



GÖTEBORGS UNIVERSITET

En inblick i några elevgruppers belief systems

En enkätstudie utförd i grundskolans senare del

Elias Appelqvist & Mikael Olsson

LAU395

Handledare: Per-Olof Bentley

Examinator: Shirley Booth

Rapportnummer: HT11-2611-144

Abstract

Examensarbete inom lärarutbildningen

Titel: En inblick i några elevgruppers belief systems

Författare: Elias Appelqvist & Mikael Olsson

Termin och år: HT-11

Kursansvarig institution: Sociologiska institutionen

Handledare: Per-Olof Bentley

Examinator: Shirley Booth

Rapportnummer: HT11-2611-144

Nyckelord: Beliefs, belief systems, elev

The aim of this thesis is to examine the mathematical beliefs of a collection of primary school pupils. This is to be achieved by performing a survey among the students, supplemented with a profound analysis of previous research within this area. Derived from the intention of this paper are two pivotal inquiries:

- What effects do belief systems have on how pupils' experience mathematics?
- What effects do belief systems have on teachers' view upon mathematics and their practice?
- What belief systems are distinguishable among pupils?

In this paper the software SPSS Statistics (20th edition) has been used to analyse the results of the survey. From the analysis, various interpretations and conclusions have been made. The general conclusion shows how the students are divided into three equally large groups, all with a system of beliefs that more or less support conclusions from previous research. The distinguished belief systems (in this thesis referred to as belief system 1, 2 and 3) are all characterised by various factors and properties related to different views on mathematics.

In terms of belief systems, the first two groups have clear properties that are well established in (primarily) the so-called problem-solving view (belief system 1) and a combination of the Platonist view and the instrumentalist view respectively (belief system 2), while the third group of students do not slot into a certain belief system, although they demonstrate a socio-constructivist approach towards mathematics.

The study develops two points of interest connected with the teaching profession. Firstly, it provides teachers with a somewhat greater understanding of pupils' varying ways of experiencing mathematics. Secondly, the report allows teachers the opportunity to expand their insight of their own beliefs regarding the subject, which in turn can give them a better understanding of their own practice and their own beliefs they impart to the students.

Innehållsförteckning

Inledning	1
Syfte och frågeställningar	2
Teoretisk anknytning och bakgrund	3
Generellt om beliefs och belief systems	3
Beliefs och belief systems i relation till snarlika begrepp	4
En uppdelning av beliefs och belief systems	6
Olika syner på matematik i relation till beliefs och belief systems	7
Förhållandet mellan lärares beliefs och deras undervisning	12
Andra faktorer som påverkar undervisningen och belief systems	13
Mer om beliefs och belief systems med inriktning mot elever	14
Design, metoder och tillvägagångssätt	16
Resultatredovisning	17
Klusteranalys: Tabell	18
Klusteranalys: Komparativ genomgång	19
Skillnader mellan tjejer och killar	20
Slutdiskussion	28
Referenser	34
Bilaga 1	34
Bilaga 2	36
Bilaga 3	40

Inledning

Det är få ämnen i skolan som väcker så starka känslor som matematiken. Lärare, elever, föräldrar, alla har de något att säga. Uppfattningen är, tyvärr, att majoriteten upplever matematiken som ett på många sätt besvärande skolämne. De flesta har en stark känsla knuten till matematik; Hersh och John-Steiner (2011) berättar att 40 procent känner hat gentemot det medan 25 procent snarare känner en kärlek för ämnet. Matematik är troligen ett av få ämnen som har ett forskningsområde med inriktning mot oro och ångest, vilket tydligt vittnar om dess karaktär så som den upplevs i skolan (Linnanmäki, 2005).

Under vår utbildning har vi mött många elever som har visat en stark ovilja mot, eller bristande intresse för, matematik. Detta har väckt frågor om hur matematik uppfattas av gemene man, och inte minst om hur ämnet undervisas, vilket borde påverka de attityder som finns till matematik. Följdfrågan som uppkommit är om den så omdebatterade matematiken kan bli ett ämne för alla. I detta resonemang hamnade vi i begreppet "belief systems", vilket kort sagt handlar om medvetna och omedvetna föreställningar om ett specifikt ämne, i detta fall matematik (Thompson, 1992).

I den verksamhetsförlagda utbildningen har vi i stor utsträckning stött på så kallat "traditionellt arbete", där eleverna främst arbetar på egen hand i sina läroböcker. Detta är något som vi har ifrågasatt, då det i vårt tycke inte är ett optimalt tillvägagångssätt. Varför lärare trots allt väljer att arbeta på detta sätt är en intressant fråga, då det finns tydliga paralleller mellan olika lärares sätt att arbeta med matematik och deras belief systems (Calderhead, 1996).

Att matematiken är ett viktigt ämne i skolan kan de flesta skriva under på. Bland annat utbildningsminister Jan Björklund ifrågasätter dock svenska elevers prestationer i matematik. Som en följd av detta har regeringen presenterat en storsatsning på ämnet, där tanken att ett bidrag på 2,6 miljarder ska höja resultatet i skolan (<http://www.regeringen.se/sb/d/14059/a/174349>). Frågan är om ett resultat kommer att synas enbart genom denna satsning, eller om vi behöver komma åt de bakomliggande faktorer som styr vår traditionella undervisning på gott och ont.

Syfte och frågeställningar

Som nämnts i inledningen har vi stött på olika föreställningar om och attityder till matematikämnets natur, där vissa varit negativa medan andra varit positiva. I detta examensarbete kommer fokus ligga på just dessa föreställningar och attityder. Tanken är vidare att få en djupare förståelse för hur så kallade belief systems påverkar på vilket sätt matematikundervisningen uppfattas av elever. Syftet med detta arbete blir därmed att undersöka elevers matematiska belief systems för att därigenom få en uppfattning om hur de ser på matematik.

Ur syftet väcks följande frågeställningar:

- Vilken påverkan har belief systems på hur en elev erfar matematik?
- Hur påverkar belief systems lärares syn på matematik och deras undervisning?
- Vilka belief systems inom matematik kan urskiljas hos elever?

Teoretisk anknytning och bakgrund

“One’s conceptions of what mathematics *is* affects one’s conception of how it should be presented. One’s manner of presenting it is an indication of what one believes to be most essential in it. [...] The issue, then, is not, What is the best way to teach? but, What is mathematics really all about?” (Hersh, 1986, p. 13)

Det flitigt diskuterade citatet må vara 25 år gammalt, men det är fortfarande minst lika aktuellt idag. Det fångar nämligen en central aspekt som exempelvis handlar om att elevers förhållningssätt till matematik är färgat av underliggande uppfattningar (Pepin, 1999). Det förs ständigt diskussioner om hur matematik ska läras ut på bästa sätt, men det som inte lyfts fram på samma vis är de bakomliggande, ofta omedvetna, föreställningar eller uppfattningar som på engelska benämns *beliefs*, vilka formar så kallade *belief systems* (Exempelvis Thompson, 1992). I detta arbete kommer ”belief systems” (grovt översatt: ”ett system av föreställningar/uppfattningar”) att vara ett centralt begrepp. Det kommer att användas i sin engelska form då vi anser att det inte finns något svenskt begrepp som på ett tillfredsställande sätt svarar mot den engelska varianten. Nedan kommer inledningsvis begreppen *beliefs* och *belief systems* att introduceras och definieras för att läsaren ska få en god överblick och grund att stå på. I detta avsnitt kommer främst frågeställning 1 och 2 att behandlas.

Generellt om *beliefs* och *belief systems*

Beliefs och *belief systems* är ett förhållandevis nytt men mycket komplext forskningsområde som vuxit mycket och spridit sig till många länder under de senaste 20-30 åren (exempelvis Schoenfeld, 1992). Denna komplexitet gör att det än idag inte finns någon fullkomlig enighet kring hur begreppen ska definieras. Detta bekräftas till exempel av Leder och Forgasz (2002), som påstår att *beliefs* i vardagsspråket används väldigt löst och synonymt med begrepp som exempelvis *attityd*, *åsikt* och *värdering*. Eftersom dessa begrepp är väldigt abstrakta och överlappar med varandra är det därför ingen enkel uppgift att ge en precis definition av begreppet *beliefs*.

Flera försök har trots allt gjorts för att definiera begreppet ”*belief*”. Forskare arbetade bland annat fram en sammanställning där de nio vanligaste definitionerna presenterades (Furinghetti & Pehkonen, 2002). Dessa granskades av en panel bestående av 18 matematiklärare som tillsammans enades om Schoenfelds definition, som säger att ”*beliefs* – to be interpreted as an individual’s understanding and feelings that shape the ways that the individual conceptualizes and engages in mathematical behavior.” (ibid., p. 47)

Det som kan konstateras är med andra ord att *beliefs* handlar hur en individs förståelse och känslor formar det sätt på vilket personen föreställer sig och tar till sig matematiken. Dessa *beliefs* kombineras vidare på ett sådant sätt att de bildar ett ”*belief system*”, vilket är helt unikt för varje individ (Telese, 1997). Thompson (1992) fortsätter resonemanget och menar att dessa *belief systems* beskriver hur en individs medvetna och omedvetna föreställningar, övertygelser och idéer om exempelvis matematik är organiserade. Schoenfeld (1985) utvecklar begreppet vidare och menar att:

Belief systems are one’s mathematical world view, the perspective with which one approaches mathematics and mathematical tasks. One’s beliefs about mathematics can determine how one chooses to approach a problem, which techniques will be used or avoided, how long and how hard one will work on it, and so on. (p. 45)

Belief systems utgör därmed en persons matematiska världssyn och lägger grund för hur individen väljer att närma sig matematiken och exempelvis hur personen väljer att gå till väga när ett problem ska lösas. Det som därigenom står klart är att dessa begrepp har en stark påverkan på elevers attityder till och föreställningar om matematik, något som kommer att fördjupas senare i arbetet. I det följande avsnittet kommer beliefs och belief systems att sättas i relation till snarlika begrepp, och ett försök att distingera de begrepp som lyfts fram kommer att göras.

Beliefs och belief systems i relation till snarlika begrepp

Inom litteraturen verkar det finnas en svårighet att skilja beliefs från flera andra begrepp som "conceptions" och "knowledge", kanske just på grund av anledningen att begreppet beliefs används relativt fritt. Beträffande conceptions (vilket kan översättas till "föreställningar") finns det ett flertal forskare som ser detta begrepp som en del av beliefs (exempelvis Pehkonen, 1994a), medan andra (till exempel Thompson, 1992 samt Hart, 1989) ser beliefs som en underklass till conceptions, och frågan är hur det inbördes förhållandet ser ut mellan de två begreppen. Det som står klart är att de två begreppen är mycket närbesläktade. Detta leder oss in på De Cortes och Op't Eyndes (2002) definition av ett belief system:

Based on these insights on the key dimensions and the functioning of belief systems, and the broad categories of beliefs that turned out to be constitutive, students' mathematics-related belief systems can be defined as the implicitly or explicitly held subjective conceptions students hold to be true about mathematics education, about themselves as mathematicians, and about the mathematics class context. These beliefs determine in close interaction with each other and with students' prior knowledge their mathematical learning and problem solving activities in class. (p. 97)

Enligt dessa två belgiska forskare formas ett belief system genom både medvetna och omedvetna, *subjektiva föreställningar* (som här likställs med beliefs) om matematik som elever håller för sant. Tillsammans med elevernas *tidigare kunskap* (prior knowledge) bestämmer dessa hur deras lärande i matematik ser ut. Därigenom är även begreppen beliefs och kunskap närbesläktade, och det finns tydliga likheter mellan dem, vilket gör att det kan bli svårt att skilja de två begreppen åt (Scheffler, 1965). Vissa pedagoger har gått så långt att de anser att en särskiljning av de två begreppen inte är nödvändig, utan de menar att det viktigaste är att undersöka huruvida beliefs och kunskap har någon påverkan på lärarens sätt att förhålla sig till undervisningen (Thompson, 1992). Underhill (1991) påstår vidare att skillnader mellan beliefs och kunskap inte finns, utan det beror på hur vi väljer att definiera dem. Forskaren drar sedan slutsatsen att "All knowledge is a set of beliefs" (p. 5).

Flertalet forskare har dock försökt sig på en särskiljning av de två begreppen. Ernest (1988a) har till exempel fastslagit att två lärare i matematik kan ha liknande kunskap, men de har olika uppfattning om ämnet, vilket gör att deras undervisning får olika inriktning. En tydlig aspekt som skiljer de två begreppen åt är faktumet att beliefs inte kräver motivering på samma sätt som kunskap eftersom uppfattningar är personliga (Brown & Rose, 1995). Däremot är det mer eller mindre ett måste för en person att förklara de idéer som kan klassas som kunskap, eftersom dessa annars inte kan accepteras som just kunskap. Detta har till exempel lyfts fram av den grekiske filosofen Platon, som påstått att "Knowledge is justified true belief." (Furinghetti & Pehkonen, 2002, p. 42) Thompson (1992) fortsätter resonemanget om beliefs och kunskap och gör ett försök att skilja de två begreppen åt:

From a traditional epistemological perspective, a characteristic of knowledge is general agreement about procedures for evaluating and judging its validity; knowledge must meet criteria involving canons of evidence. Beliefs, on the other hand, are often held or justified for reasons that do not meet those criteria, and, thus, are characterized by a lack of agreement over how they are to be evaluated or judged. (p. 130)

För att kunskap ska bli allmängiltig krävs med andra ord en överenskommelse som sträcker sig utanför en enskild individ. Kunskap ska följaktligen bara bygga på logik, medan beliefs kan vara färgade av känslor. Nespor (1987) diskuterar begreppet beliefs och argumenterar för att beliefs och belief systems, till skillnad från kunskap, har en affektiv komponent som innefattar känslor, antaganden och tidigare erfarenheter. Följden av detta är att de därmed inte kan granskas utifrån på samma sätt som typisk ”kunskap”.

Även Thompson (1992) lyfter fram skillnaden mellan belief och kunskap, vilken enligt författaren verkar vara aningen diffus och svår att sätta fingret på. Anledningen är att orden ”kunskap” och ”belief” är svåra att hitta i ett pedagogiskt sammanhang. Orden finns i en uppsjö av olika studier kring olika ämnen, och begreppen är följaktligen väldigt breda. Enligt författaren är somliga lärare så pass övertygade att deras beliefs är sanning, att de ser sina belief systems som det.

