

han icke kunnat upptaga alla de smärre afvikelser, som här och där förekomma hos förf., utan framställt i kategorisk form en och annan regel, från hvilken enstaka undantag finnas", så torde böra nämnas, att man dock hellre bör säga, hvad som fins, än hvad som icke fins. Formen på -urus fuisse *fins*, såsom vi hafva sett, hos en god förf., men däremot är omskrifn. med futurum fuerit, ut ganska problematisk och bildad ex analogia. (Jfr Kumlin, temporalföljd, sid. 4, not. och sid. 47).

Jag medger dock villigt, att de sistanförda exemplen på, såsom det synes, mindre exakt framställning, äro bagateller, som ingalunda hindra mig från att konstatera, att boken öfver hufvud taget är både noggrann och pålitlig i sina uppgifter. Särskildt erkännande förtjänar skemat öfver consecutio temporum, sid. 26 och 27, samt den rikhaltiga samlingen af exempel härtill å sid. 28—31 samt till oratio obliqua, sid. 94—104.

Bokens brister äro dels, som sagdt, de många upprepningarna och omsägningarna, som utgöra ett nödvändigt ondt vid den muntliga undervisningen, men bli tröttande i skrift, och dels en viss dunkelhet i planen och däraf härflytande mindre god ordning och reda vid uppställningen. Boken innehåller för mycket för att vara blott tempuslära och för litet för att vara både tempus- och moduslära, för mycket för att blott anses som ett grammatikaliskt bihang och för litet för att utgöra ett själfständigt arbete. Blir förf. af någon anledning (möjligen ny upplaga) framdeles i tillfälle att företaga en omarbetning, skulle han enligt min mening förfara klokast, om han antingen verkstälde den efter en inskränktere plan, så att boken *blott* komme att utgöra ett grammatiskt komplement till t. ex. T. L:s språklära, till omfånget hvad reglerna beträffar jämförligt med t. ex. Kumlins l. Frigells ofvannämnda skrifter, men med den tillökning i utrymme, som betingades af den rikhaltigare exempelsamlingen, eller ock efter en utvidgad, så att den oberoende af andra språkläror kunde vid lärovräken begagnas som fullständig och själfständig både tempus- och moduslära. Det förre vore kanske att föredraga, enär i senare fallet lärjungen i alla händelser måste ega en fullständig språklära och i T. L:s grammatik har en bok, som beträffande de i fråga varande delarna af syntaxen, såsom äfven lektor Kullander i förtalet till sin bok framhållit, utmärker sig för "en ovanlig reda och åskådlighet i framställningen."

*Ingvar.*

### Ännu några ord om lösning af amorteringsproblem.

I andra, tredje och fjärde häftena af Pedagogisk Tidskrift för innevarande år (sid. 79, 124 och 175) förekomma uppsatser

