

OM BRÅKLÄRANS GRUNDLÄGGNING OCH BEGRÄNSNING.

Icke så sällan få vi lärare höra, att vårt arbete ej lämnar de resultat, man hade anledning fordra. Det är visserligen ej vid högtidliga tillfällen sådant säges utan i vardagslag, då man mindre bemödar sig att dölja sitt hjärtas mening, men det är därför icke angenämare att höra. En gosse har slutat folkskolan i den ordinära åldern av 12—13 år, kanske med goda betyg. Tre, fyra år senare har han nått den ålder, då han bör kunna själv sörja för sitt uppehälle. Han får plats, låt oss säga som gruvarbetare. Han och ett par äldre kamrater ha haft ett ackord tillsammans. På avlöningsdagen finner han, att kamraternas avlöning är större än hans egen. Det var märkvärdigt! Ha de inte arbetat lika många timmar vardera? Här måste vara något fel. Så går han till avlöningskontoret för att höra efter, hur det förhåller sig med saken. Här får han veta, att vid förtjänstens delning mellan arbetslagets medlemmar hänsyn tages ej blott till antalet arbetstimmar utan även till timlönen. Eftersom han tillhör en lägre timlönklass än de båda kamraterna, blir hans andel mindre än deras. Se här! Var god se själv, att det är riktigt! Han försöker kontrollera uträkningen men kommer jämmerligen till korta. Fallet kommenteras sedan bland kontorspersonalen. Tänk, att vara så bortkommen! Där ser man, hur mycket de lära sig i folkskolan.

Vi kunna ta ett annat exempel. Man har i en affär anställt en ny springpojke. Han blir tillsagd att skriva en fraktsedel på gods, som skall sändas till en köpare, men kan inte. »Jaså inte! Och ända har du gått ut skolan! Vad lär sig egentligen barnen i folkskolan?» Exempel äro inte svåra att hitta. Den ene finner bristande kunnighet hos ungdomen i ett, en annan i ett annat avseende, och alltid får skolan skulden. Naturligtvis dömer man förhastat, och naturligtvis är det lätt att visa på orättvisorna i domsluten. Man kan visa på, att tre till fyra år efter slutad skolgång äro tillräckliga för att hinna glömma det mesta av vad man lärt. Man kan visa på, att barnen vid skoltidens slut voro för unga och omogna för att förmå tillägna sig, vad man nu anser, att de borde kunna. Man kan också visa på, att det icke går att tillfredsställa alla möjliga önskemål. Och dock finns hos varje lärare, som vant sig att tänka över sitt arbete och därmed sammanhängande spörsmål, en misstanke, att frågan icke är uttömd med detta, att de tillsynes så orättvisa värdesättningarna av skolans arbete likväl innesluta en sanningskärna. Det ges för honom en fråga, som återkommer med besvärande envishet. Det är den om skolan och livet. Har skolan verkligen på alla punkter den känning med det levande livet, som uppenbarligen är nödvändig, om dess verksamhet skall vinna uppskattning även i de läger, där man ser saker och ting praktiskt? Släpa vi icke ännu med åtskilligt, som har sitt förnämsta stöd i slentrian och tradition? Svaret kanske icke är lätt att ge, men nog kan man peka på ett och annat, som kan komma under debatt, i våra lärokurser och läroböcker. Så t. ex. kan man med skäl fråga, om bråkläran spelar den roll i det praktiska livet eller har den betydelse för räkneförmågans uppövande, som skulle kunna motivera dess förekomst i barndomsskolan i hittillsvarande utsträckning. Inför den svåra trängseln av ämnen på skol-schemat önskar man ju helst, att varje kursmoment må någorlunda osökt försvara sin plats och dess nytta och nød-

