever som har gjort denna sammanblandning, Inez, Maria, Maria, Johanna, Nihad, Olivia, och Ulrika. På uppgiften 4-2, 6-3 och på 16+8 hade samtliga elever fått ett korrekt resultat om symbolen varit omvänd. Inez och Johanna skulle även haft ett korrekt resultat på 15-7 där Johanna svarade 20. På uppgiften 23-17 är det tre elever som sammanblandat räknesätten: Inez, Johanna och Maria De har fått 39, 41 och 34. Vid utförandet av beräkningarna har eleverna använt sig av strategierna räkna på från delen eller räkna ned. När jag samtalade med eleverna visade det sig att de kände till symbolen för subtraktion. Då de inkorrekta lösningarna i denna kategori var särskilt vanlig bland de hörande barnen i år 1 och 2, genomfördes en uppföljning av vad det kunde bero på. En förklaring kan vara att på den uppgiftsblankett som eleverna fick, fanns det fler uppgifter i addition i det lägre talområdet än för de andra undersökta eleverna. Även antalet additions-uppgifter var fler än subtraktionsuppgifterna. En annan förklaring kan vara teckenstilen som användes, Times new roman och teckenstorleken 12 var möjligen svår att se för eleven. För att undersöka om förklaringen kunde bero på undervisningens beskaffenhet, kontaktades de två lärarna i år 1. En av dem hade möjlighet att ställa upp på en kort intervju. Enligt läraren kunde inget i undervisningen förklara anledningen till de inkorrekta lösningarna.

Några av de uppgifter som fanns i den matematikbok eleverna använde sig av kopierades och gavs till Maria, Henrik och Karl. En liten kort intervju genomfördes efter eleverna gjort uppgifterna. Även andra elever, i år 1 och 2, som använde sig av samma matematikbok, fick svara på uppgifterna. Dess lösningsförslag inlämnades skriftligt. Även i denna grupp var det flera elever som blandade samman addition och subtraktion. Uppgifterna var blandade i addition och subtraktion men även bilder på den beräkning som matematikboken vill att eleven ska använda sig av. Så här kan det se ut: Dra streck och räkna ut:

4 - 1=

Tanken med strategin är att eleven ska förstå att katten till höger om pilen ska vara samma katt som streckas till vänster och att den ska tas bort från differensen.
Denna uppgift skulle också kunna tolkas som att man ska räkna alla katter och sedan räknar de strecken som man ritar. Det skulle då förklara varför eleven valt att beräkna addition istället för subtraktion. Resultatet på den uppföljande undersökningen tyder på att eleverna har förstått att de inte ska beräkna addition när det rör sig om subtraktion. Däremot när det rörde sig om uppgifter då talen var skrivna utan en kompletterande bild var det vanligt att elever sammanblandade addition och subtraktion.

5.4.1.2 Sammanblandning av addition och multiplikation

Till denna kategori är det två elever, Charlotte och Bertil, som har räknat inkorrekt på uppgiften 2 + 7 och trodde att det rörde sig om multiplikation. Båda fick svaret 14, vilket innebär att båda haft ett korrekt svar om uppgiften hade varit en multiplikation.

5.4.2 Talsortsvis beräkning

I undersökningen är det 8 inkorrekta lösningsförslag där den talsortsvisa beräkningsstrategin är exponerad. Nihad föreslår på uppgiften 51 - 49: *Man kan ta ta 5 i 50 och 9 i 49, det blir då 14.* Lars menar på samma uppgift att: *femtio minus är tio, och tio minus tio är noll.* De sista tio fick han genom att lägga ihop 1 + 9. Albert menar på uppgiften 23 - 17; *Jag tänker 20 - 10 blir 10 och sedan tre minus 7 är 4, sedan fyra och tio blir 14.*

5.4.3 Standardalgoritm

Som tidigare redovisats var det en elev som använde sig av denna beräkningsmetod.

5.4.4 Stegvis beräkning

Att räkna ner är svårare än att räkna upp (Fuson, 1992). Det beror på att det finns två varianter av nedräkning. Vid en beräkning av exempelvis 14 - 5, kan barnet säga (eller tänka) "14,13, 12, 11, 10, 9 (vilket innebär att fem räkneord är borttagna från 13), 9 är då kvar som är svaret. Eller varianten på beräkningen 14 -5 kan barnet säga (eller tänka) "13 en borttagen), 12, 11, 10, 9 - 5 borttagna så 9 är svaret). Barn förväxlar ofta dessa två beräkningsstratgier så att svaret blir ett för mycket eller ett för lite (Fuson, 1992). Exempel på denna sammanblandning av att räkna ner är Karl på uppgiften 23 - 17.

5.4 Exponerad utvecklingsnivå i val av beräkningsstrategi

Enligt Carpenter och Moser (1982, i Frostad 1999) sker utvecklingen av beräkningsstrategier i fyra steg, där steg 1 är den mest grundläggande nivån. Endast exponerade beräkningsstrategier har analyserats.

Tabell. Utvecklingsnivåer på de olika deluppgifterna enligt Carpenter och Moser

Elev[1]	Ålder	Döv	Hörande	1	2	3	4
Albert	9	x			8		
Bertil	12	x			7		3
Charlotte	13	x			7		2
David	13	x			5	1	4
Ellen	13	x			3	2	3
Fredrik	14	x			2	2	6
Greta	14	x				3	5
Henrik	7		x		6		4
Inez (mm)	7		x	1	9		
Johanna	7		x		9		
Karl (mm)	7		x	2	6		2
Lars (mm)	7		x		2		4
Maria (mm)	7		x		9		1
Nihad (mm)	7		x	2	6		2
Olivia	8		x		2		3
Pär	8		x		3	3	3
Sara	10		x		6		3
Tore	11		x			3	7
Ulrika	11		x		2	1	7
Viola	11		x	1	2	2	5
Yngve	11		x		3	1	6
Åke	11		x		5	2	3
Ängla	12		x		1	3	5
Öllegård	12		x		3	2	5
Totalt		7	17	6	106	25	83

(mm): annat modersmål än svenska eller teckenspråk

5.4.1 Nivå 1 - Räkna alla

På denna nivå 1 finns sex exponerade beräkningar. Viola använder sig av pennan när hon räknar 2 + 7. *– Jag pekar 7 gånger på 7:an på ett visst sätt. Jag har ett streck på 7:an och då kan jag dra sammanlagt 7 streck på 7:an, sedan räknar jag 2 på 2:an.*

5.4.2 Nivå 2 - Räkna på eller ned

På nivå två är det 106 beräkningar. Det är ungefär hälften av alla beräkningar som har utförts. Det finns en progression där äldre elever har ett lägre antal i denna grupp. Detta gäller både elever med dövhet och de hörande.

