A. FUNKE - G. ADEMAR

TALLINJEN I DEN ELEMENTÄRA RÄKNEUNDERVISNINGEN

Anvisningar för användning

av

RÄKNESTAVEN

SKRIVRIT

INNEHÅLL

TALLINJEN

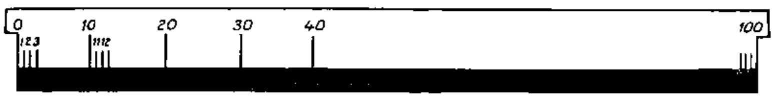
Det är ett vanligt grepp inom matematiken att framställa talföljden genom en linje, den s. k. tallinjen. Även vid den första räkneundervisningen användes denna metod i flera räkneläror. Additionen uppfattas som ett fortskridande efter tallinjen, subtraktionen som en vandring tillbaka.

RÄKNESTAVEN

Räknestaven visar en tallinje, där de hela talen från och med 0 till och med 100 är avsatta. Den har under mångårig prövning visat sig vara ett gott hjälpmedel för att åskådliggöra ökning, minskning och gångertagning inom det angivna talområdet. Särskilt värdefullt har detta åskådningsmedel visat sig vid inlärning av de grundläggande tabellerna i addition, subtraktion och multiplikation.

Grafiska multiplikationstabeller har väl numera börjat komma till rätt allmän användning. Genom räknestaven får man ett motsvarande hjälpmedel även för inlärningen av de för räknefärdigheten lika viktiga additions- och subtraktionstabellerna.

Räknestavens utseende framgår av figurerna här nedan.



Det vänstra uttaget markerar tallinjens början, talet 0. (Före 0 ingenting! Jämför också 0-streckets betydelse vid mätning med längdmått!) Genom stavens utformning kan siffran 0 placeras rakt över sitt skalstreck.

Nederst på räknestaven är en list, preparerad för skrivning med krita. Denna list medger de markeringar, som erfordras för åskådliggörandet av räkneförloppen.

Räknestaven skall placeras så i klassrummet, att den utan svårighet kan avläsas av alla barn i klassen, och så, att läraren har den inom bekvämt räckhåll. En av räknestavens förtjänster är nämligen, att den alltid och utan tidsutdräkt kan vara tillhands för de åskådliggöranden, som under lektionens gång visar sig erforderliga. Det är däremot icke avsikten, att räknestaven skall onödiggöra den materiel, som vid den grundläggande räkneundervisningen bör sättas i barnens händer, då räknebegrepp och räkneförlopp *först* åskådliggöres och förklaras. Den norska undervisningsplanens rekommendation, att barnen »samtidig som de teller och regner må være i virksomhet med henderne», förtjänar allt beaktande. Men dylik materiel är icke alltid genast tillgänglig. Mycken tid kan sparas, och mycken ofruktbar »förklaring» kan undvikas genom tillgången till ett åskådningsmedel, som tillåter omedelbar demonstration.

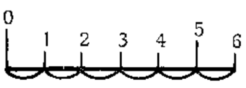
Vid räknestavens användning spelar *siffrorna* en betydelsefull roll, vilket framgår av de exempel, som strax följer.

Den nya undervisningsplanen anger, att talområdet för första klassen i folkskolan skall utvidgas ända till 100. Mot denna anvisning har invänts, att barnen på detta åldersstadium ej kan få en klar översikt över ett så stort område. Något torde ligga i denna invändning, men *räknestaven hjälper barnen till en sådan översikt.*

Några exempel på räknestavens användning

Vid användningen av räknestaven måste man fasthålla vid att *stegen* åskådliggör talen. Talet 1 åskådliggöres genom steget från 0-strecket till 1-strecket. Talet 2 framställes genom de två stegen från 0-strecket till 2-strecket osv.

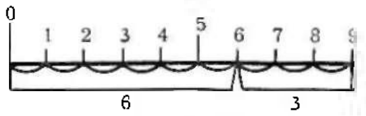
Ex 1. *Räkna till 6 på staven!*



Barnen pekar efter de små bågarna och räknar 1, 2, 3, 4, 5, 6.

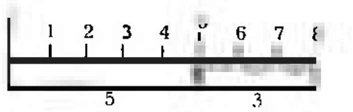
Fråga: Till vilken siffra på staven kom du fram? (Bågarna markeras på listen med krita.)

Ex. 2. *Räkna först till 6 på staven och gå sedan 3 steg till framåt!*



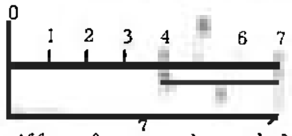
Barnen pekar efter bågarna och räknar: ett, två, tre, fyra, fem, sex och därefter ett, två, tre. Fråga: vad blev 6 och 3? (Eller: Hur många steg har du gått sammanlagt?) Svaret *avläses* på staven.

Ex. 3. *Vad är 5 och 3?*



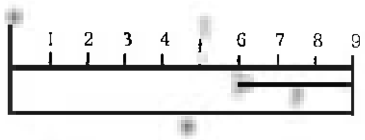
Anvisning: *Starta från 5* och gå 3 steg framåt!

Ex. 4. ***Räkna först 7 steg framåt (från 0) och sedan 3 steg tillbaka!***



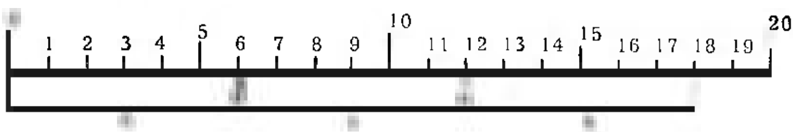
Fråga: Till vilken siffra på staven kom du?

Ex. 5. *Vad är 9—3?*



Anvisning: Starta från 9 och gå 3 steg bakåt! Avläs svaret på staven!

