



**GÖTEBORGS UNIVERSITET**

# Att lära ut matematik

En fallstudie

Pernilla Strand

LAU370

Handledare: Karin Gustafsson

Examinator: Agneta Simeonsdotter Svensson

Rapportnummer: VT11-2920-013



# GÖTEBORGS UNIVERSITET

Abstract

## **Examensarbete inom lärarutbildningen**

**Titel:** Att lära ut matematik – en fallstudie

**Författare:** Pernilla Strand

**Termin och år:** VT 2011

**Kursansvarig institution:** Sociologiska institutionen

**Handledare:** Karin Gustafsson

**Examinator:** Agneta Simeonsdotter Svensson

**Rapportnummer:** VT11-2920-013

**Nyckelord:** matematik, undervisning, variation

**Sammanfattning:** Syftet med min studie är att synliggöra för mig själv samt blivande- och verksamma lärare hur lärarens val av undervisningsmetod påverkar elevernas upplevelse av matematikundervisningen. För att se hur undervisningen går till genomfördes en fallstudie där jag undersökt de processer kring hur läraren faktiskt gör och hur eleverna förstår undervisningen.

Valet att göra en triangulering med intervjuer och observation stärker fallstudien eftersom den belyser processen från tre olika håll. Genom att använda en andra lärarintervju tar jag stöd i den samtida forskningen kring lärande, läraren arbetar med Learning study.

Det har visat sig genom studien att en lärare behöver kunna variera sin undervisningsmetod för att eleverna ska skapa ökad förståelse. Läraren behöver även vara tydlig med målet för undervisningen för att skapa förutsättning för lärande. Lärarna i studien är båda överens om att det inte går att arbeta efter ett läromedel om eleverna ska lära. Genom att använda olika former av utvärdering får läraren reda på elevernas förförståelse inför ett nytt arbetsområde. Bedömning sker både formativt och summativt beroende på vad bedömningen ska användas till.

Relevans för läraryrket är att, för mig som blivande lärare och för verksamma lärare, känna till att undervisningen i matematik borde utgå från elevernas förförståelse och förkunskaper. Läraren behöver vara tydlig med vad som ska läras för att eleverna ska finna mening i undervisningen. Ett varierat arbetssätt gör att alla eleverna får möjlighet att lära matematik.

## Förord

Undervisning i matematik är komplext. Det ställer stora krav på ett varierat arbetssätt, men där lärarens engagemang och intresse kan ge alla elever förutsättning att lyckas i matematik.

En liten hög med grus + en liten hög med grus = en stor hög med grus.

Jag vill ge ett stort tack till...

- ... elever och lärare som deltagit i studien.
- ... min handledare Karin Gustafsson för allt stöd under skrivprocessen.
- ... Maria Ström för hjälp med korrekturläsning och att du ställt upp som bollplank.
- ... min sambo Lars, mina barn Annie och Albin för att ni peppat mig när det behövts.
- ... och sist men inte minst Kerstin och Roger Strandh för ert ovärderliga stöd.

Tusen Tack!

Göteborg, maj 2011

*Pernilla Strand*

# Innehållsförteckning

## Förord

## Figurförteckning

<b>1. Inledning .....</b>	<b>1</b>
<b>2. Syfte, frågeställningar och avgränsningar .....</b>	<b>2</b>
2.1 Syfte .....	2
2.2 Frågeställningar.....	2
2.3 Avgränsningar .....	2
<b>3. Forskningsbakgrund.....</b>	<b>3</b>
<b>3.1 Teoretisk anknytning .....</b>	<b>3</b>
3.1.1 Konstruktivism.....	3
3.1.2 Sociokulturell teori .....	3
3.1.3 Fenomenografi .....	4
3.1.4 Learning study.....	5
<b>3.2 Undervisningens betydelse.....</b>	<b>6</b>
<b>3.3 Undervisning.....</b>	<b>7</b>
3.3.1 Taluppfattning .....	8
3.3.2 Problemlösning .....	8
3.3.3 Läromedelsanvändning .....	9
<b>3.4 Utvärdering.....</b>	<b>9</b>
3.4.1 Undervisningen .....	10
3.4.2 Elevers lärande.....	10
<b>3.5 Bedömning .....</b>	<b>11</b>
3.5.1 Formativ bedömning .....	11
3.5.2 Summativ bedömning .....	11
<b>4. Metod.....</b>	<b>12</b>
<b>4.1 Val av metod .....</b>	<b>12</b>
<b>4.2 Urval .....</b>	<b>12</b>
<b>4.3 Tillvägagångssätt .....</b>	<b>13</b>
4.3.1 Intervjuer .....	13
4.3.2 Observationer .....	13
4.3.3 Litteratur .....	13
<b>4.4 Forskningsetiska principer .....</b>	<b>13</b>
<b>4.5 Reliabilitet, validitet och generaliserbarhet .....</b>	<b>14</b>
4.5.1 Reliabilitet .....	14
4.5.2 Validitet .....	14
4.5.3 Generaliserbarhet .....	14
<b>4.6 Design .....</b>	<b>14</b>
<b>5. Resultatredovisning.....</b>	<b>15</b>
<b>5.1 Observation av undervisningen .....</b>	<b>15</b>
5.1.1 Miljön för undervisningen .....	15
5.1.2 Matematiklektionen .....	15
<b>5.2 Intervjuer med elever.....</b>	<b>16</b>

5.2.1 Elevernas tankar om matematik .....	16
5.2.2 Matematiklektionen .....	18
<b>5.3 Intervju med lärare .....</b>	<b>19</b>
5.3.1 Matematikundervisning .....	19
5.3.2 Lärarens tanke med matematiklektionen.....	21
<b>6. Analys .....</b>	<b>22</b>
6.1 Vilken syn har lärare på vad som är grundläggande matematikkunskap?.....	22
6.2 Anser lärare att valet av arbetsmetod har betydelse för elevers matematiklärande? .....	22
6.2.1 Lärarnas tankar.....	22
6.2.2 Den observerade lektionen – vad läraren säger och hur läraren gör?.....	23
6.2.3 Elevernas förståelse – lär eleverna det som är tänkt de ska lära?.....	24
6.3 Vilken syn har eleverna på matematik som skolämne? .....	25
6.4 Hur utvärderar läraren undervisningen och elevernas lärande? .....	25
6.4.1 Vad betyder formativ och summativ bedömning för lärarna .....	25
6.4.2 Utvärdering .....	26
<b>7. Diskussion .....</b>	<b>27</b>
7.1 Metoddiskussion .....	27
7.2 Slutdiskussion .....	27
7.3 Förslag till fortsatt forskning .....	29
<b>Referenslista.....</b>	<b>30</b>
<b>Bilaga 1 .....</b>	<b>33</b>
<b>Bilaga 2 .....</b>	<b>34</b>
<b>Bilaga 3.....</b>	<b>35</b>

## Figurförteckning

Figur 1 Didaktisk triangel .....	1
Figur 2 Didaktisk triangel Learning study .....	1

# 1. Inledning

Under min utbildning har jag funderat över hur lärare arbetar med matematik i skolan för att alla elever ska nå målen. Vi har en skola för alla, där alla elever som är inskrivna i grundskolan är berättigade till den undervisning eleven behöver för att nå målen. Jag anser att som blivande lärare behöver jag känna till hur elever kan tänka om matematikundervisningen för att ge eleverna en varierad undervisning. Det är lärarens uppdrag enligt Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011 (LGR11) och i målen står det:

Mål

Skolan ska ansvara för att varje elev efter genomgången grundskola

/.../

- kan använda sig av matematiskt tänkande för vidare studier och i vardagslivet (Skolverket 2011a).

Vad läraren erbjuder eleverna att lära sig är en av grundtankarna i Learning study enligt Runesson (2004). Ska inte det vara en av grundtankarna i all undervisning i dagens skola? Det handlar om att skapa ett samarbete mellan verksamma lärare där de tillsammans ser på lärandesituationen i klassrummet vilket genererar i ett gemensamt arbete kring elevernas lärande.

En Learning study kan sammanfattas i följande fem punkter:

- Målet är att förbättra elevernas lärande
- Fokus på de förmågor, det kunnande som eleverna skall utveckla
- Lagarbete
- Pedagogisk utveckling direkt i klassrummet
- Den är teoretiskt grundad. Det innebär att ett specifikt teoretiskt perspektiv på lärande, vissa teoretiska begrepp osv. används som redskap för att skapa möjligheter för eleverna att utveckla de önskade förmågorna (Learning study Göteborgs universitet)

Lärare i de tidigare åren måste kunna ge alla elever de verktyg som behövs för en god grund inför det fortsatta matematiklärandet. Genom att arbeta på ett varierat arbetssätt ger lärare alla elever möjlighet till individuell förståelse. Fokus måste ligga på den enskilda individens lärande i den tidiga matematikundervisningen. I Kursplanen i matematik i grundskolan (Lgr 11) går det att läsa följande:

Matematisk verksamhet är till sin art en kreativ, reflekterande och problemlösande aktivitet som är nära kopplad till den samhällsliga, sociala och tekniska utvecklingen. Kunskaper i matematik ger människor förutsättningar att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer och ökar möjligheterna att delta i samhällets beslutsprocesser (Skolverket 2011b).

Undersökningen har genomförts som en fallstudie för att kunna belysa betydelsen av att lärarens val av undervisningsmetod påverkar elevernas upplevelse av matematikundervisningen. Det tydliggörs genom en triangulering med observation, elevintervju samt lärarintervju. För att kunna stärka studiens resultat har ytterligare en lärarintervju genomförts, det är med en lärare som aktivt arbetar med Learning study. Eftersom det är lärandet som är i fokus kändes det viktigt att använda sig av samtida forskning om lärande som Learning study är.

## **2. Syfte, frågeställningar och avgränsningar**

### **2.1 Syfte**

Syftet med denna studie är att undersöka om lärarens val av undervisningsmetod påverkar elevernas upplevelse av matematikundervisningen.

### **2.2 Frågeställningar**

De frågeställningar jag valt att fokusera på är

- Vilken syn har lärare på vad som är grundläggande matematikkunskap?
- Anser lärare att valet av arbetsmetod har betydelse för elevers matematikinlärning?
- Vilken syn har eleverna på matematik som skolämne?
- Hur utvärderar läraren undervisningen och elevernas lärande?

### **2.3 Avgränsningar**

I undersökningen har jag valt att göra en fallstudie på en skola för att belysa undervisningens dilemma och försöka ge en inblick i en lärares komplexa arbete med att lära elever matematik. Valet av att möta elever i årskurs fem beror på elevernas förmåga att reflektera över sin lärandesituation. Min förhoppning i det inledande arbete med studien var att använda två skolklasser varav en där läraren arbetar med Learning study. Det blev ogenomförbart då de skolor jag kontaktat stod inför omorganisation eller inte hade någon möjlighet att ta emot besökare med anledning av det rådande klassrumsklimatet. Därmed valde jag att komplettera fallstudien med en lärarintervju. Det gjorde jag för att kunna sätta lärarens tankar om undervisning i perspektiv till en lärare som sedan flera år aktivt arbetar med Learning study.

## 3. Forskningsbakgrund

### 3.1 Teoretisk anknytning

Hur ställer sig olika teorier till att hjälpa alla elever att nå målen i skolan? Konstruktivismen, sociokulturell teori och fenomenografin har alla olika sätt att se på elevers lärande. Lärare som är aktiva i dagens skola har de flesta läst om olika teorier under sin utbildning. Det är grundläggande att förstå hur eleverna lär för att kunna skapa de bästa förutsättningarna för en bra undervisning.

#### 3.1.1 Konstruktivism

Konstruktivismen (Bach 2001) handlar om att lärande är en aktiv process och eleven är skapare av sitt eget lärande. Det var biologen, psykologen och filosofen Jean Piaget (1896-1980) som genom sitt intresse för människans intellekt kom fram till hur människor skapar kunskap. Läraren måste vara medveten om den enskilde individen skapar kunskap för att kunna utmana elevernas tankar, lärandet är individuellt.

Säljö (2000) skriver att enligt Piaget använder människan två olika processer för att kunna utvecklas. Den första är *assimilation* vilket innebär att vi tolkar den information vi tidigare har uppmärksammat om hur omvärlden fungerar och ordnad. Det är inga överraskningar utan bara bekräftelser över människans teorier. Den andra är *ackommodation* vilket i sin tur menas att erfarenheterna inte stämmer med det förväntade, människan förändrar hela sitt sätt att se på verkligheten. Läraren utmanar eleverna genom att göra något som strider mot det de redan vet och genom det kan eleverna förändra sin föreställningsvärld.

Kunskap uppkommer (Säljö 2000) genom att elever själva får hantera olika objekt och utforska samband mellan dem. Genom att elevernas tankeförmåga blir säkrare kommer utvecklingen gå mot en högre grad av abstraktion. Det är också här när eleven nått en hög abstraktionsförmåga som den kan använda det för att förstå verkligheten genom rationella och matematiska mönster. Piaget menade att kunskapen är konstruerad genom tankestrukturer. När en elev förändrar sina sätt att tänka och kan använda sig av den nya tankebanan kan eleven lära sig abstrakta tankegångar. Det kallas enligt Ahlberg (1995) *reversibla transformationer* vilket uppnås av elever kring sju års ålder, och det är först då elever kan lära sig matematiska resonemang.