5.4.3 Nivå 3 - Härledda strategier

På denna nivå finns 25 beräkningar. Av de 24 eleverna är det hälften som har någon strategi på denna utvecklingsnivå. Greta till exempel menade på 15 - 7 (*Jo jag fuskade sju plus sju är fjorton, fjorton plus ett är femton och därför blev det åtta*). Gretas förklaring är i sig intressant. Hon har i själva verket kommit på något centralt inom matematiken, att hitta mönster. Men hon verka tro att hon har gjort något som hon inte får lov till.

5.4.4 Nivå 4 - Talfakta

83 beräkningar finns på denna nivå. Som exempel har Fredrik valts på uppgiften 51 - 49: *Då vet jag bara att det är två mellan fyrtionio och femtioett och då är det två.* Elever kunde också uttrycka: *Lätt! jag Kan!* Det var relativt få elever som hade utvecklat talfakta. En döv elev och fyra hörande. Bentley (Skolverket, 2008) menar att denna nivå är avgörande för elevers fortsatta inlärning i matematik, då talfakta enligt Bentley (2008) ger en låg belastning på arbetsminnet.

5.5 Multiplikativ del – helhet

Uppgiften: Det finns multiplikationer som blir 6. Jag tänker på 3 X 2. Kan du komma på fler? Denna uppgift fick alla elever med dövhet och de hörande eleverna som var 10 - 12 år gamla. En samlad bild är att eleverna menade att 6 X 1 var samma. Några av eleverna vände på multiplikationerna självmant, andra frågade om man fick vända dem och andra påstod att det var samma sak. En elev som utmärkte sig i denna grupp var Fredrik, en elev med dövhet. Han redovisade bland annat dessa lösningar, innan jag meddelade att det räckte: 4 X 1,5; 12 X 0,5; 24 X 0,25; 100 X 0,06; 40 X 0,15. Fredrik använde sig av en form av dubbelberäkning på denna uppgift. han berättar: *Jo, om jag tänker en siffra tappar jag räkningen i huvudet - ibland är det bra att ha fingrarna.* Jag: hur gör du då? Fredrik: *Jo. vänster handen är gånger och höger är svaren - till exempel 2 gånger 0,5 är 1. Då håller jag fram 2 på vänster och svaret 1 på höger* (0,5 håller han alltså reda på i huvudet).

5.6 Andra aspekter: Tid

Om en beräkning tar mellan 3-5 sekunder kan man anse att eleven har talfakta på uppgiften (Bentley, muntlig kommunikation mars-2010). I undersökningen är det fler elever som utvecklat talfakta i området 1-10 än på det högre talområdet. Trenden är att tiden för att utföra beräkningarna sjunker då eleverna blir äldre. Tidsaspekten är viktig för vilka delar av hjärnan som är aktiv när eleven utför sina beräkningar, där arbetsminnet får en lägre belastning om talfakta finns på uppgiften (Skolverket, 2008).

Tabell. 6. Använd tid på korrekt utförda beräkningar

Elev[1]	Ålder	Döv	Hörande	Antal beräkningar mellan 0-5s	Antal beräkningar över 5s
Albert	9	x		2	3
Bertil	12	x		4	1
Charlotte	13	x		5	3
David	13	x		8	2
Ellen	13	x		5	4
Fredrik	14	x		9	1
Greta	14	x		6	3
Henrik	7		x	5	1
Inez (mm)	7		x	0	2
Johanna	7		x	0	6
Karl (mm)	7		x	2	3
Lars (mm)	7		x	3	5
Maria (mm)	7		x	0	4
Nihad (mm)	7		x	0	0
Olivia	8		x	3	4
Pär	8		x	3	6
Sara	10		x	3	6
Tore	11		x	9	1
Ulrika	11		x	8	2
Viola	11		x	6	3
Yngve	11		x	1	7
Åke	11		x	4	4
Ängla	12		x	5	5
Öllegärd	12		x	5	5
				96	81

Tom ruta kan bero på flera olika orsaker: beräkningen var inkorrekt eleven svarade inte på uppgiften eller att tid inte gått att ange.
(mm): Annat modersmål

6 Diskussion

I detta avsnitt lyfts först de centrala aspekterna av studien fram. Sedan följer en metoddiskussion, resultatet i relation till tidigare forskning diskuteras. Om studiens syfte uppnåtts redovisas därefter. Därefter studiens begränsningar, relevans för läraryrket och till sist förslag på framtida forskning.

6.1 Centrala aspekter i studien

Syftet med undersökningen var att undersöka vilken förståelse av talbegreppet några elever med dövhet har utvecklat och vilka beräkningsstrategier de väljer på additions - och subtraktionsuppgifter inom det lägre talområdet från 0 - 100. För att få svar på syftet genomfördes en intervjuundersökning med en fenomenografisk ansats på döva elever. För att möjliggöra jämförelser mellan döva elever och hörande elever, intervjuades även hörande elever.

6.1.1 Talbegreppet

Studien pekar mot att elever med dövhet utvecklar talbegreppet på ungefär samma sätt som hörande elever, förutom att elever med dövhet i högre grad använder sig av fingerberäkningar och att härledda strategier inte används i lika hög grad. Gray och Tall (1994) menar att det kan röra sig om utvecklingen av procedurförmåga istället för utvecklingen av begrepps-förmåga då härledda strategier inte används, då en elev inte utvecklat talfakta på en uppgift. Vid analys av förståelse av talbegreppet, enligt Fusons (1992) modell har eleverna en högre nivå på de lägre talområdena. Här kan även subitiseringförmågan (Fuson, 1992) spela in, då eleven kan uppvisa en högre utvecklingsnivå då det är liten differens mellan talen. Om det rör sig om en försening i utvecklingen av talbegreppet eller att döva elever uppfattar tal på annat sätt än döva kan dock inte utläsas av studien.

6.1.2 Beräkningsstrategier - fingerberäkningar

Både elever med dövhet och hörande elever har använt sig av fingerberäkningsstrategier. Det ska betonas att fingerberäkningar är en form av stegvis beräkning, en strategi som också redovisas under 6.1.3. Sex av sju elever med dövhet har använt fingrarna varav fyra av dem fått inkorrekta svar på någon beräkning. Tre av de hörande eleverna, samtliga i år 1, har använt fingrarna vid någon av beräkningarna. Av dessa elever har alla fått ett felaktigt resultat på någon av de beräkningar de gjort med fingrarna. Det fanns fingerberäkningar både i form av fingrar i form av kardinaltal, fingrar som ordinaltal och fingrar som teckensymboler. Fingrar användes också som "keep-track" metod på ett varierat sätt. Enligt Frostad (1999) har döva elever lätt för att dubbelberäkna på två talrader på teckenspråk. Studien verkar peka åt det hållet, då det var ungefär en fjärdedel av de dövas beräkningar som utfördes med fingrarna och i de flesta fall användes dubbelberäkning.