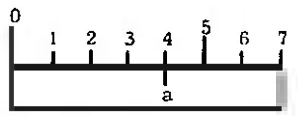
Ex. 6. *Vad är 3×6?* Se fig.!



Närmare anvisningar om stavens användning vid gångertagning gives i avsnittet *Multiplikation.*

Ex. 7. *Hur många gånger innehålles 6 i 18?* Anvisning: Se fig. under ex. 6!

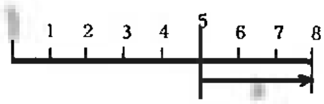
Ex. 8. *Uppdelning av talet 7.*



Anvisning: Märket a utsättes vid olika talstreck inom talområdet 0—7, och delarna avläses. I figuren är märket utsatt vid talstrecket 4, och utläsningen blir: 7 är lika med 4 och 3.

Vid uppdelning av tal kan också kartongremsor användas. I ex. 8 här ovan gör man då en remsa sju steg lång. Av dessa är t. ex. 4 steg vita och 3 steg röda. (Alltså uppdelningen $7=4+3$). Genom att vända på remsan får man omedelbart den omvända uppdelningen ($7=3+4$).

Ex. 9. $5+\quad=8$. (Ifyllnadsövning.)



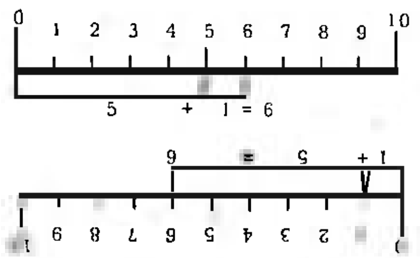
Anvisning: Se fig.! Svar: $5+3=8$

ADDITION

ADDITIONSTABELLEN

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1+1	1+2	1+3	1+4	1+5	1+6	1+7	1+8	1+9
2+1	2+2	2+3	2+4	2+5	2+6	2+7	2+8	2+9
3+1	3+2	3+3	3+4	3+5	3+6	3+7	3+8	3+9
4+1	4+2	4+3	4+4	4+5	4+6	4+7	4+8	4+9
5+1	5+2	5+3	5+4	5+5	5+6	5+7	5+8	5+9
6+1	6+2	6+3	6+4	6+5	6+6	6+7	6+8	6+9
7+1	7+2	7+3	7+4	7+5	7+6	7+7	7+8	7+9
8+1	8+2	8+3	8+4	8+5	8+6	8+7	8+8	8+9
9+1	9+2	9+3	9+4	9+5	9+6	9+7	9+8	9+9

De kombinationer, som förekommer ovanför trappstegslinjen återfinnes samtliga bland de kombinationer, som finnes under, om man bortser från termernas ordning. Vet barnen att t. ex. $5+1=6$, vet de också att $1+5=6$. På räknestaven får de jämföra $5+1$ med $1+5$ osv. Se figuren!



Vid inlärningen av additionstabellen kan därför kombinationerna ovan trappstegslinjen uteslutas och innötningsarbetet koncentreras till kombinationerna under densamma. Växling mellan termernas ordning kommer helt naturligt att ske vid tillämpningsövningarna och synes ej medföra några svårigheter.

»Ettans» tabell kommer att innefatta nio kombinationer men »nians» tabell endast en, nämligen 9+9. Hela antalet kombinationer i den så reducerade additionstabellen blir tydligen 45. När vi i fortsättningen talar om additionstabellen, avser vi dessa 45 kombinationer.

Här följer den additionstabell, som måste inläras till mekanisk färdighet:

»1-an»								
1+1	»2-an»							
2+1	2+2	»3-an»						
3+1	3+2	3+3	»4-an»					
4+1	4+2	4+3	4+4	»5-an»				
5+1	5+2	5+3	5+4	5+5	»6-an»			
6+1	6+2	6+3	6+4	6+5	6+6	»7-an»		
7+1	7+2	7+3	7+4	7+5	7+6	7+7	»8-an»	
8+1	8+2	8+3	8+4	8+5	8+6	8+7	8+8	»9-an»
9+1	9+2	9+3	9+4	9+5	9+6	9+7	9+8	9+9

Additionstabellens serier och deras användning

Kombinationerna i »1-ans» tabell kan man erhålla ur talserien i tabellens vänstra kant, alltså serien 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, genom att kombinera vart och ett av dessa tal med det första talet i serien, således talet 1. Man skriver upp serien på svarta tavlan och pekar på siffran 2. Barnen skall då läras räkna 2 och 1 är 3. Därefter pekar man på siffran 3 i serien. Barnen läres räkna: 3 och 1 är 4. Så fortsätter man att peka på siffrorna i den ordning de står (i numerisk ordning)och får efter varandra svaren: 4 och 1 är 5, 5 och 1 är 6, 6 och 1 är 7 osv. ända till 9 och 1 är 10. Sist pekar man på siffran 1 och barnen läser då: 1 och 1 är 2. Man har nu gått igenom hela »1-ans» tabell i den ordning, den ovan står upptagen. Härefter pekar man på siffrorna i tabellserien i varierande ordning. Man kan t. ex. först peka på de jämna talen och sedan på de udda. Därefter väljer man någon annan, kanske godtycklig, ordning, men tillser alltid, att alla kombinationerna kommer med.

På motsvarande sätt bildar man serierna för »2-an», »3-an» osv.

