

— **Stockholm:** (Katarina lvk) koll.-bef. (mat., nat.-lära, tyska) fat.-dag  $19/4$ . — **Wexjö:** adj.-bef. (tyska, eng., franska) fat.-dag  $11/4$ .

**Sökande:** **Westerås:** lekt.-bef. adj. dr O. J. Rönström, lic. P. Rödström, docne A. J. af Sillén, A. Hallström, P. G. S. Jacobsson, P. E. Kullander, P. Molhem.

**Tjänstledige:** **Enköping:** koll. F. W. Åmark. — **Gefle:** adj. R. J. Ström. — **Göteborg:** (femkl. lvk) koll. M. A. Almgren; (reallvkt) musiklär. J. E. Andersson. — **Hudiksvall:** adj. C. O. Berg. — **Varberg:** gymn.-lär. H. M. Staël v. Holstein.

**Förordnade:** **Enköping:** t. koll. kand. K. A. E. Lenström. — **Gefle:** t. lekt. kand. C. H. A. Hammarskjöld; t. adj. kand. K. A. Ahlstedt. — **Göteborg:** (högre lvk) t. lekt. doc. E. Carlson; t. adj. stud. C. J. Carlstedt, kand. H. L. Olson; t. musiklär. kantor R. Lindholm; t. extr. lär. adj. E. V. Cedervall, adj. A. Börjesson, dr P. Molhem, kand. ne N. M. Möller, R. Olsson, A. Ohlsson, T. Edbom, lic. V. E. Hedelius, stud. C. Cron; t. biträd. teckningslärare hr C. E. L. Baltzer; (reallvkt) t. adj. dr K. E. Broman, stud. A. Svensson, e. o. kammarskr. E. J. R. Johnsson, stud. J. Öberg; t. musiklär. hr A. H. Elfåker; t. extr. lär. kand. ne K. A. Andersson, G. A. Söderholm, J. Nyblén, stud. P. A. Nordgren; (femkl. lvk) t. koll. stud. A. W. Lindgren; t. gymn.-lär. styckj. G. A. de la Motte; t. extr. lär. kand. J. Norberg, stud. D. Bergström. — **Hudiksvall:** t. adj. stud. C. O. Samuelsson, kand. D. G. Thörning. — **Kungälf:** t. koll. stud. J. H. Theorell; t. gymn.-lär. sånglär. C. J. Holm. — **Kungsbacka:** t. rekt. dr A. Lind; t. koll. och gymn.-lär. stud. J. W. Patersson. — **Laholm:** t. pedag. stud. J. A. Söderberg. — **Malmö:** t. bitr. gymn.-lär. und.-löjtn. A. G. Härdelin. — **Marstrand:** t. ritlär. koll. O. W. Hansson. — **Slimshamn:** t. bitr. ritlär. (med afön. af ensk. medel) e. o. kammarskr. C. Persson. — **Strömstad:** t. rekt. kand. N. A. Ahlström; t. koll. stud. A. S. L. Hjulström; t. ritlär. koll. K. F. Cederskog; t. musiklär. organ. A. Viklund. — **Uddevallå:** t. rekt. koll. A. V. Uhrberg; t. koll. stud. O. Ahlner, lic. A. R. Friberg, kand. L. W. Svensson. — **Varberg:** t. gymn.-lär. löjtn. E. v. Wolfradt.

**Död:** **Karlstad:**  $12/2$  v. adj. O. Vesterdahl 37 år gammal.

## Euklides' Elementa.

Euklides' Elementa, som redan för 2000 år sedan användes såsom lärobok, är väl den äldsta af våra vetenskapliga läroböcker. Den författades 300 år före Kristi födelse för museet i Alexandria och har sedan dess nästan uteslutande blifvit använd vid den första vetenskapliga undervisningen i geometri ända in i 18:de århundradet. Mot denna oerhörda varaktighet svarar en icke mindre utbredning. Euklides' Elementa har nämligen tjänat alla bildade nationer och en stor del af de halfbildade såsom geometrisk lärobok. Den finnes öfversatt på latin, tyska, franska, engelska, holländska, danska, svenska, spanska, hebreiska, arabiska, turkiska, persiska och tartariska; och förteckningen på upplagor och öfversättningar af Euclides' Elementa upptager 16 kvartsidor i Fabricii bibliotheca græca. Man kan därför icke förundra sig öfver att Euklides blifvit betraktad som den personifierade geometrien, så att man länge ansett uttrycken, att studera Euklides och att studera geometri, såsom liktydiga. Också herskade länge den skönaste endragt i de lofprisande omdömena om Euklides och hans Elementa. Vi vilja nöja oss med att anföra ett par yttranden af Monticla och Lorenz.