Frågan är om fingerberäkning är en bra metod för att utveckla begreppslig förmåga. Frostad (1999) menar att den finns en risk för att fingerberäkningar leder till en ökad procedurell förmåga, där talen ses som en sekvens istället för delar av en helhet. Frostad menar vidare att man kan likna döva elevers utveckling med den som Gray och Tall (1994) funnit att mindre duktiga elever har. Eleven blir en som tänker i en procedur, där talen ses som konkreta objekt som manipuleras genom en räknesekvens. I förlängningen menar Gray och Tall (1994) att detta kan öka arbetsminnets belastning när eleven rör sig upp i ett högre talområde.

6.1.3 Beräkningsstrategier – talsortsvis - , stegvis - och kompensationsberäkning

I undersökningen fanns både additions – och subtraktionsuppgifter representerade. Av de undersökta eleverna som hade lägst lösningsfrekvens på uppgifterna redovisade också lägst antal olika beräkningsstrategier. De elever som klarade av lägst antal uppgifter använde sig endast av den stegvisa beräkningstrategin i olika varianter. I den grupp som hade mellan 1-3 inkorrekta svar, använde förutom den stegvisa beräkningsstrategin, också strategin talsortsvis beräkning där flera av eleverna hade en felaktig användning av strategin när uppgiften var en subtraktion med växling. En av eleverna i denna grupp använde sig av standardalgoritmen på två subtraktionsuppgifter och använde då metoden som används på uppgifter utan växling, på uppgifter som kräver växling. De elever som hade alla rätt använde sig av de förut nämnda strategierna, använde flertalet av eleverna sig av kompensationsberäkningar. Bentley (2008) menar att det finns begreppsmodeller som eleverna får undervisning i har begränsade användningsområden. Särskilt talsortsvis beräkning har i forskning visat sig ha låg lösnings-frekvens. Det fanns flera elever som fick 23 – 17 = 14 och 51 – 49 = 18. Det synes som att eleverna lärt sig en metod som inte fungerar till alla former av beräkningar. För att talfakta ska utvecklas kan inte beräkningar ibland bli 7 + 4 = 11, 12 eller 13. Som kan vara fallet då en elev använder sig av en neräkningsstrategi i fel kontext. Då har eleven inget att lägga in i sitt långtidsminne, utan måste börja om på nytt med varje beräkning (Bentley, 2008).

Kompensationsberäkningarna ledde sällan till inkorrekta lösningar i undersökningen. Det är intressant att notera att kompensationsberäkningen som metod var den metod som gav flest korrekta svar. Samma resultat har man funnit i tidigare undersökningar med ett större elevunderlag i Lilla Edet (Skolverket, 2008). Gray och Tall (1994) tänker sig att de som är duktiga i matematik har en förmåga att dela upp talen i olika delar och sedan sätta ihop dem igen i lämpliga delar, för att underlätta beräkningen. Kompensationsberäkningar bygger på just det, att man ska dela upp talen för att underlätta beräkningar. Samtidigt är det de elever som uppvisar flest antal olika beräkningsstrategier som har flest antal korrekta lösningar. Det kan tänkas att detta sammanfaller med den teori som Gray och Tall (1994) kallar för teorin om procept. Kopplingen mellan procedur och begrepp. Dessa elever synes duktiga på att se på varje tals del – helhetsrelationer och välja strategi utifrån det. Det är dock relativt få beräkningar där kompensationsberäkningar har valts varför det bör undersökas vidare.

6.1.4 Annan aspekt: tid

Även tidsanvändningen på de olika uppgifterna skilde sig åt, med mindre använd tid på de lägre talområdena Fyra av de hörande eleverna och en elev med dövhet hade utvecklat talfakta på samtliga av undersökningens uppgifter. Då Bentley (Muntlig kommunikation mars -2010) menar att tidsaspekten är viktig för arbetsminnet är det otillfredsställande att det är få av de döva eleverna som utvecklat talfakta på alla uppgifter i undersökningen. Lösningsfrekvensen sjunker då talområdet blir högre. Framförallt beräkningarna 23-17 och 51-49 hade låg lösningsfrekvens. De hörande eleverna i år 1 hade särskilt svårt för subtraktionsuppgifterna. Det ska betonas att denna del av undersökningen har en låg reliabilitet då undersökningens utformning inte är anpassad för att undersöka tidsanvändning. Resultatet kvarstår dock då det kan användas som underlag för att analysera utvecklingsnivå av talbegreppet och utvecklingen av beräkningsstrategier.

6.2 Metoddiskussion

Studien är en fenomenografisk undersökning med en utvidgad teoriram inom det post – positivistiska paradigmet som tillåter en tolkning på individnivå. Utvidgningen beror på att den tillåter att en objektivt delad verklighet kan upplevas subjektivt. Den subjektiva verkligheten är sedan möjlig att undersöka kvalitativt (Bentley, 2008. s. 100). Då fokus har varit att undersöka hur elever förstår begrepp, måste det till någon form av undersökning. Inom fenomenografin är metoder för datainsamling traditionellt kvalitativa intervjuer. Intervjuerna är sedan grund för det tolkningsresultat som är möjligt att göra. Det ställer självfallet stora krav på den intervju som genomförs.

Vilka frågor som ställs och hur de ställs blir av central betydelse för vilken exponerad förståelse av begrepp som kommer fram (Bentley, 2008). Variationen av förståelse är det som man i en fenomenografisk studie är ute efter. Efter intervjuns slut, transkriberas data för att därefter analyseras på gruppnivå. Beskriv-ningskategorier upprättas för att därefter analysera resultatet på individnivå (Bentley, 2008). Hur och på vilket sätt forskaren väljer att tolka resultatet blir naturligtvis centralt i en studie av detta slag. Det kan också bli en av studiens begränsningar. Bentley (2008) menar att det är viktigt att forskaren övar upp sin förmåga att kunna tolka intervjuresultat, och ett sätt att gör det på är att studera litteratur i ämnet och att pendla mellan analys av data och intervjuer. I föreliggande studie är detta gjort. Men utökade litteraturstudier och fler intervjuer hade kanske möjliggjort både ett bättre intervjuunderlag och en bättre tolkning av resultatet. Men om det blivit fler beskrivningskategorier eller andra tolkningar är inte självklart, då beskrivningskategorierna i stora drag finns i tidigare forskning.