Dessa serier utgör alla vänstra kanten i respektive tabeller. Serierna blir alltså följande:

+1	2	3	4	5	6	7	8	9	(»1-ans» serie)
	+2	3	4	5	6	7	8	9	(»2-ans» serie)
		+3	4	5	6	7	8	9	(»3-ans» serie)
			+4	5	6	7	8	9	(»4-ans» serie)
				+5	6	7	8	9	(»5-ans» serie)
					+6	7	8	9	(»6-ans» serie)
						+7	8	9	(»7-ans» serie)
							+8	9	(»8-ans» serie)
								+9	(»9-ans» serie)

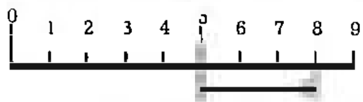
Markeringen med plustecken utmärker, att det är första talet i varje talserie, som skall läggas till sig självt och till vart och ett av de följande talen i serien.

(Serierna kan också skrivas med talen i omvänd ordning, alltså:

9	8	7	6	5	4	3	2	1
9	8	7	6	5	4	3	2	
9	8	7	6	5	4	3		

osv. Vid tabellinlärningen kommer då avläsningen av talen att ske i vanlig ordning, dvs. från vänster till höger.)

Vid inövningen och innötningen av additionstabellen utnyttjas nu de övriga serierna precis på samma sätt som »1-ans» serie. Läraren endast pekar på de olika siffrorna i varje serie. Barnen svarar t. ex. i den ordning, de sitter. *De tränas att utföra räkningen genom att se på räknestaven,* så länge de ej behärskar additionstabellen eller det ifrågakommande ledet i densamma i minnet. Pekar läraren (eller vid grupparbete den lärjunge, som leder övningen) på t. ex. siffran 5 i »3-ans» serie, skall barnen starta från siffran 5 på räknestaven



och gå tre steg framåt samt avläsa resultatet 8. De skall svara med *hela satsen:* 5 och 3 är 8. Eljest försummar man att ta hörselminnet till hjälp vid inlärningen. Även försvagas de rörelseassociationer, som uppstår genom talorganets rörelser. Vid den här förordade inlärningsmetoden anlitas såväl synminnet som hörsel- och rörelseminnet.

Kombinationerna inom varje serie bör tränas i växlande ordning, eljest skapas associationer, som verkar hämmande på barnens förmåga att addera snabbt och säkert.

Additionstabellen bör inövas till *mekanisk färdighet.* På denna färdighet vilar utförandet av alla additioner.

Additionstabellens serier medger en rationell inövning av de 45 kombinationerna. Ingen kombination kan bli bortglömd, och man undviker att slösa tid på kombinationer, som barnen redan behärskar.

Övningen av kombinationerna med de minsta talen, vilka kombinationer är lättast att inlära, låter man nämligen successivt falla bort alltefter som man fortskrider från »1-ans» serie till »tvåans», »treans» osv. Finner man att barnen tämligen väl behärskar t. ex. de fem första deltabellerna, koncentrerar man arbetet på de fyra sista.

6 7 8 9

Man skriver upp »sexans» serie och övar de fyra kombinationerna i denna. Därefter stryker man ut siffran 6 och har då kvar »7-ans» serie. När man tränat barnen på dessa tre kombinationer, stryker man ut siffran 7 och har då kvar »8-ans» serie. Då de två kombinationerna där, $8+8=16$ och $8+9=17$ är övade, stryker man ut siffran 8 och är framme vid »9-ans» serie, som alltså endast består av siffran 9. Man pekar på denna, och barnen svarar: nio och nio är aderton.

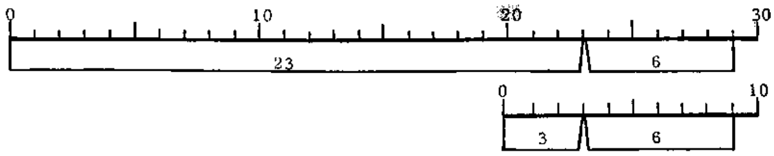
Användningen av räknestaven ger ständigt en konkret innebörd åt övningarna. Barnen sättes aldrig i ett hjälplöst läge, såsom eljest ofta sker vid träningen av tabellerna, utan kan alltid få hjälp genom staven. Då barnen känner sig säkra på svaret, anlitar de ej staven, som alltså inte behöver sättas undan.

Ökning av ett tvåsiffrigt tal med ett ensiffrigt[1]

I de hittills behandlade fallen har det gällt ökning med ett ensiffrigt tal av ett annat ensiffrigt tal. Vid ökning med ensiffrigt tal

[1] Beträffande uppdelningen på olika kursavsnitt av i denna handledning behandlat lärostoff hänvisas till för folkskolan utarbetade studieplaner (Wigforss—Roman, Studieplan i matematik för första, andra och tredje skolåren, Lindström, Studieplan i matematik för klasserna 1—3 samt undervisningsplanen för rikets folkskolor).

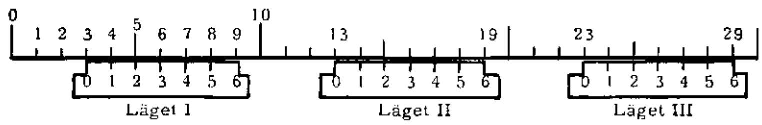
men med *start från ett tvåsiffrigt* tar man såväl additionstabellen som räknestaven till hjälp.



Vid uträkning av t. ex. 23+6 startar man från 23-strecket och går 6 steg framåt. Men detta förfarande är ju analogt med att starta från 3-strecket (i det första tiotalet) och gå de sex stegen framåt. I det senare fallet kommer man till *nio,* i det förra till tjugo*nio.* Det är alltså frågan om en *tillämpningsövning* på additionstabellen, och uppgifter av typen 23+6 skall följaktligen *ej inläras.*

Öva serier av typen 3+6, 13+6, 23+6 osv. t. o. m. 93+6 och tag staven till hjälp!