Ahlberg (2001) är kritisk mot Piagets tankar om *reflektivt tänkande* och *abstraktion* som betyder att eleven under en längre tid möter olika material och tränar på att räkna enheter vilket sker i olika situationer, och det leder till att eleven lär sig matematiskt tänkande. Författaren menar att *sinnliga* och *simultana erfandet av tal* ger eleverna en varierad grundläggande förståelse och utvecklar det matematiska tänkandet och sin uppfattning av talets betydelse.

#### 3.1.2 Sociokulturell teori

Den forskare som finns bakom sociokulturell teori (Säljö 2000) är Lev Vygotskij (1896-1934). Säljö (2000) menade att enligt Vygotskij är det omöjligt att skilja på elevers uppväxtmiljö, utveckling och lärande. Alla elever har olika förkunskaper beroende på vad för



social miljö de kommer ifrån och lärandet sker i. Elever lär i interaktion med andra och tillsammans med mer kunniga personer.

Matematikens abstrakta karaktär kan vara svår att angripa självständigt, Säljö (2000) skriver att sociokulturellt perspektiv handlar om hur människan använder sig av olika samverkande företeelser såsom olika verktyg för att samordna tankeförmågan samt kommunikation mellan människor. Genom att praktiskt förstå det abstrakta kan människan använda den uppnådda kunskapen i vardagslivet. Vilket även Resnick (1987) skriver att läraren kan använda sig av elevernas vardagstänkande i undervisningen av matematik för att göra det abstrakta mer lättbegripligt, även använda sig av verkliga situationer i andra ämnen där det behövs matematiskproblemlösning.

Säljö (2000) menar enligt ett sociokulturellt synsätt att arbete med läroböcker som har ett tillrättalagt abstrakt innehåll är utformade kring att lärande är lika för alla. Men för eleverna kan den specifika formen av kommunikation som läroböckerna tillhandahåller, göra att eleverna visar svårigheter att tillgodogöra sig innehållet i undervisningen.

### **3.1.3 Fenomenografi**

Fenomenografin eller variationsteorin, som den också kallas, skapades under 1970-talet av Ference Marton med medarbetare vid Göteborgs universitet. Marton och Booth (2000) skriver att en grundläggande tanke är att alla människor är olika och därför upplever de på olika sätt vilket innebär att lärande måste utgå från frågorna vad, hur och varför. Det finns bara en värld, lärandet är den förändring som sker i mötet mellan eleven och världen, det hör ihop. Eleven lär tillsammans med klasskamrater samt läraren och de utgör grunden för att lärande i matematik kan bli möjligt (Wernberg 2009).

Runesson (1999) beskriver fenomenografi som att människan ändrar sitt sätt att förstå fenomen, att det även finns ett förhållande mellan objekt och subjekt. Därmed menar författaren (Runesson 1999) inte att lärandet är individuellt utan att det är kollektivt, eftersom det finns flera elever som har samma uppfattning om lärande. Inom matematiken ger det eleverna möjlighet att arbeta tillsammans för att öka förståelsen för vad de ska lära. Fenomenografi (Ahlberg 1995, Claesson 2002) handlar om att fenomenen, eller sättet som människor upplever omvärlden, är begränsat till antalet. Det gör att läraren kan planera sitt arbete kring hur de olika grupperingarna av elever erfar sig undervisningen i bland annat matematik, vilket betyder att använda sig av ett varierat arbetssätt. Nästa steg blir sedan att synliggöra de olika uppfattningarna. Visar läraren på de likheter och olikheter som finns i hur människan uppfattar ett fenomen, blir det möjligt för eleverna att vidga sin förståelse och ta andras perspektiv, vilket leder till fördjupad förståelse i matematiken. Marton och Booth skriver

för att förstå hur människor *hanterar* problem, situationer eller världen, så måste vi förstå hur de *erfar* problemen, situationerna eller världen, som de hanterar eller agerar i förhållande till.

(2000 s.146)

Runesson (1999) skriver att *erfara något* betyder att eleven kan upptäcka delarna av vad de ska lära. Det innebär att eleven har skapat förståelse för att en helhet består av flera delar. Delarna har en viktig funktion, för i ett förhållande med varandra kan de bli en helhet igen. Ett exempel kan vara att eleven upplever ett matematisktproblem på ett visst sätt första gången, för att nästa gång uppleva det på fler sätt. Eleven har förändrat sättet den upplever det matematiska problemet på, har alltså funnit en variation i sina tankebanor. Författaren

(Runesson 1999) skriver även att det är viktigt som lärare att förstå vad som ska undervisas om, vad som erbjuds till eleverna och inte bara hur läraren gör.

I denna studie kommer forskningsansatsen styras av en variationsteoretisk/fenomenografisk tankegång för att belysa matematikens behov av variation. I diskussionen klargörs däremot att lärarna i studien använder sig av alla de presenterade teorierna för elevernas lärande i matematik.

### **3.1.4 Learning study**

En forskningsmetod med fenomenografin som grund och som har tagit stora kliv framåt är Learning study. Learning study har utarbetats ur det japanska Lesson study. Holmqvist (Skolverket 2010) förklarar att den japanska Lesson study är en sorts fortbildning för att hjälpa läraren att förbättra sitt arbete. Wernberg (2009) skriver att en lärare i Japan aldrig anses som färdigutbildad trots genomförd utbildning och den vanligaste formen av kompetensutveckling är just Lesson study.

Learning study eller lärandets pedagogik (Runesson 2004) är ett forskningsprojekt mellan Göteborgs universitet, Högskolan i Kristianstad och Luleå tekniska universitet. Startpunkten är lärande och dess teorier. Arbetet byggs upp efter fem faser där läraren först finner ett objekt för undervisningen, till exempel eleverna ska lära sig negativa tal. Eleverna får utföra ett förtest för att visa vad de redan kan och befinner sig kunskapsmässigt samt ge läraren chans att uppmärksamma de kritiska aspekterna i arbetet. Nästa steg är vad eleverna måste förstå för att klara av arbetet och utifrån det planerar lärarna lektionen. Nu är det dags att genomföra den planerade lektionen som även filmas och eleverna ger respons genom intervju eller test. Den sista fasen handlar om att läraren reviderar arbetet och frågar sig om undervisningen gav eleverna möjlighet att nå lektionens tänkta mål eller om undervisningen utelämnat betydelsefulla kritiska aspekter.

Att arbeta med förståelse i matematik genom Learning study innebär enligt Kullberg:

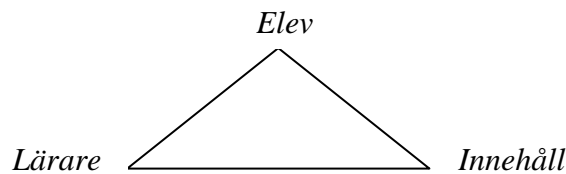
The main goal of a learning study is to enhance student learning and, furthermore, explore what it takes to learn something particular but in a generalizable sense as well. The teachers explore their teaching to identify what can be critical features for their students' learning. The notion of critical features is used to describe features with regard to the content and students' understanding of what is taught, what it is necessary to be aware of to be able to experience what is to be learned in a certain way. (Kullberg 2010 s. 18)

Wernberg (2009) skriver att lärarens professionalism ökar vid ett Learning study arbete eftersom läraren ser till elevernas utveckling och kunskaper inom ett visst område. Det läggs stor vikt vid planeringen av ett lärande objekt. Läraren blir bättre på att undervisa så att eleverna förstår innehållet på ett djupare plan och ges förutsättningar att skapa ett kritiskt förhållningssätt till sin undervisning.

Runesson (2010) förklarar under en konferens om Learning study på Göteborgs universitet 2010 att ett Learning study projekt innebär ett långtidsarbete som kan ta flera år att utveckla på en skola. En av grundtankarna är att undervisning medför skillnad i lärandet. Genom att veta hur eleverna förstår och att inte bara fokusera på rätt och fel gör att lärandet kan bli mer givande. Det gäller att finna en helhetsrelation där delarna är lika viktiga som helheten. En kritisk aspekt av det arbetet är att läraren måste variera källorna, använda sig av olika exempel, veta vad det innebär att kunna något och vad är det eleven kan då samt vad som kan

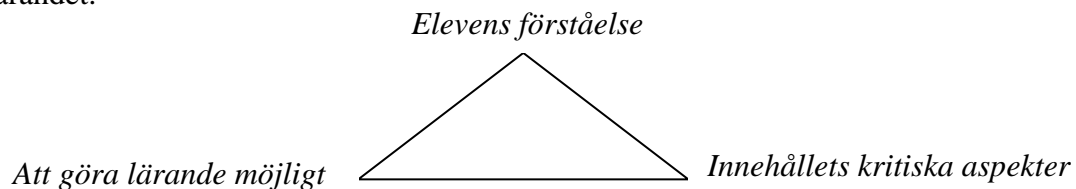
vara svårt. Det gäller att avgränsa lärandeobjektet och ibland behöver läraren använda komplicerade begrepp för att skapa förståelse för kärnan.

Hur läraren i undervisningssituationen synliggör innehållet för eleverna tydliggörs genom att belysa relationen mellan de tre delarna som gör lärande möjligt. Den didaktiska triangeln (se figur 1) visar enligt Runesson (2010) förhållandet mellan elev, lärare och innehåll i undervisningen.



Figur 1. Didaktisk triangel som visar relationer i undervisning (Runesson 2010).

Runesson (2010) menar att om läraren ser på den didaktiska triangeln (se Figur 2) med fokus på lärandet:



Figur 2. Didaktisk triangel ur ett Learning study perspektiv (Runesson 2010).

Det leder till att läraren fokuserar på vilka förutsättningar som finns och vad som kan vara svårt att lära. Elevernas interaktion, delaktighet och samspel blir viktigt för lärandet. Det nås genom att ha en genomarbetad planering och genomtänkta uppgifter där det inte alltid är de rätta svaret som är det viktiga, utan den efterföljande diskussionen där eleverna tillsammans kommer fram till en lösning som är hållbar och kan användas vid andra liknande uppgifter.

## 3.2 Undervisningens betydelse

Sverige är ett av flera länder som deltar i en internationell studie med elever i årskurs fyra och åtta som visar elevers kunskaper i matematik och naturvetenskap *Trends in International Mathematics and Science Study*, förkortas TIMSS (Skolverket 2008). Undersökningen genomförs vart fjärde år och granskar hur skolsystemet fungerar i respektive land. Tillsammans med nationella undersökningar ger studien en bild av det *svenska undervisningssystemet*. Studien genomförs med en *nationell enkät* där de samlar in information om vilka regler och mål som finns i länderna, *skol- och lärarenkäter* hur undervisningen går till och hur organisationen ser ut och *elevenkäter och provresultat* för att kunna mäta elevernas kunskaper och förhållningssätt. Proven innehåller *öppna frågor* där eleverna ska ge egna svar och *flervalsfrågor* där eleverna ska välja ett alternativ bland flera olika svar.

I den senaste rapporten, TIMSS 2007 (Skolverket 2008), i jämförelse med övriga länder i studien framgår det att svenska elever i årskurs fyra ligger under genomsnittet i den matematiska kunskapen. Det är första året Sverige deltar med elever från årskurs fyra därmed är det omöjligt att utläsa en förändring i elevernas kunskapsutveckling, men rapporten visar att:

I matematik är svenska elever i årskurs 4 relativt bättre på att *sammanställa och tolka data*, men relativt sämre i *taluppfattning och aritmetik* liksom i *geometri*. Svenska elever är också relativt sämre i att *använda fakta och begrepp* i matematik (Skolverket 2008).

Enligt Skolverkets rapport (Skolverket 2008) ligger eleverna i årskurs åtta fortfarande under genomsnittet i ”att använda fakta och begrepp i matematiken” (Skolverket 2008). Däremot ligger de över genomsnittet i *aritmetik* och *taluppfattning*.

Något som kommit fram genom rapporten (Skolverket 2008) är att i Sverige bedrivs det färre timmar i veckan på matematikundervisning än genomsnittligt i de övriga länderna i undersökningen. Det har även visat sig att svensk matematikundervisning är mer läroboksstyrd och eleverna arbetar mer på egen hand än vad genomsnittet av de övriga länderna.

I år genomförs TIMSS 2011 (Skolverket 2011c) och resultatet av den undersökningen kommer under december 2012.

### 3.3 Undervisning

Enligt Löwing (2008 s. 34) kan undervisningen ”delas upp i tre faser: planering, undervisning och utvärdering.” Malmer och Adler (1996) delar däremot upp en bra undervisning i fyra avsnitt som handlar om:

1. Det är *lärarens ansvar att planlägga arbetet* så att det skapas bästa möjliga *miljö för lärande*. /.../
2. *Arbetsklimatet* skapas i samverkan mellan lärare och elever. Det bör präglas av hänsyn och respekt. /.../
3. *Elevernas ansvarstagande* för det egna lärandet måste successivt utökas, men *läraren* fungerar som en erfaren kunnig *studievägledare*. /.../
4. Genom återkommande *utvärdering* och diskussioner fördjupas lärarens och elevernas gemensamma ansvar för undervisningen. (Malmer & Adler 1996 s. 52-53)

En grundläggande förståelse som lärare i tidigare åldrar behöver ha med sig är att läraren lägger basen för elevernas grundkunskaper i och inställning till matematikämnet, eleverna har med sig erfarenheter redan från tidig ålder och det är viktigt att läraren integrerar den tidiga förståelsen med de nya kunskaper i matematik eleverna möter i skolan (Ahlberg 1995, Ahlberg 2001, Löwing & Kilborn 2002).