I studien har tolkar använts. Användandet av tolkar kan som tidigare behandlats vara komp-licerat. I undersökningen har tre olika tolkar använts, vilket möjligen kan påverka resultatet. Valet att använda sig av olika tolkar baserades på att det var eftersträvansvärt att få en så avslappnad intervjusituation som möjligt, och om tolken var känd av eleven skulle dettta underlättas.

Semistrukturerade intervjuer tar tämligen lång tid att genomföra, särskilt transkriberingen av data. Det medför att det ur en tidsaspekt är svårt att fånga in många elevers tankar om det man vill undersöka. Alternativet hade varit att genomföra någon typ av enkätundersökning. Men de kvalitativt skilda sätten eleven erfor beräkningarna på hade med den metoden varit svår att fånga, då det vid ett flertal intervjuer förekom tillfällen då eleven berättade att den gjort en beräkning på ett särskilt sätt, men att de vid fördjupad diskussion hade utfört beräkningen på ett annat sätt. Därför är kvalitativa intervjuer att föredra. Konstruktionen av frågeformuläret eleverna fick, kan ha påverkat på vilket sätt eleven valde att besvara räkneuppgifterna (Bentley, 2008). Det kan till och med vara så att utformningen av frågeformuläret har hindrat någon typ av begreppsförståelse som inte kommer fram. Huvudparten av elevlösningarna är utförda med huvudräkning. Valet av standardalgoritm är lågfrekvent. Möjligen skulle det finnas utrymme för att utforma frågeformuläret på ett annat sätt, och dela in undersökningen både i enkät och intervjuform. På detta sätt skulle det vara möjligt att fånga fler elevers val av beräkningsstrategier och om valen av beräkningsstrategier är kontextuellt betingat eller inte.

6.3 Resultatet i relation till tidigare forskning

Den talsortsvisa beräkningsstrategin har två versioner, en avsedd för växling och en utan växling. Dessa båda versioner förväxlades i undersökningen. Denna förväxling är relativt vanlig (Skolverket, 2008; Foxman & Beihuzern, 2002). Forskning visar även att strategin har en relativt låg lösningsfrekvens. Kompensationsberäkningar ledde sällan till inkorrekt resultat. Resultatet harmonierar med tidigare forskning (Skolverket, 2008). Döva elever använde sällan härledda strategier om de inte hade talfakta på uppgiften. Resultatet verkar stämma överens med Frostads (1999) resultat i undersökningen döva elevers strategival i addition och subtraktion. Även att dubbelberäkning med fingrarna är en ofta använd strategi, bekräftas av Frostad (1999). Det fanns elever i undersökningen som sammanblandade de olika räknesättens symboler. Jag har inte funnit någon forskningsgenomgång runt denna aspekt. Då Bentley (2008) menar att felaktiga procedurer bör rensas bort för att korrekt lagring i långtidsminnet ska ske, bör den felaktiga tillämpningen av räknesättens symboler utforskas vidare. Det ska dock betonas att det kan ha varit utformningen av frågeformuläret som gav denna sammanblandning av symboler.

6.4 Har syftet med studien uppnåtts?

Syftet med undersökningen var att undersöka vilken förståelse av talbegreppet några elever med dövhet har utvecklat och vilka beräkningsstrategier de väljer på additions - och subtraktionsuppgifter inom det lägre talområdet från 0 - 100. Studien visar på en exponerad utveckling av talbegreppet, dels på olika räkneuppgifter och dels i elevernas olika åldrar. Det fanns även en skillnad mellan gruppen döva och hörande elever. Varför studiens syfte anses uppnått. Det fanns en variation av beräkningsstrategier som eleverna valde och även här fanns det en utveckling. Analysen bekräftas av relevanta forskningsresultat och ger en mångfacetterad bild av de val av beräkningsstrategier eleverna väljer. Varför även denna del av syftet anses uppnått. Det fanns även beräkningsstrategier i undersökningen som verkar leda till fler korrekta resultat än andra beräkningsstrategier. Det var en av studiens frågeställningar som anses besvarad.

6.5 Studiens begränsningar

För att få med alla beskrivningskategorier bör man välja de man undersöker, med så varierad bakgrund som möjligt (Bentley, 2008, s. 106). Antagandet är då att man får en bredare variation för hur ett begrepp förstås. En av studiens begränsningar är att urvalet är litet och att det bara är döva elever från en skola som undersökts. Även risk för en klustereffekt är stor då det är elever ur få klasser som deltagit i undersökningen. Urvalet av de hörande eleverna är heller inte slumpmässigt. Några av de hörande eleverna har även ett annat modersmål än svenska. Studiens upplägg har inte möjliggjort en undersökning av om dessa elevers personliga talrad stämmer överens med hur de beräknat undersökningens uppgifter. En grundlig undersökning av de läromedel som eleverna använder sig av har heller inte gjorts. Bentley (2008) menar att det är viktigt att undersöka de begreppsmodeller som eleven fått undervisning i, då man undersökar förståelsen av begrepp hos elever. Ur en tidsaspekt har detta inte varit möjligt, vilket är en stor begränsning i studien. I tidigare forskning finns fler beräkningstrategier beskrivna än de som hittats i denna studie. Därför har en så kallad teoretisk mättnad inte nåtts (Bentley, 2008). Det kan även bero på att elevunderlaget är för litet. Bentley (2008) menar dock, under vissa förhållanden, att det kan bero på att den typen av begreppsuppfattning inte finns hos den undersökta elevgruppen. Men för att vara säker bör det undersökas vidare med ett större elevunderlag. Aspekten tidsanvändning som är med i resultatredovisningen har en låg reliabilitet då undersökningens utformning inte är anpassad för att undersöka tidsanvändning. Resultatet ska bara ses som en bakgrundsbeskrivning till de andra kategorierna.

Det finns flera former av validitet. Intern validitet består av innehållsvaliditet och konstruktionsvaliditet. För att få en innehållsvaliditet ska uppgifterna ha en sådan uppbyggnad så att de gör det möjligt för eleven att uppvisa en allsidig exponering av uppfattningar och begrepp och tillämpningar av procedurer (Bentley, 2008). Då endast exponerade uppfattningar har kategoriserats och att valet av uppgifter är av olika slag anses innehålls-validiteten hög. Dock fanns det flera elever i undersökningen som hade löst alla uppgifter korrekt. Det skulle kunna innebära att även de elever som hade korrekt tillämpning på alla uppgifter har felaktiga begreppsuppfattningar som ännu är oexponerade. Bentley (Skolverket, 2008) menar att felaktiga tillämpningar är extra intressanta att undersöka ur vetenskaplig synpunkt, då det kan avslöja både procedurens delar och de begrepp som är inblandade.