Vid sådana övningar är det lämpligt att till en början använda kartongremsor med det antal skaldelar, varmed ökningen skall ske. I det nyssnämnda exemplet skall kartongremsan innehålla sex skaldelar.



Kartongremsan flyttas successivt till olika lägen såsom figuren visar.

Avläsningarna blir i läget I: 3+6=9
» » II: 13+6=19
» » III: 23+6=29 osv.

Ökning med ett tvåsiffrigt tal

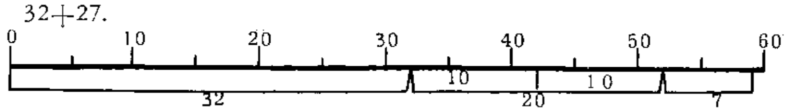
Ökning med tvåsiffriga tal bygger på färdigheten att öka med något av talen 10 t. o. m. 19. Först övas ökning med 10 (tiosteget).

Man gör en kartongremsa, som innehåller 10 skaldelar och demonstrerar på staven 2+10, 12+10, 22+10 osv. t. o. m. 82+10. Barnen fortsätter med 3+10, 13+10, 23+10 osv.

Sedan *10-steget är inövat,* övergår man att öva ökning med talen 11 t. o. m. 19. Man skall t. ex. öka talet 25 med 14.

Man startar på räknestaven från 25-strecket, går sedan 10 steg framåt till 35 och sedan ytterligare 4 steg till 39. Barnen förstår att 35+4=39, emedan de från additionstabellen vet att 5+4=9.

Nästa stadium är att träna ökning med tal mellan 20 och 30. Ex.: 32+27.



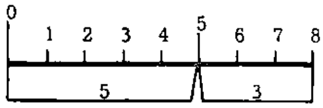
Man kan använda följande gång och demonstrera den på staven: 32+10=42; 42+10=52; 52+7=59. Man förenklar räkningen så, att man säger 32, 42, 52, 59. Snart kan barnen på staven läsa 32+20=52; 52+7=59 eller kortare: 32, 52, 59.

Önskar man använda något av de eljest brukade tillvägagångssätten, kan även dessa demonstreras på staven. Man bör dock sträva efter att göra räkneleden så få som möjligt och undvika onödig uppdelning av talen. Sådan uppdelning främjar ej vare sig snabbhet eller säkerhet vid räkneoperationernas utförande.

Användes räknegången 32+20=52; 52+7=59, förekommer endast två räkneled och en taluppdelning. Användes metoden 30+20 =50; 2+7=9; 50+9=59, skall minnet hålla ihop tre räkneled och två taluppdelningar. Additionen kommer ej heller att bestå i ett enkelt fortskridande efter tallinjen. Barnen bör visserligen ha frihet att välja olika räknevägar, *men alla bör känna en normalväg, en enkel och åskådlig tankegång för räkningens utförande.*

Blockräkning

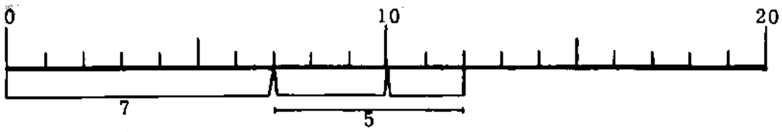
Vid additionen liksom vid subtraktionen torde räkningen böra fortskrida från successiv räkning till blockräkning. Vid uträkning av uppgiften 5+3 räknar väl lärjungen först så: fem — sex, sju, åtta. Men efter någon tid fogar i varje fall de mera begåvade lärjungarna ihop talblocken 5 och 3 till blocket 8.



Talen 5 och 3 uppfattas som två storheter, som sammanfogas till en tredje. Exempel på blockräkning lämnar flera figurer i det föregående.

Tiotalsövergång

Vid sammanläggning av talen 7 och 5 sker s. k. tiotalsövergång.



Det är lämpligt att till en början låta 10-strecket på räknestaven utgöra stöd. Man går alltså ut från 7-strecket, räknar 3 steg framåt till 10 och fyller därefter ut till 12. Vid ett sådant förfarande blir uppdelningen av talet 5 naturlig och lättbegriplig.

Mekanisering av räkneförloppet

Man kan dock ej hålla på med sådan uppdelning hur länge som helst, utan lärjungarna måste inarbeta additionstabellen så grundligt, att de i minnet behärskar alla kombinationerna och kan ge svar omedelbart.

Inlärningssättets betydelse

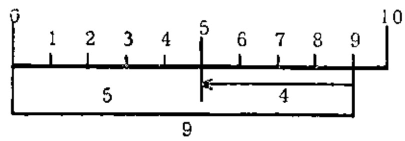
Graden av säkerhet, med vilken lärjungarna behärskar additionstabellen, är helt visst mycket beroende på *åskådligheten* och *skärpan* i de föreställningar, vilka de erhållit vid tabellens inövande, och således beroende på det *sätt,* på vilket tabellen inläres och inarbetas. Vissa i och för sig utmärkta läggspel, som är avsedda för additionstabellens innötning, ger inga åskådliga bilder av räkneförloppen och *erfordrar alltså ett eller annat komplement.* Som ett bekvämt och lätttillgängligt sådant kan räknestaven tjäna. Det måste emellertid med skärpa framhållas, att räknestaven endast är *ett* av de åskådningsmedel, som bör komma till användning vid grundläggandet av lärjungarnas färdighet i addition. Staven bör framför allt ej begagnas, förrän lärjungarna genom räkning av verkliga föremål, läggning av tal och räkneoperationer, genom talbilder m. m. nått en god kännedom om de första talen och någon färdighet i addition. *Staven är framförallt avsedd att utgöra stöd på den sista delen av vägen fram till målet: god räknefärdighet utan hjälp av åskådningsmedel.*