Pehkonen (2001) väljer i sin text att göra en distinktion mellan vad han kallar objektiv och subjektiv kunskap, där den subjektiva kunskapen har tydliga kopplingar till det som ovan beskrivits som beliefs. Den finländske forskaren berättar hur den objektiva kunskapen är den struktur som matematiken har i dagsläget efter 2000 års forskning. Matematiken är numera så stor att ingen kan kunna allt; den sista som påstod sig kunna allt var den franske matematikern Henri Poincaré, som dog 1912, det vill säga för nästan exakt hundra år sedan. Idag lär vi oss (delar av) matematiken på ”vårt eget sätt”, och forskare skiljer till och med begreppen ”learning” (”lärande”) och ”knowledge building” (”kunskapsbyggande”) åt (Bereitner & Scardamalia, 1996). Pehkonen (2001) betonar vidare i sin text att ett av matematikens huvuddrag är att den bygger på ren logik. En premiss för objektiv kunskap är att alla de uppfattningar som bygger upp den ska vara logiskt uppbyggda och allmänt accepterade, något som kan likställas med Nespor tankar om kunskap ovan. En individs subjektiva kunskap är däremot unik och tillhör individen i fråga eftersom den bygger på personens tidigare erfarenheter och förståelse.

Green (1971) påpekar att en individs beliefs inte är logiskt, utan i stället kvasilogiskt, sammankopplade. Begreppet kvasilogiskt innebär att dessa uppfattningar är ”logiskt” utformade efter en persons egna uppställda regler, men behöver nödvändigtvis inte vara det för någon annan person eller samhället i stort. Det är individen själv som, oftast omedvetet, sätter ramarna. De beliefs som en person väljer att anamma, till exempel genom att dra egna slutsatser, grundar dels i tidigare kunskap, dels i utifrån andra beliefs. Oavsett vilka slutsatser som dras är de färgade av individen i fråga, och den affektiva komponent som nämnts ovan går därför inte att negligera (Pehkonen, 2001).

Precis som med beliefs och kunskap, finns det en nära koppling mellan objektiv och subjektiv kunskap. Pehkonen (ibid.) diskuterar vidare hur en person utökar sin subjektiva kunskap genom att studera den objektiva kunskap som matematiken utgör. De föreställningar som denna subjektiva kunskap utgör kan sedan asymptotiskt närma sig och utvecklas för att allt mer likna den allmänna, objektiva kunskapen.

Den nära relationen mellan beliefs och kunskap blir ännu tydligare när man diskuterar hur ”nya” teorier ersätter gamla. Inom vetenskapen är det allmänt godtaget att den faktiska kunskapen är beroende av de för tillfället vedertagna teorierna (Lakatos, 1976). Följden blir att det som en gång betraktats som kunskap kan vid ett senare tillfälle anses vara typiska beliefs. På samma sätt kan beliefs med tiden få en allmän acceptans och stöd av bevis och teorier, och därmed ses som kunskap (Sierpinska & Lerman, 1996). Vidare är det värt att betona att det kan finnas flera alternativa teorier parallellt med varandra, vilket ytterligare kan förklara varför det kan vara svårt att urskilja vad som är beliefs och vad som är kunskap, inte minst för en lärare eller för en elev.

Vissa forskare tar det ett steg längre och menar att beliefs är knutna till föreställningar och inte minst till motivation. Bland annat ser Kloosterman (2002) ett direkt samband mellan belief och ansträngning. Forskaren utvecklar och menar vidare att elevers val dels vilar på deras beliefs, men också på deras personliga mål. Följden är att det blir en nära koppling mellan beliefs och olika valmöjligheter, bland annat om hur mycket tid som ska läggas ner på ämnet. Inom matematiken är det många elever upplever som att ämnet är tråkigt och lönlöst, men att det trots allt krävs en rejäl uppoffring från deras sida eftersom det är en nödvändighet för framtida studier och för livet i helhet. Niss (1994) lyfter fram en välformulerad mening som fångar denna tanke: “Mathematics is useless to me, but at the same time I know that I am useless without mathematics.” (p. 377)

Något som påpekats tidigare men som återigen är viktigt att betona är faktumet att beliefs och belief systems, till skillnad från kunskap, är helt personliga (Se till exempel Brown & Rose, 1995). Det som bland annat utmärker beliefs är att de kan hållas med olika grad av övertygelse. Abelson (1979) förklarar att en individ kan ha en uppfattning som hålls fast med allt från passionerad hängivenhet till att något helt enkelt är mer troligt än något annat. Beliefs kan dessutom kategoriseras som både säkra eller osäkra, viktiga eller oviktiga (Kislenko, Breiteig & Grevholm, 2005). Enligt Kaplan (1991) är dock en uppdelning i djupa (deep) beliefs och ytliga (surface) beliefs alltför grov, varpå forskaren introducerar ett spektrum där ”djup” och ”ytlig” utgör ytterligheterna.

Kislenko, Breiteig och Grevholm (2005) menar att kunskap inte kan kategoriseras på samma sätt som beliefs. De menar att en person exempelvis inte kan säga att han eller hon har olika ”stark” kunskap om något. Vidare påpekar forskarna att det är möjligt att ha en bestämd uppfattning trots att andra inte instämmer, utan snarare tänker annorlunda. På så sätt kan kunskap och beliefs skiljas åt. Efter att ha urskiljt beliefs och belief system från andra snarlika begrepp blir nästa steg att dela upp de två begreppen i mindre delar.

En uppdelning av beliefs och belief systems

En individs matematiska beliefs delas ofta in i fyra undergrupper: beliefs om matematiken som sådan, beliefs om lärande i och om undervisande av matematik, samt beliefs om sig själv som lärare av matematik (Underhill 1988). Denna uppdelning är konstgjord (”artificial”), då många beliefs tillhör mer än en av dessa undergrupper. Ett exempel som lyfts fram av Pehkonen (2001) är hur elevers beliefs om matematikens natur påverkar deras uppfattning om på vilket sätt man ska lära ut och lära sig ämnet.

Beliefs är, som nämnts ovan, kvasilogiskt sammanlänkade och formar därigenom helt personliga belief systems. Beliefs har dessutom en stor påverkan på varandra (Jin, 2001), vilket medför att forskningen måste inrikta sig på belief systems, snarare än på enskilda beliefs. Dessa belief systems består, enligt Pehkonen (2001), i sin tur av fyra huvudsakliga

delar, nämligen uppfattningar om: (1) matematik, (2) hur en person lär sig och använder matematiken, (3) matematikundervisning, (4) matematikinläring. Dessa fyra komponenter har tydliga likheter med de undergrupper som bygger upp beliefs, vilket bekräftar att beliefs och belief systems är begrepp som ligger väldigt nära varandra.

Handal (2003) fortsätter resonemanget och berättar att flertalet forskare (bland annat Ernest, 1989a, 1989b; Thompson, 1991) har försökt att systematisera en struktur för hur matematiska belief systems kan delas in i mindre undergrupper, vilka är väldigt snarlika de som beskrivits av Pehkonen. Det som vidare konstateras av Handal (2003) är att lärares olika beliefs sammantaget är väldigt breda eftersom de omfattar allt från uppfattningar om användande av miniräknare och grupparbete till hur bedömning ska gå till samt på vilket sätt ett ämne presenteras på bästa sätt.

Green (1971) har belyst tre dimensioner av belief systems som inte har att göra med innehållet i de olika uppfattningarna, utan snarare hur beliefs är relaterade till varandra inom ett system. Den första av dessa dimensioner innefattar den kvasilogiska struktur som lyfts fram ovan. Som en följd av detta delas uppfattningarna upp i så kallade primära (primary) och härledda (derivative) beliefs. Ett exempel kan vara att en lärare har som primär belief att undervisningen ska vara tydlig. Detta medför flera härledda beliefs. Dessa härledda beliefs kan i detta sammanhanget till exempel handla om att det viktigt att man gör en noggrann planering och att materialet är tydligt samt vara förberedd på alla frågor som eleverna kan tänkas ställa.

Den andra dimensionen av de tre som Green (ibid.) behandlar den grad av övertygelse som presenterats ovan. Uppfattningarna inom ett belief system kan enligt Green vara av antingen central eller perifer natur. Skillnaden mellan de båda är att centrala beliefs oftast hålls mycket hårdare fast vid än de perifera. En lärare har kort sagt större benägenhet att ändra på sina perifera beliefs än på sina centrala, vilket kan förklaras genom att de perifera är en produkt av de centrala. Att ändra på de perifera är alltså inte en lika fundamental förändring i individens tankesätt. Ett sätt att illustrativt förklara detta skulle kunna vara att tänka en lärares belief system som en sfär, där centrum representerar centrala beliefs, och områdena ut mot kanterna representerar perifera beliefs. Ju större insikt en lärare har om sitt belief system, desto längre in i sfären kan denne granska och ändra.

Den tredje, och sista, av Greens (ibid.) dimensioner handlar om så kallade kluster av beliefs. Dessa "kluster" (cluster) av övertygelser är så pass uppdelade att de kan särskiljas och följaktligen inte kan kombineras. Många lärare är fäst vid ett kluster (medvetet eller omedvetet), vilket hämmar undervisningen eftersom den blir "enkelspårig". Lärare som kan växla mellan olika kluster har störst chans att lyckas med sin undervisning. Dessa kluster är på olika sätt uppbyggda av varierande föreställningar, vilka kommer att presenteras nedan.

Olika syner på matematik i relation till beliefs och belief systems

För att förstå sig på hur exempelvis lärare resonerar kring matematik hävdar Nespor (1987) att det är en nödvändighet att lyfta fram de beliefs, genom vilka lärarna bygger upp och definierar sin undervisning. Det finns ett antal olika syner som på skiftande sätt färgar dessa beliefs och belief systems. Många forskare har lagt ner tid och möda på att försöka utreda dessa olika syner.

En av de mest framstående forskarna inom detta område är Paul Ernest (1988b). Han lyfter fram tre av de mest förekommande föreställningarna inom matematik. Det första sättet att se

på matematikämnet är ur perspektivet som benämns "*the problem-solving view*" ("problemlösarsynen"). Detta perspektiv menar att matematiken är dynamisk, vilket innebär att den kan förändras och bli bredare tack vare människans kreativitet och uppfinningsrikedom. Ur detta perspektiv är matematiken en process där mönster skapas, för att sedan bli till kunskap och slutligen adderas till det redan kända. Denna probleminriktade syn menar med andra ord att en person uppfinnar matematik, som följaktligen aldrig kan bli en slutgiltig produkt.

Den andra allmänna uppfattningen som lyfts fram är den så kallade "*the Platonist view*" ("den platoniska synen"). Enligt denna syn uppfattas matematiken i stället som statisk och fix. Matematiken ses vidare som en värld av strukturer och sanningar som är sammanflätade med logik och mening. Det vi människor gör när vi ägnar oss åt matematik är att upptäcka de universella regler och metoder som redan finns. Det man inom den platoniska synen fokuserar på hos elevernas förståelse är deras förståelse för logiska relationer mellan olika matematiska idéer. Elevernas intressen och egna idéer är således inget som får någon större uppmärksamhet (ibid.).

Den tredje av dessa matematiska synsätt kallas "*the instrumentalist view*" ("den instrumentalistiska synen"). Det som karaktäriserar denna är uppfattningen att matematiken ses som en verktygslåda bestående av kunskap, regler och färdigheter som kan tillämpas på alla möjliga sätt. En företrädare för detta synsätt skulle påstå att den som är duktig på matematik är den "hantverkare" som på ett mästertligt sätt kan använda de verktyg som bygger upp matematiken (ibid.). Denna syn kallas för en "drill-teori", och handlar om kvantitativt arbete med olika metoder och idéer. Lärarrollen inom denna syn blir följaktligen att presentera, förklara och demonstrera materialet som ska behandlas. Elevernas uppgift är att lyssna och arbeta med övningar som läraren i fråga har tagit fram (Pepin, 1999). Gemensamt för den platoniska synen och den instrumentalistiska synen är att de båda i grunden är av en konstruktivistisk syn på matematik (som kommer att lyftas fram senare i detta avsnitt) (von Glasersfeld, 1987). Läraren ses som en handledare till elevernas lärande. Eleverna har dock en viktig roll, eftersom de i slutändan har ett eget ansvar då de ska avgöra hur passande deras idéer är (Ernest, 1988a).

Med utgångspunkt i de tre synerna på matematik som belysts ovan presenteras ett antal syner på hur matematik lärs ut. Till dessa hör:

1. **Lärandefokuserat:** Fokus ligger i det perspektiv den lärande har, och de konstruktioner av matematik denne skapar. Detta perspektiv finns oftast hos dem med en "*problem-solving view*".
2. **Innehållsfokus, med betoning på förståelse av begrepp:** Matematikundervisningen motiveras av ämnet i sig, men har fokus på de begrepp som finns. Detta syns tydligast hos de lärare med en utpräglad "*Platonist view*".
3. **Innehållsfokus, med betoning på utförande:** Fokus ligger på elevernas prestationer och skicklighet i att använda matematiska regler och metoder. Det här perspektivet återfinns främst hos de lärare som representerar "*the instrumentalist view*".
4. **Klassrumsfokuserat:** Betoningen ligger på matematik i effektiva klassrum. Det finns inget direkt utpräglad belief system kring denna undervisningsform. I stället fokuseras själva klassrumssituationen, och så länge den följer någon form av standard och är knuten till läroplanen är undervisningen klanderlös (Thompson, 1992).

Marton och Booth (2000) lyfter i sin bok fram två kategorier som dominerar hur studerande uppfattar lärande. Den första (i) är att lärandet är sammankopplat med de uppgifter som

utförs. Fokus ligger på att samla information och kunna återge den vid ett speciellt tillfälle. Det andra sättet (ii) lyfter fram hur lärande är relaterat till de erfarenheter som individen har sedan innan. Den lärande relaterar till den värld personen lever i, och lärandet medför att den som lär sig genomgår en förändring. Dessa uppfattningar karaktäriseras av följande:

- Lärande som att utöka sin kunskap. (i)
- Lärande som att kunna memorera och återge. (i)
- Lärande som att tillämpa. (i)
- Lärande som att förstå. (ii)
- Lärande som att se på något på ett annat sätt. (ii)
- Lärande som att förändras som människa. (ii)

Ur dessa skiftande uppfattningar som Marton och Booth (ibid.) lyfter fram syns i uppfattning (i) vissa drag av i huvudsak en instrumentalistisk syn, och delvis en platonisk syn, då (i) till viss del handlar om att tillämpa den kunskap man har erhållit. Det finns även fler paralleller mellan (i) och de två syner som precis nämnts, då "lärande som att kunna memorera och återge" vittnar om att det finns regler och metoder eller verktyg som eleverna ska lära sig att använda/tillämpa. En annan tydlig koppling som kan göras mellan synsätten är att (ii) till viss del återspeglar "the problem-solving view", då (ii) behandlar lärande som att se något på ett annat sätt och förändras som människa.