vändighet ligga i öppen dag. Den betydelse bråkräkningen tidigare haft i det praktiska livet och följaktligen även i skolan har med decimalsystemets införande i mått och vikt blivit en helt annan. Numera grunda sig endast tidsmåttan samt de mått, vi ha för varor, som räknas, på allmänna bråk. Det behövs ingen mera djupgående insikt i bråkräkning för att kunna reda sig med dessa mått. Bör undervisningen i allmänna bråk på folkskolestadiet syfta längre än till meddelande av denna färdighet? Fasthåller man vid fordran, att skolan skall ha möjligast intima kontakt med den levande verkligheten, att ingenting i dess verksamhet får bli självändamål, att allt skall syfta till att skänka eleverna de bästa möjliga förutsättningar att finna sig tillrätta i livet och framgångsrikt kämpa kampen för tillvaron, då vill man helst svara nej på den frågan. Skolan har fyllt sin plikt mot de unga, då den bibragt dem den räkneteknik, som fordras för att förmå snabbt och säkert lösa de räkneuppgifter, som kunna möta dem i deras arbete eller i frågor, vilka sammanhånga med deras egen, hemmets eller samhällets ekonomi. Därför må räkning med decimalbråk bli huvudsaken. Åt allmänna bråk kan med gott samvete tillmätas ett betydligt mera begränsat utrymme än hittills.

Det ges visserligen ett område av svenskt arbetsliv, där man ännu envist fasthåller vid de gamla, på allmänna bråk grundade måtten, nämligen skogshanteringen, men barndomsskolan i gemen behöver näppeligen ta hänsyn härtill. Däremot kan sådant med fördel ske rent lokalt. Även räkneundervisningen kan och bör ha anknytning till hembygden och dess förhållanden. Det är icke svårt för en vaken lärare att i hemortens arbetsliv finna stoff till räkneuppgifter. Han har t. ex. sin verksamhet förlagd till ett industridistrikt. Ingenjörer, förmän och skrivare lämna säkerligen med största beredvillighet upplysningar och material, varav läraren kan använda sig i undervisningen. I en jordbruksbygd ställer sig saken ännu

enklare, blott läraren är utrustad med åtminstone elementära insikter i lantbruk och husdjurskötsel samt någon drift till självständighet. Han skall finna, att eleverna fatta nytt intresse för räkneövningarna, om dessa röra sig med för dem bekant stoff. Hur roligt att få i tankarna följa far i hans arbete i brädgården, i gruvan, i fabriken eller på åkern och så finna, att räkning ej blott är en hemlighetsfull exercis med tråkiga siffror, som marschera upp kolonn efter kolonn! Man kan också genom den få veta ett och annat, som även en liten pys eller tös kan tycka om att ha reda på. Kanske man rent av kan visa far, att man känner till ett och annat om hans arbete, som han själv icke tänkt på. Men varken far eller någon annan behöver lösa räkneuppgifter som dessa: » $4\frac{3}{8}$ kg av en vara kosta 10,50 kr.; huru mycket kosta $5\frac{3}{8}$ kg?» — »Anders Olsson har en äng, som omfattar $\frac{7}{8}$ har. Huru lång tid behöver han använda för att avslå den, om han på 1 dag avslår $\frac{7}{12}$ har?» — »För 250 gr guld erhåller man $6\frac{1}{20}$ hg platina. Huru mycket platina bör man då erhålla för 1 kg guld?»

Varken Anders Olsson eller någon annan torde utanför skolväggarna räkna med åttiondels kg, tolftefels hektar eller tjugondels gram. Låt oss upphöra med dylika verklighetsfrämmande uppgifter i skolan och inskränka räkningen med allmänna bråk till områden, där den hör hemma! Låt oss gå ut ifrån synpunkten, att undervisningen skall ha kontakt med det levande livet, kritiskt granska våra läroböcker och lärokurser samt hänsynslöst skära bort allt, som inte håller måttet inför denna granskning. Det finns ändå så mycket att syssla med, och vi behöva så väl den dyrbara skoltiden, även om vi gallra ut allt sådant, som endast har traditionen att tacka för sin förekomst i skolan. Den tidsbesparing, som på den vägen göres, kan med fördel komma i synnerhet procenträkningen till godo. För denna finns bruk på snart sagt alla områden, och det tarvas allsidig övning, innan de unga blivit ordentligt förtrogna med den.