Matematik är ett ämne som oftast har förknippats med att eleverna sitter tysta i sina bänkar och räknar individuellt i sina böcker, men som Malmer och Adler (1996) skriver är det i allra högsta grad ett kommunikativt ämne. Där eleverna genom *samtal, argumentation och diskussion* utvecklar *tankeprocessen* och ökar möjligheten till ökad förståelse.

Löwing och Kilborn (2002) skriver att lärarna som är verksamma i dagens skola har väldigt olika utbildning i matematikämnet. Det leder till att lärarna sökt stöd för sin undervisning i läroplanen som genom den rådande utformningen ger läraren möjlighet att fritt tolka dess innehåll. Det gör att många lärare känner sig bundna till att arbeta efter ett läromedel och har svårt att arbeta på ett varierat arbetssätt vilket leder till att en del elever får svårt att tillgodogöra sig undervisningen. Och då förlorar eleverna viktiga grundläggande kunskaper som behövs senare i livet.

Individualisering menar Löwing (2006) är att anpassa innehållet till elevernas förmåga att lära. Läraren behöver alltså ta del av elevens förkunskaper, vilket förståelse och intresse eleven har för matematik så att läraren ska kunna ge eleven rätt utmaning. Det viktigaste för att kunna arbeta individanpassat är att läraren har klara mål med sin undervisning. Det går att läsa om i Skolverkets rapport (2003) där det står att elever vanligtvis arbetar *enskilt* det vill säga *individuellt*, vilket leder till att innehållet är likadant för alla men eleverna fått arbeta i sin egen takt. Individualisering är däremot när elevens behov och undervisningens innehåll anpassas efter individen.

Elever upplever begrepp olika därför behöver läraren enligt Löwing (2008) konkretisera begreppen genom olika arbetsformer för att ge alla elever möjlighet att förstå begreppen i teorin. Vilket leder till att eleverna får lättare att förstå helheten. Det gör även att eleverna kan lösa nya okända problem (Löwing 2006). I Skolverkets rapport står det ”För att förstå och se glädjen med den abstrakta matematiken behövs konkreta upplevelser och praktiska tillämpningar” (Skolverket 2003 s. 29).

För att underlätta undervisningen skriver Lundberg och Sterner (2009) att det gäller att lärare gör om sin undervisning från individuell tyst räkning i böcker till att undervisningen till ett kommunikativt ämne med problemlösning, samtal som är lärarledda och tydliga mål för eleverna.

### **3.3.1 Taluppfattning**

En av matematikundervisningens viktigaste del är att ge eleverna grundläggande kunskap i taluppfattning för det fortsatta lärandet i matematik. Visar eleven svårigheter vid det första talområdet 1-10 i vårt positionssystem kommer det att bli väldigt svårt att komma vidare till högre talområden och talbegrepp (Ahlberg 2001, Löwing 2008).

Barn bygger inte upp en grundläggande taluppfattning av sig själva. Det kräver en genomtänkt, långsiktig planering av läraren och rika tillfällen att praktisera kunskapen. Detta arbete bör därefter följas upp och fördjupas under hela skoltiden för att på sikt omfatta irrationella (och för en del elever även komplexa) tal. (Löwing 2008 s. 40)

Det finns vissa begrepp och perspektiv som spelar stor roll för elevers elementära *aritmetiska* färdigheter. De skriver Ahlberg (2001) och Löwing (2008) om och det är att *förstå antal – kardinalitet* eller *subitizing* som betyder att eleverna uppfattar siffran i förhållande till mängden. Två väl erkända amerikanska forskare är Gelman och Gallistel (Gelman & Gallistel 1978 i Löwing 2008) som utformat en modell för att förstå naturliga tal, det kallas i forskningssammanhang Gelman och Gallistels fem principer. De räknepripciperna skapar förståelse för tal och ger eleverna en nödvändig grund för matematiskt lärande. Ahlberg (2001) och Löwing (2008) skriver båda om *talsekvensen* eller positionssystemet och talets namn som är när eleverna kan kombinera ihop räkneordet med antal och kan använda dem i matematiken. Med *Räknestrategier* menar författarna är när eleverna finner att det finns flera olika sätt att lösa uppgifter på.

### **3.3.2 Problemlösning**

I Lgr 11 kan stå det följande under skolans uppdrag:

Skolan ska stimulera elevernas kreativitet, nyfikenhet och självförtroende samt vilja till att pröva egna idéer och lösa problem. Eleverna ska få möjlighet att ta initiativ och ansvar samt utveckla sin förmåga att arbeta såväl självständigt som tillsammans med andra (Skolverket a).

Vid arbete med problemlösning skriver Löwing och Kilborn (2002) är det betydelsefullt att som lärare veta syftet med undervisningen samt vilka mål som ska uppfyllas. Det är viktigt att lära eleverna lösa problem, att i början låta dem lösa enkla problem för att sedan övergå till mer komplicerade problem. En grundläggande tanke är att eleverna får lära sig flera olika lösningsstrategier som de kan använda enskilt eller tillsammans med andra.

Det centralaste en lärare ska tänka på i arbetet med problemlösning är att komma ifrån rätt och feltänkandet, och istället försöka ta reda på hur eleven tänker samt vilka strategier som används för att lösa problemet. Att lämna de resultatnriktade lösningarna för de processnriktade lösningarna (Ahlberg 2001, Malmer & Adler 1996).

Ahlberg (2001) skriver om att dilemman med problemlösning kan vara hur problemet är beskrivet, vilka ord som används, strukturen på problemet eller om eleverna har tillgång till olika sorters material som kan skapa gynnsammare förutsättningar för problemlösningen.

I Sverige startade Svenska kommittén för matematikutbildning (SKM) 1999 ett projekt tillsammans med Nationellt center för matematikutbildning (NCM) med stöd av Skolverket. Det är en tävling *Kängurun – matematikens hopp* (Kängurun - Matematikens hopp) för elever i problemlösning och den startades 1994 i Frankrike. Tävlingen är till för alla elever och är ett sätt att öka intresset för matematik och göra det lustfyllt att lära matematik. Den bakomliggande tanken är också att ge ett underlag för vidare arbete i matematiken och att det bara är en del av matematikundervisningen. Problemen är uppbyggda för att kunna arbetas vidare med och ska inte användas som diagnos eftersom de inte är uppbyggda efter kunskapskrav. För att problemen ska ligga på en bra nivå finns indelningarna i

*Milou* för förskoleklass till åk 2 *Ecolier* för åk 3 – 4 *Benjamin* åk 5 – 7 *Cadet* åk 8 - 9, gymnasiets kurs A *Junior* gymnasiets kurs B och C *Student* gymnasiets kurs D och E.  
(Kängurun - Matematikens hopp)

Tävlingen genomförs varje år tredje torsdagen i mars.

### **3.3.3 Läromedelsanvändning**

När en lärare väljer att arbeta utifrån ett läromedel menar Löwing och Kilborn (2002) att det kan fungera bra att utgå ifrån ett läromedel, men läraren behöver vara kritisk till läromedlet och inte bara använda det som enda metod. Eftersom eleverna behöver få chans att lära matematik och det sker inte automatiskt genom uppgifterna i boken.

Ahlberg (1995) skriver att barns första upplevelse med skolans matematik kan vara att lösa uppgifter i boken. Vilket kan leda till att eleverna redan från början känner hets över att matematik i skolan är att lösa så många uppgifter det går på så kort tid som möjligt.

Det står i Skolverkets rapport (2003) att för att kunna välja lämpliga läromedel måste läraren kunna tolka skolans mål så att lärarens kan se att läromedlet följer målen och elevernas behov. ”Granskningen visar att ett ensidigt, enskilt arbete i läroboken bidrar till en alltför monoton och variationsfattig undervisning” (Skolverket 2003 s. 41).

## **3.4 Utvärdering**

Allt lärare gör handlar egentligen om de tre frågorna vad, hur och varför.

### 3.4.1 Undervisningen

För att kunna utvärdera undervisningen måste det finnas tydliga mål uppsatta. Malmer och Adler skriver att läraren redan i planeringsstadiet behöver ställa sig följande frågor:

- Vilka MÅL vill jag uppnå?
- Vilka MOMENT anser jag skall bli föremål för undervisningen?
- Vilka INLÄRNINGSBETINGELSER har jag att ta hänsyn till?
- Vilket ARBETSSÄTT och vilka ARBETSFORMER väljer jag?

(Malmer & Adler 1996 s. 56)

Enligt Löwing och Kilborn (2002) kan läraren genom att utföra kunskapsdiagnoser bland elever se hur undervisningen har varit. Det är då viktigt att som lärare veta var eleverna kunskapsmässigt befinner sig och att målet med diagnosen är att se hur väl eleverna utvecklar förståelse om undervisningen.

### 3.4.2 Elevers lärande

Kunskapsdiagnos ses idag utav många lärare som något negativt menar Löwing och Kilborn (2002). Författarna förklarar att för att kunna ge eleverna en bra undervisning måste det finnas en kartläggning så läraren kan ge eleven rätt utmaningar och stöd för en fördjupad förståelse. Ett sätt att använda sig av diagnos kan vara för att se vad eleverna vet om ett nytt arbetsområde, vilka förkunskaper som finns och genom det kunna bygga upp undervisningen så att alla elever får en så bra grundkunskap som möjligt. En annan anledning till att diagnoser är negativt laddade enligt författarna är att lärarna tycker att det krävs mycket arbete med diagnoser. Något som är viktigt att tänka på är att en diagnos inte behöver vara så omfattande. Det kan vara några uppgifter som visar om eleven förstått det de arbetar med för tillfället. Eller att läraren innan lektionen bestämmer sig för någon av elevernas arbetsuppgifter varpå läraren under lektionens gång går runt bland eleverna och ser hur de löst uppgiften.

För att kunna följa upp elevers kunskapsutveckling menar Löwing (2008) att lärare måste veta vad målen med undervisningen är för att kunna bedöma om eleverna har nått målen. Ett underlag för det kan vara att stegvis använda sig av diagnoser. Författaren skriver:

En kunskapsdiagnos kan vara formell eller informell och den kan vara muntlig eller skriftlig. Huvudsaken är att den har hög kvalitet, vilket innebär att:

- Den ska ta sin utgångspunkt i målen i den nationella kursplanen.
- Den ska ingå i en långsiktig kunskapsutveckling så att varje elev kan ges kontinuitet i undervisningen.
- Uppgifternas typ och antal måste väljas på ett sådant sätt att man får ett tillförlitligt resultat av diagnosen.
- Den ska ge så klara besked att man som lärare vet hur man ska kunna följa upp iakttagna svårigheter. (Löwing 2008 s. 35)

När läraren använder diagnos som ett skriftligt test visar det enbart om eleverna har kunskapsluckor enligt Löwing och Kilborn (2002). Det är svårt att få veta hur eleverna tänkt för att komma fram till svaret. Att hitta var problemet i tankestrukturen ligger och då kan det vara viktigt att kombinera ett skriftligt test med intervjuer. De elever som genom diagnosen når de uppsatta målen för undervisningen behöver inte intervjuas medan de elever som visar på brister i någon eller några uppgifter kan behöva berätta hur de tänkt för att läraren ska kunna synliggöra tankefel, även små, som kan ge eleven stora problem i det fortsatta lärandet i matematik. I arbetet med skriftliga test måste lärare veta att det finns de elever som blir oroliga av själva testsituationen. Det kan i sådana lägen vara bra att ge de elever stöttning

samt låta de samtala om uppgifterna med läraren efteråt för att fylla i det som har missats på grund av att det uppstått en stressituation. Ju tidigare läraren kan finna kunskapsluckor eller tankeluckor desto större är chansen att eleven kommer att lyckas och därmed inte få problem att nå de uppsatta målen i matematik.

## 3.5 Bedömning

### 3.5.1 *Formativ bedömning*

Med formativ bedömning menar Holmgren (2010) att läraren ser framåt och vill utveckla det eleverna kan eller ska lära sig mer om. Det finns tre delar som måste klargöras för eleven och det är målet med arbetet, var eleven befinner sig och vad eleven behöver göra för att minska avståndet till målet.

I ett projekt i södra England som heter King's Medway Oxfordshire Formative Assessment Project förkortas KMOFAP (Black, Harrison, Lee, Marshall & William 2003) har författarna kommit fram till att det finns fyra viktiga delar för undervisningen. Det är *questioning* genom att ställa öppna frågor synliggör läraren hur eleverna tänker och kan anpassa undervisningen kring elevernas förståelse, för att få ett bra klassrumssamtal är det viktigt att ge alla elever tid att tänka igenom frågan och inte skynda fram ett svar. Det kan underlätta om läraren låter eleverna diskutera två och två i några minuter för att göra alla elever mer involverade i diskussionen. Att ge *feedback through grading* innebär att eleven lär sig vad ett arbete med bra kvalitet är genom att läraren visar hur arbetet kan utvecklas för att bli bättre. *Peer assessment and self-assessment* är att elever ger respons på varandras arbeten och det leder till att elever lär sig vad som är ett kvalitativt arbete. Den sista delen är *the formative use of summative tests* formativ är ett sätt att visa för eleverna hur lärare bedömer, det ger eleverna möjlighet att förstå sin kvalitativa utveckling.