I sin bok behandlar Marton och Booth (ibid.) även så kallad yt- och djupinriktning till lärande, vilket är knutet till de två uppfattningarna om lärande ovan. Ytinriktat lärande fokuserar till övervägande del på själva inlärningsuppgiften, medan djupinriktat lärande fokuserar på den mening och de fenomen om innefattas i uppgiften. Av de två är det djupinriktat lärande som består efter en längre period, vilket medför att denna inriktning kan vara att eftersträva i en undervisningssituation. Författarna menar vidare att det går att uppnå en djupinriktad lärandeprocess hos samtliga studerande, om uppgifterna är utformade på ett sådant sätt.

Något som står i relation till lärares uppfattning av ämnet är den så kallade traditionella absolutistiska synen och den icke-traditionella konstruktivistiska synen. Dessa två syner kommer att presenteras nedan (Roulet, 1998). De som har anammat den (traditionellt) *absolutistiska* synen på matematik anser att matematiken är en nära gränslös samling av statistiska idéer och färdigheter (Romberg, 1992). Parallellt med denna samling finns en användbar (dock icke-relaterad) uppsättning av regler och fakta (Ernest, 1989b). Ernest (1996) beskriver den absolutistiska synen som något som inte har för avsikt att beskriva begreppet matematik eller matematisk kunskap. Matematiken ses snarare som en tidlös, övermänsklig och isolerad kunskap. Denna kunskap är användbar eftersom den har universala sanningar, vilka är oberoende av utomstående faktorer.

De lärare som representerar den absolutistiska synen på matematik tenderar att ha en lärarcentrerad undervisning, där de beskriver och förklarar de regler och fakta som, enligt dem, bygger upp matematiken. Dessa regler och fakta ska sedan eleverna lära sig utantill. Ju mer de kan utantill, desto mer korrekt matematik ska de då kunna behärska. Matematik presenteras av dessa lärare som ett ämne av linjär karaktär, där steg för steg i matematiska procedurer och teser förklaras för eleverna. Som namnet på synen antyder är det hela av absolut karaktär, där svar är antingen rätt eller fel (Golafshani, 2002).

Den *konstruktivistiska* synen på matematik utmanar den absolutistiska synen genom att ifrågasätta matematiken som ofelbar. Detta görs i och med en par punkter som definierar den konstruktivistiska synen. Till att börja med ses matematiken som uppfunnen och skapad av

människor. Företrädare för denna syn hävdar vidare att regler och metoder uppkommer från matematiska aktiviteter berörande redan existerande regler sedan tidigare aktiviteter, och för att kunna tillgodose behov inom forskning och vardagsliv. När de matematiska objekten väl har skapats har de välbestämda egenskaper som inte påverkas av vår (i vissa fall bristande) kunskap. Dessa objekt har egenskaper som i sin tur inte behöver vara lätta att upptäcka (Hersh, 1986). Den konstruktivistiska synen betonar vidare den del av matematik som innebär att rekonstruera matematisk kunskap. Matematiken är något föränderligt, som växer, ändras och revideras i relation till nya matematiska problem som man ställs mot (Golafshani, 2002).

Inom matematikdidaktiken är konstruktivismen den syn som dominerar. Karaktäristiskt för detta synsätt är att den utgår från olika antaganden om hur vi konstruerar vår omvärld. Inom konstruktivismen har slutsatser om hur den miljö man befinner sig i påverkar lärandet dragits, vilket gör att den betraktas som en pedagogisk filosofi. Man brukar dela in konstruktivismen i tre inriktningar. Till dessa hör socialkonstruktivismen (som kommer att ligga i fokus i detta arbete), radikalkonstruktivismen och svag konstruktivism. De tre inriktningarna har ett antal synsätt gemensamt, vilket bland annat är synen på människors erfarenheter. De påstås göras förståeliga genom att människan tolkar dem och gör ett meningsskapande i relation till dem. Ett annat sätt att tänka som de olika inriktningarna har gemensamt är att de ser förståelse som en konstruerad struktur av tidigare existerande delar (Engström, 1998).

Lev Semyonovich Vygotsky är den man brukar kalla socialkonstruktivismens fader. Hans idéer om den närmaste utvecklingszonen är central inom denna del av konstruktivismen (Dahl, 2004). Ur ett socialkonstruktivistiskt perspektiv är den verklighet en individ upplever en social konstruktion, vilken ständigt ändras. Ändringen kan ske i exempelvis sociala interaktioner med andra människor. Detta för med sig att kunskap aldrig blir någon sann bild av verkligheten, utan snarare en subjektiv bild. Objektiv kunskap inom denna syn är de sociala normer och de interaktioner som sker mellan människor. (Engström, 1998) Inom socialkonstruktivismen är problemlösning, genererande lärande, utforskande lärande och processer med reflekterande moment centrala delar. Sättet man arbetar med dessa delar är ofta i grupp, med en stor andel diskussioner och situerat lärande (Handal, 2002).

De lärare som anammat den konstruktivistiska synen på matematik ser ämnet som ett språk utvecklat av oss människor för att beskriva olika processer och fenomen (Golafshani, 2002). Den undervisning dessa lärare bedriver består av interaktioner mellan lärare-elev, där eleverna får upptäcka och undersöka matematiken medan läraren agerar som en handledare. Matematiken byggs kring problemlösning där eleverna behöver kunna tänka kreativt och föra matematiska resonemang, genom vilka de samlar och testar information, uppfinner och upptäcker, kommunicerar och testar sina idéer (Thompson, 1992).

Det sätt att se på matematik som karaktäriserar den traditionellt absolutistiska synen, och den icke-traditionellt konstruktivistiska synen återfinns i annan forskning. Bland annat Lerman (1983) har i sin forskning urskiljt två syner på matematik som han kallar för den *absolutistiska* och den *fallibilistiska*. Den absolutistiska synen är nästan identisk med den traditionellt absolutistiska synen som presenterades ovan. Matematiken ses som något universalt med ett fundament av sanningar. Den fallibilistiska synen är mer inriktad på problemlösning, och menar att matematik bygger på förmodanden, förkastanden och bevis. Vissa paralleller går att dra till den konstruktivistiska synen, med tanke på dess problemlösande natur. Vidare kan även paralleller dras till Ernests (1988b) idéer om belief system, där den absolutistiska synen svarar mot the platonist view och den fallibilistiska synen svarar mot the problem-solving view.

Ett synsätt som ofta ställs i relation till det typiskt konstruktivistiska synsättet är den *behavioristiska* synen. Inom behaviorismen bejakas produkter, snarare än processer. Fokus i undervisningen ligger på överförande av kunskap och kontinuerlig och omfattande övning för att lära sig. Enskilt och isolerat lärande är något som värderas högt, tillsammans med etablerade envägsmetoder (McGinnis, Shama, Graeber, & Watanabe, 1997). En metafor som beskriver behaviorismens syn på hjärnan är att den är en muskel, vilken behöver tränas mycket för att bli starkare (Leder, 1994).

Ytterligare två syner på matematik som lyfts fram i forskningen är vad Skemp (1978) kallar instruerande (instructional) och relationell (relational) matematik. Den instruerande matematiken menar på att man ska ha kunskap i den statiska värld som matematik påstås vara, för att sedan använda denna kunskapen steg för steg vid uträkningar. Relationell matematik å andra sidan fokuserar mer på problemet i fråga, och de matematiska tankesätt och strukturer som elever och lärare kan tänkas använda för att lösa problemet (Pepin, 1999).

Enligt Ernest (1991) finns det fem kategorier av undervisningsideologier inom matematikundervisningen som följaktligen påverkar hur elever uppfattar matematiken. Den första av dessa är läraren som *industriell undervisare* (industrial trainer). Denna ideologi ser matematiken som en helhet med kunskaper och tekniker. Undervisningen inom denna syn på matematik går efter överföringsprincipen, det vill säga att den som undervisar för över sin kunskap till de som undervisas (ibid.). Nästa synsätt som presenteras är läraren som *gammaldags humanist* (old humanist). Inom detta synsätt uppfattas matematiken som en hierarkisk struktur av kunskap, där läraren tar rollen som en föreläsare som förklarar denna kunskapsstruktur på ett meningsfullt sätt (ibid.). Den tredje ideologin som lyfts fram av Ernest (ibid.) är den *progressiva utbildaren* (progressive educator). De lärare som representerar detta synsätt menar att matematiken är ett "fordon" som ska ta med sig eleven och utveckla denne på många sätt, det vill säga inte bara rent matematiskt. Fokus ligger därmed på eleven, och inte på den rådande läroplanen. Själva processen kretsar kring problemlösning med generaliseringar, snarare än kring specifikt innehåll. Undervisningen består till stor del av noggrant strukturerade problem som eleverna får arbeta med.

Det fjärde synsättet kallar Ernest (ibid.) för den *offentliga utbildaren* (public educator). Enligt denna ideologi ska matematiken i skolan reflektera den matematik som finns i samhället. Matematiken ska inte göras till något främmande i relation till den vardag som eleverna lever i. Matematisk kunskap ska i stället ge en förståelse för både kultur, abstrakta strukturer samt matematik ur ett socialt och politiskt perspektiv. Undervisningen inkluderar i sitt innehåll fem aspekter; genuina diskussioner, självständiga temaperioder, grupparbete i olika former, förhör på kursinnehållet, samt matematikinnehåll som ligger nära elevernas liv i allmänhet. Den sista av Ernests (ibid.) ideologier är läraren som *teknologisk pragmatiker* (technological pragmatist). De lärare som anammat denna syn ser matematisk kunskap som två delar; dels matematiska färdigheter, processer och fakta, dels användning av matematik inom olika områden. Undervisningen inom denna syn sker i samma anda som lärlingssystemet, där kunskap och färdigheter förvärvas genom praktiskt arbete.

Efter att ett antal syner har presenterats kommer nu fokus att riktas mer specifikt mot lärare och elever. Inledningsvis kommer kopplingen mellan lärares beliefs och deras undervisning att belysas.

Förhållandet mellan lärares beliefs och deras undervisning

Marton och Booth (2000) menar att *elevs* uppfattningar om matematik ofta är grundade i deras lärares belief systems och undervisning. Därmed blir det extra intressant att finna de kopplingar som finns mellan lärares beliefs och deras undervisning. Relationen mellan hur lärare uppfattar matematik och hur de bedriver sin undervisning inom ämnet är ett relativt nytt men ändå väl utforskat område (exempelvis Pepin, 1999). Resultatet från ett antal forskare kommer att presenteras nedan.

Studier som behandlar kopplingen mellan lärares beliefs och deras undervisning har visat på en varierande grad av överensstämmelse (exempelvis Frykholm, 1995). Det som först och främst kan konstateras är att det inte handlar om ett kausalt samband mellan de två begreppen. I stället märks ett komplext förhållande som handlar mycket om att ”ge och ta”, vilket skapar en dialektal natur mellan de två begreppen (Thompson, 1992). Vidare har det varit svårt för forskare att avgöra om det är beliefs som påverkar undervisningen eller vice versa (McGalliard, 1983).

Calderhead (1996) menar att relationerna mellan beliefs och lärares sätt att undervisa är ”utmaningsbara” (contestable). Vidare drar Richardson (1996) slutsatsen att denna relation sannerligen är komplex och ömsesidig. Med andra ord påverkar inte bara lärares beliefs hur de agerar i en klassrumssituation; det handlar också om att lärares reflektion kring hur de beter sig i klassrummet påverkar deras beliefs. Richardson formulerar det som att de två begreppen ”operate together in praxis” (p. 105). Det som fortfarande är oklart (åtminstone empiriskt sett) är huruvida ändrade beliefs nödvändigtvis medför ett förändrat förhållningssätt i klassrummet hos läraren.

Oavsett om lärares beliefs färgar deras undervisning eller tvärtom står det åtminstone klart att beliefs har en central roll när undervisning ska förändras. Pehkonen (2001) pratar om beliefs som en ”inertia force” (det vill säga en ”tröghetskraft”, motståndskraft) som motiverar varför lärare kan ha svårt att ändra utformningen av sin undervisning. Vidare konstaterar Handal (2003), tillsammans med Nespør (1987), att läraryrkets natur förutsätter ett snabbt beslutsfattande i många skiftande sammanhang. Forskaren menar att denna ”intuition för överlevnad” gör att lärarna lätt utvecklar beliefs om vad som fungerar i ett klassrum. Den oförutsägbarhet och unikhet som varje lektion innebär gör att lärare tvingas grunda sina beslut i sina egna beliefs, framför allt då typisk ”kunskap” inte på ett tydligt sätt finns att tillgå.

Samtidigt är det värt att poängtera att kopplingen mellan teori och praktik kanske är tydligare än man kan tro. Bland annat Handal (2003), men även Lacey (1977) och Haggarty (1995) konstaterar att lärare främst tycks bygga upp sina beliefs utifrån sina egna erfarenheter från skoltiden vilka sedan vidmakthålls när de väl börjar undervisa och påverkas inte nämnvärt av den lärarutbildning de genomgått. Detta bekräftas av flertalet forskare som påtalar att tusentals timmar tillsammans med sina matematiklärare definitivt påverkar på vilket sätt en person närmar sig matematiken (Carroll, 1995; Thompson, 1984; Marton & Booth, 2000; Lortie, 1975).

Den personliga syn som lärare bland annat utvecklar under sin egen skoltid är som nämnt ofta väldigt stark och svår att ändra på, även om läraren är villig till förändring (Pehkonen, 2001). Thompson (1992) instämmer i detta påstående och lyfter fram att belief systems är väldigt djupt rotade, och därmed svåra att ändra på. Till och med de lärare med insikt i sitt belief system, med vetskap att de behöver göra en förändring, har svårt att göra verklighet av det. Clarke (1997) samt Anderson och Piazza (1996) betonar att lärares svårigheter att ändra belief

kan ha att göra med deras försvarsmekanismer då förändring kan orsaka obehag, misstro och frustration. Orton (1991) framhåller vidare att det inte är enkelt att ändra matematiska beliefs då dessa tidigare visat sig vara givande och användbara för läraren.

I stället för att ändra belief system väljer lärare att anpassa nya idéer och undervisningsmetoder efter sina tidigare föreställningar, vilket till exempel kan motivera varför två lärare som följer samma läroplan utformar sin undervisning på väldigt skilda sätt (Patrick, 1992). Wilcox, Schram, Lappan och Lanier (1991) slår fast att lärare under sin utbildning kan ändra uppfattning om hur de själva ska lära sig matematik, men deras beliefs om hur deras elever ska lära sig matematik inte förändras på samma sätt. Förutom den svårighet att förändra sina typiska belief systems finns det även andra aspekter som spelar roll och påverkar hur undervisningen utformas. Vidare finns det fler faktorer som påverkar hur elever (och lärare) närmar sig matematik. Dessa kommer att belysas nedan.