Monticla, den matematiska vetenskapens utmärkte historio-graf, säger: "Euklides sammanställde i sitt verk, det bästa af alla arbeten af detta slag, de geometriska elementarsanningar, som på hans tid voro kända, och han gjorde det i ett så beundransvärdt sammanhang, att ingen enda sats finnes, som icke står i en nödvändig förbindelse med de honom föregående och efterföljande. Förgäfvos hafva åtskilliga matematici, hvilka Euklides' ordning miss-hagade, försökt att ställa satserna i annan ordning utan att därigenom försvaga bevisens styrka. Deras vanmäktiga försök hafva visat, huru svårt det är att i stället för den af den gamle geometern bildade bevisningskedjan åstadkomma en annan, lika fast och säker." Lorenz går nästan ännu längre. "I Euklides' verk", säger han, "finner läraren och lärjungen lika mycken näring och tillfredsställelse. Då den förre gläder sig åt satsernas snillrika sammanställning samt åt slutens fina sammanknytning och följd på hvarandra i bevisen, så tiltalas de senare af den stora tydlighet och äfven lättfattlighet, som här möta honom. Emellertid är denna lättfattlighet icke af den art, att den, mer öfvertalande än öfvertygande, befriar från eftertanke och ansträngning, en

sådan på grundlighetens bekostnad köpt lättfattlighet är under den geometriska vetenskapens värdighet. — Den strängt vetenskapliga gången, som icke lämnar någon lucka, utan tillbakaför allt till några få obestridliga satsers genom en ändamålsenlig sammanställning och sammanbindning af sanningarna är ensam den, som medför den största möjliga formela och materiella nytta; och skriftställare eller lärare, som leda sina läsare eller lärjungar på en annan väg, mena det icke nog uppriktigt och allvarligt hvarken med dem eller med vetenskapen. Också hafva de försök, som på åtskilliga ställen blifvit gjorda, att förändra Euklides' system och gifva satserna dels en annan ordningsföljd, dels andra bevis aldrig vunnit varaktigt bifall, utan snart åter råkat i glömska. Geometrien fogar sig nu en gång icke i den så kallade skolmetoden, enligt hvilken allt, som handlar om ett föremål, t. ex. om triangeln, skall framställas i ett sammanhang: den enda regeln för ordningen inom den samma är, att det bör ställas förut, som är nödvändigt för den riktiga insigten i det följande." Köstner åter påstår rent af att ju mer läroböckerna i geometri skilja sig från Euklides, dess sämre äro de.

Euklides' beundrare äro alltså fullt ense därom, att Elementa bildar ett enda af många sins emellan fast och ouplösligt sammanfogade satsers bestående helt, att satsernas ordning icke kan förändras, då hvarje sats är betingad och begrundad af de föregående och åter i sin ordning betingar och begrundar de efterföljande, samt slutligen att Euklides' Elementa både såsom ett rent vetenskapligt verk och såsom lärobok är så förträfflig, att hvarje försök att förbättra den måste misslyckas\*).

Redan på den tid, då man i teorien obetingadt prisade Euklides, visade sig likväl i praxis en betydlig afvikelse från den ordning, som af honom blifvit följd. Så lästes på många ställen blott några af de 13 böcker, som tillsammans bilda Elementa, och på åtskilliga ställen lästes till och med dessas satsers i en helt annan ordning än den, hvori de förekomma i Elementa. Såsom bekant, behandla Elementas 6 första böcker den plana geometrien samt proportionslära, de 3 följande aritmetiken, den 10:de förhållandet mellan de kommensurabla och inkommensurabla storheterna samt den 11:te, 12:te och 13:de geometrien i rymden, under det att den 13:de särskildt handlar om de fem regelbundna kropparne och deras förhållande till sferen såsom den allra fullkomligaste. Af dessa lästes enligt Montucla än den 1:sta 3:dje, 4:de och 6:te, än de 6 första jämte den 11:te och 12:te. Såsom skäl härtill angifver han, att dessa omfatta det rent nödvändiga och förhålla

\*) Karl von Raumer. Geschichte der Pädagogik III Art. Geometrie.

sig till den öfriga geometrien såsom kännedomen af bokstäfverna till läsning och skrifning. De öfriga böckerna måste däremot anses mindre brukbara, då aritmetiken erhållit en annan gestalt och läran om de inkommensurabla storheterna samt de regelbundna kropparne numera äro föga lockande för matematici. Om den 10:de boken säger Montucla, att den innehåller en så djup teori om de inkommensurabla storheterna, att han tviflar på, att någon matematicer i våra dagar vågar följa Euklides genom denna mörka labyrinth. Den 13:de boken jämte de två därtill fogade af Hypsikles liknar han vid de gamla bergverken, som man öfvergifver, emedan utbytet icke är nog stort för att betäcka kostnaderna. De kunna, menar han, endast betraktas såsom föremål för ett slags vetenskapligt tidsfördrif eller såsom anledningar till några egendomliga problem.