SUBTRAKTION

SUBTRAKTIONSTABELLEN

"1-an"	"2-an"	"3-an"	"4-an"	"5-an"	"6-an"	"7-an"	"8-an"	"9-an"	
1—1	2—2	3—3	4—4	5—5	6—6	7—7	8—8	9—9	(=0)
2—1	3—2	4—3	5—4	6—5	7—6	8—7	9—8	10—9	(=1)
3—1	4—2	5—3	6—4	7—5	8—6	9—7	10—8	11—9	(=2)
4—1	5—2	6—3	7—4	8—5	9—6	10—7	11—8	12—9	(=3)
5—1	6—2	7—3	8—4	9—5	10—6	11—7	12—8	13—9	(=4)
6—1	7—2	8—3	9—4	10—5	11—6	12—7	13—8	14—9	(=5)
7—1	8—2	9—3	10—4	11—5	12—6	13—7	14—8	15—9	(=6)
8—1	9—2	10—3	11—4	12—5	13—6	14—7	15—8	16—9	(=7)
9—1	10—2	11—3	12—4	13—5	14—6	15—7	16—8	17—9	(=8)
10—1	11—2	12—3	13—4	14—5	15—6	16—7	17—8	18—9	(=9)

I subtraktionstabellen förekommer varje kombination endast en gång. Antalet kombinationer är 90. Subtraktionstabellen bör — liksom additionstabellen — inövas till mekanisk färdighet. Alla led i subtraktionstabellen kan demonstreras på räknestaven. På denna kan barnen också lätt se sambandet mellan additionstabellen och subtraktionstabellen (t. ex. 9—4=5; 5+4=9. Se fig.!).



Subtraktionstabellens serier

1	2	3	4	5	6	7	[illegible]	9	10									(»1-ans» serie)
	—2	3	4	5	6	7	8	9	10	11								(»2-ans» serie)
		—3	4	5	6	7	8	9	10	11	12							etc.
			—4	5	6	7	8	9	10	11	12	13						
				-5	6	7	8	9	10	11	12	13	14					
					—6	7	8	9	10	11	12	13	14	15				
						—7	8	9	10	11	12	13	14	15	16			
							—8	9	10	11	12	13	14	15	16	17		
								—9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	

Kombinationerna i »1-ans» tabell kan erhållas ur talserien 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 genom att kombinera vart och ett av dessa tal med det första i serien, talet 1.

Man skriver upp serien på tavlan och pekar på siffran 2. Barnen ska då läras att räkna: »Ett från två är ett» (eller två ta bort ett är ett);[1] sedan pekar man på siffran 3, och barnen säger »ett från tre är två» etc. Hela serien tränas alltså först successivt i numerisk ordningsföljd. Därefter pekar läraren på talen i serien *utan* att iakttaga nämnda ordningsföljd. Då kan man ju t. ex. taga de udda talen först och sedan de jämna. Hela tiden ska fråndragningen ske med stöd av räknestaven. Om man vill, kan man stryka under eller inrama den första siffran i serien för att markera, att det är detta tal, som ska »tagas bort». Markeringen sker också genom att minustecknet utsättes.

När barnen lärt sig tekniken, ska läraren endast behöva peka på en siffra i serien, t. ex. på 7 i »ettans» tabellserie. Omedelbart skall då svaret bli: Ett från sju är sex (eller sju ta bort ett är sex). Barnen tränas att visa de utförda subtraktionerna på räknestaven.

Kombinationerna i »tvåans» tabell kan på liknande sätt erhållas ur talserien 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. Pekar man på siffran 11, skall barnen svara på den så framställda frågan: två från elva är nio. Så genomgås successivt alla tio kombinationerna med två.

---

[1] Det faller utanför ramen av denna framställning att diskutera terminologiska frågor. De uttryck, som här kommer till användning, kan givetvis utbytas mot andra.

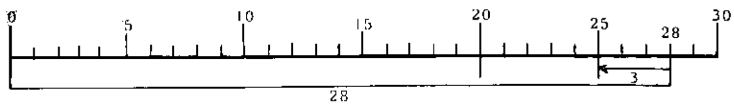
Strykes siffran 2 och tillfogas siffran *12,* får man »treans» serie: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. Denna serie utnyttjas på samma sätt som de föregående två sifferserierna. Strykes siffran *3* och tillfogas siffran *13,* erhålles »fyrans» tabellserie osv.

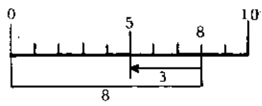
Beträffande inövningen av subtraktionstabellen gäller eljest samma anvisningar, som givits för inlärningen av additionstabellen. Liksom vid inövningen av den sistnämnda tabellen gäller det, att icke endast hörsel- och rörelseminnena bör anlitas utan även synminnet. Räknestaven bör användas som hjälp och stöd.

Vid all övning på tabellerna, det må gälla additions- eller subtraktions- eller multiplikationstabellen, får de gemensamma övningarna ej pågå mer än en kort stund. Eljest blir barnen uttröttade och det utomordentligt viktiga lustmomentet, som väsentligen består i att barnen känner sig allt säkrare på tabellerna och att takten blir allt snabbare, faller bort. Betydelsefullt är, att övningarna bedrives med raskhet och kraft. Lika viktigt är, att barnen lämnas tillräcklig uppmuntran. Inlärningen skall ske med glädje och ej med suckan.

Subtraktionstabellens tillämpning vid huvudräkning

Ex.: 28—3.