### 3.5.2 *Summativ bedömning*

Summativ bedömning (Klapp Lekholm 2010) handlar om att läraren sammanfattar elevens resultat i slutet av till exempel en termin. Lärarens bedömning påverkas av olika aspekter såsom vad läraren har för utbildning i ämnet som ska bedömas, lärarens förväntningar på vad eleverna ska lära sig. Lärarens grundläggande förhållningssätt till elevens lärande och undervisningen. För att kunna bedöma lägger läraren vikt vid elevens kunskaper, styrkor och karaktärsdrag. Det finns vissa delar som läraren kan ha svårt att påverka och det kan vara indirekta faktorer som till exempel föräldrainflytande eller beslut fattade av skollädaingen. Andra delar som kan påverka bedömningen kan vara klassrumsförhållanden och elevernas varierande bakgrund och attityder till undervisningen.



## 4. Metod

### 4.1 Val av metod

För att kunna komma fram till de svar som söks i frågeställningen blev det naturligt att välja en kvalitativ fallstudie (Stukát 2005) som metod och genomföra en triangulering (Stukát 2005) med elev- och lärarintervjuer samt observationen för att kunna se en process. Triangulering betyder att studien belyses från tre olika håll för att synliggöra ett händelseförlopp (Stukát 2005). Det syfte och frågeställningar som styr studien har gjort att valet av triangulering ger ett starkare underlag för fallstudien för att det är undervisningsprocessen som belyses. Genom en enkät hade det varit svårt att ställa de öppna frågor som jag ville få svar på eftersom svarsalternativen är begränsade i en enkät. Genom att komplettera underökningen med en lärarintervju som aktivt arbetar med Learning study knyter studien an till samtida aktuell forskning och ger underlag för analys av lärarens undervisning. Eftersom den sistnämnda läraren endast blev intervjuad behövde läraren inte svara på fråga elva som handlade om vad var målet med den lektion jag observerat var och vilken förståelse läraren ville utveckla genom undervisningen.

Att enbart använda sig av intervjuer kan vara svårt då jag endast får del av vad läraren säger och vill berätta om sin undervisning vilket inte behöver stämma med verkligheten. Därför valde jag att komplettera med observation. Att kombinera intervju och observation gör det möjligt att bli mer objektiv i sin studie.

I så kallade naturalistiska undersökningar kombineras observationer vanligen med ett eller flera andra tillvägagångssätt som intervjuer, fotografering och videoinspelning.

(Esaiasson, Gilljam, Oscarsson & Wängnerud 2007 s. 344)

### 4.2 Urval

Valet av kvalitativ fallstudie grundar sig i studiens syfte och frågeställningar. Det var viktigt för studien att undersöka hur informanterna tänker och upplever matematikundervisningen.

En kvalitativ analys av halvstrukturerade intervjuer (djupintervjuer) är ett mödosamt arbete. Både transkriberingen och de upprepade genomläsningarna av materialet inklusive jämförelser av intervjuer är oerhört tidskrävande. Har man alltför många intervjuer riskerar analysen att bli ytlig, framför allt av tidsbrist, vilket undergräver hela idén med arbetet. (Stukát 2005 s. 63)

Skolan som valdes för observation och elev- samt lärarintervju ligger i Västra Götaland och är en liten skola på landet, en F- fem skola. Jag är bekant med skolan genom universitetets verksamhetsförlagda utbildning. Den klass jag valde är en årskurs fem med 16 elever och alla eleverna fick en blankett hemskickad som vårdnadshavarna skulle godkänna med förfrågan om tillåtelse att delta i intervjuerna. Av de 16 elever som går i klassen intervjuade jag sju elever, tre flickor och fyra pojkar. Det var de eleverna som lämnat in tillåtelseblanketten. För att kunna jämföra likheter och skillnader mellan lärares tankar intervjuades även en lärare med inriktningen Learning study. Denna lärare arbetar på en något större skola i en närliggande kommun i Västra Götaland och jag kom i kontakt med läraren genom det Learning study projekt som finns på Göteborgs universitet.

## 4.3 Tillvägagångssätt

### 4.3.1 Intervjuer

Att använda sig av intervjuer är ett väl fungerande tillvägagångssätt för muntlig kommunikation då det finns utrymme att ställa följdfrågor samt att välja frågor som är korta och lätta att förstå. Det är viktigt att inbjuda den som ska svara till att tala. Det åstadkoms genom öppna frågor som ger öppna svar. Det har varit en av grundtankarna till de frågor som används i denna studie.

Intervjuerna genomfördes i ett litet grupprum som eleverna använder dagligen för att ge en trygghet inför situationen med intervjun. Intervjun inleddes med två uppvärmningsfrågor där intresse för informanten visades. Det som var viktigt att ta reda på med intervjuerna var hur medvetna eleverna är för vad målet med matematikundervisningen är. Att fundera över *varför* matematik är viktigt. Därför var det även viktigt att intervjua klassföreståndaren om hur en lärare arbetar med matematikundervisning för alla elevers förståelse.

Intervjuerna spelades in för att underlätta korrekta anteckningar under intervjun. Det skapar gynnsammare förutsättningar för transkribering (Stukát 2005), att kunna gå tillbaka och lyssna flera gånger och kontrollera vad informanterna sagt.

Registrering av intervjusvar, /.../ sker oftast med hjälp av bandspelare och därefter brukar materialet transkriberas, dvs. skrivs ut i sin helhet, helst med pauser, skratt, tvekanden etc. inkluderade. (Stukát 2005 s.40)

### 4.3.2 Observationer

Med observation menas att observatören observerar en händelse i dess naturliga miljö. Vilket i detta fall var under en lektion i klassrummet. Observatören kan välja att vara som Esaiasson m.fl. skriver (2007 s. 345) ”som flugan på väggen” eller deltagande observatör, det gäller att eleverna känner sig trygga med observatören. En observation syftar till att undersöka ”vad människor faktiskt gör, inte bara vad säger att de gör” (Stukát 2005 s. 49). För att ge eleverna möjlighet att vara trygga under observationssammanhanget och intervjuerna tillbringades en hel förmiddag i klassen och observationen genomfördes efter första rasten.

Observationen används som komplettering till intervjuerna.

### 4.3.3 Litteratur

För att söka litteratur och aktuell forskning har Göteborgs universitetsbiblioteks sökkatalog Gunda samt bibliotekens sökkatalog Libris varit till stor hjälp. Även databasen Eric (Ebsco), föreläsningar från utbildningsradions ur-play, Nationellt center för matematikutbildning (NCM) samt Skolverkets publikationsdatabas har varit tillförlitliga sökvägar för referenser.

## 4.4 Forskningsetiska principer

För att forskningen ska kunna bygga på vetenskaplig grund var det viktigt att upplysa informanterna om vetenskapsrådets fyra forskningsetiska principer:

1. *Informationskravet*, informanterna informerades om vad syftet med arbete var och att deltagandet var frivilligt. Ett informantbrev skickades till elevernas vårdnadshavare.

2. *Samtyckeskravet*, att informanterna när som helst kunde avbryta sin medverkan i studien, eftersom eleverna är under 15 år krävdes ett godkännande av vårdnadshavarna för att eleven skulle få delta i studien.
3. *Konfidentialitetskravet*, att informanternas medverkan i studien anonymiseras och att deras medverkan därmed inte kan spåras.
4. *Nyttjandekravet*, informanterna fick information om att det insamlade materialet endast kommer användas för studien. (Vetenskapsrådet, 2002).

## **4.5 Reliabilitet, validitet och generaliserbarhet**

### **4.5.1 Reliabilitet**

Genom att arbeta med triangulering (Stukát 2005), elev- och lärarintervjuer samt observation har testresultatet blivit mer tillförlitligt än om jag bara använt mig av det ena eller det andra. Jag genomförde en pilotintervju för att se att frågorna var hållbara som mätinstrument. Intervjuerna genomfördes i ett ostört rum.

### **4.5.2 Validitet**

Intervjufrågornas utformning gör att det kan vara svårt att veta att det som var tänkt att mäta blev det som faktiskt uppmättes. Genom att använda en kvalitativ fallstudie, med öppna frågor samt ställt följdfrågor blir chansen till validitet större. Det som kan styrka studien är att genom att skapa en förtroendeingivande situation där informanten känner sig trygg. Det finns alltid en risk för att de svar som framkommit under intervjusituationen ändå beror på att informanten vill vara tillags och det kan vara en möjlighet för felkälla (Stukát 2005).

### **4.5.3 Generaliserbarhet**

Studien är endast generaliserbar för den undersökta gruppen (Stukát 2005). Det är dock min förhoppning att studien tillsammans med teoridelen visar intressanta kopplingar och kan bidra till ökad insikt och medvetenhet om att valet av undervisningsmetod kan påverka lärandet.

## **4.6 Design**

Efter att jag valt vilket ämne använde jag mig av olika sökvägar för att finna relevant litteratur för studien. Den litteratur som visade sig relevant genomlästes för att kunna stärka syftet och frågeställningen för uppsatsen.

Därefter genomfördes en kvalitativ fallstudie med intervjuer av en lärare och sju elever samt en observation för att kunna uppnå syftet med studien, ytterligare en lärarintervju genomfördes. Eftersom eleverna är elva och tolv år gamla skickades ett informantbrev hem till vårdnadshavarna innan studien genomfördes.

## 5. Resultatredovisning

### 5.1 Observation av undervisningen

#### 5.1.1 Miljön för undervisningen

Skolan där observationen av undervisningen genomfördes är en liten skola och det är 16 elever och två klassföreståndare som har klassen tillsammans. Alla 16 elever var närvarande men det var bara den ena klassföreståndaren i klassen under dagen för observationen. För att eleverna inte skulle tycka det var konstigt att det var en ny person i klassrummet deltog jag i undervisningen från morgonen och utförde observationen under arbetspasset klockan 10.10–11.20 som var efter första rasten. På morgonen fick jag reda på att eleverna deltagit i kängurutävlingen (se sidan 14) och skulle arbeta vidare med ett moment därifrån.

Själva klassrummet är rektangulärt med fönster på den ena långsidan och parallellt med fönstren sitter den vita skrivtavlan vilken delas upp av en interaktivtavla som används i undervisningen, läraren kan behålla tidigare anteckningar och förklaringar och gå tillbaka till dem under lektionens gång. Eleverna sitter två och två mot tavlan. Den ena kortsidan är inredd med skåp med en arbetsbänk på, i båda hörnen avslutas bänken med höga skåp. På de låga skåpen ligger läroböcker, spel och laborativtmaterial så det är lättillgängligt för alla elever. Parallellt med den väggen finns en gammal svart tavla som används för veckans arbetsschema och av elevernas redovisade arbeten.

#### 5.1.2 Matematiklektionen

Eleverna kommer in efter rasten och sätter sig vid sina bänkar. Läraren inleder lektionen med att tala om kängurutävlingen och att det var en av uppgifterna som var lite klurig. De ska göra den gemensamt för att kunna lösa fler liknande problem vid ett senare tillfälle. Läraren skriver upp det ursprungliga problemet på den interaktiva tavlan:

Uppgift: i en speciell månad var det fem lördagar fem söndagar men bara fyra fredagar och fyra måndagar. I den månad som kom efter fanns det?

A: fem onsdagar B: fem torsdagar C: fem fredagar D: fem lördagar E: fem söndagar

(Kängurun - matematikens hopp Benjamin 2011)

En fråga läraren ställer till eleverna är hur de kan göra med ett problem som verkar klurigt. Tio händer åker upp i luften och en elev svarar ”Rita upp det”(elev). Läraren lämnar ut kopierade tabeller med veckans dagar inskrivna i den övre raden som eleverna kan fylla i.

Det första problemet eleverna möts av är hur många dagar det är på en månad. Eleverna diskuterar sig fram till att det är olika 28, 29, 30 eller 31 och läraren undrar hur eleverna kan veta hur många dagar månaden innehåller. Läraren visar sina knogar och då är det flera av eleverna som säger ”ja, det lärde vi ju oss i tvåan, men hur var det?”. Eleverna gör tillsammans med läraren ramsan och ser att varannan månad har 31 dagar. Läraren uppmärksammar eleverna på att det är två månader i rad som har samma antal dagar och berättar en historia om kejsarna Julius och Augustus som båda ville ha 31 dagar i sina månader för att inte vara sämre än den andre. Eleverna får ännu en referenspunkt.

Läraren säger till eleverna att de ska fylla i april månads dagar i rutorna. Eleverna börjar fylla i tabellen. Då kommer första frågan från eleverna ”börjar alltid månaden på en

måndag?”(elev). Läraren ställer frågan tillbaka till eleverna ”tror ni att det är så? Hur ska vi kunna ta reda på det?”(Läraren) och då kommer några elever på att almanackan sitter på väggen och går fram och ser på den. ”Nej, april började på en fredag”(eleverna). Läraren talar om för klassen att de ska fylla i dagarna för april i tabellen och tänka på att månaden började på en fredag. Läraren håller upp en tabell och visar eleverna var de ska börja och går sedan runt klassrummet och hjälper eleverna.

Efter det plockar läraren fram ett rutmönster på den interaktiva tavlan och skriver in veckodagarnas namn. Frågar därefter eleverna vilken veckodag april började på och eleverna svarar fredag läraren fyller i datumen för fredag, lördag samt söndag och frågar eleverna i vilken ruta nästa dag ska fyllas i. Eleverna är oeniga om de ska börja på samma rad eller på raden nedanför och då tar de hjälp av almanackan igen. De kommer fram till att de ska fortsätta på raden nedanför eftersom det står andra nummer i rutorna före. Då frågar läraren ”vad kan det vara för nummer?” (Läraren). Några händer kommer upp i luften och svaret blir att det borde vara mars eftersom den månaden var före april. Eleverna ska nu fylla i maj månad och läraren går runt bland eleverna och ställer frågor som ”hur vet du när maj börjar? Hur kan du ta reda på det? Hur tänker du då? Vad tänker du på? Hur vet jag hur många dagar maj har? Hur vet jag det?”(Läraren).