Detta uteslutande af hela böcker af Elementa från undervisningen rimmar sig tydligen ej väl med det påståendet, att förbindelsen mellan de särskilda satserna skall vara så fast, att de hvarken kunde läsas i annan ordning eller någon vara borta, utan att bevisningens kraft upphäfdes, emedan hvarje följande grundade sig på alla de föregående. Att detta påstående är alldeles falskt, framgår otvetydigt af den fullt genomförbara plan för studiet af Elementa, som James Thomson framställer i sin berömda "Euclid's Elements". Enligt denna borde nybörjaren vid första läsningen förbigå 44:de och 45:te satserna i första boken, alla i andra boken utom de 3 första, den 35:te, 36:te och 37:de i tredje boken samt hela fjärde boken. Sedan han från den 34:de satsen i tredje boken öfvergått till femte och sjette böckerna och i den sistnämnda hunnit till den 18:de satsen, skulle han gå tillbaka och läsa hvad han förbigått, hvarvid han vid flere tillfällen kunde begagna sig af de lättare och kortare bevis, till hvilka sjette boken lämnar medel. — En studieplan af detta slag framställes äfven i de "Anvisningar och Råd", som åtföljde skollagen af 1820. Däri föreslås nämligen att man genast från första boken öfvergår till den tredje, hvilken genomläses med besparande af de tre sista propositionerna, till dess den andra boken förut blifvit genomgången. Sedan fortsättes läsningen utan att vidare ändra den ordning Euklides utstakat. Då de 6 första böckerna blifvit lästa, genomgår man så mycket af den 11:te, som kan medhinnas och till kännedomen af stereometriens element är nödigt.

Mot hvarje uteslutning af enskilda satsers eller hela böcker af Elementa uppträder på det bestämdaste Kepler. Särskildt framhåller han betydelsen af 13:de boken för en rätt uppfattning af Elementa. De öfriga utgöra nämligen blott en förberedelse för eller inledning till denna, i hvilken Euklides behandlar sjelfva

ämnet för Elementa, de fem regelbundna kropparne. För greken med hans lifliga känsla för och fina uppfattning af det sköna och regelbundna voro dessa sjelfständiga kunskapsobjekt värda att studeras för deras egen skull, och geometriens egentliga föremål. Uteslutes därför den 13:de boken, blir Elementa utan mål, enhet och form, och af den härliga byggnaden blir intet annat öfrigt än en formlös hop af satser. Redan Proklus hade anmärkt, att alla böckernas alla satser hänförde sig till läran om de fem regelbundna kropparne; och för den, som blott läst de 6 första samt 11:te och 12:te böckerna, blir det oförklarligt, hvarför åtskilliga satser upptagits. Många satser finnas nämligen, som inom dessa böcker icke komma till användning (t. ex. 1, 2, 3, 8, 9 och 10 i andra boken samt de flesta af fjärde bokens satser m. fl.), och åtskilliga bland dessa äro i sig sjelfva af högst ringa betydelse.

Tydligt är att på Euklides' tid, då geometriens mål var kännedomen af de regelbundna kropparne, Elementas 12 första böcker utgjorde en särdeles god inledning till geometrien och kunde sägas innehålla dess elementarsatser, men lika tydligt är att då geometrien erhållit ett vida större omfång och en till den grad förändrad karaktär, att det, som förut utgjorde dess mål, helt och hållet därur uteslutits eller gifvits en mycket underordnad plats, denna inledning icke längre kan vara tillräcklig eller ens lämplig. Klart är nämligen, att sedan nya geometriska discipliner blifvit utvecklade, såsom trigonometri, analytisk geometri och deskriptiv geometri, och elementargeometriens uppgift blifvit att bilda en inledning till dessa, på samma gång den fått en omedelbart praktisk uppgift, nämligen att tjäna till grund för teckning och beräkning af kroppar, ytor, linier och vinklar, den ej längre kan behandlas på samma sätt, som då den blott utgjorde inledningen till läran om de regelbundna kropparne.

Då emellertid många i vårt land äro af alldeles motsatt mening, så torde denna fråga böra punkt för punkt undersökas. Betrakta vi härvid först Elementa såsom grundlaget för teckning och beräkning af geometriska storheter, så torde det vara allmänt bekant, att ingen nu för tiden vid geometrisk teckning begagnar sig af det af Euklides föreskrifna sättet att afskära en rät linie ett stycke lika stort med en annan rät linie, att skära en rät linie eller en vinkel midt uti, att draga en normal till en rät linie, att i en gifven punkt mot en rät linie sätta en vinkel lika stor med en gifven vinkel o. s. v. Orsaken härtill är att Euklides' förfaringssätt, så lätt det än är att teoretiskt bevisa dess riktighet, i praktiken är allt för besvärligt och ofta lämnar ett mindre noggrant resultat. Då lärjungen börjar rita, får han därför af ritläraren lära helt andra förfaringssätt för utförandet af