6.6 Relevans för läraryrket

På senare år har formativ bedömning fått allt större fokus i skolan. Formativ bedömning är en bedömning av eleven, för att följa lärandeprocessen och stimulera lärandet (Pettersson, 2011). En formativ bedömning ser jag som en kvalitativ analys av en elevs kunskaper. Eller för att citera Samara och Clements:

> ”Understanding the level of thinking of the class and individuals in that class is key in serving the needs of all children.” (Samara & Clements, 2009. s. ix)

Eriksson (2001) och Fischer (2007) menar att upprättande av elevers beräkningsstrategier i olika utvecklingsnivåer riktar fokus mot ett kvalitativt perspektiv på elevens kunskaper och inte bara rätt - och feltänk. Wernberg (2009) menar att en förutsättning för att en elev ska upptäcka en viktig aspekt är att läraren har upptäckt den, anser aspekten som kritisk och följer upp den i sin undervisning. De kritiska aspekter som studien verkar peka på är att kompensationsberäkningar bör uppmärksammas och följas upp i undervisningen.

6.7 Förslag på framtida forskning

Då studien verkar peka på att kompensationsberäkningar ofta leder till korrekta resultat skulle det vara intressant undersöka en större elevgrupp av döva för att se om det går att generalisera resultatet. En fortsättning skulle i så fall vara att undersöka hur man lär döva elever kompensationsberäkningar.

7. Referenslista

Ahlberg, Ann. (2000). The Sensous and simultaneius experience of numbers. IPD-Rapporter. 297:2000:3. Göteborgs Universitet.

Bentley, Per- Olof. (2008). Mathematics Teachers and Their Conceptual Models, A New Field of Research. Göteborg, Studies in Educational Sciences, 265. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Clarke, Doug.M. Algoritmundervisning i tidiga skolår. s. 21- 48. I Boesen, Jesper., Emanuelsson, Göran., Wallby, Anders., & Wallby, Karin. (Red.).(2007). *Lära och undervisa i matematik - internationella perspektiv*. Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning. NCM.

Eriksson, Göta. (2001). *Talbegreppets utveckling: ett radikalkonstruktivistiskt perspektiv.* Stockholm: Lärarhögskolan.

Fisher, Linda. (2007). Learning about Fractions from Assessment (Kap.14). i Schoenfeld, Alan, H. (Red.). (2007). Assessing Mathematical Profiency: Cambridge; New York: Cambridge University Press.

Foisack, Elsa. (2003). *Döva barns begreppsbildning i matematik.* (Doktorsavhandling). Malmö Studies in Educational Sciences, No. 7. Malmö: Lärarutbildningen, Malmö Högskola

Foxman, Derek., & Beishuizen, 2002. Mental calculationmethods used by 11 - year - olds in different attainment bands: A reanalysis of data from teh 1987 APU Survey in the UK. *Educational Studies in Mathematics* 51: 41–69.

Frostad, Per. (1999). Deaf Children´s use of cognitive strategies in simple arithmetic problems. *Educational Studies in Mathematics*. 40: 129 - 153.

Fuson, Karen.C. (1992). Addition and Subtraction. I Grouws, D.,A. (Red.). *Handbook of Research on Matehematics Teching and learning.* New York: Macmillian Publishing Company.

Gray, Eddie M. (1991). An analysis of diverging approaches to simple arithmetic: Preference and its consequences. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 551–574.

Gray, Eddie. & Tall, David.O. (1994). Duality, ambiguity and flexibility: a proceptual view of simple arithmetic. *The Journal for Research in Matemathics Education* 26 (2), 115-141.

Hendar, Ola. (2008). *Måluppfyllelse för döva och hörselskadade i skolan - Redovisning av uppdrag enligt regleringsbrev: Slutrapport*. Specialskolemyndigheten. [Elektronisk resurs]: www.spsm.se

Kiselman, Christer & Mouwitz, Lars. (2008). Matematiktermer för skolan. Göteborg: NCM, Göteborgs Universitet

Lantz, Annika. (2007). *Intervjumetodik*. Lund: Studentlitteratur.

Linikko, Jari. (2009). "Det gäller att hitta nyckeln...": Lärares syn på undervisning och dilemman för inkludering av elever i behov av särskilt stöd i specialskola. Doktorsavhandling i specialpedagogik. Stockholm: Stockholms Universitet.
[Elektronisk resurs]: http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:su:diva-8505

Marton, Ference. & Booth, Shirley. (2000). *Om lärande*. Lund: Studentlitteratur.

McIntosh, Alistair & NCM. (2008). Förstå och använda tal - en handbok. Göteborg: NCM. Göteborgs Universitet.

Neuman, Dagmar.(1987). *The Origin of arithmetic skills: a phenomenographic approach.* Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Pettersson, Astrid. (2011). Bedömning av kunskap. s. 209-229. i Brandell, Gerd. & Pettersson, Astrid, (Red). (2011). Matematik undervisning vetenskapliga perspektiv. Stockholm: Stockholms universitets förlag.

Riksdagen. (2010). Skollag (2010:800). [Elektronisk resurs]: Riksdagen.se

Roos, Carin & Fischbein, Siv. Introduktion - Interaktion, delktighet, lärande i Roos, Carin & Fischbein, Siv. (red). (2006). Dövhet och hörselnedsättning – Specialpedagogiska perspektiv. Lund. Studentlitteratur.

Sarama, Julie., & Clements, Douglas.H. (2009). Early Childhood Mathematics Education Research, Learning Trajectorise for Young Children. New York: Routledge.

Skolverket. (2008). *Svenska elevers matematikkunskaper i TIMSS 2007 - En djupanalys av hur eleverna förstår centrala matematiska begrepp och tillämpar beräkningsprocedurer.* [Elektronisk resurs] www.skolverket.se

Skolverket. (2011 a). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011.* Stockholm: Fritzes.