Jæg har granskat några i norska och danska folkskolor mycket spridda räkneböcker i avsikt att få del av den ställning, de intaga till allmänna bråk, och funnit, att man genomfört en stark begränsning. Friis-Petersen, Gehl och Jessen säga i förordet till Den ny Regnebog, lärarens del, bland annat följande: »Införandet av metersystemet i mått och vikt har helt naturligt medfört, att decimalbråk och räkning därmed har fått långt större betydelse såväl i det praktiska livet som i skolan, medan den ställning, bråkräkningen tidigare haft, bör bli en helt annan. Utifrån denna synpunkt ha vi inskränkt bråkräkningen till bråk med små nämnare; å andra sidan ha vi givit decimalbråkräkningen en långt mera framträdande plats.» I Regnebok for folkeskolen av Olav Schulstad har samma princip kommit till användning. Detta är samma synpunkter, varåt vår undervisningsplan ger uttryck. Där heter: »I fråga om allmänna bråk upptagas blott uppgifter med liten nämnare och användning i det praktiska livet».

Om man i en skolklass, som rätt lång tid sysslat med allmänna bråk och redan nöjaktigt behärskar de fyra räknesätten, framställer frågan: Vilket är mera $\frac{12}{12}$ eller $\frac{15}{15}$? kan det nog hända, att man får till svar $\frac{1}{15}$. Detta visar, att barnen kunna jonglera med siffror och utföra ganska invecklade räkneoperationer utan att ändock ha nått till förståelse av talen och operationerna med dem. I detta fall saknas den riktiga uppfattningen av bråkets väsen. Barnen kunna förlänga och förkorta, addera och subtrahera och »vända upp och ned på divisorn» utan att ha ordentligt tillägnat sig bråkbegreppet. Liknande brister i barnens uppfattning äro lätta att konstatera även på andra av aritmetikens områden. Det ges en fara, som räkneläraren ständigt bör vara på vakt emot, den nämligen, att det hela mynnar ut i mekanisk sifferexercis.

I fråga om bråkbegreppets grundläggning synes det mig lämpligt att anföra några ord ur skoleinspekter O. J. Hovsholms bok Brøklære. Han framhåller, att det icke är

illustrerande nog för barnen att dela upp ett streck, en pappersremsa eller något liknande i två, tre, fyra etc. delar och så namnge dem. Strecket, delat mitt itu, blir icke ett halvt streck utan två, som vart och ett är hälften så långt, som det var före delningen. Mycket enklare kommer bråkbegreppet fram, om man delar något verkligt föremål, t. ex. ett äpple, en apelsin eller dyl., i två, tre, fyra delar o. s. v. Då har man verkligen ett halvt eller ett fjärdedels äpple, och den skriftliga beteckningen för delen kan ges omedelbart. Sätter man så delarna tillsammans, se barnen, att två halvor, tre tredjedelar o. s. v. utgöra ett helt. Efter att så ha grundlagt bråkbegreppet övergår Hoversholm till övningar på en av honom konstruerad bråktavla.

Emellertid äro pappersremsor icke att förakta för de fortsatta övningarna, om man nämligen icke delar sönder utan endast viker dem. Att, som Hoversholm säger, omedelbart ge den skriftliga beteckningen är åtminstone icke nödvändigt. Det brådskar icke. Det blir naturligtvis i början endast fråga om huvudräkningsuppgifter, och den skriftliga beteckningen bör komma, först då man har behov av den.

Här några exempel på förberedande övningar! Man ger varje barn en pappersremsa, exempelvis 3 dm lång. Genom vikning delas den i 4 delar.