angående ett vid sistlidne hösttermins skrifning för mogenhets-examen gifvet matematiskt problem. Det märkvärdiga härvid är, att alla tre författarna meddela oriktiga lösningar, och detta, fastän uppgiften är så enkel, att den, om man gifver sig tid, mycket väl kan lösas utan djupare insikter i räknekonst än dem, som meddelas i hvarje folkskola, och så vanlig, att liknande frågor dagligen förekomma i den allmänna affärsrörelsen. Icke håller kunna de tre författarnas misstag förklaras genom någon otydlighet i problemets formulering, ty denna lämnar i fråga om tydlighet ingenting öfrigt att önska. Den verkliga förklaringen ligger i dessa författares obekantskap med vanlig affärspraxis och lagens föreskrifter i hithörande frågor. Redan sättet att, då räntefoten för år är uppgifven, beräkna ett halft års ränta är för den förste insändaren (E. Solander) något så främmande, att han förklarar, att detta "uppenbarligen öfverstiger all mänsklig räknekonst", och han tror, att en sådan beräkning kan ske på mera än ett sätt. Den andre insändaren (Adn) synes föreställa sig, att en skuld, å hvilken inbetalningar blott göras två gånger om året, likväl dag efter dag minskas, och hvarken han eller den tredje insändaren (G. Eneström) finna något hinder möta för kapitalafbetalning utan samtidigt erläggande af upplupen ränta. Den sistnämde betraktar det för öfrigt såsom något alldeles själfklart, att räntan en gång om året skall läggas till kapitalet, och han talar om ränta på ränta, sammansatt ränta o. s. v. såsom den allra naturligaste sak i världen. Det torde alltså vara behöfligt att citera åtminstone ett par paragrafer ur Sveriges rikes lag. I Handelsbalken 9 kap. 5 § läses: "Ej må något på hufvudstolen afräknas, förr än räntan gulden är", och i 6 §: "Hvar som — — — tager ränta på ränta, hafve förbrutit hela räntan och böte tiondedelen af hufvudstolen åt de fattiga". Att formlerna för sammansatt ränta oupphörligt komma till användning vid den algebraiska behandlingen af amorteringsproblem, beror ingalunda på något räntans *läggande till kapitalet*, utan därpå att räntan måste *betalas* vid hvarje amortering; någon föreskrift därom, att detta skall ske årligen finnes ingalunda, utan räntelikviderna ske lika ofta som kapitalinbetalningarna. Dröjer en låntagare i flera år med räntans erläggande, får räntan ingalunda vare sig efter ett eller flera års förlopp läggas till kapitalet, därest icke detta sker i följd af ömsesidig öfverenskommelse genom utfärdande af ny skuldförbindelse, i enlighet med Handelsbalkens 9 kap. 7 §, som lyder: "Nu varder skuldebref med bægges samtycke förnyadt, och räntan lagd till hufvudstolen; det skall ej för ocker räknas".

Vi öfvergå nu till det af de tre insändarna behandlade problemet, hvilket är följande:

*En person har till ett byggnadsföretag lånat 15,000 kronor mot 5 procents löpande årlig ränta. Han inbetalar vid hvarje halfårs slut 450 kronor. Huru snart är skulden amorterad?*

Låtom oss tänka efter, huru långgivaren och låntagaren själfva skulle räkna.

När det första halfåret förflutit, multiplicera de det ursprungliga kapitalet 15,000 kr. med  $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{100}$  (d. v. s. dividera med 40) och finna på detta sätt, att den upplupna räntan utgör 375 kr. Detta belopp måste först och främst gäldas af låntagarens medförda 450 kr., hvadan endast 75 kr. komma att utgöra kapitalafbetalning. Långgivaren antecknar alltså på reversen, att ränta blifvit erlagd, samt att 75 kr. afbetalats. Skulden utgör härefter 14,925 kr., hvilket är det belopp, hvarå ränta beräknas under det andra halfåret. Vid dettas slut fördelas de då erlagda 450 kr. så, att 373,13 kr. åtgå till gäldande af den upplupna räntan, och 76,87 kr. blifva afbetalning, hvarefter den återstående skulden uppgår till 14,848,13 kr. På detta sätt fortsätta de båda kontrahenterna att räkna halfår efter halfår, och som de hafva god tid ( $36\frac{1}{2}$  år) på sig, blir räkningen alls icke ansträngande. Att göra hela räkningen på en gång efter denna metod blir visserligen en smula enförmigt, men går mycket väl för sig och synes kunna medhinnas på mindre än en timme. Vi anföra början och slutet af denna räkning, anordnad på enklaste sätt:

Skuld från början . . . . .	15,000: —
Ett halft års ränta . . . . .	375: —
	<hr/>
	Summa 15,375: —
Inbetalning . . . . .	450: —
Skuld vid slutet af 1:a halfåret . . . . .	14,925: —
Ett halft års ränta . . . . .	373: 13
	<hr/>
	Summa 15,298: 13
Inbetalning . . . . .	450: —
Skuld vid slutet af 2:a halfåret . . . . .	14,848: 13
Ett halft års ränta . . . . .	371: 20
	<hr/>
	Summa 15,219: 33
Inbetalning . . . . .	450: —
Skuld vid slutet af 3:e halfåret . . . . .	14,769: 33
— — — — —	— — — — —
— — — — —	— — — — —
— — — — —	— — — — —
Skuld vid slutet af 70:e halfåret . . . . .	1,103: 68
Ett halft års ränta . . . . .	27: 59
	<hr/>
	Summa 1,131: 27

220 Ännu några ord om lösning af amorteringsproblem.

Inbetalning . . . . .	450: —
Skuld vid slutet af 71:a halfåret . . . . .	681: 27
Ett halft års ränta . . . . .	17: 03
	Summa 698: 30
Inbetalning . . . . .	450: —
Skuld vid slutet af 72:a halfåret . . . . .	248: 30
Ett halft års ränta . . . . .	6: 21
	Summa 254: 51

Resultatet blifver, att till skuldens amorterande åtgå  $36\frac{1}{2}$  år, ehuru den sista inbetalningen icke blifver af samma storlek som de 72 föregående, utan endast 254,51 kr.

Med användande af de genvägar, algebran erbjuder, kan samma räkning anordnas sålunda:

Skuldens ursprungliga belopp:

$$15000.$$

Summan af kapitalskuld och upplupen ränta vid slutet af 1:a halfåret:

$$1,025 \cdot 15000.$$

Kapitalskuld vid början af 2:a halfåret:

$$1,025 \cdot 15000 - 450.$$

Summan af kapitalskuld och upplupen ränta vid slutet af 2:a halfåret:

$$1,025 (1,025 \cdot 15,000 - 450)$$

eller

$$(1,025)^2 \cdot 15000 - 1,025 \cdot 450.$$

Kapitalskuld vid början af 3:e halfåret:

$$(1,025)^2 \cdot 15000 - 1,025 \cdot 450 - 450.$$

På detta sätt finnes skuldens storlek efter förloppet af hvilket antal halfår som helst. Efter  $n$  halfår utgör den, före inbetalningen af de 450 kronorna

$$(1,025)^n \cdot 15000 - (1,025)^{n-1} \cdot 450 - \dots - 1,025 \cdot 450,$$

$$\text{och efter denna inbetalning} \quad (1,025)^n \cdot 15000 - (1,025)^{n-1} \cdot 450 - \dots - 1,025 \cdot 450 - 450.$$

Sättes det sista uttrycket  $= 0$ , erhålles efter de vanliga algebraiska transformationerna

$$(1,025)^n = 6$$

och

$$n = 72,563.$$

Emellertid egde den använda likheten giltighet endast under förutsättning af ett heltalsvärde på  $n$ , och det går därför icke an att utan vidare förklara den sökta tiden vara 72,563 halfår eller 36 år 3 månader 11 dagar. Resultatet visar blott, att skulden efter 72 halfår ännu icke är amorterad, men att låntagaren åter skulle betala för mycket, om han äfven vid slutet af det 73:e halfåret erlade samma belopp som de föregående halfåren. Man måste därför beräkna storleken af den sista inbetalningen, hvilket sker genom att i uttrycket för den storlek, skulden, innan inbetalning skett, hade vid slutet af  $n$ :te halfåret, sätta  $n = 73$ . Det sökta beloppet befinnes då vara

$$18450 - (1,025)^{73} \cdot 3000$$

eller

$$254,51.$$

Härmed är det resultat funnet, hvilket vi redan förut angifvit.

Vi hafva nu visat, huru problemet måste lösas, och meddelat skälen, hvarföre denna lösning är den enda möjliga. Det är tydligt att den ingalunda, såsom herr Solander tror, endast är grundad på ett godtyckligt antagande. Samma tillvägagående måste för öfrigt användas vid alla problem angående amorteringslån, hvilka än mellantiderna mellan de särskilda inbetalningarna äro. "Amorteringsproblem med halfårsinbetalningar" bilda alltså icke någon särskild klass, såsom herr Eneström redan genom öfverskriften på sin uppsats visar sig tro.