Skolverket, (2011 b). Läroplan för specialskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011. [Elektronisk resurs] www.skolverket.se

SOU 2006:29. Teckenspråk och teckenspråkiga Kunskaps- och forskningsöversikt. Delbetänkande av utredningen Översyn av teckenspråkets ställning. [Elektronisk resurs]: www.regeringen.se

SOU 2011:30. Med rätt att välja - flexibel utbildning för elever som tillhör specialskolans målgrupp. Delbetänkande av Utredningen om en flexibel specialskola. [Elektronisk resurs]: www. regeringen.se

Stockholms Universitet (2011). [Elektronisk resurs] http://www.ling.su.se/teckensprakslexikon/siffertecken

Sveriges Dövas Riksförbund, SDR. (2011) [Elektronisk resurs]. www.sdr.se

Vetenskapsrådet. (2002). Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning. Stockholm: Vetenskapsrådet. [Elektronisk resurs]: http://www.codex.vr.se/texts/HSFR.pdf

Wernberg, Anna. (2009). Lärandets objekt - Vad elever förväntas lära sig, vad görs möjligt för dem att lära och vad de faktiskt lär sig under lektionerna. Doktorsavhandling i Pedagogiskt arbete nr 32. Kristianstad: Högskolan i Kristianstad.
[Elektronisk resurs]: http://urn.kb.se/resolveurn=urn:nbn:se:diva29896

Bilaga 1. Brev till föräldrar, elever med dövhet

Jag heter Jan Persson och är lärare, bland annat i matematik, på XXXXskolan. Jag håller just nu på och skriver en uppsats vid Göteborgs Universitet som handlar om elevers räknestrategier. Tanken är att jag ska titta på hur några elever löser räkneuppgifter för att, om möjligt, se hur elever generellt förstår ett matematiskt begrepp. Det är främst de addition och subtraktion det handlar om. Jag har valt att koncentrera mig på elever med teckenspråk som första språk då det inte finns så mycket forskning gjord på elevgruppen och matematik. Uppsatsen är på grundnivå, 15hp och är förhoppningsvis färdig under våren.

Min undersökning/intervju kommer att genomföras på följande sätt:
Ditt barn får räkneuppgifter som den skriver ner på ett papper. För att följa tankegången kommer jag och en lärare, som vanligtvis har eleven, också fråga hur barnet tänkt när den löst uppgiften. Under tiden intervjun pågår spelas jag, eleven och klassläraren in på video för att det ska vara möjligt att analysera räknestrategierna i efterhand. Läraren som är med under intervjun kommer att agera som tolk då jag inte är fullt teckenspråkig.

Det är bara jag och den andra läraren som kommer att analysera videofilmen och den kommer att förstöras efter att analysen är färdig. Eleven kommer att avidentifieras i redovisningen av resultatet. Självklart är det frivilligt att delta i undersökningen och eleven kan när som helst under intervjun, välja att avbryta den.

Jag hoppas att Ni tillåter Ert barn att vara med i undersökningen som genomförs under skoltid och beräknas ta högst 20 minuter i anspråk.

Undersökningen har stöd av skolans rektor.
Om det är något ni undrar över så ta gärna kontakt med mig eller om Ni vill ta del av den färdiga uppsatsen , janperssonerik@hotmail.com

Eller rektor: XXXX. XXX@ XXX.se Tack på förhand!

Jan Persson

Fyll i nedanstående och lämna till klassföreståndare, gärna denna vecka!

O Ja, jag tillåter att mitt barn deltar i undersökningen

Målsmans underskrift:____________________________________

Elevens namn och klass:__________________________________

O Nej, jag tillåter inte att mitt barn deltar i undersökningen.

Bilaga 2.   Brev till föräldrar, elever som hör

Hej!

Jag heter Jan Persson och arbetar som lärare bland annat i matematik på XXXX skolan . Jag håller just nu på och skriver en uppsats vid Göteborgs Universitet som handlar om elevers räknestrategier. Tanken är att jag ska titta på hur några teckenspråkiga elever löser räkneuppgifter för att, om möjligt, se hur teckenspråkiga elever generellt förstår ett matematiskt begrepp. Det är främst addition och subtraktion det handlar om. Jag har valt att koncentrera mig på elever med teckenspråk som första språk då det inte finns så mycket forskning gjord på elevgruppen och matematik. Uppsatsen är på grundnivå, 15hp och blir förhoppningsvis färdig under våren.
För att kunna jämföra de resultaten jag fått fram, vill jag också titta på hur elever som inte har en hörselnedsättning tänker på motsvarande uppgifter. Det är därför som jag frågar om jag får intervjua Ditt barn.

Min undersökning/intervju kommer att genomföras på följande sätt:
Ditt barn får ungefär 10 räkneuppgifter som den löser på ett papper.
För att kunna förstå hur eleven tänkt på varje uppgift kommer jag också ställa en del frågor. Redovisningen av resultat kan både Ni, ditt barn och klassläraren få ta del av om intresse finns. Mejla mig i så fall på nedanstående adress.

Självklart är det frivilligt att delta och Ditt barn kan när som helst under intervjun, välja att avbryta den. Elevens namn tas bort i slutprodukten.

Jag hoppas att ni tillåter Ert barn att vara med i undersökningen som sker under lektionstid och tar högst 20 minuter.

Om det är något ni undrar över, så ta gärna kontakt med mig. Det gäller även om Ni vill ta del av den färdiga uppsatsen. janperssonerik@hotmail.com

Tack på förhand!
Jan Persson

Fyll i nedanstående och lämna till klassföreståndare, gärna denna vecka!

☐ Ja, jag tillåter att mitt barn deltar i undersökningen.

Målsmans underskrift:______________________________________

Namn och klass:____

☐ Nej, jag tillåter inte att mitt barn deltar i undersökningen.

Bilaga 3. Intervjuunderlag – döva och äldre elever som hör.

Testuppgifter
Datum:________elev ålder: år mån

4-2=	2+3=
6-3=	2+7 =
15-7=	13+5=
16+8=	3+14=
23-17=	51-49=

Det finns multiplikationer som tillsammans är 6. Jag kommer att tänka på 3x2=6, kan du komma på fler?

Bilaga 4. Intervjuunderlag - yngre elever som hör.

Testuppgifter

Datum:_________elev ålder: år mån

1+1=	1+2=
2+2=	1+3=
4-2=	2+3=
6-3=	2+7 =
15-7=	13+5=
16+8=	3+14=
23-17=	51-49=

Bilaga 5. Utvecklingsnivå enligt Fuson (1992)

Tabell.1 Utvecklingsnivåer på de olika deluppgifterna efter Fuson (1992) **Antal per nivå**