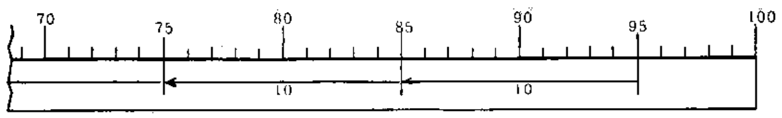




Barnen vet från subtraktionstabellen, att *tre* från *åtta* är *fem,* och förstår då också, att *tre* från tjugo*åtta* är tjugo*fem.*

Gäller det att inlära minskning med ett tvåsiffrigt tal, börjar man med att inlära minskning med tio (tiosteget).

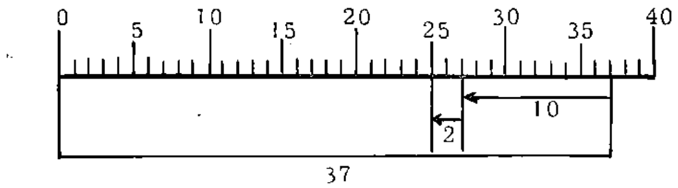
Först övas 10-steget tillbaka med start från t. ex. 100-strecket på staven. Barnen räknar: 100, 90, 80 osv. ända till noll. Sedan börjar man t. ex. vid 95-strecket, och barnen får successivt gå 10 steg tillbaka på skalan till 85, 75, 65 osv. ända till 5.



Så övar man 10-steget *tillbaka* med start från olika talstreck, tills god färdighet nåtts.

Därefter övergår man till minskning med tal, som ligger mellan 10 och 20.

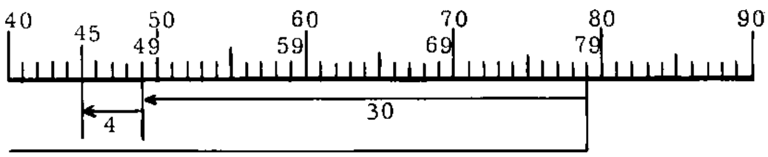
Ex.: 37—12.



Räkningen blir: 10 från 37. (tiosteget) är 27; 2 från 27 är 25. Det sista ledet är tillämpning av subtraktionstabellens led 7—2=5. *Så kommer alla sådana subtraktioner att bestå av 10-steget och en tillämpning av subtraktionstabellen.*

Skall man minska med ett tvåsiffrigt tal större än 19, utför man först behövligt antal 10-steg, varefter räkningen även här blir en tillämpning av subtraktionstabellen.

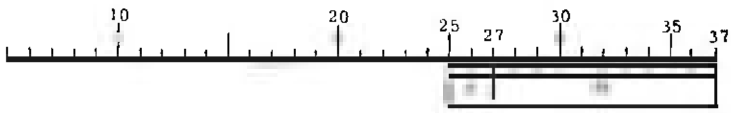
Ex.: 79—34.



Räkningen blir: 30 från 79 är 49; 4 från 49 är 45. Räkningen 30 från 79 utföres först med 10 steg i sänder (69, 59, 49). Önskar man använda gången 30 från 70 är 40, 30 från 79 är 49, kan även denna räknegång lätt demonstreras på staven.

Anmärkning: Vid inövningen av 10-steget kan man ha god hjälp av en 10-stegsremsa, sådan som är omnämnd i avsnittet »Ökning med ett tvåsiffrigt tal». Genom att hålla en sådan remsa under skalan på räknestaven underlättar man de första tiostegsvandringarna. Dessa behöver f. ö. givetvis ej vid subtraktionen börja med utgångspunkt från 100 utan torde med fördel liksom vid additionen börja övas inom talområdet 0 t. o. m. 30.

Även vid övning av sådana exempel som 37—12 kan kartongremsor vara av nytta. (Se figuren!)

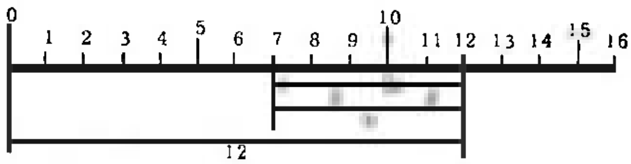


Starten sker här från 37. Vi vandrar först 10 steg tillbaka på staven enligt markeringen på kartongremsan. Vart kommer vi då? (Till 27.) Hur många steg skall vi fortsätta bakåt? Se kartongremsan! (Två.) Vart kommer vi då? (Till 25.) Vad är alltså 37—12? (På samma sätt: 47—12; 57—12 etc.)

Tiotalsövergång m. m.

Beträffande tiotalsövergång, blockräkning och mekanisering av räkneförloppen gäller anvisningar motsvarande dem, som är angivna vid behandling av additionen.

Ex.: Tiotalsövergång vid uträkning av 12—5.



Uträkning: två från tolv är tio; tre från tio är sju.

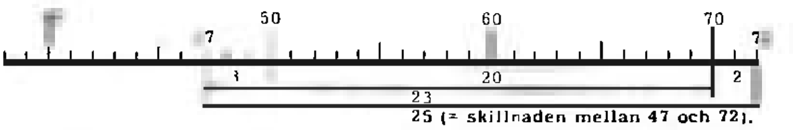
Anmärkning: Kartongremsor kan vara av nytta även vid inlärning av tiotalsövergången. Vid behandlingen av exemplet 12—5 gör man en remsa, som innehåller 5 steg. De två stegen målas t. ex. gula och de tre stegen röda (se figuren!). Remsan hålles under räknestavens skala så som figuren visar. Starten sker från 12. Först går vi de två gula stegen tillbaka och kommer till 10, därefter de tre röda stegen och kommer till 7. — Motsvarande tillvägagångssätt kan användas vid tiotalsövergång vid addition.

Uppdelningen av talet 5 blir tydligare genom de olika färgerna. Man får noga tillse, att stegen på remsan är lika långa som på räknestaven. Givetvis behöver remsor användas endast vid några inledande exempel.