Delarna räknas och benämnas. På den hopvikta remsan skrives *fjärdedelar*. En rad uppgifter kunna nu framställas: Hur många fjärdedelar är en hel? en halv? två halvor? Visa $\frac{3}{4}$! Hur mycket blir $\frac{1}{2}$ och $\frac{1}{4}$? $\frac{1}{4}$ från $\frac{1}{2}$? $\frac{3}{4}$ från en hel? Två och två av barnen lägga sina remsor bredvid varandras, eller också fäster läraren två remsor på väggtaflan. Hur många fjärdedelar bli två hela? Tre hela? Fem hela? (Visas genom att lägga remsor intill varandra.) Nu kan det vara nog för denna gång. Remsorna

läggas undan, och det inlärdas får mogna till en följande lektion. Det lönar sig att ge sig god tid med inövandet av bråkbegreppet.

Nästa gång får varje barn en ny remsa, lika stor som den förra, vilken vikes till åttondelar.



Uppgifter: Hur många åttondelar är en hel? $\frac{1}{2}$? $\frac{1}{4}$? $\frac{3}{4}$? Med hjälp av remsor, lagda intill varandra, besvaras följande frågor: Hur många åttondelar bli 2 hela? 3 hela? o. s. v. En hel del räkneövningar kunna företagas. Om så behövs, användas både fjärdedels- och åttondelsrem-sorna. $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = ?$ $\frac{1}{4} + \frac{3}{8} = ?$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} = ?$ $\frac{1}{2} + \frac{3}{8} = ?$ $\frac{1}{2} + \frac{5}{8} = ?$ $\frac{1}{2} + \frac{7}{8} = ?$ $\frac{3}{4} - \frac{3}{8} = ?$ $\frac{3}{4} - \frac{5}{8} = ?$ $\frac{1}{2} - \frac{3}{8} = ?$ $1 - \frac{7}{8} = ?$ $1 - \frac{1}{8} = ?$ $2 - \frac{5}{8} = ?$ $3 - \frac{3}{4} = ?$ Vad kunna vi kalla $\frac{3}{8}$? $\frac{4}{8}$? $\frac{6}{8}$? Hur många åttondelar blir $1 + \frac{1}{8} = ?$ $1 + \frac{5}{8} = ?$ $2 + \frac{3}{8} = ?$ Jag påminner om, att detta bör övas som huvudräkning. Ännu har man ej behov av skriftlig beteckning. Nästa lektion kan man övergå till att behandla tredje- och sjättedelar. Tillvägagångssättet blir enahanda. Förvandling från blandat tal till oegentligt bråk och tvärtom kan övas. Om läraren även har några stycken icke vikta remsor, kan han låta barnen gå fram och visa för klassen t. ex. $1\frac{3}{4}$, $2\frac{2}{5}$, $3\frac{3}{8}$ o. s. v., medan klassen gemensamt förvandlar till oegentligt bråk. När barnen efter någon övning kunna själva hitta på uppgifter, blir det så mycket roligare. Liknande blir tillvägagångssättet vid förvandlingar från oegentligt bråk till blandat tal. Läraren kan fästa upp på tavlan t. ex. 2 hela remsor och 3 åttondelar. Hur många åttondelar är detta? Hur många hela och åttondelar? Jämförelser anställas också mellan exempelvis $\frac{1}{2}$ och $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$ och $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{3}$ och $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ och $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ och $\frac{5}{8}$.

Det torde icke vara för tidigt att nu göra eleverna förtrogna med den skriftliga beteckningen. Emellertid kan