Elev[1]	Ålder	Döv	Hörande	4-2=2	2+3=5	6-3=3	2+7=9	15-7=8	13+5=18	16+8=24	3+14=17	23-17=6	51-49=2	Antal rätt	Nivå 1	Nivå 2	Nivå 3	Nivå 4	Nivå 5
Albert	9	x		3	3	3		3	3	3		3	3	6/9	0	0	8	0	0
Bertil	12	x		5	5	5	4	4	4	4	4	3	3	7/10	0	0	2	5	3
Charlotte	13	x		4	5	5	4	3	4	4	4	3	3	8/10	0	0	3	5	1
David	13	x		5	5	4	5	3	3	4	4	4	4	10/10	0	0	2	5	3
Ellen	13	x		5	5	5	5	4	4	4	4	3	4	9/10	0	0	1	5	4
Fredrik	14	x		5	5	5	5	4	5	5	5	4	5	10/10	0	0	0	2	8
Greta	14	x		5	5	5	5	5	5	3		3		8/10	0	0	2	0	6
Henrik	7		x	5	5	4	4	2	4	4		2	4	6/10	0	2	0	5	2
Inez (mm)	7		x	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3/10	0	1	9	0	0
Johanna	7		x	3	3	4	3	3	3	3	4	3		5/10	0	0	7	2	0
Karl (mm)	7		x	5	5	4	4	2	4	4		2	4	8/10	0	2	0	5	2
Lars (mm)	7		x	5	5	5	5					3	3	8/10	0	0	2	0	5
Maria (mm)	7		x	3	4	3	4	3	3	3	3	3	5	10/10	0	0	7	2	1
Nihad (mm)	7		x	5	5	3	3	3	3	3	3	2	2	6/10	0	2	6	0	2
Olivia	8		x	5	5	4	3	3			4			6/10	0	0	2	2	2
Pär	8		x	5	5	4	4	4	5	3		3	4	10/10	0	0	2	4	3
Sara	10		x	4	5	4	5	4	4	4	4	3		9/10	0	0	1	6	2
Tore	11		x	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	10/10	0	0	0	0	10
Ulrika	11		x	5	5	5	4	4	5	3	4	4	5	9/10	0	0	1	4	5
Viola	11		x	5	5	5	4	5	4	3	4	4	5	9/10	0	0	1	4	5
Yngve	11		x	5	5	5	4	5	4	5	4	3	5	10/10	0	0	1	3	6
Åke	11		x	5	5	5	4	3	3	3	4	4	4	7/10	0	0	3	4	3
Ängla	12		x	5	5	5	5	5	4	4	4	3	5	10/10	0	0	1	3	6
Öllegård	12		x	5	5	5	5	4	5	4	4	4	4	10/10	0	0	0	5	5
Totalt		7	17											187/239	0	7	63	72	85

Förklaring av sifferbeteckningar i tabellen

1: string 2: Unbreakable list 3: Breakable chain

: Numerable chain 5: Bidirectional chain/Truly numerical counting

Bl ank rura: utvecklingsnivån gick inte att fastställa

Bilaga 6. Använda beräkningsstrategier – en sammanfattning

Tabell.2. Exponerade beräkningsstrategie

						Talfakta		Stegvis beräkning				Talsortsvis beräkning		Kompensations-beräkningar			Standard Algoritm	
Elev[1]	Antal rätt	Ålder	Annat modersmål	Döv	Hörande	Säker	Osäker	Alla	Delen	Ned	Fingerberäkning	Korrekt	Inkorrekt	Vanlig	Transformation	Mixad	korrekt	Inkorrekt
Albert	6/9[2]	9		x			x		x	x	x	x	x					
Bertil	7/10	12		x			x		x	x	x	x	x					
Charlotte	8/10	13		x			x		x	x	x	x						x
David	10/10	13		x			x		x	x	x			x				
Ellen	9/10	13		x			x		x	x		x						
Fredrik	10/10	14		x		x				x	x			x				
Greta	8/10	14		x			x		x		x	x						
Henrik	6/10	7			x		x		x	x			x					
Inez (mm)	3/10	7			x		x		x	x	x							
Johanna	5/10	7			x		x		x	x	x							
Karl (mm)	8/10	7			x		x	x	x	x		x						
Lars (mm)	8/10	7			x		x			x			x					
Maria (mm)	3/10	7			x		x		x									
Nihad (mm)	6/10	7			x		x				x							
Olivia	6/10	8			x		x		x									
Pär	10/10	8			x				x			x			x			
Sara	9/10	10			x		x		x	x								
Tore	10/10	11			x	x			x					x				
Ulrika	9/10	11			x				x	x		x						
Viola	9/10	11			x		x		x			x	x	x				
Yngve	10/10	11			x	x			x	x		x						
Åke	7/10	11			x		x		x	x		x						
Ängla	10/10	12			x	x			x			x		x				
Öllegård	10/10	12			x	x			x			x		x				
Totalt	187/239			7	17	5	19	1	21	15	9	13	5	6	1	0	0	1

[1] Fingerade namn har använts (mm):annat modersmål

[2] Eleven genomförde provintervju där en uppgift saknades

Bilaga 7. Olika varianter av fingerberäkningar

Tabell 3	Ålder	Döv	Hörande	Exponerade beräkningsstrategier med fingrar 4-2=2	2+3=5	6-3=3	2+7=9	15-7=8	13+5=18	16+8=24	3+14=17	23-17=6	51-49=2	Antal beräkn per elev
Albert	9	x		dubbel			inte med							1/9
Bertil	12	x						dubbel	dubbel			dubbel		3/10
Charlotte	13	x		dubbel	del		del	dubbel		dubbel	del	dubbel x	dubbel x	6/10
David	13	x						ned-del	dubbel	del	dubbel	dubbel	ned-del	6/10
Ellen	13	x												0/10
Fredrik	14	x						ned-del				ned-del		2/10
Greta	14	x								dubbel		del		2/10
Henrik	7		x											0/10
Inez (mm)	7		x					dubbel		dubbel				2/10
Johanna	7		x									del		1/10
Karl (mm)	7		x											0/10
Lars (mm)	7		x											0/10
Maria (mm)	7		x											0/10
Nihad (mm)	7		x			dubbel		dubbel	del	del				4/10
Totalt		7	17	2	1	1	1	6	3	5	2	6	6	27/239

(mm): annat modersmål än svenska eller teckenspråk

x: Eleven använde både standardalgoritm och dubbelberäkning på uppgiften.