Eleverna får sedan berätta hur de löst uppgiften och läraren fyller i sin tabell på tavlan när eleverna förklarar. Läraren poängterar att det är viktigt att läsa hela frågan innan eleverna svarar och tänka på ”Hur tar jag reda på svaret?” (läraren). Eleverna får som uppgift att tillsammans med sin bänkkamrat lösa uppgiften från tävlingen.

Lektionen avslutas med att läraren frågar eleverna vad de kommit fram till och hur de gjort. Eleverna får svara hur de tänkt för att komma fram till en lösning. Den grupp som börjar förklara får hjälp av övriga klassen genom att de förklarar hur de tänkt. Läraren gör uppgiften efter elevernas förklaringsmodeller och tar tillsammans med klassen reda på vilket svar som stämmer med klassens problemlösning.

## 5.2 Intervjuer med elever

Intervjuerna genomfördes i ett grupprum i anslutning till klassrummet som eleverna fritt har tillgång till under lektionerna. Det används för elever som vill sitta själva och arbeta eller om de arbetar med grupparbeten. Eftersom det var sju elever som deltog i studien har eleverna tilldelats var sitt slumpvis vald siffra mellan ett och sju. Valet av en siffra beror på att det är neutralt eftersom det inte är relevant för studien vilket kön det är på eleverna. I början av varje intervju tillfrågades eleverna om det gick bra att spela in intervjun på en Mp3 spelare vilket alla gick med på.

Efter genomförda intervjuer transkriberades de ordagrant och det redovisas genom att först visa frågan och sedan elevernas svar. Har det påträffats likheter i elevernas svar har de grupperats för att tydliggöra likheterna och skillnaderna.

### 5.2.1 Elevernas tankar om matematik

Efter uppvärmningsfrågorna fick eleverna svara på frågan: Vad tänker du på när du hör ordet matematik? Det var tre av eleverna som beskrev vilken känsla de förknippar med matematik.

Elev 3: Långtråkigt och kul, mest kul (3).

Elev 5: Eh ... att det är roligt (5).

Elev 7: ... Men alltså det är ett jobbigt ämne (7).

Andra svar eleverna gav var *mattebok, mattetal, räknesätten, siffror, huvudräkning, kluringar, pyssel och multiplikationstabellerna.*

För att ta reda på när eleverna upplever att de använder matematik ställdes frågan: När använder du dig av matematik? Alla elever svarade att de använder matematik i både skolan och hemma. På frågan: vad gör du då? Blev svaren mer varierade och det går att ordna eleverna i tre grupper. A: relaterar till skolan B: pengar C: hemmet och fritid

- A. Elev 1: Det är typ när jag är i skolan och ska räkna ut något tal så använder man det, när man ska räkna om typ månader och dagar och så... så gör man det (1).
- B. Elev 2: Typ när man räknar grejer och när man går till affären eller man gör några kluringar hemma (2).  
Elev 4: När jag ska kolla mitt busskort, kolla hur många pengar jag har (4).  
Elev 5: Vad summan är och om mina pengar räcker (5).
- C. Elev 3: Håller på med volym och vikt och så där, jag bakar ofta hemma och så där (3).  
Elev 6: Hur många det ska vara i ett fotbollslag (6).  
Elev 7: När man spelar fotboll kanske man gör det när man ska veta hur lång tid det är kvar (7).

Eleverna fick frågan om vad de tycker om matematik som skolämne och alla elever tyckte det var roligt och tre sa att det var ett favoritämne. På följdfrågan Vad får dig att tycka så? svarade sex av eleverna

- Elev 1: För att jag gillar att komma på olika sätt att tänka och räkna och så (1).
- Elev 2: Det kommer alltid något nytt med matematiken det slutar aldrig med siffrorna man kan fortsätta hela tiden (2).
- Elev 3: För att det är roligt med massa uppgifter (3).
- Elev 4: Man får räkna och pyssla och så (4).
- Elev 5: Roligt att räkna ska bli roligt i framtiden (5).
- Elev 7: Eh... jag vet inte, det är kluringar och så är det svårt och lätt med kluringar i matteläxan och så (7).

En elev berättade att det var roligt men inte ett favoritämne och på frågan vad får dig att tycka så? Svarade eleven

- Elev 6: Jag, jag tyckte det var jobbigt i tvåan... den läraren som vi hade då gav så många skrivuppgifter. Jag gillade matte i ettan. Men i tvåan blev det tråkigare men nu är det roligare igen. Jag gillar det mer nu med den lärare jag har nu (6).

En av frågorna som ställdes till eleverna var: hur lär du dig matematik?

- Elev 1: Av att lyssna på läraren, räkna tillsammans med kompisar. Prata med kompisar (1).
- Elev 4: Genom att räkna och läraren undervisar oss och så (4).
- Elev 2: Övar... övar och håller på med matematik varje dag (2).
- Elev 5: Jag övar in det tränar in det några gånger (5).
- Elev 3: Genom att inte använda matteboken ofta (3).
- Elev 6: Ja, vi lär ju oss olika sätt /.../ frihet eftersom vi inte har mattebok och stirrar i och räknar (6).
- Elev 7: Det är bara i skolan jag lär mig matematik, inte så mycket hemma (7).

Vad gör du då, ge exempel på det? På den här frågan var det två elever som valde att inte svara. Det övriga svarade

Elev 2: Eh... tänker och räknar ut hemma och försöker komma på nya grejer (2).

Elev 4: Gör uppgifter som man fått och letar reda på vilka räknesätt man ska ha på olika uppgifter (4).

Elev 5: Skriver ner och så (5).

Elev 7: Kluringar uppgifter vissa papper med division och multiplikation jag löser sakerna så gott det går (7).

Hur vet du att du kan matematik?

Elev 1: Mmm ... man får reda på och massor poäng... när man räknar ut det snabbt (1).

Elev 2: Oj... jag vet att jag kan matematik för att... ja, hur vet jag det... jag får oftast rätt när vi jobbar med det i skolan eller jag får det hela tiden... eh, jag vet inte (2).

Elev 3: Så fort jag ser ett mattetal så löser jag det... kan jag räkna ut det... jag kan uppskatta väldigt bra (3).

Elev 4: Genom att räkna och ta reda på lösningar och svar bra (4).

Elev 5: Eh... Jag vet inte... eller jag kan säga några tal... jag vet bara det. Det känns bra. Säger några tal... om typ man säger  $8*8$  säger jag svaret eller  $9*9$  svarar jag snabbt... Nej inte alltid snabbt (5).

Elev 6: För eh... själv tycker jag inte jag är bra på matte men många säger det så då är jag nog det tror jag för många säger det (6).

Elev 7: Det märker jag när jag kollar på gamla uppgifter, då kan jag de och jämföra vad jag kan nu (7).

### 5.2.2 Matematiklektionen

Under intervjun fick eleverna reflektera över dagens matematiklektion. Frågorna kretsade kring de didaktiska frågorna vad, hur och varför.

Vad lärde du dig på matematiklektionen idag?

Elev 1: Eh... hur man ska räkna ut en sådan uppgift (1).

Elev 2: Jag lärde mig inte så mycket för jag kunde det redan men ja... roligt ändå för man lär sig alltid nya saker varje dag (2).

Elev 3: Att hålla på med kalendern och så en ramsa (3).

Elev 4: Det finns många olika sätt att ta reda på saker så man vet när man ska planera saker (4).

Elev 5: Jag lärde mig lite om hur man räknar ut månaderna ... eller ja (5).

Elev 6: Nu då gjorde vi en kalender grej, ett nytt sätt att tänka på matte. Jag lärde mig att ... vi säger att... eh... vi skrev upp den här månaden på en tabell och nästa månad också. Och så gjorde läraren en ramsa. Hon tog uppgiften från kängurutävlingen för hon tyckte väl det var bra att gå igenom eftersom många inte hade rätt på den (6).

Elev 7: Vi gjorde bara den där uppgiften, jag lärde mig inte så mycket (7).

Varför tror du att du behöver lära dig det ni gjorde idag? På denna fråga valde en elev att avstå från att svara.

Elev 1: För att man ska klara vissa prov och så man har (1).

Elev 2: Man har nytta av det i framtiden om man håller på med månaderna vet man det direkt (2).

Elev 3: Jag vet inte riktigt vad det är nödvändigt för (3).

Elev 4: Eh... För man kanske ska ut och resa så vet man vilken vecka och dag så man intet kommer försent. När bussarna går eller vilken dag man börjar skolan (4).

Elev 6: Det jag... vet inte riktigt... när man inte kommer ihåg vilket datum det är (6).

Elev 7: För att räkna i de formerna när man blir äldre kanske man behöver det (7).

Hur kommer du ha användning för det? Det var två elever som valde att inte svara på denna fråga.

Elev 1: Om man inte vet hur kanske när man inte vet hur många dagar det är (1).

Elev 2: Om man är osäker på vad det är för datum och när månaden börjar så säger man det (2).

Elev 3: Ja men inte riktigt i vad (3).

Elev 6: Man kanske gör sådana grejer när man börjar högstadiet och då är det bra att kunna räkna så(6).

Elev 7: Bokar saker, semestrar och sånt (7).

## 5.3 Intervju med lärare

Lärare 1 (L1) är utbildad ett - sju lärare med inriktning matematik och naturorienterade ämnen och har arbetat inom skolan i 15 år, det är den här lärarens lektion som observerats samt elever som har intervjuats för att synliggöra lärandeprocessen. Lärare 2 (L2) är grundskollärare fyra - nio med inriktning matematik och naturorienterade ämnen och har varit verksam inom skolan snart 16 år, lärare 2 har även arbetat med Learning study i nio år.

Efter genomförda intervjuer transkriberades de ordagrant och det redovisas genom att först visa frågan och sedan lärarnas svar. Fråga elva ställdes endast till lärare 1 eftersom den berör den observerade lektionen.

### 5.3.1 Matematikundervisning

Den första frågan är allmänt hållen kring vad ordet matematik betyder för läraren

Em ... Roligt, kreativt, engagerande, tänka och sedan att matematik finns med på de flesta ställen, något som är nödvändigt, som vi behöver (L1).

O, det betyder lite olika saker beroende på vilket sammanhang det är. Det kan va matematik som skolämne, det e det ju ofta eftersom jag är matematiklärare. Det kan också vara egna matematiska uppfattningar om saker och ting. Och så universitetsämne som matematik som disciplin (L2).

Den andra frågan läraren fick var hur planeringen av en lektion brukar gå till. Hur upplägget är kring genomgång, teori och praktik samt läromedel.

Helt och hållet efter målen inte alls efter ett läromedel. Sedan plockar jag mycket. Jag försöker hitta vad eleverna kan vad de har för förståelse sedan ser jag vad de har och vad de inte har innan. Det är väldigt olika om jag startat med klassen eller tagit över när jag lägger upp undervisningen. Eleverna ska få tänka och klura inte ett klart svar utan olika vägar att gå. Försöker tänka så att under veckan något laborativt och abstrakt, man drar det laborativa till det abstrakta. Efter målen börjar... börjar jag alltid med det laborativa med alla elever. Gemensam genomgång och sedan får eleverna arbeta två och två eller i grupp sedan är det väldigt viktigt att återkoppla i slutet och se vad som fastnat så man inte missat något (L1).

Otroligt fokuserad på vad jag inbillar mig elevernas förkunskaper är och vad de ser på de begrepp de ska lära sig. Det är nog rätt centralt tror jag. Min syn på lärande också kommer nog in här. Det är inte alls säkert att om jag säger något lär sig eleven samma sak. Det var ganska länge sen jag fick kasta den tanken över bord, utan så funkar inte lärande. Man måste vrida och vända på det. Det är säkert tolv år sen jag slutade använda matteböcker som läromedel som huvudsaklig utgångspunkt. Jag har mycket gruppövningar, relativt lite räkning om man ska jämföra den bild jag har av svensk matematikundervisning. Jag ser det inte som teori och praktik. Det är helt ointressant med praktik om det inte finns en teori bakom dom. Det finns en hel del praktiska övningar men eleverna måste lära sig teorierna av den också (L2).



För att se vad lärarna tänker om elevernas grundläggande matematiska förmåga fick de frågan: Vad tycker du är grundläggande matematikkunskap?

Taluppfattning känslan för tal på något sätt... kunna bolla med tal. Har man det så kommer det andra (L1).

Oh, det vet jag inte. Det är inget uttryck jag använder så mycket. Det kanske är taluppfattning och en syn på del och helhetsrelationer mellan olika tal. En syn på de fyra räknesätten, tal i olika former skulle också... jag vet inte om jag kan säga att det här är mera grundläggande eller fördjupad. Jag tror inte det är så skarpt för mig (L2).

*Individanpassad undervisning* är ett begrepp som ofta används inom dagens skola. Vilken syn har lärarna på det?

Ja naturligtvis utgå från vad individen kan innan. Föra eleven framåt, alla behöver inte göra samma sak alla ska ju nå målen. Framför allt för de duktiga eleverna för att komma framåt. För de sämre eleverna vet man vad de behöver träna på och vilka utmaningar de behöver (L1).