Andra faktorer som påverkar undervisningen och belief systems

Handal (2003) menar att det generellt kan konstateras att de skillnader som upptäckts har att göra med de inskränkningar läraren tvingas göra i sin undervisning, med följderna att det hämmar lärarens beliefs och följaktligen får en annan påverkan på elevernas uppfattning om matematik. Detta kan exempelvis handla om påtryckningar från skolledning, föräldrar eller kollegor som eftersöker ett mer traditionellt undervisningssätt eller särskilda examinationsformer. Andra faktorer som påverkar är elevernas förhållningssätt till matematik, samt brist på tid (Handal, 2002; Perry, Howard, & Tracey, 1999; Sosniak, Ethington, & Varelas, 1991). Även Erickson (1993) menar att det finns ett flertal hinder som gör att lärare inte kan implementera sina ideal. Förutom de exempel som lyfts fram ovan diskuteras även hur (brist på) samarbete mellan kollegor kan spela en avgörande roll. Samtidigt kan faktorer som klassrummets utformning och storlek, tillgänglighet på teknologi och annat material spela en stor roll för undervisningen. Dessutom har (den tillämpade) läroplanen en betydande roll (Golafshani, 2002 samt Kansanen, 1999).

Det har framgått att det, utöver utformningen av belief systems, finns två faktorer som främst påverkar hur en lärare bedriver sin undervisning. Det är dels den sociala kontexten med de begränsningar och möjligheter som finns, dels den tid läraren ägnar åt att reflektera över sig själv och sitt eget tänkande (Ernest, 1988b). Ernest (ibid.) menar att den sociala faktorn är av så stor betydelse att lärare som arbetar på samma skola kan bedriva matematikundervisning på snarlika sätt, trots att det finns tydliga skillnader i deras belief systems.

I en analys av strukturen av beliefs och deras natur drogs slutsatsen att elevers beliefs är fundamentalt social, eftersom de tar rot i deras sociala situation. Denna sociala situation ses inte bara från ett nutidsperspektiv, utan också utifrån vad eleverna tidigare har erfarit (Cobb & Yackel, 1998). Den sociala aspekten belyses även i en annan studie, där klassrumskontexten lyfts fram som betydelsefull. Forskarna menar att det finns två typer av klassrumskontext: det traditionella klassrummet och ”det nya” klassrummet. Skillnaden mellan de två synsätten är tydlig: det traditionella klassrummet karaktäriseras av att det är läraren som har den största rollen i undervisningssammanhang, medan eleverna står i centrum i ”det nya” klassrummet (Jin, Feng, Liu & Dai, 2010).

Studier visar vidare att belief systems kan vara kulturellt påverkade. Bland annat har man sett att skillnaden mellan länder är betydligt större än skillnaden mellan individer inom landet (exempelvis mellan pojkar och flickor) (Pehkonen, 1994b). Denna kulturella aspekt på belief systems för matematik beror på många olika faktorer. Några exempel är fysiska möjligheter

inom landet, beliefs, traditioner och värderingar inom det specifika utbildningssystemet, samt förväntningar från och på lärare, föräldrar och elever (Pepin, 1999).

Det finns en rad andra faktorer som kan påverka en individ beliefs eller belief system. Förutom tidigare kunskap och erfarenheter finns det även matematiska samhällsmyter. Ett exempel är den myt som säger att pojkar är bättre på matematik än flickor. Detta kan vara en faktor som påverkar hur en individ agerar inom matematik (Pehkonen, 1994b). Vidare är elevens förhållande till och syn på sin egen och andras roll i klassrummet av stor betydelse. Hur eleverna ser på föräldrarnas roll, och de uppfattningar som finns i samhället, spelar också in. Det handlar exempelvis om könsbundna föreställningar och idéer om matematisk överlägsenhet hos vissa individer. När det kommer till synen på föräldrarnas roll är den i regel antingen negativ eller positiv. I det fall då den är positiv tar eleverna hjälp av sina föräldrar i matematikstudier, och i det fall då synen är negativ finns en tydlig ovilja till att få föräldrarnas assistans (Jin, Feng, Liu & Dai, 2010 samt Cobb & Yackel, 1998).

I det avslutande avsnittet kommer nu fokus successivt att allt mer riktas mot elever och deras uppfattningar och belief systems.

Mer om beliefs och belief systems med inriktning mot elever

Många studier har genomförts med fokus på elevers beliefs under de senaste decennierna, bland annat av Underhill (1988) och McLeod (1989, 1992). Dahl (2004) slår fast att elevers uppfattningar om matematik till stor del präglas av deras tidigare erfarenheter. Samtidigt utsätts eleverna för en ständig påverkan från föräldrar, klasskamrater, läroboksförfattare och framför allt från deras lärare. Gemensamt för dessa personer är att de alla spelar en viktig roll för eleverna och deras sätt att närma sig matematiken. Även om studierna är relativt många till antalet finns det trots allt en hel del kvar att reda ut. Det som dock kan konstateras är att elever och lärare inte alltid går bra ihop. Kansanen (1997) menar till exempel att de (på gott och ont) möter varandra i undervisningsprocessen med olika förutsättningar och skiftande tankar kring undervisning, studerande och lärande.

Skulle skillnaden mellan lärarens och elevernas belief systems vara alltför stor finns risken att undervisningen blir lidande. Detta lyfts bland annat fram av Cooney (1985), som granskade en nybliven matematiklärare med tydliga spår av "the problem-solving view" i sitt sätt att bedriva undervisningen. Forskaren fastslog att lärarens undervisning inte gick hand i hand med de mer traditionella uppfattningar som karaktäriserade elevernas sätt att tänka. Dessa ville i stället ha en mer innehållsfokuserad undervisning (jämför Marton & Booth, 2000), vilket skapade problem i klassrummet.

Det finns tydliga paralleller mellan den undersökning Cooney (1985) genomförde och den som lyfts fram av Van Zoest, Jones och Thornton (1994). Denna forskargrupp fann att flera lärare med inslag av "the problem-solving view" och den socialkonstruktivistiska synen på matematik hade svårighet att översätta detta i sin undervisning. De menar att detta bland annat beror på tidsbrist, deras bristande pedagogiska förmåga samt de olikheter i förhållningssätt till problemlösning mellan de inblandade lärarna och eleverna.

De Corte och Op't Eynde (2002) menar att elever tenderar att ha en klar uppfattning om vilken roll de menar att läraren ska ha, vilket också påverkar hur de själva betar sig i klassrummet. Detta lyfts vidare fram Pehkonen (1995), som visar att det finns en tydlig koppling mellan elevers uppfattningar och hur de betar sig i klassrummet. Även Malmivuori (2001) framhäver hur elevers inläring i matematik färgas av deras uppfattningar: "How

people view and approach mathematics and mathematics learning situations will determine their goals and modes of understanding, responding, and behavior in doing and learning mathematics.” (p. 2)

Den centrala betydelse som beliefs har i dessa sammanhang är svår att ta miste på. Detta framhävs vidare av till exempel Baroody och Ginsburg (1990), som påstår att beliefs har en kraftig påverkan på hur elever lär sig och använder matematik. Vidare lyfter både Schoenfeld (1985) och Silver (1985) fram hur elevers matematiska uppfattningar utgör hinder när de utsätts för uppgifter av (för dem) annorlunda karaktär. Borasi (1990) betonar att elever med negativa beliefs lätt blir passiva mottagare som lägger vikt på memorering i stället för förståelse (jämför Marton & Booth, 2000).

Elevers självuppfattning har under lång tid varit central vid diskussioner kring affektiva faktorer som påverkar inläring i matematik (Linnanmäki, 2005). Enligt De Corte och Op't Eynde (2002) tenderar de elever som är säkra på sig själva i matematiken även att se vikten av att studera det i skolan. Forskarna menar att detta kan skapa en stark grund för motivation till ämnet. På motsvarande sätt har elever med låg tilltro till sina matematikkunskaper även generellt en mer negativ inställning till matematikens betydelse, med följden att det kan vara svårt att motivera dessa elever.

Givetvis är det svårt att komma ifrån dessa negativa känslor, men självklart finns det aspekter som spelar roll och som måste reflekteras kring. Hoskonen (1999) påpekar att det är viktigt att eleverna ska få en mer personlig attityd till matematik och lärande i matematik. Hart (1993) menar vidare att en elev som är tvungen att ta ansvar för sitt eget lärande kommer att få en ändrad syn både på lärande och matematik. Linnanmäki (2005, s. 9) ringar in elevers frustration kring deras svårigheter för matematik på ett väldigt gripande sätt med några väl valda ord. Dessa tänkvärda ord får avsluta teoridelen.

Följande avsnitt kommer att behandla den undersökning som detta arbete kretsar kring.

“I always try my
hardest
I always do my best
It's just that
I don't seem to be
as clever as the
rest”

Design, metoder och tillvägagångssätt

I detta arbete har en kvantitativ metod i form av en enkät (se bilaga 1) använts för att få en uppfattning om elevers attityder till (lärande i) matematik. Syftet med denna enkät är att kunna identifiera vilka typer av belief systems som eleverna i de utvalda klasserna har, vilket görs genom att tolka den data som insamlats från enkäterna. I arbetets intresse hade en eller flera observationer av lärares verksamhet varit att föredra, men under den tidsram som råder är detta ej möjligt att göra på ett tillfredsställande sätt.

En risk med enkäter, som Eriksson (2007) lyfter fram i sin bok, är att den data som samlas in är vad respondenterna anser i svarsögonblicket. Detta är alltså synpunkter som inte nödvändigtvis är helt grundade, vilket är något som bör tas hänsyn till vid behandlingen av datan. Elevers belief systems är dock antagligen relativt djupt rotade (se vidare under teoriavsnittet), vilket medför att slutsatser kan dras om frågorna är väl genomarbetade. Eriksson (ibid.) hävdar vidare i sin bok att enkäter kan användas för att komma i kontakt med föreställningar och attityder som är starkt befästa. Med detta i åtanke är en enkätundersökning lämplig i sammanhanget.

Målet med enkäten har varit att formulera enkla och begripliga påståenden för målgruppen, vilka är utformade enligt Likertskalan (<http://www.ne.se/likertskala>). Enkäten omfattar totalt 40 påståenden där eleverna ska ta ställning enligt en sjugradig skala från ”instämmer” till ”instämmer ej”, och avslutas med utrymme för ytterligare kommentarer på slutet. Mycket tid har lagts ner för att svaren på frågorna ska få så hög validitet och reliabilitet som möjligt. Bland annat genomfördes en testenkät med fyra utvalda elever i årskurs sju på en av skolorna. I enkäten finns dessutom ett antal kontrollfrågor. Med andra ord finns det flera frågor som har samma innebörd, men som är formulerade som varandras motsatser. Anledningen till detta är att kunna kontrollera att respondenterna har läst frågorna ordentligt och tagit enkäten på allvar (Esaiasson et al., 2004). Enkätstudien har utförts i årskurs åtta på sammanlagt tre grundskolor i Göteborgs och Härryda kommun.

Forskningsrådets etiska riktlinjer har följts i detta arbete (<http://www.stingerfonden.org/documents/hsetikregler.pdf>). Det innebär att eleverna innan vår enkätstudie informerades om att deras deltagande var frivilligt och att deras svar skulle behandlas helt anonymt. Följaktligen skulle ingen kunna urskilja hur enskilda elever har svarat. Vidare kontaktades rektorerna på respektive skola innan undersökningen och samtliga gav sitt medgivande till ett genomförande av den. Ett missiv bifogades för att skickas ut till elevernas föräldrar vid behov, vilket rektorerna dock inte ansåg nödvändigt. Även inblandade lärare har gett sitt godkännande till och visat engagemang för undersökningen.

Utfallet av enkäten har matats in och analyserats i IBM SPSS Statistics version 20. Med hjälp av programmet har en klusteranalys genomförts för att komma åt de underliggande faktorerna bakom elevernas sätt att svara (kort sagt de belief systems som färgar elevernas tankar). Tanken med klusteranalysen är att dela in respondenterna och deras matematiska resonemang i homogena undergrupper (P-O Bentley, personlig kommunikation, 13 december 2011). För att komma fram till antalet kluster utfördes en systematiskt prövning. I denna prövning visade sig representativa grupper då två och tre kluster testades; vid fler kluster framkom ett antal mindre, avvikande grupper. Av denna anledning drogs slutsatsen att tre kluster var rimligast att utgå ifrån. Dessutom har ett T-test utförts, dels för samtliga elever, dels separat för killar och tjejer, för att få en generell uppfattning om eleverna som deltagit, samt finna eventuella skillnader i attityder till och föreställningar om matematik mellan de två könen.

Resultatredovisning

Från de tre skolorna som beskrevs ovan besvarade sammanlagt 158 elever enkäten. Utifrån enkätundersökningen har en rad resultat kunnat utläsas. Nedan följer en summering av de tre belief systems (1, 2 & 3) som kunde utläsas från den utförda klusteranalysen, följt av en jämförelse mellan de karaktäristiska dragen hos dem. Resultatredovisningen rundas av genom en kort summering av de påträffade skillnaderna mellan könen. Detaljbeskrivningen av utfallet från respektive påstående samt en kortfattad presentation av de övriga kommentarer som lämnades av eleverna i enkätens avslutande öppna fråga återfinns i bilaga 2 och 3.

Belief system 1 är den grupp av elever (totalt 54 stycken) med den överlag mest positiva inställningen till matematik. Till att börja med är det denna grupp elever som hävdar att matematik är det ämne de tycker bäst om, och de värderar ämnet som väldigt viktigt. Matematik är enligt denna grupp ett lättförstått, varierande ämne som är närvarande i vardagen även utanför skolan. Matematik anses finnas för att användas inom andra ämnen. Eleverna i denna grupp har inget emot varken enskilt arbete eller grupparbete. Trots denna neutralitet till arbetsform pekar tendenser inom gruppen mot att de vill ha mer grupparbete, och framför allt mer problemlösning. Att behöva tänka mycket under matematikstudierna är något som uppskattas, och det finns även tendenser som pekar på att de gillar uppgifter med mycket text. Vidare verkar denna grupp vara den som överlag anser sig ha störst inflytande på undervisningens utformande. Hemifrån har denna grupp ett stort engagemang, och de får hjälp när de behöver. Många av eleverna inom denna grupp tenderar att tycka att matematik främst handlar om att upptäcka, men även om att uppfinna.

Belief system 2 omfattar en grupp av elever (totalt 50 stycken) som antingen har en positiv eller negativ inställning till matematik. De visar en starkare tendens åt att anse att matematik är ett viktigt ämne. Matematik handlar för många i denna grupp om att "räkna en massa tal", och det finns tendenser som antyder att de anser att ämnet kretsar kring regler och metoder. Vidare uppfattas matematiken som ett varierande ämne som är förhållandevis närvarande i vardagen. Gruppen tenderar att inte vilja ha mer problemlösning, och långa textuppgifter är inget som uppskattas. Tendenser mot att tycka att ämnet är lättförstått finns i gruppen, men eleverna vill helst inte behöva tänka så mycket under matematiklektionerna. Eleverna inom denna grupp föredrar att arbeta enskilt, och tenderar att inte vilja ha mer grupparbete. Matematik är inget avkopplande ämne enligt de elever som tillhör denna grupp.