Bilaga 8. Exponerade inkorrekta lösningsförslag

Tabell.4. Inkorrekta lösningsförslag på undersökningens räkneuppgifter. Blank ruta innebär att beräkningen var korrekt utförd. Endast elever som givit inkorrekta lösningsförslag är med i tabellen

Elev[1]	Ålder	Döv	Hörande	4–2=2	2+3=5	6–3=3	2+7=9	15–7=8	13+5=18	18+6=24	3+14=17	23–17=6	51–49=2	Antal rätt
Albert	9	x					ej med	x 12				stv 14	ts 18	6/9
Bertil	12	x					va 14					stv 8	ts 18	7/10
Charlotte	13	x										st 16	st 8	8/10
Ellen	13	x					va 14							9/10
Greta	14	x								stv 26			? 9	8/10
Henrik	7		x					ts 12	stv 19			ts 14		6/10
Inez (mm)	7		x	va 6		va 9		va 22		stv 23	stv 16	va 39	? 41	3/10
Johanna	7		x	va 6		va 9		va 22				va 41		5/10
Karl (mm)	7		x					stv 5				stv 7		8/10
Lars (mm)	7		x									ts 0	ts 0	8/10
Maria (mm)	7		x	va 6		va 9		va 20	stv 16	stv 23		va 34	va 71	3/10
Nihad (mm)	7		x	va 6		va 9						stv 15	ts 14	6/10
Olivia	8		x						stv 21	va 8			? 11	6/10
Ulrika	11		x							va 8				9/10
Viola	11		x									ts 14		9/10
Yngve	11		x											10/10
Åke	11		x					stv 5	stv 17	stv 22				7/10

[1] Fingerade namn har använts

(mm): annat modersmål

va: Val av annan symbol, 19 beräkningar
Stv: Stegvis beräkning, 15 beräkningar
ts: Talsortsvis beräkning, 8 beräkningar
?: Elev har uppgivit att den gissat,3 beräkningar
x: Framgick inte under intervjun hur eleven tänkt
st: Standardalgoritm, 2 beräkningar

Bilaga 9. Utvecklingsnivå enligt Carpenter och Moser (1982)

Tabell. Utvecklingsnivåer på de olika deluppgifterna enligt Carpenter och Moser

Elev[1]	Ålder	Döv	Hörande	4-2=2	2+3=5	6-3=3	2+7=9	15-7=8	13+5=18	16+8=24	3+14=17	23-17=6	51-49=2	Ant /utv. Nivå 1	2	3	4
Albert	9	x		2	2	2		2	2	2		2	2		8		
Bertil	12	x		4	4	4	2	2	2	2	2	2	2		7		3
Charlotte	13	x		2	4	4		2	2	2	2	2	2		7		2
David	13	x		4	4	4	4	2	2	3	2	2	2		5	1	4
Ellen	13	x		4	4	4		3	2	3	2	2			3	2	3
Fredrik	14	x		4	4	4	4	3	4	3	4	2	4		2	2	6
Greta	14	x		4	4	4	4	3		3	4	3				3	5
Henrik	7		x	4	4	4	2	2	2	2	2	2	4		6		4
Inez (mm)	7		x	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	9		
Johanna	7		x	2	2	2	2	2	2	2	2	2			9		
Karl (mm)	7		x	2	4	2	2	1	2	2		1	4	2	6		2
Lars (mm)	7		x	4	4	4	4					2	2		2		4
Maria (mm)	7		x	2	4	2	2	2	2	2	2	2	2		9		1
Nihad (mm)	7		x	4	4	2	2	2	2	2	2	1	1	2	6		2
Olivia	8		x	4	4	4	2	2			2				2		3
Pär	8		x	4	4	3	2	3	4	2		2	3		3	3	3
Sara	10		x	2	4	2	4	2	2	2	4	2			6		3
Tore	11		x	4	4	4	4	3	4	3	4	3	4			3	7
Ulrika	11		x	4	4	4	4	2	4	2	4	3	4		2	1	7
Viola	11		x	4	4	4	1	4	3	2	3	2	4	1	2	2	5
Yngve	11		x	4	4	4	2	3	4	4	2	2	4		3	1	6
Åke	11		x	4	4	4	2	2	2	2	2	3	3		5	2	3
Ängla	12		x	4	4	4	4	3	3	3	3	2	4		1	3	5
Öllegård	12		x	4	4	4	4	2	3	2	3	2	4		3	2	5
Totalt		7	17											6	106	25	83

1 namnen är fingerade (mm): annat modersmål

Blank ruta : har inte gått att ange utvecklingsnivå

Bilaga 10. Använd tid på korrekt utförda beräkningar

Tabell. 6. Använd tid på korrekt utförda beräkningar

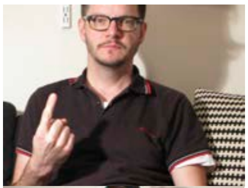
Elev[1]	Ålder	Döv	Hörande	Antal beräkningar mellan 0-5s	Antal beräkningar över 5s
Albert	9	x		2	3
Bertil	12	x		4	1
Charlotte	13	x		5	3
David	13	x		8	2
Ellen	13	x		5	4
Fredrik	14	x		9	1
Greta	14	x		6	3
Henrik	7		x	5	1
Inez (mm)	7		x	0	2
Johanna	7		x	0	6
Karl (mm)	7		x	2	3
Lars (mm)	7		x	3	5
Maria (mm)	7		x	0	4
Nihad (mm)	7		x	0	0
Olivia	8		x	3	4
Pär	8		x	3	6
Sara	10		x	3	6
Tore	11		x	9	1
Ulrika	11		x	8	2
Viola	11		x	6	3
Yngve	11		x	1	7
Åke	11		x	4	4
Ängla	12		x	5	5
Öllegård	12		x	5	5
				96	81

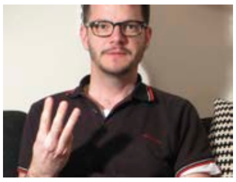
Tom ruta kan bero på flera olika orsaker: beräkningen var inkorrekt eleven svarade inte på uppgiften eller att tid inte gått att ange.

(mm): Annat modersmål

Bilaga 11. Talraden på teckenspråk

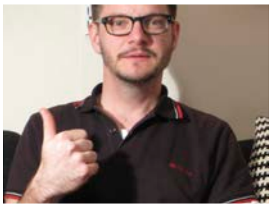
Underlaget är hämtat från Teckenspråkslexikon på nätet:
www.ling.su.se/teckenspraakslexikon/siffertecken. (Stockholms Universitet, 2011).
Fotona är privata.






1 Pekfingret   2 V - handen   3 w - handen   4 4 - handen


5 sprethanden


6 tumhanden


7 L- handen


8 tupphanden


9 E - handen - vrids inåt


10 Flyghanden förs kort åt vänster och höger ett par gånger


10 Alternativt tecken Sprethänder - förs motvarandra till kontakt.

11 pekfingret förs ned till kontakt ovanpå knutna handen, pekfingret förs sedan uppåt.


12


13


14


15


16


17


18


19

20 V - handen - förs kort nedåt samtidigt som den förändras till dubbelkroken


21 En kombination av tecknet för 20 och sedan 1

22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29
En kombination av 20 och respektive ental utförs

30 w - handen, först uppåtriktad och förs sedan nedåt och förändras till böjd w - hand.

31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39
En kombination av 30 och respektive ental görs

40, 41, 42 .... osv är uppbyggt på samma sätt som 30, 31 ...osv
50, 51, 52 .... osv är uppbyggt på samma sätt som 30, 31, 32 .....osv