dessa enkla operationer, men därvid får han blott lära *huru* det skall gå till, men icke *hvarför* man genom det angifna förfaringssättet kommer till det åsyftade resultatet. Ja, åtskilliga af våra ritlärare torde sakna nödiga geometriska insigter för gifvandet af ett dylikt bevis; och vi hafva hört lärjungar uppgifva, att de på sin fråga, huru det angifna förfaringssättet kunde bevisas, fått till svar, att det hvarken kunde eller behöfde bevisas; man kunde lätt genom mätning öfvertyga sig om, att resultatet blef riktigt. Genom denna strid mellan teori och praxis komma lärjungarne lätt till den öfvertygelsen, att teorien är till helt och hållet för sin egen skull och har intet med praktiken att göra. Här om någonstades hafva de fullt rätt, som yrka att skolundervisningen skall göras mera praktisk. Här är teorien *non vitæ sed scholæ*. Den förvänder åsigt om teorien, som sålunda insmugit sig hos lärjungarne, vinner i styrka och bestämdhet i samma mån de fortsätta sina geometriska studier och skola söka tillämpa dem i praktiken. Hvilket pestgift denna mening inför i själslifvet och hvilket förderf den bringar deras öfriga studier, deras karaktär och hela lif, är här icke platsen att utreda, men säkerligen har en del af den indifferentism och skepticism, som äro så vanliga bland vår akademiska ungdom, flutit ur denna källa; men nog härom för tillfället.

Återgå vi till vårt egentliga ämne, så är det vid beräkningen af plana figurers ytor, som lärjungen nästa gång får sin lektion i det bristande sammanhanget mellan teori och praxis. Med stöd af 23:de propositionen i sjuende boken och genom ett närmare bestämmande af komponerad förhållande samt några tillagda satser, skulle man visserligen kunna utföra ett bevis för riktigheten af formlerna för de plana rätlina figurernas beräkning, men detta förfaringssätt torde ingenstades i vårt land användas, åtminstone gifver ingen af de gängse upplagorna af Elementa något sådant vid handen. Också skulle lärjungen i sådant fall först i de högre klasserna få lära att beräkna ytan af en rektangel, triangel eller annan enkel plan figur. Man meddelar därför vanligen helt dogmatiskt de för beräkningen nödiga formlerna och gifver därvid väl också understundom ett och annat skäl och sannolikhetsbevis; utan alla sådana meddelas dock i allmänhet förhållandet mellan cirkelperiferien och diametern. Då Euklides, som sjelf ingenstades försökt sig på cirkelliniens aritmetiska rektifikation, icke behandlat den regelbundna mångsidningen i allmänhet och dess förhållande till cirkeln, så skulle det också behövas en hel rad af nya satser för att vetenskapligt utveckla metoden att beräkna  $\pi$ -talets värde. — Vi finna således, att man vid teck-

ning och beräkning af geometriska storheter icke har någon nämnvärd hjälp af Euklides' Elementa.

Betrakta vi åter Elementa såsom inledning till trigonometri samt analytisk och deskriptiv geometri, så kan det ej gärna förundra någon att finna, att hela det åskådningssätt, hvarifrån den utgår, är ett helt annat än det, hvarpå de sistnämnda äro grundade, äfvensom att i följd därpå dels många satser, som för dessa äro behöfliga, saknas, dels åtskilliga af de grundläggande definitionerna äro alltför inskränkta och således redan från början inplanta en oriktig uppfattning af sjelfva grundbestämningarna, hvilken sedermera vållar en mängd svårigheter och missförstånd. Det begrepp, på hvilket trigonometrien hvilar, är vinkelbegreppet, och utan en riktig uppfattning därpå blir hela denna disciplin otillgänglig. Då nu Euklides definierar plan vinkel såsom den lutning, som tvänne linier hafva till hvarandra, hvilka äro i samma plan och raka i hop, men icke ligga i en rät linie, så har han tydligen därmed gjort det omöjligt att antaga, det en vinkel kan vara  $180^\circ$  eller därutöver. Då därför en lärjunge, som blifvit genomträngd af Euklides' uppfattning i trigonometrien stöter på vinklar af  $180^\circ$  eller därutöver, antager han dem vara imaginära storheter, symboler, som väl kunna användas i räkningen, men som icke finnas i verkligheten, och missuppfattar därmed hela trigonometrien. Det Euklideiska vinkelbegreppet grumlas ännu mera därigenom, att Euklides talar om vinklar mellan kroklinier och räta linier utan att närmare bestämma hvad därmed menas. Därpå att han i 16:de propositionen i tredje boken bevisar, att vinkeln mellan en cirkelbåge och dess tangent är mindre än hvarje rätlinig, spetsig vinkel, förledes man nämligen lätt att tro, att krokliniga vinklar kunna vara mindre än någon som häst rätlinig vinkel och således måste vara af helt annat slag, ehuru därmed egentligen är bevisadt, att den kroklinige vinkeln sammanfaller med vinkeln mellan krokliniens tangent och den räta linien eller mellan de båda krokliniernas tangenter, hvaraf åter framgår, att vinkeln angifver förhållandet mellan tvänne riktningar. Men icke blott i trigonometrien vållar oss det Euklideiska vinkelbegreppet olägenheter, äfven i planimetrien lämnar det oss i sticket, t. ex. vid behandlingen af mångsidingar med ett eller flere inåtgående hörn. Hade Euklides företagit dylika mångsidingar till behandling, hade han säkerligen därpå föranledts att ombilda sitt vinkelbegrepp. Vidare omöjliggöres därpå användandet af den genetiska metoden i geometrien; ty med bibehållande af det samma kan man tydligen icke betrakta en triangel såsom en firsiding med en  $180$  graders vinkel eller använda andra dylika betraktelsesätt, utan hvilka den genetiska metoden icke låter sig genomföras.