Fyllnadsmetoden

Skillnaden mellan två tal uträknas oftast bekvämare med den s. k. fyllnadsmetoden. (Jämför hur expediten i en affär räknar, då han lämnar tillbaka på en sedel eller ett större mynt!) Denna metod bör inläras jämte den vanliga subtraktionsmetoden, dock ej förrän barnen väl behärskar den sistnämnda.

Ex.: 72—47.



Räknegång: Från 47 tre steg framåt till 50, sedan ytterligare 20 steg till 70, summa tjugotre steg, sedan ytterligare två steg framåt till 72, summa tjugofem steg. På staven utläses räkningen så: 3, 23, *25*. (Vid prövning: 47+20=67; 67+5=72).

MULTIPLIKATION

Multiplikationstabellen är uppbyggd på additionsserier:

1=	1×1
1+1=	2×1
1+1+1=	3×1
1+1+1+1=	4×1
1+1+1+1+1=	5×1
1+1+1+1+1+1=	6×1
1+1+1+1+1+1+1=	7×1
1+1+1+1+1+1+1+1=	8×1
1+1+1+1+1+1+1+1—1=	9×1

(»1-ans» tabell)

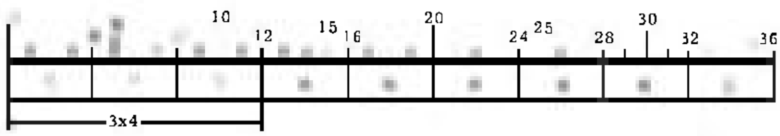
2=	1×2
2+2=	2×2
2+2+2=	3×2
2+2+2+2=	4×2
2+2+2+2+2=	5×2
2+2+2+2+2+2=	6×2
2+2+2+2+2+2+2=	7×2
2+2+2+2+2+2+2+2=	8×2
2+2+2+2+2+2+2+2+2=	9×2

(»2-ans» tabell)

På motsvarande sätt är de övriga deltabellerna uppbyggda. Här följer »9-ans» tabell:

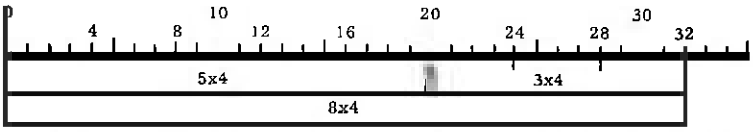
9=	1×9
9+9=	2×9
9+9+9=	3×9
9+9+9+9=	4×9
9+9+9+9+9=	5×9
9+9+9+9+9-	6×9
9+9+9+9+9+9+9=	7×9
9+9+9+9+9+9+9+9=	8×9
9+9+9+9+9+9+9+9+9=	9×9

Multiplikationstabellerna kan lätt åskådliggöras på räknestaven. Här behandlas som exempel »4-ans» tabell.

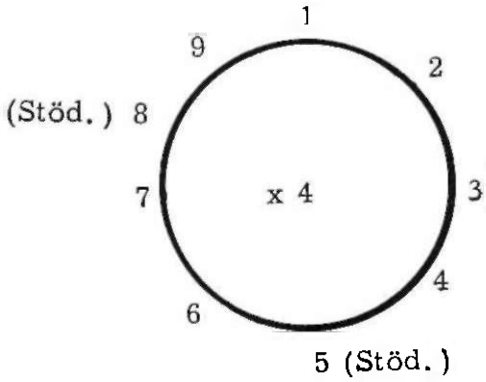


Genom markering med kritstreck på underdelen av räknestaven utav 4-blocken (se fig.!) får man en överskådlig grafisk multiplikationstabell, på vilken barnen lätt kan läsa t. ex. 3×4=12, 5×4=20 osv. Givetvis är det något svårare för barnen att direkt avläsa t. ex. 8×4, men stödledet 5×4=20 bör redan vara inlärt, så att barnen kan starta från 20-strecket. Se figuren överst på nästa sida!

Vid inövning av multiplikationstabellen kan man betjäna sig av följande metod. Man uppritar en cirkel. I dennas centrum insättes



det tal, som skall mångfaldigas; i ovanstående fall talet 4. Detta tal förses med ett *föregående* gångertecken. Därefter skriver man i periferien de tal, med vilka mångfaldigandet skall ske, alltså 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Man pekar så på siffrorna i periferien i tur och ordning. Barnen får på detta sätt frågorna $1\times4=?$, $2\times4=?$, $3\times4=?$ osv. Härigenom vinnes anknytning till de tidigare övningar med multiplikationstabellens additionsserier, vilka brukar förekomma i moderna räkneläror, och svaren blir lätta att avläsa på räknestavens grafiska tabell. Sedan kan man peka på de jämna talen i periferien och alltså ge frågorna $2\times4=?$, $4\times4=?$, $6\times4=?$ etc. Därefter pekar man på de udda talen och övar 1×4, 3×4, 5×4 osv. Slutligen och huvudsakligen tränar man multiplikationstabellen genom att peka på siffrorna i periferien i *växlande ordning*.



Observera, att om man pekar t. ex. på siffran 8, skall barnen svara: $8\times4=32$, *ej* $4\times8=32$! Se avsnittet »Faktorernas ordning»!

Vid inövningen av multiplikationstabellen bör lärjungarna ha tillgång till de grafiska tabeller, som man kan framställa på räknestaven.

De för barnen svåraste kombinationerna är de, där 6, 7, 8 eller 9 är multiplikatorer. Dessa kombinationer får övas mest.