Det torde efter det ofvan sagda vara obehöfligt att ingå på en detaljerad kritik af herrar Solanders, Adns och Eneströms uppsatser. Endast i fråga om den metod, som af herr Solander med halft gillande, halft ogillande omtalas såsom använd af en af hans lärjungar, må ett par erinringar göras, icke som om metoden i sig själf skulle förtjäna eller tåla vid att närmare skärskådas, utan emedan den rönt den alldeles oförtjänta äran att af herrar Adn och Eneström omfattas såsom den enda riktiga.

Metoden förutsätter, att ingen ränta alls erlægges, när den första halfårsinbetalningen göres, samt att, när den andra halfårsinbetalningen i följd häraf icke förslår till betalande af all under året upplupen ränta, återstående ogulden ränteskuld lägges till kapitalet. Huru onaturligt detta förfaringssätt är, torde ligga i öppen dag. I alla händelser står det i afgjord strid med allmänt bruk och gällande lag.

Den af herr Solander för egen del framställda metoden, hvars omöjlighet ännu lättare måste falla en hvar i ögonen, skiljer sig i principen helt och hållet från den nyss nämnda. Denna principiella skiljaktighet hindrar icke herr Adn att ställa metoderna vid

sidan af hvarandra och förklara dem vara "i praktiskt afseende lika goda", blott och bart därför, att det föreliggande exemplet kan enligt båda uträknas ungefär lika fort och med ungefär samma resultat, hvarvid till på köpet resultatens förutsättas uttryckta i år och  *dagar*. Med mera fog skulle man kunna säga, att metoderna i praktiskt afseende äro lika dåliga, åtminstone för långifvaren, ty han skulle, om någondera af dem kunde användas, gå förlustig de båda sista halfårsinbetalningarna.

Vi hafva all anledning att instämma med herr Eneström, då han framhåller vikten af att noggrant klargöra betydelsen af de termer, som användas, och uttryckligen framhålla de förutsättningar, under hvilka de olika formlerna gälla, och vi tro i likhet med honom, att det i fråga varande problemet ej kan erbjuda några svårigheter för en lärjunge, som erhållit lämplig handledning i lösning af amorteringsproblem.

*Erik Lundberg.*

## P. M.

De i detta och föregående häfte införda annonser torde med afseende på den vid terminens slut förestående premieutdelningen förtjäna att beaktas, hvadan vi tillåta oss fästa vederbörandes uppmärksamhet på desamma.

## Kongliga beslut.

Hos kongl. maj:t har fil. lic. A. Brissman anhållit, att han, som förordnats att under innev. vårtermin uppehålla en lektorsbefattning vid allm. lvk:t i Umeå och fördenskull måst från Västergötland begifva sig till Umeå, måtte af allmänna medel undfå ersättning för berörda resa; och har k. m:t d. 2 sistl. mars tilldelat sökanden såsom bidrag till betäckande af kostnaderna för ifrågavarande resa ett hundra kronor.

— I en till k. m:t ingifven skrift har styrelsen för Motala enskilda elementarläroverk, med anledning däraf att lvk:ts föreståndare teol. kand. Anders Neander blifvit befördrad till lektor vid allm. lvk:t i Norrköping och att i dennes ställe till föreståndare antagits fil. och teol. kand. Nils August Liljeqvist, anhållit, att den rätt att dimittera lärjungar till sjätte klassen vid statens allm:a lv:k, som genom nåd. resolution d. 6 maj 1886 blifvit lvk:t medgifven t. o. m. vårterminen 1891, under förutsättning att Neander fortföre att vara lvk:ts föreståndare, måtte få på i öfrigt