Ännu ett begrepp som varit relativt inne under min karriär. Under den tiden har jag tyckt att det är väldigt fult, nu tycker jag det är mycket lättare att säga att jag inte trodde att man lär sig själv. Nu förstår alla mycket mer, att man säger samma sak. Jag har nog inte utvecklats på den punkten. Jag tror däremot att individanpassad undervisning för mig betyder att man ska ta hänsyn till de individer som sitter där men det betyder inte att individerna ska lära individuellt. Det tycker jag är bra men det menas inte att eleverna ska arbeta individuellt. Låt oss ta det på en konkret nivå: eleverna ska lära sig vad en tredjedel är. Det kan vara vad som helst. Då är det för mig viktigt att ta reda på – hur ser de på en tredjedel. Relationen mellan nämnaren och täljaren. Kan de se att är samma sak som två sjättedelar eller ser de att en tredjedel är mindre än en sjättedel. Det finns väldigt många sådana saker jag behöver ta reda på av eleverna för de sakerna är på individnivå. Det finns såklart många saker som det finns uppfattningar om, men jag behöver veta de för att kunna ta hänsyn till dem, individerna. Det är för mig att anpassa undervisningen för individerna. Men det är för mig ett helt annat sätt än individanpassad undervisning i Sverige, där alla sitter och räknar i sin egen takt... som om man skulle kunna räkna i någon annans takt (fniss) (L2).

En viktig fråga för studien är hur lärarna arbetar för att alla elever ska nå målen. Här följer det lärarna svarat

Börjar laborativt då igen. Tänkt innan på vad som kommer att komma upp. Vad kommer eleverna att ställa för frågor. Plocka fram sådana saker man behöver för att arbeta med ett problem och veta hur finns det en fortsättning framöver. Alla behöver grunden, de som behöver extra stöd behöver man hålla tillbaka ibland tills man ser att de förstått så de inte bara pinnar på. Jag arbetar mer och mer efter strävansmålen, jag har funderat jättemycket på det med räknesätten just om man har svårt för tillexempel algoritmer, måste man arbeta med det då. Kan man inte använda miniräknare eller mobiltelefon som de flest har med sig idag. Det tar mer tid att lära en procedur än det de ska göra. Målet i såg så ska de ha med sig en strategi men vad är viktigast (L1).

Genom att blanda in dem i undervisningen, deras tankar i undervisningen. Deras tankar om undervisningen är mera intressanta än om läromedelsförfattarnas. Då menar jag, att det är inte alls särskilt intressant med att eleverna sitter och räknar många förlängningar och förkortningar av bråktal, som de bråk vi talade om förut. Utan det är mer intressant att de diskuterar med varann vilket som är störstav en tredjedel och två sjättedelar även om de råkar vara lika stora (L2).

Nästa del att ta reda på var vad lärarna tyckte om summativ och formativ bedömning.

Summativ: punk slut så här långt kom du. Här är du idag. Tittar inte framöver. Ett konstaterande det här kunde du. Här är det stopp.

Formativ: så här långt har du kommit idag och hur går vi vidare. Mest utvecklande. Det är då individualiseringen kommer in. Det hänger ihop. Tittar på vilka förmågor eleven har vilka behöver upp för att förändra för eleven. Åt vilket håll ska eleven sträva? hjälpa dem med en ny metod för

att hitta nya vägar för att lösa nya uppgifter. Nästa gång bedömer man hur de kan komma vidare (L1).

Också sådana där hipa ord just nu. Nu när man jobbat länge kan man de här sakerna som återkommer. Att det bara är nya begrepp på samma gamla skåpmat men Summativ bedömning är rätt med betygsättning en avslutning. Man avslutar ett område. Det behöver inte vara betygsättning som G, VG eller IG utan en avslutning hur långt vi har kommit. Formativ bedömning är nånting framåtsyftande som läraren behöver använda i sin undervisning. Det är inte som man stöter på ibland att det är en push framåt lycka till, så här ska du göra för att bli bättre (L2).

Lärarna fick också svara på frågan om hur de arbetar med bedömning i undervisningen.

Väldigt mycket erfarenhet, jag är jättedålig på att använda diagnosmaterial. Jag lyssnar på eleverna. Lyssnar på deras frågor då får jag reda på vad de kan genom de frågor de ställer och ord, begrepp de använder. För tio år sedan använde jag mycket diagnoser och det var nästan enbart summativ bedömning. I undervisningen försöker jag tänka efter blev det som jag tänkt mig eller vad var det som jag gjorde att det inte blev som jag tänkt. En fråga en elev ställde kanske gjorde att jag hoppade över flera steg. Jag kanske sa fel, använde fel begrepp vid fel tillfälle. Hur fick jag fram det jag ville. Jag har en tendens att prata för snabbt. Jag har kommit på att jag utvärderar mer när det gått fel. Det finns för lite tid för att utvärdera. Det bästa hade varit som de har i Asien att man har lektioner på förmiddagen och tid för reflektion på eftermiddagen (L1).

Båda två förstås. Summativ om det är avslutande och formativ om jag vill veta något som jag ska använda mig av i undervisningen (L2).

### **5.3.2 Lärarens tanke med matematiklektionen**

En fråga ställdes endast till den lärare i vilkens klass observationen genomförts. Det var frågan om vad som var målet för undervisningen.

Målet med dagens lektion var att få en förståelse om hur månaderna är uppbyggda, att det finns en logik hur många dagar som kommer i månaderna efter och i hur de är uppbyggda. Problemlösning en strategi för att lösa uppgifter med kalendern och månaderna (L1).

En följdfråga var vilken förståelse läraren ville utveckla hos eleverna genom undervisningen.

Hur almanackan är uppbyggd av månader hur de hänger ihop, finns en logik i att en månad slutar en lördag och nästa månad börjar en söndag och inte en måndag. Förståelsen hur man läser ett problem det vet jag många har svårt för, att läsa instruktionerna rätt och inte missa viktiga delar (L1).

## 6. Analys

I analysarbetet knyter jag ihop teoridelen med insamlad empiriska data. Analysen följer problemformuleringens frågeställning.

### 6.1 Vilken syn har lärare på vad som är grundläggande matematikkunskap?

De båda lärarnas första svar på vad som är grundläggande matematikkunskap är taluppfattning. Den tanken stöds av både Ahlberg (2001) och Löwing (2008) som båda skriver att en av de viktigaste grundstenarna i matematikundervisning är en god taluppfattning. I TIMSS 2007 (Skolverket 2008) går det att läsa om att det är taluppfattning som eleverna i årskurs fyra ligger under genomsnittet bland de deltagande länderna.

Lärare 1 talar även om att ge eleverna ”känsla för tal”(L1) och att det är viktigt att lära eleverna att ”kunna bolla med tal”(L1) att som både Ahlberg (2001) och Löwing (2008) menar att eleverna kommer på olika räknestrategier och genom det lär sig att det finns möjlighet att lösa uppgifter genom flera olika tillvägagångssätt.

### 6.2 Anser lärare att valet av arbetsmetod har betydelse för elevers matematiklärande?

#### 6.2.1 Lärarnas tankar

Lärarna är helt eniga om att det inte går att följa ett läromedel när de arbetar med matematik. Det synsättet stöds av Löwing och Kilborn (2002) som menar att det är viktigt att vara kritisk till användandet av ett läromedel då det inte ökar elevernas förståelse för matematik. Malmer och Adler (1996) skriver om att för att öka elevernas förståelse för matematik måste lärarna arbeta med matematik som ett kommunikativt ämne. Ur ett sociokulturellt perspektiv menar Säljö (2000) att genom arbete med läromedel är det lätt att tro att alla elever lär på liknande sätt. Vilket kan leda till att elever som har svårt med det abstrakta i matematiken kan upplevas vara i svårigheter när det beror på att eleven har svårt att ta till sig innehållet. Lundberg och Sterner (2009) skriver att om alla elever ska få möjlighet att lära i skolan behöver lärare arbeta mer praktiskt och mindre läroboksinriktat. Vilket även stärks av TIMSS 2007 rapporten (Skolverket 2008).

De två lärarna talar om att det är viktigt att ta reda på elevernas förförståelse och förkunskap vid planeringen av ett arbete. Genom att arbeta med elevernas förkunskap i planeringen förtydligas de begrepp som eleverna kan ha svårt för. Denna tanke stöds av ett Learning study perspektiv enligt Wernberg (2009) som menar att genom lärarens kunskap om elevernas förkunskap om ett ämne kan läraren hitta de kritiska aspekterna som kan göra förståelsen för lärandeobjektet svårt. Genom att läraren synliggör det som är svårt leder det till att elevernas förståelse ökar. Även Ahlberg (1995), Löwing och Kilborn (2002) menar att genom att använda sig av elevernas förkunskap kan elevernas inställning till matematik bli positiv.

Matematik är ett ämne där de två lärarna tycker att eleverna ska arbeta i grupp för ökad förståelse. Det synsättet är i linje med det Wernberg (2009) skriver om fenomenografi där eleverna lär sig tillsammans med varandra och med läraren vilket gör lärandet möjligt. I LGR11 står det i skolans uppdrag ”/.../ samt utveckla sin förmåga att arbeta såväl självständigt som tillsammans med andra” (Skolverket 2011a).

I förhållandet mellan praktik och teori eller ”laborativt och abstrakt”(L1) som lärare 1 sa, är det viktigt att bägge delarna berörs för en fördjupad kunskap.

Försöker tänka så att under veckan något laborativt och abstrakt, man drar det laborativa till det abstrakta (L1).

Det är helt ointressant med praktik om det inte finns en teori bakom dom. Det finns en hel del praktiska övningar men eleverna måste lära sig teorierna av dem också (L2).

Löwing (2008) skriver om att det är viktigt att undervisningen strävar från det konkreta till abstrakta. I Skolverkets rapport (2003) står det att det är lättare att lära det abstrakta om undervisningen är praktisk.

Lärarnas tankar om att arbeta med individanpassad undervisning innebär att de utgår från vad eleverna kan, att läraren tar hänsyn till elevernas förkunskaper. Lärare 1 menar att det är att föra eleven fram mot att nå målen och då behöver inte alla elever alltid göra samma sak. Eleverna behöver få utmaningar där de befinner sig kunskapsmässigt. Lärare 2 säger ”det menas inte att eleverna ska arbeta individuellt” (L2) och fortsätter

Det finns väldigt många sådana saker jag behöver ta reda på av eleverna för de sakerna är på individnivå. Det finns såklart många saker som det finns uppfattningar om, men jag behöver veta de för att kunna ta hänsyn till dem, individerna. Det är för mig att anpassa undervisningen för individerna. (L2)

Det stöds av det Löwing har kommit fram i sin doktorsavhandling (2006) vilket är att läraren måste veta hur eleverna lär för att kunna individualisera undervisningens innehåll. Läraren måste även ha tydliga mål med undervisningen. I Skolverkets rapport (2003) går det att läsa att undervisning i dagens skola på många sätt är individuell, att eleverna arbetar enskilt och inte individualiserat där det är innehåll och behov som är i fokus.

Kursplanens mål är något som lärarna är tvungna att förhålla sig till och de två lärarna som deltagit i studien säger båda två att det är viktigt att se till eleverna. Lärare 1 säger ”tänkt innan vad som kommer att komma upp. Vad kommer eleverna ställa för frågor”(L1). Och lärare 2 uttrycker det ”genom att blanda in dem i undervisningen. Deras tankar om undervisningen /.../”(L2). Lärarna talade även om att det är viktigt att eleverna har förståelse för de begrepp de arbetar med.

### **6.2.2 Den observerade lektionen – vad läraren säger och hur läraren gör?**

Observationen genomfördes endast i den klass där lärare 1 arbetar.

I intervjun förklarar läraren att upplägget på en lektion är att först veta målen för undervisningen för att därefter försöka se vad eleverna har för förförståelse. Genom att använda sig av frågorna och resultaten från kängurutävlingen (se sidan 14) har läraren tagit del av vilka begrepp som var kritiska för elevernas förståelse. Den tankegången stöds av det Löwing och Kilborn (2002) menar med att syfte och mål ska vara tydliga i undervisningen.

Marton och Booth (2000) skriver ur ett fenomenografiskt synsätt att läraren måste förstå hur eleverna upplever problemet för att kunna förstå hur de löser problemet.

Lektionen började med en gemensam genomgång, vilket stämmer överens med vad läraren säger i intervjun. För att konkretisera de olika begreppen använder sig läraren av elevernas förförståelse för att diskutera fram en möjlig lösning på problemet. Det talar läraren om i intervjun och förklarar att "Eleverna ska få tänka och klura inte ett klart svar utan olika vägar att gå"(L1). Läraren får stöd i den tankegången av Löwing och Kilborn (2002) vilka menar att eleverna ska kunna olika vägar att lösa ett problem på. Kunskapen ska vara sådan att eleven kan använda den själv eller i grupp.

Läraren förklarar att det är viktigt att eleverna under ett lektionspass får arbeta laborativt i par eller i grupper. Under observationen fick eleverna efter genomgången arbeta med sin bänkkamrat med att försöka komma fram till en lösning på ett problem. Läraren gick i det här momentet omkring i klassrummet för att hjälpa eleverna genom att ställa olika frågor och repetera det de kommit fram till under genomgången. Det synsättet stöds av Löwing som skriver om varför läraren ska synliggöra tankestrukturen hos eleverna.

Matematik handlar på alla nivåer om att abstrahera. När man har gjort det har man skaffat sig en mental bild och ett nytt effektivt språk som kan användas till att snabbt och effektivt lösa nya matematiska problem (Löwing 2006 s. 130).