Stöd vid multiplikationstabellens inlärning

Det är förkastligt att lära in multiplikationstabellen som en vers, där man måste börja med första raden för att komma på, hur den sista raden lyder. Vissa på omdöme stödda associationer mellan olika led bör dock skapas. Om barnen vet att $5 \times 4 = 20$, kan de genast sluta sig till att 4×4 är 4 mindre och således lika med 16, och att 6×4 är 4 mer och således lika med 24. Allt detta kan också visas på räknestaven. På så sätt blir minnesregeln $5 \times 4 = 20$ ett stöd vid inlärandet av de båda leden $4 \times 4 = 16$ och $6 \times 4 = 24$. Genom att barnen noga får innöta ett par, tre sådana »stöd» för varje deltabell underlättas inlärandet.

Ytterligare anvisningar

Då t. ex. 8×4 skall inläras, får barnen ej säga endast 32, utan de skall säga hela satsen: åtta gånger fyra är 32. (Rörelseminnet, »tungminnet»!) Ser då barnen även talsammanhanget på räknestaven, har man tagit både rörelseminnet, hörselminnet och synminnet till hjälp vid inlärningen av multiplikationstabellen. För många barn är det förenat med mycken möda att lära sig denna tabell, varför alla medel att underlätta inlärningen bör tillvaratagas.

Då barnen arbetar för sig själva, individuellt eller i grupper, med inlärningen av tabellen, bör de uppmanas att tyst för sig själva utsäga hela ledet.

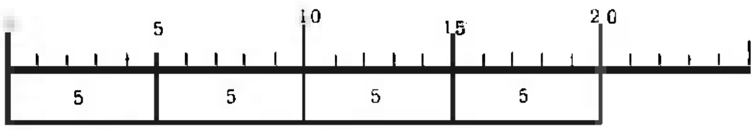
Man bör söka åstadkomma variation och omväxling även vid inlärningen och innötningen av tabellerna. Det är därför att rekommendera, att även andra sätt än det ovan angivna anlitas. Sålunda kan man med fördel använda en urtavla med på baksidan ställbara visare. En dylik urtavla utnyttjas på följande sätt:

Den lilla visaren ställes på 4. (Ex. gäller alltså träning av »fyran» i multiplikationstabellen). Sedan vrider man den stora visaren, varvid man naturligtvis begynner på ett. Det blir då 1×4. Sen ställes den stora visaren på 2. Det blir då 2×4 osv. Barnen tycker det är roligt med »klockan», och tabellens inlärande underlättas. Övningarna bör gå raskt undan, och barnen kan få svara i av läraren på förhand angiven ordning.

Faktorernas ordning

Av figurerna nedan framgår, att 5×4 begreppsmässigt icke är detsamma som 4×5. För att bringa någon reda i tankegångarna vid lösning av problem, vilka leder fram till en tecknad multiplikation, är det nödvändigt att skilja på de två begreppen.

5 x 4. Här bygger man med fyrablock.



4 x 5. Här bygger man med femblock.

Barnen upptäcker dock snart, att man får samma *resultat,* tjugo, om man tar fem × 4 eller fyra × 5. Vid *uträkningar* är det heller icke nödvändigt att hålla på faktorernas ordning. Vid *teckning* av multiplikationsproblem ligger det annorlunda till. Teckningen skall återge *tankegången.*

Mångfaldigande av 0 och 10

1×10
2×10
3×10
4×10
5×10
6×10
7×10
8×10
9×10

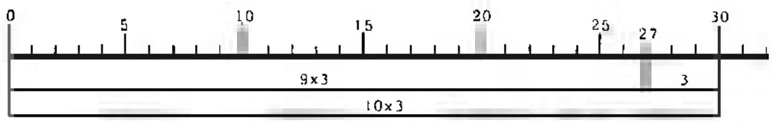
(Tiotabellen)

Dessa två fall behandlas för sig. Tiotabellen kan barnen läsa direkt på räknestaven. Mycket snart upptäcker barnen, att man får produkten genom att sätta en nolla efter den siffra, som anger multiplikatorn.

Mångfaldigande med 0 och 10

10×1	(fortsättning	på	»1-ans»	tabell).	
10×2	»	»	2-	»	»
10×3	»	»	3-	»	»
10×4	»	»	4-	»	»
10×5	»	»	5-	»	»
10×6	»	»	6-	»	»
10×7	»	»	7-	»	»
10×8	»	»	8-	»	»
10×9	»	»	9-	»	»

Även dessa två fall behandlas för sig och behöver ej belasta inlärningen av den egentliga multiplikationstabellen. Skall man t. ex. visa vad 10×3 är, går man ut från $9 \times 3 = 27$. På räknestaven ser man då, att $10 \times 3 = 30$.



På liknande sätt: $9 \times 4 = 36$, alltså $10 \times 4 = 40$; $9 \times 5 = 45$, alltså $10 \times 5 = 50$; osv. Mycket snart upptäcker barnen, att om den ena faktorn är 10 får man produkten genom att sätta en nolla efter den siffra, som betecknar den andra faktorn. Den begreppsmässiga utredningen, hur man kommer fram till produkten, har ändock sitt värde.

Allmänna anmärkningar till tabellerna

Additionstabellen innehåller, som tidigare påpekats, 45 kombinationer eller led, subtraktionstabellen 90 och multiplikationstabellen 81 kombinationer. Det sammanlagda antalet minnesled, som skall innötas, blir alltså 216. Även om kombinationerna med 1 icke utgör någon direkt belastning av minnet, är dock inlärningen av tabellerna en avsevärd börda och fordrar mycken tid. Inlärningen bör därför drivas så rationellt och planmässigt som möjligt, och inga andra kombinationer än de strängt nödvändiga bör medtagas. Å andra sidan är det i längden god ekonomi att inlära tabellerna väl, ty därigenom undviker man mycken tidspillan vid de mekaniska uträkningarna och tid beredes för det egentliga matematikstudiet (problemlösning m. m.).

KATALOG OCH TIDSKRIFTSTRYCK STOCKHOLM 1954 42768