De totalt 54 eleverna som hamnar i *belief system 3* gillar inte matematik, men tenderar trots det att anse att matematik är ett viktigt ämne. Skulle denna grupp få bestämma skulle problemlösning och textuppgifter bli mindre vanligt. De vill inte behöva tänka mycket under matematiken, och visar tendenser åt åsikten att matematik är ett svårt ämne som delvis innebär att "räkna massa tal". Grupparbete föredras framför enskilt arbete, och de skulle gärna ha mer grupparbete i skolan. De anser absolut inte att matematik är ett avkopplande ämne, och en svag tendens pekar på att de tycker matematik är enformigt. Gällande undervisningens utformning anser denna grupp sig att små möjligheter att vara delaktig i dess utformning.

Nedan följer en komparativ genomgång av de karaktäristiska dragen i klusterkärnorna hos de tre belief system som utlästs från enkätresultatet. De olika påståendena är förkortade för att passa i den programvara som använts (IBM SPSS Statistics version 20). För mer utförliga påståenden, se bilaga 1. Siffrorna som faller under varje kluster är ett "genomsnittligt ställningstagande" från ett till sju där ett innebär "instämmer" och sju betyder "instämmer ej".

Klusteranalys: Tabell

	Kluster		
	1	2	3
P1GillarMatte	2,87	4,48	6,11
P2OftaGenomgång	1,70	1,78	2,37
P3FörklaraNärEjFörstå	1,87	2,08	3,33
P4ViktigMatte	1,46	2,30	3,00
P5MattelSkolan	3,96	3,70	3,56
P6RäknaMassaTal	4,37	2,68	3,06
P7MatteVarierande	2,15	2,84	3,46
P8VanligtVardag	2,30	2,74	3,93
P9ReglerOMetoder	3,46	2,98	3,06
P10MycketTextKul	3,65	5,38	5,33
P11MerProblemlösning	3,26	4,86	5,54
P12LättAttFörstå	2,28	3,38	4,83
P13TänktaMkt	2,94	5,46	5,80
P14LFöljaBokupplägg	2,50	2,78	3,48
P15OlikaLösnsammaUppg	2,11	2,60	3,67
P16HelstEnskilt	3,52	2,84	4,87
P17MktTidHemma	4,19	5,30	5,57
P18FåHjälpHemma	2,56	3,60	3,35
P19MålsmänEngagerade	1,83	2,86	2,70
P20TråkigTextUppg	4,87	2,70	3,59
P21FinnsFörAndraÄmnen	2,39	3,04	3,78
P22MerGrpArbete	2,94	4,70	2,02
P23HelstGrupp	3,81	5,44	2,50
P24MatteEjViktigt	6,48	5,72	4,81
P25FöredraBoken	3,31	2,96	4,26
P26ProvUppgLikBok	2,26	2,12	1,83
P27GillaMinst	5,61	4,02	2,09
P28ReglerKanÄndras	4,17	4,14	3,69
P29BestämmaLektUpplägg	5,13	5,46	5,87
P30EgenTakt	3,69	4,02	5,31
P31MatteAvkopplande	4,44	5,96	6,52
P32LFörklararViLär	2,52	2,92	3,91
P33FörMktProblemlösn	4,72	4,14	3,56
P34AnpassaIntressen	4,91	5,12	5,91
P35MatteEnformigt	4,85	4,16	3,80
P36LavgöraFart	3,09	2,54	2,07
P37FörstårEjLärare	5,83	5,30	4,04
P38UtgårFrånTidigareKunsk	3,65	3,66	4,41
P39Upptäcka	3,28	4,42	5,35
P40Uppfinna	3,83	4,72	5,43

Klusteranalys: Komparativ genomgång

I det första påståendet är skillnaden mellan de tre grupperna liknande en skala, där belief system 1 i allmänhet tycker om matematik, belief system 2 generellt är mer eller mindre neutrala och belief system 3 överlag inte tycker om matematik. Granskas sedan påstående 27 är resultatet omvänt, vilket därigenom ger en verifikation på påstående 1. När det kommer till elevernas åsikt om matematikämnets betydelse anser samtliga grupper att matematik är ett viktigt ämne, dock med en förskjutning mot det neutrala hållet från belief system 1 till 3, vilket även är kontentan från det omvända påståendet.

Beträffande påståendet om att matematik innebär att ”räkna en massa tal” är elever i grupp 2 och 3 mer eller mindre överens om att så är fallet, medan elever som faller under grupp 1 snarare innehar den motsatta åsikten. De elever som tillhör belief system 1 är dem som starkast instämmer med att matematiken är ett varierande ämne, medan de i belief system 2 och 3 instämmer i inbördes, sjunkande grad. Ett likartat resultat går även att utläsa gällande matematikens närvaro i vardagen.

I avseendet problemlösning finns en markant skillnad grupperna emellan. De elever som tillhör belief system 1 hävdar att de vill ha mer problemlösning i skolan. Elever som hamnar inom belief system 2 är mer negativt inställda än neutrala, medan elever som karaktäriserar belief system 3 tar direkt avstånd till att det borde vara mer problemlösning i matematikundervisningen. Detta bekräftas även i motpåståendet längre ner i enkäten. Kopplat till detta är påstående 10 som berörs elevernas åsikt kring textuppgifter, vilket eleverna i belief system 1 instämmer till viss del med, något som belief system 2 och 3 snarare tar avstånd från. Detta stärks även av påstående 20, vilket är ett motsatspåstående till nummer 10. Ett likartat resultat går att utläsas från påstående 13, vilken handlar om huruvida eleverna gillar att behöva tänka mycket eller inte under matematiken. Eleverna i belief system 1 och 2 anser överlag att matematik är lätt att förstå, medan eleverna i belief system 3 generellt anser att matematiken inte är lätt att förstå.

Eleverna i belief system 1 och 2 instämmer starkt med att deras lärare förklarar när de inte förstår, medan de i belief system 3 instämmer med en förskjutning mot mitten. En liknande konsensus råder även i påstående 14 och 15. När det kommer till påståendet om de anser sig förstå sin lärare eller ej anser i allmänhet eleverna i belief system 1 och 2 att de förstår sin lärare, medan eleverna i belief system 3 snarare är neutrala.

Huruvida eleverna vill arbeta i grupp eller enskilt skiljer sig mellan de tre grupperna. Belief system 3-eleverna tenderar att vara mest positiva till grupparbete, medan belief system 2-eleverna är mest negativa. De som tillhör belief system 1 är överlag mer eller mindre neutrala till om de föredrar att arbeta enskilt eller i grupp.

Ingen av grupperna hävdar att de lägger ner mycket tid hemma, men det finns en skillnad bland dem. Elever inom belief system 1 lägger vanligtvis ned mest tid på matematiken hemma, medan belief system 3 lägger ned minst. Den sista gruppen hamnar mellan av de andra två. Samtliga grupper instämmer med att de kan få hjälp hemma om de behöver, men belief system 2 utmärker sig lite med en lätt förskjutning åt att inte instämma med påståendet.

Elever som tillhör belief system 1 och 2 är de som främst anser att matematik finns för att användas inom andra ämnen, medan de elever som tillhör belief system 3 överlag snarare är neutrala i frågan. Det är även elever i belief system 1 och 2 som föredrar att arbeta i boken i högst utsträckning, medan de i belief system 3 är mer eller mindre likgiltiga.

Ingen av grupperna anser sig få vara med och påverka undervisningen i speciellt stor utsträckning, men grupp 3 utmärker sig genom att ha en starkare förskjutning mot instämmer ej. Det är även dessa elever som anser att de får jobba i sin egen takt i minst utsträckning.

Ingen av elevgrupperna finner matematik som speciellt avkopplande. Generellt kan det konstateras att belief system 1-eleverna är förhållandevis neutrala, belief system 2-eleverna tar avstånd till detta i större utsträckning medan belief system 3-eleverna i princip är helt avståndstagande till detta påstående. Ett likartat resultat går att utläsa gällande om läraren anpassar sin undervisning efter elevernas intressen.

Eleverna tillhörande belief system 1 anser att matematik handlar om att både upptäcka och uppfinna. De som hör till belief system 2 är överlag neutrala till de båda påståendena medan belief system 3-elever främst karakteriseras av att anse att matematik varken handlar om att upptäcka eller uppfinna.

Skillnader mellan tjejer och killar

I enkätundersökningen har vissa marginella skillnader mellan killar och tjejer kunnat observeras. Majoriteten av tjejerna anser att matematik i huvudsak finns i skolan, vilket skiljer sig från killarna som överlag har en något mer neutral inställning till påståendet. Gällande problemlösning är killarna till synes mer positivt inställda än vad tjejerna är. Vidare föredrar tjejerna att arbeta enskilt i större utsträckning än vad killarna gör. Killarna är dessutom generellt sett mer positiva till grupparbete. Både killar och tjejer visar en tydlig positiv inställning till att provuppgifter liknar dem i boken, även om killarna är något mer neutrala i frågan. Killarna får även mer hjälp hemma än vad tjejerna får, och sammantaget upplever de matematiken som mer enformig än vad tjejerna gör.

Slutdiskussion

Det *resultat* vi uppnått i denna studie kretsar dels kring elevers attityder till matematik, dels i de belief systems som är knutna till matematik. Det generella intrycket som eleverna ger om sin attityd till matematik är att de antingen gillar det eller ogillar det, medan endast ett fåtal av eleverna är neutrala till ämnet. Detta är något som ligger i linje med vad tidigare forskning har antytt, däribland Hersh och John-Steiner (2011) som har dragit en likartad slutsats, vilken lyftes fram i inledningen. Oavsett om de gillar matematik eller inte anser emellertid majoriteten av eleverna att det är ett viktigt ämne. De anser att matematik är ett ämne som varken är enformigt eller varierande och de finner inte ämnet avkopplande.

Enligt svaren från enkätundersökningen är eleverna i högre grad överens om deras lärares yrkesutövande. Lärarna har ofta genomgångar; de förklarar på ett sätt som eleverna kan ta till sig när de inte förstår; de accepterar olika lösningsförslag på samma uppgift och de har mer eller mindre full kontroll av undervisningens upplägg och innehåll. Lärarna verkar inte ta hänsyn till intressen och tidigare kunskaper som eleverna har. De jobbar i regel efter bokens upplägg, vilket är något som överlag uppskattas från elevernas sida. Under lektionerna arbetar de i regel helst enskilt. Det finns dock tendenser som antyder att de vill ha mer grupparbete. Materialet de arbetar med ska helst inte ha mycket text, inte kräva för mycket tänkande och de vill inte ha mer problemlösningsuppgifter. Däremot vill de gärna ha uppgifter som är snarlika dem som ges på provet. Många av eleverna hävdar vidare att matematik är något som är lätt att förstå. Eleverna uppger sig inte lägga mycket tid hemma, men det finns i regel ett engagemang hemifrån, och eleverna får hjälp om de behöver.

Ur enkätundersökningen gick tre olika belief systems att urskilja. Dessa representerades av ungefär lika många elever och hade tydliga karaktärsdrag som lyfts fram under resultatredovisningen. Dessa gick med en relativt stor säkerhet att ställa mot tidigare presenterade belief system.

De elever som tillhör gruppen *belief system 1* ser matematiken som varierande och de visar tendenser åt att vilja ha mer problemlösning och grupparbete. Detta signalerar om ett synsätt som ligger i linje med the problem-solving view. Faktumet att de vill ha mer problemlösning och grupparbete i skolan tolkar vi som att de anser att det är ett givande sätt att arbeta med matematik. Detta blir ytterligare intressant i relation till att de anser att matematiken är närvarande i vardagen, då matematiska ”problem” ofta är skapade för att efterlikna vardagen. Vidare anser denna grupp att matematiken är ett väldigt viktigt ämne, och även ett av de ämnen som de gillar mest. Vi tolkar detta som att eleverna i denna grupp ser på matematiken ur ett dynamiskt, problemlösningsperspektiv och ser därmed en nytta med matematik, vilket medför att matematik blir ett roligt ämne. Tydliga paralleller kan därför dras till the problem-solving view. Dessutom är det eleverna i denna grupp som anser sig ha störst inflytande på undervisningen, vilket tyder på att de ser läraren som en progressiv utbildare.

Vidare är det rimligt att anta att denna grupp har ett fallibilistiskt sätt att se på matematik då denna syn menar att matematiken i huvudsak innefattar förmodanden, förkastningar och bevis, vilka ligger i linje med en problemlösande syn på ämnet. Ur vår tolkning är detta ett sätt som eleverna i denna grupp i allmänhet arbetar efter, med tanke på deras preferenser inom ämnet och deras bredare syn på matematik. Att arbeta med denna typ av metod kräver ofta stor tankeverksamhet. Detta styrker faktumet att eleverna som faller under belief system 1 har en typisk problemlösarsyn, då denna grupp generellt sett uppskattar att behöva tänka mycket.

Med bakgrund i denna grups problemlösningsorienterade syn, dess tendenser mot att vilja ha mer grupparbete och det intresse för att behöva tänka mycket som finns, är det inte orimligt att dra paralleller till den socialkonstruktivistiska synen. Inom denna syn värderas bland annat utforskande arbete och problemlösning, något som lyfts fram under teoriavsnittet. Dessutom menar detta synsätt att det är i sociala interaktioner som lärande sker. Dessa två aspekter av den socialkonstruktivistiska synen stämmer bra överens med det belief system som grupp 1 ger intryck av att ha.

Samtliga grupper visar tendenser åt att anse att matematik består av regler och metoder, vilket stämmer bra överens med den platonska synen, men i relation till denna grups uppenbara koppling till problemlösning och lätt dynamiska syn på matematik är parallellen till den platonska synen inte lika självklar. Vidare anser denna grupp, i likhet med de andra, att matematik finns för andra ämnen. Detta är något som går att koppla till den instrumentalistiska synen på matematik, där man metaforiskt kan se ämnet som en verktygslåda. Dock är detta inte tillräckligt övertygande, i vår mening, för att påstå att denna grupp tillhör the instrumentalist view.

Ämnet matematik för de elever tillhörande den grupp vi har valt att kalla *belief system 2* anser att matematik är att ”räkna en massa tal”, och de visar en tendens att anse matematiken kretsar kring regler och metoder. Detta pekar på att eleverna inom denna grupp har en platonsk syn på ämnet, där matematiken ses som statisk med fokus på just regler och metoder. Faktumet att eleverna varken vill ha mer problemlösning eller uppgifter med mycket text styrker ytterligare vår slutsats kring denna grupp av elever.