Under genomgången gav läraren eleverna flera olika referenspunkter kring arbetet med kalendern. Läraren talar i intervjun om att "alla behöver grunden"(L1) för att sedan kunna gå vidare och att det var viktigt att veta vad eleverna kan för att ge dem rätt utmaning. Det synsättet stöds av Löwings (2006) definition av individualisering.

Något läraren även talar om är att "det är väldigt viktigt att återkoppla i slutet för att se vad som fastnat så man inte missar något"(L1). Vid observationstillfället var det tydligt att läraren gjorde en återkoppling med eleverna där de gick igenom svaret och hur eleverna kommit fram till ett sätt att lösa det på. Att ta reda på hur eleverna tänker när de löser problem skriver både Ahlberg (2001) och Malmer och Adler (1996) om, författarna skriver även att det är processen som är viktigast.

### ***6.2.3 Elevernas förståelse – lär eleverna det som är tänkt de ska lära?***

I intervjun med lärare 1 var det viktigt att ta reda på vilket målet med den observerade undervisningen var för att kunna bedöma hur eleverna upplevt undervisningen. Huvudmålet var att lära eleverna en strategi och ge dem en förståelse för hur de kan lösa uppgifter med kalendern. Det åstadkoms genom att visa för eleverna att det finns en logik med hur månaderna är konstruerade. Eftersom eleverna genomfört kängurutävlingen hade läraren kontroll på vilka svårigheter det fanns i uppgiften och kunde i och med det planera genomgången så alla elever fick möjlighet att förstå innehållet. Ur ett Learning study perspektiv skulle läraren enligt Kullberg (2010) genom de kända kritiska aspekterna i uppgiften lägga upp undervisningen och göra eleverna medvetna om vad de ska lära, vad målet är.

Ett annat mål var att ge eleverna " Förståelsen hur man läser ett problem det vet jag många har svårt för, att läsa instruktionerna rätt och inte missa viktiga delar" (L1). Det skriver Ahlberg (2001) och menar att uppfatta problemets kärna kan vara en av svårigheterna med problemlösning.

Elevernas svar varierar från att två av eleverna säger att de inte lärde sig något på lektionen till att en elev sa ”Det finns många olika sätt att ta reda på saker så man vet när man ska planera saker” (4). Fyra elever berättar om att det var en kalender/månads uppgift och att de lärt sig hur de räknar ut den. Läraren behöver känna till elevernas olika sätt att tänka för att kunna ge eleverna chans till en djupare förståelse som Marton och Booth (2000) skriver.

Genom att undersöka elevernas förklaringar på varför de behöver lära sig denna sorts problemlösning fanns det inget tydligt svar. Eleverna svarar att det kanske behöver kunna det i framtiden, för att klara prov eller bara för det är praktiskt att kunna. Skulle läraren arbeta ur ett Learning study perspektiv hade läraren tydliggjort målet med undervisningen, som Runesson (2004) skriver att ett av stegen för Learning study är att eleverna ska känna till helheten av undervisningen.

### **6.3 Vilken syn har eleverna på matematik som skolämne?**

Elevernas svar om vad matematik betyder för dem varierar mycket. En sak som går att läsa ut av elevernas svar är att de ser positivt på matematik som ämne i skolan eftersom de får göra olika saker. Det förklarar elev 2 ”det kommer alltid något nytt med matematiken det slutar aldrig med siffrorna man kan fortsätta hela tiden”(2). I Lgr 11 kursplanen i matematik i grundskolan står det i syftet att ”Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar intresse för matematik och tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang” (Skolverket 2011b).

Två av eleverna anser att de lär matematik genom att de inte arbetar med matematikbok. Det synsättet stöds av Löwing och Kilborn (2002) som skriver att eleverna måste lära matematik, se att det inte bara är arbetsuppgifter i en bok. Två elever talar om matematik som ett ämne där eleven behöver öva mycket och en elev sa att matematik lär eleven sig bara i skolan. En elev berättar om att eleven lär sig matematik ”Av att lyssna på läraren, räkna tillsammans med kompisar. Prata med kompisar” (1). Malmer och Adler (1996) skriver om att kommunikation är en viktig del för elevernas förståelse.

För att eleverna själva ska kunna veta att de kan matematik tycker tre elever att det har med antal rätt och svara snabbt att göra medan de övriga berättar att det har med att de vet vilken lösningsstrategi de ska använda sig av. Att eleverna lärt sig olika tillvägagångssätt att angripa ett matematiskt problem stöds av Löwing och Kilborn (2002) de menar att det stärker elevernas förståelse.

### **6.4 Hur utvärderar läraren undervisningen och elevernas lärande?**

#### ***6.4.1 Vad betyder formativ och summativ bedömning för lärarna***

De två lärarna talar om att formativ bedömning är något som hjälper läraren att ge eleven rätt sorts utmaning. Lärare 1 förklarar att lärare ska ställa frågan ” Åt vilket håll ska eleven sträva? hjälpa dem med en ny metod för att hitta nya vägar för att lösa nya uppgifter”(L1). Vilket helt stämmer in med det Holmgren (2010) skriver om formativ bedömning.

Summativ bedömning ses av lärarna som ett avslut. Lärare 2 talar om att det kan vara med betyg men att det även kan vara att "Man avslutar ett område" (L2). Klapp Lekholm (2010) skriver om att summativ bedömning är en sammanfattning av vad eleven gjort.

#### **6.4.2 Utvärdering**

Lärarna arbetar olika med utvärdering eller bedömning som det också benämns som. Lärare 2 är tydlig med att det är viktigt att använda båda formerna när något ska utvärderas "Summativ om det är avslutande och formativ om jag vill veta något som jag ska använda mig av i undervisningen" (L2). Medan lärare 1 förklarar att utvärdering av elevernas förståelse grundar sig på vad de ställer för frågor och vilka begrepp de använder i sina frågor. Läraren tycker sig vara dålig på att använda diagnosmaterial men berättar att det inte alltid varit på det viset. För tio år sedan hade svaret varit annorlunda, då använde läraren diagnoser och genom de svaren läraren fick fram sammanfattades de i en summativ bedömning. Om att lärare tycker det kan vara svårt att använda sig av kunskapsdiagnoser skriver Löwing och Kilborn (2002) och menar att en diagnos inte alltid behöver vara ett prov utan bara en kontroll över var eleverna har kommit och hur de ska kunna gå vidare.

Undervisningen utvärderas på liknande sätt som elevernas lärande. Enligt lärare 2 om det är ett avslut, utvärderas undervisningen summativt och för ett fortsatt arbete formativt för att kunna utveckla arbetet. Lärare 1 använder sig av formativt tankesätt genom att utvärdera hur läraren genomförde lektionen vad som hände och varför det hände men poängterar att det oftast händer när något moment gått dåligt. Lärare 1 tycker det är bra att fundera över hur olika begrepp använt och att alla steg i undervisningen blir synliggjorda för eleverna. Malmer och Adler (1996) förklarar att det är viktigt att målet för undervisningen är tydligt för att kunna utvärdera på ett tillfredsställande sätt. Enligt Runesson (2010) är en av grundtankarna med Learning study att se helheten och inte fokusera på rätt och fel. Det innebär att läraren koncentrerar undervisningen kring vilka förutsättningar som finns och vad som ska läras.

## 7. Diskussion

### 7.1 Metoddiskussion

Genom att använda mig av kvalitativ metod i min fallstudie och belysa den genom en triangulering stärker jag tillförlitligheten i den process som undervisningen är. Det finns både för och nackdelar med att använda sig av intervjuer och observationer eftersom jag som person kan påverka hur informanterna svarar och att det blir en skillnad i klassrummet när det finns en extra person där. Därför var det viktigt för mig att först spela in och sedan transkribera intervjuerna ordagrant för att vara säker på att inte påverka resultatet med mina egna värderingar. Jag vet att det är nästintill omöjligt inte lägga in subjektiva värderingar vid analysen av resultatet men genom att använda det inspelade materialet har jag kunnat kontrollera den transkriberade texten och mitt resultat. Det har jag gjort för att kunna vara självkritisk och analysera intervju svaren korrekt efter de svar jag tagit del av. Intervjuerna genomfördes i direkt anslutning till den observerade lektionen för att eleverna skulle kunna relatera frågorna till lektionen. Även intervjun med läraren vars lektion jag observerade genomfördes under samma dag.

Jag tror däremot inte att en kvantitativ studie skulle ge de svar om undervisningen som jag behövde för studien. Eftersom till exempel en enkätstudie inte ger samma djupgående svar som intervjuer kan göra. Fördelen med om jag gjort en kvantitativ studie kunde varit en högre svarsfrekvens än det blev med den kvalitativa studien. Genom att använda kvalitativ studie finns det begränsningar i mångfalden av antalet intervjuer eftersom tiden för studien är avgränsad.

Det som visade sig svårast var att komma i kontakt med lärare som arbetar aktivt med Learning study och som ville delta med sin klass i studien, det var något jag inte förväntat mig. Genom att använda en lärarintervju med Learning study erfarenhet kunde jag stärka de tankar jag hade innan intervjuerna att variation är nyckeln i matematikundervisning.

### 7.2 Slutdiskussion

Efter avslutad studie är det svårt att dra några generella slutsatser för hur om lärarens val av undervisningsmetod påverkar elevernas upplevelse av matematikundervisningen. Det som dock visar sig intressant är hur lika de båda lärarna tänker om lärande och hur de genom sitt synsätt på matematik kan ge ett stöd till alla elever i en klass. Under observationen visade lärare 1 genom att ge eleverna olika referenspunkter kunde eleverna öka sin förståelse kring problemet. Läraren måste som det står i den tidigare forskningen (Löwing 2008) ha ett tydligt mål med undervisningen. Det är viktigt att lärare synliggör processen för eleverna och genom det kan läraren stärka elevernas förståelse för de didaktiska frågorna inom matematiken.

Under arbetets gång har jag upplevt matematikens komplexitet och att det behövs ett varierat arbete för att ge alla elever möjlighet att nå skolans mål. Det jag kan utläsa av de svar eleverna lämnat i studien, är att eleverna upplever matematikundervisningen på flera olika sätt även om jag kan se likheter genom deras svar. Det gäller att som lärare veta att det är viktigt att kunna se likheterna och skillnaderna i elevernas sätt att se på matematik för att kunna



utmana deras förståelse för att nå en djupare förståelse. Fokus behöver flyttas från producering av uppgifters rätta svar till att eleverna förstår hur de ska ta itu med uppgiften. Ser jag till de forskningsteorier som finns inom skolan kräver en sådan undervisning ett variationsrikt arbetssätt vilket Ahlberg (1995), Claesson (2002), Marton och Booth (2000) samt Runesson (1999) menar att fenomenografin står för. Det är svårt att säga att lärarna endast använder sig av en teoretiskinriktning. I lärarnas svar finns spår av konstruktivism (Säljö 2000) eftersom i likhet med fenomenografin talade Piaget om att utmana elevernas tankestrukturer. Även sociokulturell teori (Säljö 2000) finns i elevernas och lärarnas svar, eftersom Vygotskij menade att lärande skapas genom interaktion med andra. Den slutsats jag drar av det resonemanget är att även om fenomenografin är ledande inom matematikundervisningen i dagens skola finns det flera delar som stöds av både konstruktivismen och sociokulturellteori för att synliggöra elevernas upplevelse av undervisningen.

Lärarna anser att grundläggande matematikkunskap avser taluppfattning vilket stödjer det som framkommit i studien genom den tidigare forskningen av Ahlberg (2001) och Löwing (2008). Det ger eleverna en viktig grund för att kunna möta olika sorters matematiska problem. Eleverna lär sig matematik och kan inte bara rabbla matematiska termer utan de har skapat sig en grundläggande förståelse för matematiken. Det har visat sig att det är i bland annat taluppfattning som svenska elever i årskurs fyra hamnar under genomsnittet på rankingen mot övriga länder som deltar i TIMSS 2007 studien (Skolverket 2008).

Till följd av studien kan jag dra slutsatsen att eleverna i början av ett arbetsområde behöver bli medvetna om målet med lektionen för att kunna relatera den egna förståelsen till det abstrakta. Vilket är mer betydelsefullt för de elever som upplevs tycka matematik är svårt. Det skapar fördjupad förståelse vilket leder till att eleverna kan använda sig av ett eller flera fungerande metoder för att räkna ut olika tal och problem. Det menar Löwing (2006) är individualisering. Resnick (1987) stöder min tanke genom ett sociokulturellt synsätt att använda elevens vardagstänkande ökar förståelsen för det abstrakta.

Innan studien genomfördes antog jag att svaren som lärarna gav skulle vara mer varierade på grund av att en av lärarna arbetar mycket med Learning study. Den åsikten fick jag snabbt ändra. Båda lärarna arbetar utan något specifikt läromedel och har gjort det i flera år. Det ställer högre krav på läraren och det krävs engagemang och intresse för matematik som ämne. Det är grundläggande enligt den tidigare forskningen enligt Löwing och Kilborn (2002) samt Skolverket (2003) att om en lärare ska använda sig av ett specifikt läromedel, måste läraren kunna kritiskt granska läromedlets innehåll för att kunna ge eleverna tillräcklig kunskap att nå skolans mål.