Jag har varit vidlyftig i detta fall för att något visa, hvilka olägenheter en enda felaktig definition kan medföra.

Såsom förberedelse för den analytiska geometrien måste Elementa vidare anses olämplig, emedan den saknar ej blott alla satser angående geometriska lägen, utan till och med sjelfva begreppet om det geometriska läget af punkter, som fylla ett visst villkor, ett begrepp, på hvilket hela den analytiska geometrien kan sägas vara bygd. Frånvaron af alla satser angående geometriska lägen är för öfrigt en brist, som är mycket känbar vid lösningen af geometriska problem. Men icke blott genom hvad den saknar är Elementa olämplig såsom inledning till den analytiska geometrien, äfven åtskilligt af hvad den lär, t. ex. parallelteorien, står i strid med den uppfattning, som inom den sistnämnda gjort sig gällande. I sammanhang härmed torde äfven böra påpekas den brist på öfverensstämmelse, som förefinnes mellan Elementa och den andra matematiska disciplin, som vid skolorna studeras, nämligen algebran. Denna framträder — för att ej här tala om den femte boken — företrädesvis i den andra, hvars flesta satser innebära en geometrisk framställning af åtskilliga enkla algebraiska formler. Lätt är att inse, huru mycket dessa satser skulle vinna i enkelhet och praktisk användbarhet, om de ombildades i enlighet med de algebraiska regler, hvilkas geometriska framställningar de äro. Så skulle t. ex. 1:sta propositionen i andra boken kunna uttryckas sålunda: Summan af tvänne eller flere rektanglar med samma höjd är lika stor med en rektangel, som har samma höjd som de gifna, och hvars bas är summan af de gifna rektanglarnes baser; och den 5:te och 6:te skulle kunna slås tillsammans till *en*, så lydande: Rektangeln af tvänne räta liniers summa och skilnad är lika med skilnaden mellan kvadraterna på dessa linier.

Då af det föregående torde framgå att Euklides' Elementa nu för tiden är lika litet användbar såsom grundlag för fortsatta matematiska studier som för den omedelbara praktiska tillämpningen af geometrien, så återstår att undersöka, huruvida den i pedagogiskt hänseende eller såsom formelt bildningsmedel är så förträfflig, att den detta oaktadt bör fortfarande användas såsom lärobok i geometrien. Denna undersökning är så mycket behöfligare, som flertalet af dem, som yrka på dess bibehållande, just göra det, emedan de anse att därigenom vinnes en lefvande insigt och en säker öfning i den sant vetenskapliga metoden, som kommer en till godo vid studiet af alla andra vetenskaper och kan tjäna en såsom mönster vid ens eget vetenskapliga arbete. Endast hos Euklides, mena de, kan man lära, hurudana definitioner, axiom och postulat böra vara och huru man skall föra ett verkligt bevis; hos honom förekommer intet felaktigt, intet obevisadt, intet på