De resultat från enkätstudien som antyder att eleverna föredrar att arbeta enskilt i stället för i grupp anser vi pekar på den absolutistiska synen av matematik. Detta med bakgrund i hur de lärare som anammat denna syn undervisar, vilket är väldigt lärarcentrerat och efter överföringsmetaforen. De presenterar vad eleverna ska lära sig och eleverna lär sig det, något som även gör att vi kan dra paralleller till både det behavioristiska synsättet och den typiskt instruerande matematiken. Läraren ses därmed också som en industriell undervisare. De elever som tillhör belief system 2-gruppen anser vidare att matematik inte är avkopplande, vilket vi kopplar till både den absolutistiska och platonska synen på matematik. Detta på grund av den stress som kan upplevas hos elever som ska lära sig de metoder och regler, som anses finnas inom matematiken i de två nämnda synerna.

Det finns även tendenser i denna grupp som ger signaler om en instrumentalistisk syn på matematik. Exempel på detta är att de inte vill behöva tänka mycket under matematiklektionerna, vilket vi anser är rimligt att koppla till rutinmässigt arbete i instrumentalistisk anda. Detta rutinmässiga arbetssätt är något som starkt präglar den instrumentalistiska synen, eftersom den av vissa kallas för en ”drill-teori”.

Utifrån de två perspektiv som Marton och Booth anger passar denna grupp bäst in på de tre första påståendena (lärande som att utöka sin kunskap, lärande som att kunna memorera och återge samt lärande som att tillämpa), vilka båda är länkade till både den platonska och den instrumentalistiska synen på matematik.

De tendenser som finns mot att inte vilja ha mer grupparbete, i kombination med preferensen att arbeta enskilt, leder oss till antagandet att en socialkonstruktivistisk syn på matematik inte finns inom denna grupp. Då eleverna tar avstånd från den socialkonstruktivistiska synen, samtidigt som de ogillar att tänka mycket och inte vill ha mer problemlösning i skolan, tyder

detta på att deras syn på matematik generellt inte kan förenas med the problem-solving view.

Belief system 3 är en grupp som vi anser vara relativt svår att placera i relation till de etablerade synerna på matematik. Det som kan konstateras är att eleverna som faller inom denna grupp generellt sett visar ett starkt ogillande mot matematiken, samtidigt som de inser att det är ett viktigt ämne. Eleverna inom denna grupp tycker överlag inte om problemlösning, textuppgifter eller att behöva tänka mycket under matematiklektionen, vilket visar på ett tydligt avståndstagande från problemlösarsynen. Å andra sidan arbetar eleverna i allmänhet helst i grupp, och de visar starka tendenser mot att vilja ha mer grupparbete. Därigenom kan de tänkas göra ett litet närmande mot the problem-solving view, även om grupparbete främst förknippas med den socialkonstruktivistiska synen.

De slutsatser som dessutom kan dras kring denna grupp av elever är att de anser att matematiken är ett svårt ämne som till vis del handlar om att ”räkna en massa tal” där regler och metoder finns. På så sätt närmar sig eleverna både den instrumentalistiska och den platonska synen. Vidare kan konstateras att denna grupp rimligtvis är absolutistisk i grunden på grund av sin uppfattning av ämnet (bland annat att matematiken är allt annat än avkopplande), men den visar också konstruktivistiska tendenser (främst socialkonstruktivistiska). Eleverna i denna grupp anser sig överlag ha väldigt lite inflytande på undervisningens utformande, något som signalerar att läraren anses vara en industriell undervisare.

Utöver de slutsatser som kan dras om respektive grupp av belief system har ett antal generella iakttagelser gjorts, vilka kommer diskuteras nedan.

Först och främst kan det konstateras att elevernas föräldrar överlag är mycket engagerade i sina barns lärande och gärna erbjuder hjälp om det behövs. Frågor om föräldrarnas engagemang och villighet att hjälpa till ger vidare en indikation på vilket sätt elevernas beliefs påverkas hemifrån, något som givetvis kan ha stor betydelse. Samtidigt kan det till exempel vittna om att en elev är duktig och därav inte anser sig behöva hjälp (något som även påtalats av flera elever), vilket kanske främst syns hos eleverna som faller under belief system 1.

Elevernas tankar kring ämnets betydelse fungerar som motivation. Detta lyser till exempel igenom i kommentaren ”Jag gillar inte matematik men den är nödvändig”. Matematiken blir på något sätt ett nödvändigt ont för många elever, som känner sig tvingade att lära sig ämnet i vetskapen att de annars kommer ha svårare att klara sig i det framtida livet. Detta bidrar säkerligen till att många elever (i vår studie främst de i belief system 2 och 3) upplever matematiken som allt annat än avkopplande. Samtidigt gör den traditionella läromedelscentrerade undervisningen där läraren bestämmer studietakten att eleverna blir ännu mer stressade då de upplever att de inte hänger eller hinner med, något som även avspeglades i flertalet kommentarer i enkätstudien.

Ett av de påståenden där samtliga elever var mest överens var ”Min lärare har ofta genomgångar”, ett ställningstagande som de instämde i. I resultatdelen påtalades att detta tros ligga i linje med hur undervisningstraditionen ser ut i Sverige (även om det givetvis är svårt att dra några generella slutsatser utifrån enbart en studie). Det som dock inte kommer fram på samma sätt är hur dessa genomgångar ser ut. Så vitt vi kan se finns det ingen av de syner som presenterades i teoriavsnittet som helt tar avstånd till lärargenomgångar, men givetvis kommer fokus att ligga på olika delar av innehållet i och utförandet av genomgången. En lärare med absolutistisk syn lägger exempelvis stor vikt vid överföringen av den kunskap (regler, fakta,

och så vidare) som den sägs sitta inne med. En konstruktivistisk lärare skulle i stället troligen fokusera mer på interaktionen med elever och fungera mer som en handledare.

Det fanns flera påståenden där utfallet inte riktigt stämde överens med våra förväntningar. Det kanske mest utmärkande är de som handlar om enformighet/variation inom matematiken. Merparten av eleverna tenderade att vara neutrala till eller instämma i påståendet att matematiken är ett varierande ämne, något vi inte väntade oss med tanke på den läromedelscentrering som överskuggar ämnet. Följdfrågan blir då hur eleverna uppfattade begreppet ”varierande”. Vår tolkning av elevernas svar i denna fråga är att den inte anses enformig eftersom boken innehåller olika kapitel som tar upp olika delar. Med andra ord handlar matematiken inte bara om addition och subtraktion, utan eleverna får lära sig allt från procent- och bråkräkning till geometri, algebra och ekvationer. Vår tanke var att frågan skulle behandla undervisningens utformning, men den verkar snarare ha lyft fram undervisningen innehåll.

Ett par andra påståenden som vi fick upp ögonen för var de som behandlade elevernas uppfattning om matematikens förekomst i vardagen kontra i skolan. Tolknningen av enkäten gjorde gällande att de flesta eleverna både tycker matematiken är vanligt i vardagen och att den främst finns i skolan. Det som dock kan konstateras är att dessa påståenden inte nödvändigtvis helt motsäger varandra. En intressant fråga som kommer upp är om eleverna menar att det är ”samma” matematik som finns i vardagen som den man arbetar med i skolan, något som dock inte framgår ur enkäten. Dessutom hade det varit intressant att låta eleverna exemplifiera var man hittar matematiken utanför skolan. Troligen hade de flesta exemplen varit väl knutna till den typiska ”skolmatematiken”. Vidare hade antagligen flera av de matematiska synsätt som tagits upp tidigare i arbetet kunnat lysa igenom i dessa kommentarer.

En annan del av enkäten behandlar elevernas inställning till arbetssätt beträffande individuellt respektive grupparbete. Det som framgår i svaren är att elevernas tankar om detta är väldigt varierande. Vidare kan det konstateras att de tre belief systems som framkommit var och ett fångar elevernas inställning i denna fråga. Sammantaget finns en viss förskjutning mot att föredra enskilt arbete framför att jobba i grupp. De tillfrågade tenderar med andra ord att föredra att arbeta enskilt under matematiklektionerna, men de anser också att det borde vara mer grupparbete inom matematiken. Med den något traditionella bild de ger av sina lärare arbetar de förmodligen i regel enskilt, och är bekväma och trygga i den arbetsformen, vilket kan vara en bakomliggande anledning till varför de föredrar det. Anledningen till det något tvetydiga svaret kan bero på att de vill testa något nytt, alternativt att definitionen av begreppet ”grupparbete” är lite diffus. Det vi kort sagt vill trycka på är om eleverna ser grupparbete som ”ett arbete som inte är enskilt” eller om de snarare likställer arbete i grupp med typiska ”projektarbeten”.

Gällande studiens *begränsningar* går det givetvis inte att dra alltför stora växlar. Det går möjligen att få en någorlunda överblick över hur det ser ut på de inblandade skolorna (främst i den aktuella årskursen). Målet har inte heller varit att dra några generella slutsatser, utan snarare att undersöka de belief systems som har gått att urskilja. Är målet att ha en studie som omfattar hela Sverige är känslan att urvalet måste vara större, samt att eleverna och skolorna behöver väljas ut mer slumpmässigt. Vi har dessutom valt att avgränsa oss till grundskolans senare år och till årskurs åtta. Därmed blir studien än mer begränsad och några relevanta och generella slutsatser om samtliga elever på skolorna i de båda kommunerna kan följaktligen inte dras. För denna studies syfte är det emellertid tillräckligt med den information som insamlats.

I enkätstudier blir resultatet ofta väldigt temporärt, vilket medför att en insikt i om det eleverna har svarat på enkäten är djupa beliefs, eller mer ytliga, är begränsad. Detta är något som lyfts fram i teoriavsnittet. Vidare har vi inte undersökt de inblandade lärarnas belief systems, vilket möjligen på ett tydligare sätt kunnat klargöra varför eleverna resonerar som de gör. Vad gäller reliabilitet och validitet har vi utnyttjat oss av flertalet kontrollfrågor (vilket även uppmärksammats av några elever). Dessutom har en testenkät genomförts för att försäkra oss om att eleverna förstår vad som menas med de olika påståendena. Vad gäller utfallet av enkäten tyder det mesta på att eleverna överlag har haft en god förståelse av innebörden av de olika påståendena. Dock har vissa eleverna varit förhållandevis neutrala till ett par påståenden (exempelvis ”Jag tror att matematikens regler kan förändras”), vilket skulle kunna vittna om att de har varit osäkra på hur de ska tolka det, alternativt att de inte har reflekterat kring just detta ämne innan.

Syftet med detta arbete har varit att utreda begreppet belief systems i relation till matematikundervisningen i skolan. Detta har gjorts genom en gedigen teoretisk genomgång där begreppen beliefs och belief systems har utretts. Inledningsvis gavs en definition av respektive begrepp, för att därefter distingera beliefs och belief systems från andra närbesläktade begrepp. Därefter gjordes en uppdelning av beliefs och belief systems i undergrupper för att därigenom utreda begreppen ytterligare. För att sedan tydligt knyta an till skolan belystes de syner som finns i och om matematik i skuggan av belief systems. Fokus riktades slutligen allt mer mot elever samtidigt som beliefs och belief systems hela tiden var mer eller mindre tydligt närvarande. Efter teoriavsnittet presenterades en undersökning av de attityder till och uppfattningar om matematik som finns bland elever. Genom denna empiriska studie framkom och betonades flertalet beliefs som lyfts fram ovan.

Det kan konstateras att mycket forskning har gjorts om belief systems inom samtliga av de områden som behandlats i teoridelen. Forskningen är dock långt ifrån komplett (frågan är om den någonsin kan bli det). Vad gäller *framtida forskning* finns det trots allt en hel del att studera. Först och främst menar vi att forskare har haft svårt att enas om en definition av belief systems. Går det att driva fram en allmängiltig definition som forskningen sedan kan kretsa kring? Detta borde undersökas, och en vedertagen definition borde arbetas fram.

Precis som nämnts i teoridelen är det empiriskt oklart om en förändring av beliefs medför ett förändrat förhållningssätt i klassrummet hos läraren. Mer omfattande utredningar inom detta område borde genomföras. På samma sätt efterfrågar vi mer forskning för att utreda om det är beliefs som styr undervisningen eller vice versa. Vidare påstår vi att forskare mer ingående bör utreda vilka faktorer som påverkar beliefs och belief systems. Olika forskare lyfter fram olika aspekter och det tycks inte råda en enighet om vilka som är centrala. Dessutom verkar det vara svårt att komma åt den affektiva komponent som tros färga beliefs. Mer forskning på detta område skulle därför rekommenderas. Känslan vi har fått under arbetets gång är även att det finns mer att hämta om framför allt elevers beliefs och belief systems, och kanske främst om hur dessa utvecklas och blir djupt rotade under skolgången. Forskningen har kommit långt, men det finns fortfarande mycket att reda ut.

Avslutningsvis vill vi föra fram en tanke som har följt med oss genom arbetet. Precis som vi lyfte redan i inledningen finns det en tydlig koppling mellan lärares undervisning och deras belief systems. Läroplanen spelar en viktig roll eftersom den signalerar för läraren hur undervisningen ska bedrivas. Risker är dock överhängande att lärarna tolkar läroplanen från sitt belief system, snarare än att de låter läroplanen färga deras undervisning. Lärarnas sätt att

undervisa har sedan stor påverkan på hur eleverna uppfattar matematik, och när en student väl kommer till lärarprogrammet för att bli matematiklärare har tankarna om ämnet, enligt forskning, blivit så befästa att de inte ”kan” ändras under utbildningen. Därför är det viktigt att lärarna blir medvetna om sina belief systems, samtidigt som elevers tankar måste utmanas redan i tidigare åldrar. Det vi därför vill lyfta fram är en diskussion lärare och elever emellan som belyser de olika synsätt som finns inom matematik i allmänhet och hos eleverna i synnerhet. På det sättet finns det goda möjligheter för eleverna att bli mer insatta i sina beliefs, vilka annars kan vara av en omedveten natur genom hela utbildningen från förskoleklass till examinationen från lärarprogrammet och vidare i arbetslivet.