Genom de svar eleverna gav kan jag utläsa att de ser matematik som ett roligt men även svårt och klurigt ämne. Det är ett av matematikens dilemman för en lärare, att kunna behålla elevernas positiva syn på matematik samtidigt som svårighetsgraden stegas. Det kan läraren göra genom att vara tydlig vad målet med matematiken är, visa för eleven var eleven befinner sig kunskapsmässigt i förhållande till målet och synliggöra hur elevens ska arbeta för att närma sig målet. Det handlar om att använda sig av formativ bedömning enligt Black m.fl. (2004) och Holmgren (2010).

Det är alltid grundläggande att se på undervisningen som den mest centrala delen för en utvärdering och då ingår det som lärare att kunna reflektera över sin undervisning och val av

metoder. Det börjar redan i planeringen av arbetet enligt Malmer och Adler (1996) i den tidigare forskningen.

Det är betydelsefullt att ta reda på elevernas förförståelse och förkunskaper när ett nytt arbetsområde ska inledas. Det poängterade båda lärarna som en stor del i planeringen av arbetet. Det gör läraren lättast enligt Löwing och Kilborn (2002) genom en diagnos. I den delen av arbetet gäller det att fundera över vad som kan vara svårt för eleverna att lära. Inom Learning study enligt Runesson (2004) är det de kritiska aspekterna som avgör hur läraren ska planera sin undervisning. Likheten i lärarnas svar förvånade mig och gjorde mig positivt överraskad med tanke på att den ena läraren arbetar aktivt med Learning study vilket ger ett större utrymme för att kunna reflektera över elevernas lärande (Wernberg 2009). Förhoppningsvis visar det att de undersökta lärarnas arbete med matematik som skolämne kan vara en indikering på att matematiken är på väg ifrån det summativa konsumerandet av rätta svar till en mer enhetlig syn på att elever lär matematik varierat.

Min slutsats är att genom det insamlade materialet kan jag utläsa att all matematikundervisning behöver börja i elevernas förförståelse och förkunskaper. Det ger eleverna förutsättning att verkligen lära matematik. Det är dock svårt, vilket visade sig i elevintervjuerna, eftersom det finns en variation i hur elever lär och det gäller som lärare att finna de olika tankestrukturerna för att skapa de rätta förutsättningarna.

### **7.3 Förslag till fortsatt forskning**

Det skulle vara intressant att göra en studie kring hur lärare som arbetar efter ett läromedel ser på undervisning i matematik och hur eleverna upplever läromedelsstyrundervisning. Eftersom båda lärarna i min studie inte arbetade efter läromedel.

Ett annat spännande forskningsförslag är om det finns likheter och skillnader i elevernas förståelse beroende på lärarens val av arbetsmetod i matematiken. Då är det grundläggande att finna två eller flera olika klasser där lärarna arbetar med olika arbetsmetoder. Starta ett arbetsområde i alla grupper och undersöka vad eleverna lär sig genom undervisningen.

# Referenslista

## Böcker

Ahlberg, A. (1995). *Barn och matematik*. Lund: Studentlitteratur

Ahlberg, A. (2001). *Lärande och delaktighet*. Lund: Studentlitteratur

Claesson, S. (2002). *Spår av teorier i praktiken. Några skolexempel*. Lund: Studentlitteratur

Esaiasson, P., Gilljam, M., Oscarsson, H. & Wängnerud L. (2007). *Metodpraktikan – konsten att studera samhälle, individ och marknad*. Stockholm: Norstedts Juridik

Holmgren Anders (2010). Lärargruppers arbete med bedömning för lärande. Lundahl & Folke-Fichtelius (red.) *Bedömning i och av skolan – praktik, principer, politik*, s.163-181. Lund: Studentlitteratur

Klapp Lekholm, Alli. (2010) Vad mäter betygen? Lundahl & Folke-Fichtelius (red.) *Bedömning i och av skolan – praktik, principer, politik*, s.127-140. Lund: studentlitteratur

Lundberg, I. & Sterner, G. (2009). *Dyskalkyli - finns det? Aktuell forskning om svårigheter att förstå och använda tal*. Göteborg: NCM

Löwing, M. (2006). *Matematikundervisningens dilemma. Hur lärare kan hantera lärandets komplexitet*. Lund: studentlitteratur

Löwing, M. (2008). *Grundläggande aritmetik*. Lund: Studentlitteratur

Löwing, M. & Kilborn, W. (2002). *Baskunskaper i matematik*. Lund: Studentlitteratur

Malmer, G. & Adler, B. (2002). *Matematiksvårigheter och dyslexi*. Lund: Studentlitteratur

Marton, F. & Booth, S. (2000). *Om lärande*. Lund: Studentlitteratur

Stukát, S. (2005). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap*. Lund: Studentlitteratur

Säljö, R. (2000). *Lärande i praktiken. Ett sociokulturellt perspektiv*. Stockholm: Prisma

## Artiklar

Black, P., Harrison, C., Lee, C., Marshall, B. & Wiliam, D. (2004). Working inside the black box: Assessment for Learning in the Classroom. *Phi Delta Kappan*, 86(1), 8-21.

Resnick, L. (1987). Learning in School and Out. *Educational Researcher*, 16(9), 13-20+54.

Runesson, U. (2004). Med lärandets innehåll i fokus. *Nämna*, 1, 34-37. Hämtad WWW 2011-04-19 [http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/3437\\_04\\_1.pdf](http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/3437_04_1.pdf)

## Forskningsrapporter

Bach, F. (2001). *Om ljuset i tillvaron. Ett undervisningsexperiment inom optik.* (Göteborgs Studies in Educational Sciences, 162). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis

Kullberg, A. (2010). *What is taught and what is learned. Professional insights gained and shared by teachers of mathematics.* (Rapport No. 293) Göteborg, Sweden: University of Göteborg, Gothenburg Studies in Educational Sciences. Hämtad WWW 2011-04-19 <http://hdl.handle.net/2077/22180>

Runesson, U. (1999). *Variationens pedagogik – skilda sätt att behandla ett matematiskt innehåll.* (Göteborg Studies in Educational Sciences, 129). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis

Wernberg, A. (2009). *Lärandets objekt – vad elever förväntas lära sig, vad görs möjligt för dem att lära och vad de faktiskt lär sig under lektionerna.* (Doktors avhandling) Kristianstad: Högskolan Kristianstad: Sektionen för lärarutbildningen

## Internet

Learning study Göteborgs universitet. Hämtad WWW 2011-05-02 <http://www.idpp.gu.se/Forskning/forskningsprojekt/learningstudy/>

Kängurun - Matematikens hopp. Nämnaren. Hämtad WWW 2011-05-05 <http://ncm.gu.se/node/1525>

Kängurun - Matematikens hopp. Benjamin 2011. Nämnaren. Hämtad WWW 2011-05-05 [http://ncm.gu.se/media/namnaren/kanguru/2011/webb/benjaminproblem\\_2011.pdf](http://ncm.gu.se/media/namnaren/kanguru/2011/webb/benjaminproblem_2011.pdf)

Nationalencyklopedin (2011). Nationalencyklopedins Internettjänst. Hämtad WWW 2011-04-07. <http://www.ne.se.ezproxy.ub.gu.se/lang/matematik>

Runesson, U. (2010). Learning study. [Tv] sändes 2010-03-11 hämtad WWW 2011-04-21 [www.urplay.se/156964](http://www.urplay.se/156964)

Skolverket. (2003). *Lusten att lära - med fokus på matematik.* Nationella kvalitetsgranskningar 2001-2002. Hämtad WWW 2011-05-05 <http://www.skolverket.se/publikationer?id=1148>

Skolverket. (2008). TIMSS 2007 - huvudrapport. *Svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv.* (Rapport nr. 323). Hämtad WWW 2011-05-15 <http://www.skolverket.se/publikationer?id=2127>

Skolverket. (2010) Utveckla eget tänkande om lärande. Hämtad WWW 2011-04-19 <http://www.skolverket.se/sb/d/4030/a/20922>

Skolverket. (2011a). Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011 (Lgr 11) Hämtad WWW 2011-04-10 <http://www.skolverket.se/publikationer?id=2575>

Skolverket. (2011b). Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011: kursplan i matematik i grundskolan. Hämtad WWW 2011-04-10 [www.skolverket.se/content/1/c6/02/21/84/Matematik.pdf](http://www.skolverket.se/content/1/c6/02/21/84/Matematik.pdf)

Skolverket (2011c). TIMSS 2011. *En internationell studie av elevers kunskaper i matematik och NO*. Hämtad WWW 2011-05-12 <http://www.skolverket.se/sb/d/252/a/17502>

Vetenskapsrådet, (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk- och samhällsvetenskaplig forskning*. Stockholm: Vetenskapsrådet. Hämtad WWW 2011-05-02 [http://www.cm.se/webbshop\\_vr/pdf/etikreglerhs.pdf](http://www.cm.se/webbshop_vr/pdf/etikreglerhs.pdf)

# Bilaga 1

## Intervjufrågor

### Elev

Hur gammal är du?

Vad tycker du om att göra på fritiden?

1. Vad tänker du på när du hör ordet matematik?
2. När använder du dig av matematik?  
Vad gör du då?
3. Vad tycker du om matematik som ämne i skolan?  
Vad får dig att tycka så?  
Varför?
4. Hur lär du dig matematik?  
Vad gör du då, ge exempel på det?
5. Vad lärde du dig på matematiklektionen idag?  
Varför tror du att du behöver lära dig det ni gjorde idag?  
Hur kommer du ha användning för det?
6. Hur vet du att du kan matematik?

### Lärare

Vilken utbildning har du?

Antal år i yrket?

1. Vad betyder ordet matematik för dig?
2. Hur lägger du upp din matematikundervisning?  
Genomgångar,  
praktik – teori,  
läromedel,
3. Vad tycker du är grundläggande matematikkunskap?  
Berätta mer?
4. Vad betyder begreppet individanpassad undervisning för dig?
5. Hur arbetar du för att alla elever ska nå målen?  
Hur menar du?
6. Vad betyder formativ och summativ bedömning för dig?
7. Hur ser du på formativ bedömning?  
Berätta mer, beskriv det?
8. Hur ser du på summativ bedömning?  
Berätta mer, beskriv det?
9. När du utvärderar elevernas förståelse för matematik vilken typ av bedömning använder du dig av?  
Berätta mer.
10. När du utvärderar undervisningen hur gör du då?  
Hur menar du?

**Denna fråga ställdes endast till läraren vars lektion som observerats.**

11. Vad var målet med dagens lektion?  
Vilken förståelse vill du utveckla hos eleven genom dagens undervisning?  
För eleverna?

## Bilaga 2

### Observationsprotokoll

	Stämmer helt	Stämmer delvis	Stämmer nog inte	Stämmer inte alls	Vet inte
Undervisningens innehåll initieras av läraren					
Undervisningen utformas efter en lärobok					
Undervisningen utformas utifrån kursplan					
Undervisningen utformas efter elevernas frågor och problem					
Undervisningen utformas efter elevernas förförståelse					
Läraren knyter an till elevernas förkunskap					
Läraren utmanar elevernas föreställningar					

Klassrumsmiljön:

Kommentarer:

## Bilaga 3

### Tillståndsmall

Anhållan om tillstånd för att ert barn kan delta i en studie inom ramen för ett examensarbete vid lärarutbildningen vid Göteborgs universitet

Jag är en student som utbildar mig till lärare vid Göteborgs Universitet. Jag skall nu skriva den avslutande uppgiften inom lärarutbildningen som är mitt examensarbete och som ger mig min lärarbehörighet. Arbetet motsvarar 10 veckors heltidsstudier och skall vara klart i slutet av maj. Examensarbetets syfte är att se om valet av undervisningsmetod påverkar den matematiska förståelsen. De viktigaste frågorna jag behöver få svar på är vad matematikämnet betyder för eleven och hur de upplever det uppsatta målet för lektionen. För att kunna besvara dessa frågor behöver jag samla in material genom intervju och observation av eleverna i en klass.

På er skola kommer studien att genomföras under 28-29/4. Jag vill med detta brev be er som vårdnadshavare om tillåtelse att ert barn deltar i den observation och intervju som ingår i examensarbetet. Alla elever kommer att garanteras anonymitet. De skolor/enheter/klasser som finns med i studien kommer inte att nämnas vid namn eller på annat sätt kunna vara möjliga att urskilja i studien. I enlighet med de etiska regler som gäller är deltagandet helt frivilligt. Ert barn har rättigheten att intill den dag arbetet är publicerat, när som helst välja att avbryta deltagandet. Materialet behandlas strikt konfidentiellt och kommer inte att finnas tillgängligt för annan forskning eller bearbetning.

Vad jag behöver från er är att ni som elevens vårdnadshavare skriver under detta brev och så snart som möjligt skickar det med eleven tillbaka till skolan så att ansvarig lärare kan samla in svaret vid tillfälle. Sätt således ett kryss i den ruta som gäller för er del:

Som vårdnadshavare ger jag tillstånd att mitt barn deltar i studien

Som vårdnadshavare ger jag inte tillstånd att mitt barn deltar i studien

Datum .....

.....  
vårdnadshavares underskrift/er elevens namn

Har ni ytterligare frågor ber jag er kontakta mig på nedanstående mailadress eller telefonnummer:

Med vänliga hälsningar

Pernilla Strand

XXXXXXXXXXXX@XXXXX.XXX eller XXXX-XXXXXX

Handledare för studien är Karin Gustafsson [karin.gustafsson@ped.gu.se](mailto:karin.gustafsson@ped.gu.se)

Kursansvarig lärare är Olle Hagman, Göteborgs universitet, Sociologiska institutionen