oriktig plats, ett beröm, som icke kan tilläggas någon annan lärobok hvarken i geometri eller i någon annan vetenskap. Här emot kan emellertid invändas att för närvarande den Euklideiska metoden ej användes i någon enda vetenskap: i naturvetenskaperna förekommer den lika litet som i de historiska eller språkvetenskaperna, den högre matematiken betjänar sig ej däraf, och de försök, som gjorts att bringa den i användning i filosofien, slogo allt för illa ut för att locka till efterföljd. Hvarifrån har man då fått den meningen, att den Euklideiska metoden utgör höjden af vetenskaplighet? Tydligen från den scholastisk-aristoteliska logiken, hvars regler den exemplifierar. Men denna sjelf måste nu betraktas såsom en öfvervunnen ståndpunkt, ett förbrukadt bildningsmedel, och för öfrigt visar en något strängare granskning, att en mängd af Euklides' definitioner icke äro några regelrätta definitioner, att hans axiom i sjelfva verket icke äro verkliga axiom och att hans postulat icke äro hvad man i filosofien menar med postulat. Så är af första bokens definitioner den 1:sta, 2:dra och 5:te negativa och innehålla härledda i stället för ursprungliga kännetecken, den 4:de och 7:de äro cirkeldefinitioner, den 8:de är för trång, den 11:te för vid o. s. v. Axiomen kunna nästan alla sammans bevisas, och för 11:te och 12:te anföras vanligen bevis i andra geometriska läroböcker. Äfven med afseende på bevisen kan åtskilligt anmärkas. Så användas vid bevisningen åtskilliga satser, som hvarken blifvit bevisade eller upptagna såsom axiom; bland dessa torde i första rummet böra anföras omvändningen af femte bokens 5:te definition, som togs till hjälp vid bevisandet af 4:de med flere propositioner i nämnda bok, och som ingalunda kan betraktas såsom sjelfklar. Någon gång användes en efterföljande proposition i beviset af en föregående; så förutsattes 1:sta propositionen i femte boken vid beviset af 8:de i andra samt 1:sta och 5:te i femte vid beviset af 20:de i tredje. På ett och annat ställe förekomma luckor i bevisningen t. ex. i 7:de och 8:de propositionerna af tredje boken (det är ej ådagalagdt att  $\wedge FEB > \wedge FEC$  eller att  $\wedge EMD > \wedge FMD$ , Strömers edition 1870). Sjette bokens 32:dra proposition innehåller, såsom den af Euklides är framställd, ett cirkelbevis. Den lyder, såsom bekant, sålunda: Om tvänne trianglar hafva två sidor proportionela med två sidor, och de sättas tillhopa vid en vinkel, så att de homologa sidorna äro parallela, så skola de öfriga två sidorna i dessa trianglar vara i en rät linie; och den bevisas därigenom att det ådagalägges, att de båda trianglarne måste vara likvinkliga; men detta är tydligen något, som måste vara förutsatt för att de skola kunna sättas tillhopa vid en vinkel, så att de homologa sidorna äro parallela. Slutligen äro många bevis onödigt långa och andra helt och hål-

let öfverflödiga. Alldeles ofelbar kan Euklides således icke erkännas vara ens från den formela logikens synpunkt. Hans största brist i vetenskapligt hänseende är dock att han underlåtit att ordna sitt material efter innehållet. Och i vår tid, då de artificiela systemen allt mer undanträngas af de naturliga och så stort vikt lägges på en god klassifikation och öfversiktighet i framställningen, måste denna brist anses vara af den betydelse, att Euklides blott därigenom göres olämplig att uppställas och användas såsom ett mönster för vetenskaplig behandling af ett ämne.

Från pedagogisk synpunkt är Elementa dessutom olämplig såsom den första läroboken i geometri, emedan den saknar åskådninglära och flere af dess första satser, såsom första bokens 5:te, 6:te och 13:de propositioner, äro för den vid geometrisk bevisning ovane synnerligen svåra att lära. Och dessa brister låta sig knappast undanrödja utan en ganska grundlig omstöpning. Ty då flere af Euklides' grunddefinitioner äro negativa eller behäftade med andra logiska fel, låta de sig icke framställa i åskådning, utan att de ombildas; och besluter man sig för att bryta den Euklideiska bevisningskedjan, blir det ej lätt att afgöra hvar gränsen skall sättas.

Så utmärkt Euklides' Elementa än var för sin tid och ehuru den i nära 2000 år kvarstått öfverträffad, så torde den således ej för närvarande kunna med fördel användas såsom lärobok, då det geometriska studiet tager sin början vid vida tidigare ålder än för, och en mängd matematiska discipliner blifvit utbildade, om hvilka Euklides icke hade någon aning, men för hvilka elementargeometrien måste tjäna såsom förberedelse. Också hafva nästan alla bildade länder för länge sedan beslutit sig för att öfvergifva den, och äfven hos oss hafva betydande röster höjts mot dess vidare användning. Så anmärker kommissionen för behandling af åtskilliga till undervisningen i matematik och naturvetenskap hörande frågor i sitt 1872 utgifna betänkande mot Elementa,

att den ej äger tillbörligt sammanhang med nutidens geometri sådan den gestaltar sig i följd af den matematiska vetenskapens utveckling från Euklides' tid till våra dagar;

att man däri saknar satsen om cirkelperiferiens förhållande till diametern, läran om klotet, läran om symetri, läran om sneda koner och cylindrar;

att åtskilliga definitioner dels på grund af sin plats, dels i följd af sin form ej tillfredsställa logikens fordringar;

att den börjar med satser, som för nybörjaren äro mycket för svåra och att äfven i fortsättningen flere bevis kunna betydligt förenklas;

att satserna ej äro grupperade efter deras naturliga sammanhang;

att inga tillämpningar på mätning eller beräkning af plana eller rymdstorheter förekomma;

att dess femte bok eller den s. k. proportionsläran är för *svärfattlig*, emedan den reducerar undersökningen om likheten eller olikheten mellan storheters förhållanden till att jämföra en mängd mångfald af storheterna i stället för att jämföra storheterna sjelfva. Därigenom har lärjungen svårt att se, att den Euklideiska definitionen på proportionela storheter innefattar den föreställning om sådana, som man har från aritmetiken.