Referenser

- Abelson, R. (1979) Differences between belief systems and knowledge systems. In *Cognitive Science* (pp. 355-366)
- Anderson, D. S., & Piazza, J. A. (1996) Teaching and learning mathematics in constructivist preservice classrooms. In *Action in Teacher Education*, Vol. 18, No. 2 (pp. 51-62)
- Baroody, A. J. & Ginsburg, H. P. (1990) Children's mathematical learning: A cognitive view. In R. B. Davis, C. A. Maher, & N. Noddings (Eds.), *Constructivist views on the teaching and learning of mathematics, JRME Monograph* No. 4 (pp. 51-64) Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics
- Bereitner, C. & Scardamalia, M. (1996) Rethinking learning. In D. R. Olson & N. Torrance (Eds.) *The handbook of education and learning. New models of learning, teaching and schooling*. Cambridge (MA): Blackwell
- Borasi, R. (1990) The invisible hand operating in mathematics instruction: Students' conceptions and expectations. In T. J. Cooney (Ed.) *Teaching and learning mathematics in the 1990s* (pp. 174-182) Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics
- Brown, D. F. & Rose, T. D. (1995) Self-Reported Classroom Impact of Teachers' Theories about Learning and Obstacles to Implementation. In *Action in Teacher Education Vol. 17, No. 1* (pp. 20-29)
- Calderhead, J. (1996) Teachers, beliefs and knowledge. In D. C. Berliner & R. C. Calfee (Eds.) *Handbook of educational psychology* (pp. 709-725) New York: Simon & Schuster
- Carroll, J. (1995) Primary teachers' conceptions of mathematics. In B. Atweh & S. Flavel (Eds.) *Proceedings of the 18th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 151-155) Darwin: MERGA
- Clarke, D. M. (1997) The changing role of the mathematics teacher. In *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 28, No. 3 (pp. 278-308)
- Cobb, P. & Yackel, E. (1998) A constructivist perspective on the culture of the mathematics classroom. In F. Seeger, J. Voigt & U. Waschescio (Eds.), *The culture of the mathematics classroom* (pp. 158-190). Cambridge: Cambridge University Press
- Cooney, T. J. (1985) A beginning teachers' view of problem solving. In *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 16, No. 5 (p. 324-336)
- Dahl, B. (2004) Analysing cognitive learning processes through group interviews of successful high school pupils: development and use of a model. In *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 56 (pp. 129-155)
- De Corte E. & Op't Eynde, P. (2002) Unraveling students' belief systems relating to mathematics learning and problem solving. In A. Rogerson (Ed.), *Proceedings of the International Conference "The Humanistic Renaissance in mathematics education"* (pp. 96-101). Palermo, Sicily: The Mathematics Education into the 21st century Project

- Engström, A. (red.) (1998) *Matematik och reflektion. En introduktion till konstruktivismen inom matematikdidaktiken*. Lund: Studentlitteratur
- Erickson, D. K. (1993) Middle school mathematics teachers' view of mathematics and mathematics education, their planning and classroom instruction, and student beliefs and achievement. Proceedings of the Annual Conference of the American Educational Research Association. Atlanta, GA. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 364412.)
- Eriksson, M. (2007) *Nya Skolans självvärdering – att förstå och genomföra utvärdering*. Landskrona: XRT
- Ernest, P. (1988a) The Impact of Beliefs on the Teaching of mathematics. In P. Ernest (Ed.), *Mathematics Teaching: The State of the art*, (pp. 249-254). London: Falmer
- Ernest, P. (1988b) The impact of beliefs on the teaching of mathematics. Paper presented for ICME VI, Budapest, Hungary
- Ernest, P. (1989a) The impact of beliefs on the teaching of mathematics. In P. Ernest (Ed.), *Mathematics teaching: The state of art* (pp. 249–254). New York: Falmer
- Ernest, P. (1989b) The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: A model. *Journal of Education for Teaching*, Vol. 15 (pp. 13–34)
- Ernest, P. (1991) *The philosophy of mathematics education*. Basingstoke: Falmer Press.
- Ernest, P. (1996) The Nature of Mathematics and Teaching. In *Philosophy of Mathematics Education Newsletter 9, POME*. United Kingdom: University of Exeter
- Esaiasson, P., Gilljam, M., Oscarsson, H. & Wängnerud, L. (2004) *Metodpraktikan: Konsten att studera samhälle, individ och marknad*, andra upplagan. Stockholm: Elanders Gotab
- Frykholm, J. A. (1995) The impact of the NCTM Standards on preservice teachers' beliefs and practices. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 383669.)
- Furinghetti, F. & Pehkonen, E. (2002) Rethinking Characterizations of Beliefs. In G. C. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (pp. 39-58). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers
- Golafshani, N. (2002) Teachers' Conceptions of Mathematics and their Instructional Practices. In P. Ernest (Ed.), *Philosophy of Mathematics Education Journal 15 (2002)*
- Green, T. F. (1971) *The activities of teaching*. Tokyo: McGraw-Hill Kogakusha
- Haggarty, L. (1995) *New Ideas for Teacher Education*. London: Cassell
- Handal, B. (2002) Teachers' beliefs and gender, faculty position, teaching socio-Economic area, teaching experience and academic qualifications. Proceedings of the 2002 International Biannual Conference of the UWS Self Research Centre, Sydney

Handal, B. (2003) Teachers' Mathematical Beliefs: A Review. In A. Hallman & C. Ulrich (Eds.), *The Mathematics Educator 2003, Vol. 13, No. 2* (pp. 47-57). Georgia: University of Georgia

Hart, L. C. (1993) Shared authority: a roadblock to teacher change? In J. R. Becker & B. J. Pence (Eds.) *Proceedings of PME-NA 15, Vol. 2* (pp. 189-195) San José, California: San José State University

Hart, L. E. (1989) Describing the Affective Domain: Saying What We Mean. In D. B. McLeod & V. M. Adams (Eds.), *Affect and Mathematical Problem Solving: A New Perspective* (pp. 37-45). New York: Springer-Verlag

Hersh, R. (1986) Some proposals for revising the philosophy of mathematics. In T. Tymoczko (Ed.), *New directions in the philosophy of mathematics*. Boston: Birkhauser

Hersh, R. & John-Steiner V. (2011) *Loving + hating mathematics*. Princeton and Oxford: Princeton University Press

Hoskonen, K. (1994) A good pupil's beliefs about mathematics learning assessed by repertory grid methodology. In O. Zaslavsky (Ed.) *Proceedings of the PME-23 conference, Vol. 3* (pp. 97-104) Haifa: Israel Institute of Technology

HSFR-Etikregler. (1999) Etikregler för humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning. Hämtad 2011-12-29, <http://www.stingerfonden.org/documents/hsetikregler.pdf>

Jin, M. (2001) Relationship between the beliefs about mathematics and teaching-learning and teaching practices of a high school. Unpublished Doctoral Dissertation. Cheongwon, Chungbuk: Korea National University of Education

Jin, M., Feng, X., Liu J & Dai, F. (2010) Comparison Study on High School Students' Mathematics Belief Systems between Han and Chaoxian Nationality. In. Z. Wu (Ed.), *Journal of Mathematics Education June 2010, Vol. 3, No. 1* (pp. 138-151) Irvine: California

Kansanen, P. (1997) Teacher's purposes and student's intentions. Do they ever meet? In P. Kansanen (Ed.) *Discussions on Some Educational Issues VII*. Department of Teacher Education, University of Helsinki. Research Report 175 (p. 35-46)

Kansanen, P. (1999) Några aspekter på lärares pedagogiska tänkande. I O. Lindberg (Red.), *Utbildning & Demokrati 1999, Vol. 8, Nr. 2* (ss. 57-68) Örebro: Örebro universitet

Kaplan, R. G. (1991) Teacher beliefs and practices: A square peg in a square hole. In R. G. Underhill (Ed.) *Proceedings of PME-NA 13 conference, Vol. 2*, (pp. 119-125) Blacksburg, Virginia: Virginia Tech

Kloosterman, P. (2002) Beliefs about Mathematics and Mathematics Learning in the Secondary School: Measurement and Implications for Motivation. In G. C. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education* (pp. 247-270) Dordrecht: Kluwer Academic Publishers

- Kislenko, K., Breiteig, T., Grevholm, B. (2005) Beliefs and attitudes in mathematics teaching and learning. In I. M. Stedøy (Ed.), *Vurdering i matematikk – Hvorfor og hvordan? Fra småskole til voksenopplæring. Konferensrapport no 3 – 2005* (pp. 129-138). Trondheim: Nasjonal Senter for Matematikk i Oplæringen
- Lacey, C. (1977) *The Socialisation of Teachers*. London: Methuen
- Lakatos, I. (1976) *Proofs and refutations*. Cambridge: Cambridge University Press
- Leder, G. C. (1994) Research in mathematics education – constraints on construction? In G. Bell (Ed.), *Challenges in mathematics education: Constraints on construction. Proceedings of the 17th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 31–48). Lismore: MERGA
- Leder, G. C. & Forgasz, H. J. (2002) Measuring Mathematical Beliefs and Their Impact on the Learning of Mathematics. In G. C. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (pp. 95-114) Dordrecht: Kluwer Academic Publishers
- Lerman, S. (1983) Problem solving or knowledge centred: The influence of philosophy on mathematics teaching. In *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, Vol. 14, No. 1 (pp. 59-66)
- Linnanmäki K. (2005) *Matematikprestationer och självuppfattning*. Ålborg. Hämtad 23 november, 2011, från <http://matematikvanskeligheter.aau.dk/praktikker%20konference/karinlinnamaki.pdf>
- Lortie, D. (1975) *School-teacher: a sociological study*. Chicago and London: The University of Chicago Press
- Malmivuori, M. (2001) *The dynamics of affect, cognition, and social environment in the regulation of personal learning processes: The case of mathematics*. Helsinki: Research Report 172
- Marton, F. & Booth, S. (2000) *Om lärande*. Lund: Studentlitteratur
- McGalliard, W. A. Jr. (1983). Selected factors in the conceptual systems of geometry teachers: Four case studies. Doctoral dissertation, University of Georgia. Dissertation Abstracts International, 44, 1364A
- McGinnis, J. R., Shama, G., Graeber, A., & Watanabe, T. (1997) Development of an instrument to measure teacher candidates' attitudes and beliefs about the nature of and the teaching of mathematics and sciences. Proceedings of the Annual Conference of the National Association for Research in Science Teaching, Oak Brook, Illinois. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 406201.)
- McLeod, D. B. (1989) Beliefs, attitudes, and emotions: New views of affect in mathematics education. In D.B. McLeod & V.M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective* (pp. 245-258) New York: Springer-Verlag

McLeod, D. B. (1992) Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575-596). New York: Macmillan

Nationalencyklopedin (2011) Nationalencyklopedins Internettjänst. Hämtad 2011-11-16, <http://www.ne.se/likertskala>

Nespor, J. (1987) The role of beliefs in the practice of teaching. In *Journal of Curriculum Studies*, Vol. 19 (pp. 317-328)

Niss, M. (1994) Mathematics in Society. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Sträßer & B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (pp. 367-378) Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Orton, R. K. (1991) Summary. In P. L. Peterson & E. Fennema (Eds.) (1989) *Mathematics teaching and learning: Researching in well-defined mathematical domains*. Proceedings of the Michigan State University Conference. East Lansing, Michigan Elementary Subjects Center Series, No. 40. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 341545.)

Patrick, K. (1992) *Teachers and curriculum at year 12: Constructing and object of study*. Paper presented at the joint conference of the Australian Association for Research in Education and the New Zealand Association for Research in Education, Deaking University, Geelong, Victoria

Pehkonen, E. (1994a) Teachers' and pupils' beliefs in focus – consequence of constructivism. In M. Ahtee & E. Pehkonen (Eds.), *Constructivist Viewpoints for School Teaching and Learning in Mathematics and Science* (pp. 27-33). Helsinki: University of Helsinki

Pehkonen, E. (1994b) On Differences in Pupils' Conceptions about Mathematics Teaching. In A. Hallman & C. Ulrich (Eds.), *The Mathematics Educator 1994, Vol. 5, No. 1* (pp. 3-10). Georgia: University of Georgia

Pehkonen, E. (1995) *Pupils' view of mathematics: Initial report for an international comparison project*. University of Helsinki. Department of Teacher Education: Research Report 152

Pehkonen, E. (2001) A Hidden Regulating Factor In Mathematics Classrooms: Mathematics-Related Beliefs. In M. Ahtee, O. Björkqvist, E. Pehkonen & V. Vatanen (Eds.), *Research on Mathematics and Science Education: From Beliefs to Cognition, from Problem Solving to Understanding* (pp. 11-35) Jyväskylä: University of Jyväskylä

Pepin, B. (1999) Epistemologies, beliefs and conceptions of mathematics teaching and learning: the theory, and what is manifested in mathematics teachers' work in England, France and Germany. Graz: Universitaet Graz

Perry, B., Howard, P. & Tracey, D. (1999) Head mathematics teachers' beliefs about the learning and teaching of Mathematics. In *Mathematics Education Research Journal*, Vol. 11 (pp. 39-57)

- Richardson, V. (1996) The roles of attitudes and beliefs in learning to teach. In J. Sikula (Ed.) *Handbook of research on teacher education 2nd edition* (pp. 102-119) New York: Macmillan
- Romberg, T. A. (1992) Toward a World Class Curriculum in the United States. In I. Wirszup & R. Streit (Eds.), *Developments in School Mathematics Education around the World: Vol. 3* (pp. 223-235). Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics
- Roulet, R. G. (1998) *Exemplary Mathematics teachers: Subject Conceptions and Instructional Practices*. Doctoral dissertation, Ontario Institute for studies in Education of the University of Toronto
- Scheffler, I. (1965) *Conditions of knowledge: An introduction to epistemology and education*. Glenview: Scott, Foresman and Company
- Schoenfeld, A. H. (1985) *Mathematical problem solving*. Orlando, Florida: Academic Press
- Schoenfeld, A. H. (1992) Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370) New York: Macmillan Publishing Company
- Sierpinska, A. & Lerman, S. (1996) Epistemologies of Mathematics and of Mathematics Education. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick and C. Laborde (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education*. London: Kluwer Academic Publishers
- Silver, E. A. (1985) Research on teaching mathematical problem solving: Some underrepresented themes and directions. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp. 247-266). Hillsdale: Lawrence Erlbaum
- Skemp, R. R. (1978) Relational understanding and instrumental understanding. In *Arithmetic Teacher*, Vol. 26, No. 3 (pp. 9-15)
- Sosniak, L. A., Ethington, C. A. & Varelas, M. (1991) Teaching mathematics without a coherent point of view: Findings from the IEA Second International Mathematics Study. *Journal of Curriculum Studies*, Vol. 23 (pp. 119-131)
- Telese, J. A. (1997) *Hispanic Teachers' View of Mathematics and Its Effects on Instructional Practice*. University of Texas at Brownsville
- Thompson, A. G. (1984) The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice. In *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 15 (pp. 105-127)
- Thompson, A. G. (1991) The development of teachers conceptions of mathematics teaching. Proceedings of the 13th Annual Conference of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 352274.)