På grund här af uttalar kommissionen såsom sitt slutomdöme, att man med erkännande af allt det goda, som denna lärobok uträttat, bör utbyta den mot andra, som bättre motsvara de berättigade fordringarna. — Egendommeligt nog har denna granskning af Elementa icke fått sin plats bland de allmänna anmärkningarna, utan framställes i sammanhang med granskningen af Strömers edition af Elementa.

Man skulle väntat att detta omdöme, som blifvit officiellt afgifvet af flere bland de mest framstående lärarne i de matematiska disciplinerna vid våra skolor och universitet, skulle hafva brutit Elementas väld vid våra allmänna läroverk. Men detta har ingalunda inträffat, ännu herskar den därstädes nästan lika enväldigt som förut. Och att detta icke sker till det matematiska studiets fromma framgår otvetydigt af den berättelse A. Steen, professor i matematik vid Köpenhamns universitet och öfverinspektör för de lärda skolorna i Danmark, afgifvit öfver sina iakttagelser vid det besök han hösten 1879 gjorde vid åtskilliga af våra mest ansedda allmänna läroverk. Han yttrar däri \*): "Ehuru undervisningen i matematik på både den klassiska och reala linien (i Sverige) fortsättes genom alla klasser med ett rätt passande timantal, kan resultatet dock icke tåla en jämförelse med det, som nås i Danmark. Den fördel, som latinlinien skulle hafva af en genom hela läroverket fortsatt undervisning i jämförelse med den hos oss med fjärde klassens hufvudexamen avslutade, förloras genom den form, som blir en följd af de använda läroböckerna. Jag är öfvertygad om att bruket af Euklides är en väsentlig orsak till, att skolan vid matematikundervisningen icke åstadkommer bättre resultat, huru respektabla dessa än kunna vara; men jag är skyldig att angifva skälen till denna min mening. Euklides' Elementa har direkt eller indirekt varit grundlaget för den geometriska undervisningen

\*) Sveriges Högere Skoler. En Rejseberetning af Adolph Steen. Kjøbenhavn. 1880. Sidd. 42—47.

i ett par tusen år; detta är ett loftal af fakta, som gör ord öfverflödiga. Men ju mer en viss matematisk insigt har öfvergått att blifva ett grundlag för allmän bildning och ett oundgängligt hjälpmedel för teknisk verksamhet, desto mer olämplig blir Euklides' form för den elementära framställningen. Hos Euklides är den stränga logiska ordningen hufvudsaken; intet bevis får lida af någon bristfällig slutledning, satsernas ordningsföljd bestämmes uteslutande af logiska hänsyn. Däremot tages föga hänsyn till en af innehållets natur och egendomlighet bestämd systematisk ordning. Härigenom får utvecklingen karaktären af något godtyckligt och fragmentariskt — fragmentariskt med afseende på innehållet, icke i logiskt hänseende — innehållet träder i bakgrunden, emedan den formela logikens fordringar äro allrådande. Det kan svårligen härvid blifva tal om att arbeta på, att likartade satser stödjas på likartade bevis; minnet, som äfven vid exakta kunska-pers inhämtande är en ypperlig tjänare, finner sig svårare till rätta i bevis och satsföljd, då något för innehållet främmande är det egentligen bestämmande. Den duglige läraren har ett svårt arbete, då han skall inplugga ett af Euklides' bevis, ty han måste tillse att hvarje särskildt led i utvecklingen begripes, han måste samla lärjungarnes uppmärksamhet på ett tröttande, ofta långsläpigt bevis, han måste låta upprepa den omständliga utvecklingen, åtminstone till dess de, som saken intresserar, äro helt och hållet med. Men allt detta öfverstiger mången svagare lärares krafter, så att intresset för innehållet snart går förloradt. Förhållandet bör vara det, att innehållet utvecklas med en i dess eget väsen grundad nödvändighet, naturligtvis med logisk stringens, som icke håller får fattas vid en sammanhängande systematisk utveckling, som hvilar på en rationel begrundning. Den större lätthet vid tillagnandet af teorien, som där af blir en följd, väcker större intresse för tillämpningar och gifver mera tid till lösning af uppgifter. Euklides' geometri fortfar att vara ett konstverk, ett mästerverk af logisk stringens, men dess tid såsom lärobok torde vara förbi, och där på har man ett icke dåligt bevis däri, att blott England och Sverige ännu fortfara att bygga sin undervisning där på, under det att man eljes öfverallt skaffat sig dels utmärkta dels användbara läroböcker, som gifva en lika så god matematisk utbildning och göra det raskare. Därför blir det icke någon via regia in mathesin; ty samma tankelagar följas, och fordringarna på det tillagnade innehållets omfång växa. Det är ju icke håller något orimligt antagande, att vetenskapens utveckling, dels på Euklides' grund, dels utanför den samma, nu kräfver annorledes affattade läroböcker än förut. Kanhända kan ingen af dem tåla en jämförelse med Euklides, redan af den grund, att han är lära-

ren och mästaren för hela människoslägtet, men därför bör den pedagogiska verksamheten icke uppgifva sin sträfvan att nå något fullkomligare genom det mindre fullkomliga. Den kunskapsmängd nutiden kräver såväl i allmän bildning som i speciel insigt, är för stor för att undervisningsmedlen få vara allt för långsamt verkande.

Med bruket af Euklides följer gärna en fordran, som karaktäriserar sig sjelf genom att peka tillbaka på något, som påminner om scholasticismen, nämligen fordran på att man skall kunna utantill angifva numrerna på de satsar man använder i ett bevis, äfvensom den bok, till hvilken de höra. För en lefvande kunskap fordras dock blott satsernas ordalydelse, men icke deras plats i ett artificiellt skema. Är skemat bestämdt genom innehållet, angifver satsens innehåll i allmänhet tillräckligt, hvar den har sin plats utan hvarje närmare bestämning genom ett tal. Hos Euklides finnes vidare alls intet om geometriska lägen, och man måste därför umbära den lätnad dessa medföra i bevis och uttryck. Euklides har en mängd indirekta bevis, men han använder dem såsom en utväg och icke på deras naturliga plats i den systematiska utvecklingen, såsom sjelfskrifna vid samhöriga och uttömmande grupper af omvända satsar, hvilkas sanning därigenom blir nästan omedelbart klar. Proportionsläran är belamrad med onödiga konstord och en invecklad framställning, äfven där man känt sig tvungen att bryta med Euklides och skaffa andra läroböcker för denna disciplin. Väl söker man bota på bristerna i Euklides' system genom Todhunter, men det gagnar föga flertalet af lärjungarne, ty skadan är en gång skedd genom den teoretiska undervisningen, intresset är förloradt, den praktiska användningen sker med besvär och öfvergifves snart af dem, som icke fått ögat öppet för geometriens upphöjda betydelse. Verkan af Euklides förföljer undervisningen hela skolan igenom. Framstegen äro långsamma". Så långt Steen.

Svårt torde vara att jäfva detta hårda omdöme af en man, hvilkens auktoritet på det i fråga varande området ingen torde vilja bestrida, och hvilkens välvilja för den svenska skolan på det tydligaste framgår af hela hans framställning. Men därmed att man kommit till insigt i nödvändigheten af en förändring är denna ingalunda praktiskt genomförd. Många hinder och svårigheter resa sig däremot. Läroböcker, som kunna sättas i Euklides' ställe, saknas visserligen icke, men i samma mån de skilja sig från Euklides, äro de en stor del af lärarne i matematik obehagliga. Desse hafva under hela sin tid, först såsom lärjungar, därpå såsom lärare, så arbetat sig in i och vant sig vid Euklides' uppfattnings- och framställningssätt, att de finna det öfverträffligt

enkelt och naturligt, under det att de knappast vilja erkänna riktigheten och fördelen af det sätt, på hvilket den moderna elementargeometrien behandlar sitt ämne, om de ens hafva tagit någon kännedom däraf. Beträffande ganska många torde detta icke vara förhållandet, hvilket icke är så mycket att undra på, då de vid universitetet icke haft tillfälle eller anledning att förvärfva sig någon insigt däri. Några föreläsningar öfver elementargeometrien hafva nämligen icke där hållits, och då elementargeometri ingått i examensfordringarna, har examinatorn i allmänhet nöjt sig med Euklides och en mer eller mindre vidsträckt tillämpning däraf. Det första, som fordras, för att en förändring till det bättre skall mera allmänt kunna inträda, är därför att de blifvande matematiklärarne vid universitetet erhålla en grundlig insigt i den nyare elementargeometrien och dess företräden samt att de vid genomgående af profår få tillfälle att inhämta, huru den vid undervisningen bör behandlas.

Många matematiklärare finnas emellertid redan vid våra skolor, som både känna den nyare elementargeometrien och erkänna dess företräden, men som icke velat eller kunnat införa den vid den skola, där de verka, dels emedan deras medlärare icke velat gå in därpå, dels emedan de anse, att censorerna fordra eller åtminstone helst se, det Euklides blifvit läst. Också torde en och annan bland eforerna vara föga böjd för att medgifva det Euklides utslutes.

Då således både vederbörande och högre vederbörande, i det hela taget, kunna anses vara ogynnsamt stämnda mot utbytandet af Euklides mot annan lärobok, måste tydligen högste vederbörande med allvar gripa in, om icke den geometriska undervisningen hos oss ännu länge skall stanna efter sin tid.

E. F. Gustrin.

### Om inversion i tyska språket.

Den tyska ordföljden, särskild den i Nominativ, läse naturligen af betydliga ordgrupper, som bildas af flera ord hvilka äro ord och för sig. Detta ser man, att tyskan ej vara framman till den s. k. ingående vilken med detta, till öfvermåttliga uttömlighet, och förstärkt äro äro långt sig för en invecklad begripens periodtyggnad. Somliga behåller man icke såsom gång och en god fönt af tillred vid denna lära, något orderna, ingående tyska perioder, där varit till en timme måste ofta långt öfva såna sista.