Thompson, A. G. (1992) Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 127-146) New York: Macmillan Publishing Company

Underhill, R. G. (1988) Mathematics learners' beliefs: a review. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, Vol. 10, No. 1 (pp. 55-69)

Underhill, R. G. (1991) Mathematics Teacher Education: A Constructivist Perspective. In R. Underhill & B. Jaworski (Eds.) *Constructivism and Mathematics Education* (pp. 3-26) Milton Keynes: Centre for Mathematics Education, The Open University

Utbildningsdepartementet (2011) *Mattelyftet – 2,6 miljarder ska höja resultaten*. Hämtad 2011-12-29, <http://www.regeringen.se/sb/d/14059/a/174349>

Van Zoest, L., Jones, G. A. & Thornton, C. A. (1994) Beliefs about mathematics teaching held by pre-service teachers involved in a first grade mentorship program. In *Mathematics Education Research Journal*, Vol. 6, No. 1 (pp. 37-55)

Von Glasersfeld, E. (1987) Learning as a constructive activity. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum

Wilcox, S. K., Schram, P., Lappan, G. & Lanier, P. (1991) The Role of a Learning Community in Changing Preservice Teachers' Knowledge and Beliefs about Mathematics Education

Bilaga 1

Tjej Kille

Markera till vilken grad du håller med om följande påståenden!

	Instämmer	Instämmer ej
1. Matematik tillhör de ämnen jag gillar mest	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Min lärare har ofta genomgångar	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. Min lärare förklarar när jag inte förstår	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4. Jag tycker att det är viktigt att lära sig matematik	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5. Jag tycker att matematik huvudsakligen finns i skolan	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6. Jag tycker matematik innebär "att räkna en massa tal"	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7. Jag uppfattar matematiken som varierande	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8. Jag tycker att matematik är vanligt i vardagen	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9. Jag tycker att matematiken i huvudsak består av regler och metoder	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10. Jag tycker att uppgifter med mycket text är roliga	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
11. Jag tycker att det borde vara mer problemlösning i matematiken	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12. Jag tycker att matematik är lätt att förstå	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
13. Jag gillar uppgifter där jag får tänka mycket	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
14. Min lärare följer matematikbokens upplägg	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
15. Min lärare godkänner olika lösningar på samma uppgift	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
16. Jag arbetar helst enskilt på matematiklektionen	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
17. Jag lägger ner mycket tid på matematiken utanför skolan	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
18. Jag brukar få hjälp med matematiken hemma	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
19. Mina målsmän engagerar sig i mitt lärande	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
20. Jag tycker att det är tråkigt med textuppgifter	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
21. Jag tror att matematik finns för att kunna användas i andra ämnen	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

22. Jag tycker att det borde vara mer grupparbete i matematiken
23. Jag arbetar helst i grupp under matematiken
24. Jag tycker att matematik är ett oviktigt ämne
25. Jag föredrar att arbeta med matematikboken
26. Jag tycker att det är bra när provuppgifter är lika dem i boken
27. Matematik tillhör de ämnen jag gillar minst
28. Jag tror att matematikens regler kan förändras
29. Jag får vara med och bestämma hur lektionen ska se ut
30. Jag får studera i min egen takt i matematik
31. Jag tycker att matematik är avkopplande
32. Min lärare brukar noga förklara vad vi ska lära oss
33. Jag tycker att det är för mycket problemlösning i matematiken
34. Min lärare anpassar matematiken efter mina intressen
35. Jag tycker att matematiken är enformig
36. Min lärare bestämmer vår fart i matematiken
37. Jag förstår inte när min lärare förklarar något för mig
38. Min lärare utgår från vad jag vet om matematik sedan tidigare
39. Jag tycker att matematik handlar om att upptäcka
40. Jag tycker att matematik handlar om att uppfinna

Övriga personliga tankar om matematik...

Tack för din medverkan!
Elias och Mikael

Bilaga 2

Påstående 1: Matematiken tillhör de ämnen jag gillar mest

Medelvärdet från detta påstående hamnade i mitten av skalan, med en lätt förskjutning åt höger. Med andra ord är det fler elever som ogillar matematik än vad det är som gillar ämnet. Anledningen till detta neutrala medelvärde beror på att majoriteten av respondenterna har svarat antingen långt mot höger eller långt mot vänster (något som går att utläsa i klusterkärnorna). Detta betyder att eleverna antingen har matematik som ett av sina favoritämnen, eller att de har de som ett av de ämnen de tycker minst om.

Påstående 2: Min lärare har ofta genomgångar

Detta påstående är ett av dem där respondenterna är som mest överens. Medelvärdet låg mellan ett och två, vilket innebär att de i hög grad instämmer med påståendet. Resultatet tycks ligga i linje med den undervisningstradition som tycks dominera i Sverige.

Påstående 3: Min lärare förklarar när jag inte förstår

Enligt respondenterna i studien förklarar läraren när eleverna inte förstår. Eleverna är överlag väldigt överens om detta.

Påstående 4: Jag tycker att det är viktigt att lära sig matematik

Utfallet från detta påstående är att de flesta anser att matematik är ett viktigt ämne att studera.

Påstående 5: Jag tycker att matematik huvudsakligen finns i skolan

Respondenterna har svarat relativt neutralt på detta påstående; de har alltså gjort sin markering i mitten av skalan. Det kan å ena sidan betyda att de anser att det finns till stor del i skolan, men även är närvarande utanför, eller å andra sidan att de inte riktigt vet eller har reflekterat över påståendet tidigare.

Påstående 6: Jag tycker matematik innebär ”att räkna en massa tal”

Majoriteten av respondenterna instämmer med detta påstående (se vidare under klusteranalysen).

Påstående 7: Jag uppfattar matematiken som varierande

Respondenterna anser i huvudsak att matematiken är ett varierande ämne.

Påstående 8: Jag tycker att matematiken är vanligt i vardagen

De flesta eleverna anser att matematiken är vanligt förekommande i vardagen, vilket är intressant med hänsyn till faktumet att de anser att matematiken i huvudsak finns i skolan.

Påstående 9: Jag tycker att matematiken i huvudsak består av regler och metoder

Majoriteten av respondenterna anser att påståendet stämmer.

Påstående 10: Jag tycker att uppgifter med mycket text är roliga

De flesta eleverna är inte speciellt förtjusta i uppgifter med mycket text; de anser därmed att detta påstående inte stämmer.

Påstående 11: Jag tycker att det borde vara mer problemlösning i matematiken

Medelvärdet för denna fråga ligger åt höger, vilket tyder på att eleverna överlag är negativt inställda till problemlösning.

Påstående 12: Jag tycker att matematik är lätt att förstå

Respondenterna tenderar att tycka att matematiken är lätt att förstå. Konfidensintervallet är dock relativt stort, vilket medför att det finns en viss osäkerhet i att dra slutsatser av elevernas ställningstagande till detta påstående.

Påstående 13: Jag gillar uppgifter där jag får tänka mycket

De flesta eleverna menar att det inte är roligt att göra uppgifter där man behöver tänka mycket.

Påstående 14: Min lärare följer matematikbokens upplägg

Den generella uppfattningen bland eleverna verkar vara att läraren följer matematikbokens upplägg.

Påstående 15: Min lärare godkänner olika lösningar på samma uppgift

Respondenterna är till stor del överens om att deras lärare accepterar olika lösningar till samma uppgift.

Påstående 16: Jag arbetar helst enskilt under matematiklektionen

Svaren från respondenterna är sammantaget relativt neutralt. Det finns dock en viss förskjutning åt vänster, vilket betyder att de föredrar att arbeta enskilt.

Påstående 17: Jag lägger ner mycket tid på matematiken utanför skolan

Majoriteten av respondenterna lägger inte ner speciellt mycket tid på matematiken utöver tiden i skolan.

Påstående 18: Jag brukar få hjälp med matematiken hemma

Av de som svarat på enkäten får de flesta hjälp hemifrån vid behov. En del menar att de kan få hjälp hemma, men inte behöver det.

Påstående 19: Mina målsmän är engagerade i mitt lärande

Respondenternas målsmän är generellt sett mycket engagerade.

Påstående 20: Jag tycker det är tråkigt med textuppgifter

I enlighet med påstående 10 anser respondenterna att de instämmer med detta påstående. Merparten av eleverna gillar alltså inte textuppgifter.

Påstående 21: Jag tror att matematik finns för att kunna användas i andra ämnen

Eleverna verkar överlag anse att matematik finns för att kunna användas inom andra ämnen.

Påstående 22: Jag tycker att det borde vara mer grupparbete i matematiken

Det råder delade meningar om detta påstående, men sett till medelvärdet vill respondenterna ha mer grupparbete inom matematiken. Detta är intressant att notera med tanke på att de tidigare påstod att de föredrar att arbeta enskilt.

Påstående 23: Jag arbetar helst i grupp under matematiken

Sammantaget är de flesta neutrala till att arbeta i grupp under matematiken, vilket också är intressant med tanke på att många föredrar att arbeta enskilt.

Påstående 24: Jag tycker att matematik är ett oviktigt ämne
I enlighet med det fjärde påståendet anser merparten av respondenterna att matematik inte är ett oviktigt ämne.

Påstående 25: Jag föredrar att arbeta med matematikboken
Elevernas åsikt i detta påstående är mer eller mindre neutral, men det finns en viss tendens åt vänster, vilket innebär att de föredrar att arbeta med boken.

Påstående 26: Jag tycker att det är bra när provuppgifterna är lika dem i boken
Respondenterna är förhållandevis eniga om att de helst vill att provuppgifterna ska vara lika de uppgifterna som finns i boken.

Påstående 27: Matematik tillhör de ämnen jag gillar minst
Det resultat som kan urskiljas i detta påstående är en mindre förskjutning åt vänster, vilket innebär att eleverna snarare instämmer i påståendet, än att de inte håller med om det.

Påstående 28: Jag tror att matematikens regler kan förändras
Respondenterna tenderar att ge ett väldigt neutralt svar på detta påstående, vilket kan bero på flera anledningar. En av dem kan vara att eleverna inte riktigt vet vad påståendet innebär medan en annan kan vara att de menar att endast en del av reglerna kan ändras.

Påstående 29: Jag får vara med och bestämma hur lektionen ska se ut
Eleverna anser till stor del att de inte får vara med och bestämma gällande lektionsupplägget.

Påstående 30: Jag får studera i min egen takt i matematik
Det finns tendenser åt att eleverna inte får arbeta i sin egen takt, men i regel är inställningen neutral till detta påstående.

Påstående 31: Jag tycker att matematik är avkopplande
Det generella intrycket från detta påstående är att matematik definitivt inte anses vara avkopplande.

Påstående 32: Min lärare brukar noga förklara vad vi ska lära oss
Den allmänna uppfattningen bland respondenterna är att läraren förklarar vad eleverna ska lära sig.

Påstående 33: Jag tycker att det är för mycket problemlösning i matematiken
De flesta är relativt neutralt inställda till detta påstående.

Påstående 34: Min lärare anpassar matematiken efter mina intressen
Respondenterna ger intryck av att läraren inte anpassar undervisningen efter deras intressen.

Påstående 35: Jag tycker att matematiken är enformig
De tillfrågade har gett ett förhållandevis neutralt svar, men det finns tendenser som pekar på att eleverna anser att matematiken inte är enformig.

Påstående 36: Min lärare bestämmer vår fart i matematiken
Slutsatsen som dras från detta påstående är att respondenternas anser att det är läraren som avgör arbetstempot.

Påstående 37: Jag förstår inte när min lärare förklarar något för mig
De flesta menar att de förstår läraren när denne förklarar.

Påstående 38: Min lärare utgår från vad jag vet om matematik sedan tidigare
Respondenterna ger intryck av att läraren inte anpassar undervisningen efter deras tidigare erfarenheter och kunskap.

Påstående 39: Jag tycker att matematik handlar om att upptäcka
I detta påstående har de flesta eleverna svarat relativt neutralt. Det finns dock en viss förskjutning åt höger, vilket innebär att de menar att man inte upptäcker matematik.

Påstående 40: Jag tycker att matematik handlar om att uppfinna
På samma sätt som i det föregående påstående är medelvärdet förhållandevis neutralt, med en viss förskjutning mot att eleverna inte instämmer med påståendet.

Bilaga 3

De tankar som kommer fram är överlag väldigt skiftande. Många lyfter fram vad de tycker om matematik, där den övervägande andelen utgörs av negativa kommentarer likt ”det är tråkigt”. Flera poängterar att de inte hinner med, att de får stressa, och att ämnet är allt annat än avkopplande. En elev säger till exempel att ”Jag tror att matte skulle kunna vara ett bra ämne men vi får inte jobba i vår fart och vi har mycket press på oss. Proven har oftast frågor vi aldrig haft förut.” En menar att mycket tänkande är besvärande: ”Matematik kräver mycket tänkande, därför tror jag absolut inte att det är så speciellt avkopplande.” Eleverna framhäver vidare att de måste få ges tid att ta sig igenom matematikboken: ”Man måste låta elever räkna i sin takt för att kunna lära sig. Och mycket genomgångar!” Just mycket genomgångar lyfts fram av många, både som något som är vanligt och som bör vara vanligt. En elev skriver till exempel ”Tänk SERIÖST på att när du blir lärare förklara jättemycket och gå igenom allt! Det är den bästa hjälpen de kan få! Eleverna alltså!”

Bristen på varierande undervisning är något som flera elever är kritiska till. En av respondenterna skriver exempelvis ”Jag tycker det är roligare när man inte jobbar i boken utan får lite mer fria händer som att göra ett projekt”, medan en annan säger att ”Jag tycker det är jättesvårt. Och att vi skulle göra andra saker än att räkna i boken bara. Vill göra andra saker på mattelektionerna.” Även kommentarer som ”Det borde vara mer i grupp o.s.v. men vad ska jag göra?” vittnar om elevernas känsla av hopplöshet, vilket givetvis är inte är positivt. De flesta eleverna ser nyttan med matematiken, även om intresset till ämnet är varierande. ”Jag gillar inte matematik men den är nödvändig” samt ”Grundläggande matematik är bra att kunna [...] men andra delar förstår jag inte varför jag ska kunna det.” är kommentarer som bekräftar detta resonemang.

I det senare exemplet eftersöker eleven mer förklaringar om varför de ska lära sig ett specifikt område. Just förståelse är något som lyfts fram av flera elever. ”Matte kan vara riktigt tråkigt när man inte förstår, annar(s) är det kul när det är lätt.”, ”Jättebra lektioner, matematik inte så svårt, bara att man förstår och älska det!” samt ”Kul ämne men svårt om man inte kan det.” är exempel på kommentarer som exemplifierar denna strävan. Ur de senare kommentarerna skymtas vissa positiva tankar om matematik, och självklart finns det även sådana. En elev förklarar att ”Jag gillar algebra och ekvationer. Det är lite som att leka detektiv!”, medan en annan visar sin kärlek till matematiken genom att skriva: ”MATTE ÄR TYP DET BÄSTA ÄMNET!!!!”, vilket givetvis är upplyftande att läsa. Flertalet elever menar vidare att det varierar från dag till dag, både vad gäller inställning till ämnet och hur man föredrar att jobba på en lektion. Typiska belief systems går inte att urskilja i många kommentarer. Dock finns det ett svar som sticker ut: ”Skrota alla problemlösningar”, en kommentar som tydligt vittnar om vilket belief system som åtminstone inte utmärker denna elev.