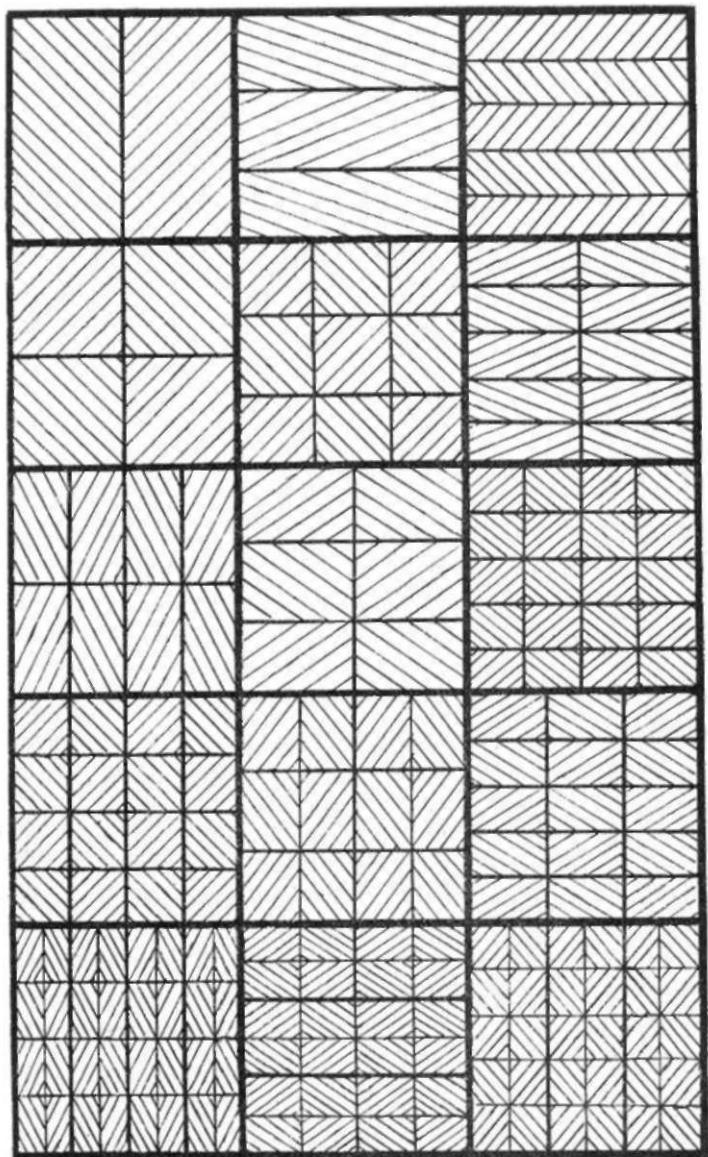
det mycket väl uppskjutas ytterligare ett par lektioner. Ännu finns mycket att göra, innan man övergår till skriftlig räkning. Sedan betecknings sättet är genomgånget, kunna barnen få till hemuppgift att med teckningar åskådliggöra några stycken bråk. Det kan ske så här:

$$\frac{3}{5} = \text{-----}$$

$$\frac{5}{8} = \text{-----}$$

De kunna nu med säkerhet redogöra för hur ett bråktal uppstår och vad täljaren och nämnaren upplyser om.

För den fortsatta undervisningen har jag med framgång nyttjat en enkel »bråktavla». Den ritas på svarta tavlan i lämplig storlek, och dess utseende framgår av illustrationen. Rutorna färgläggas på lämpligt sätt, t. ex. omväxlande gult och blått. Man måste vara noga med streckens olika grovlek, ty annars förlorar den sin överskådlichkeit. Den kan få en rätt mångsidig användning. Man börjar med övningar i att »avläsa» den: Gå fram och visa $\frac{7}{8}$! $\frac{4}{5}$! $\frac{13}{16}$! $\frac{27}{32}$! o. s. v. Visa hur mycket, som fattas i en hel, när vi ta $\frac{2}{3}$! $\frac{5}{12}$! $\frac{17}{30}$! Efter detta kan man övergå till muntligt lösande av en rad exempel av denna typ: $1 - \frac{7}{10} = ?$ $1 - \frac{11}{30} = ?$ $1 - \frac{9}{30} = ?$ $2 - \frac{1}{3} = ?$ $5 - \frac{4}{15} = ?$ $3 - \frac{3}{4} = ?$ Förvandlingar från och till oegentligt bråk övas ytterligare med hjälp av bråktavlan: Visa $2\frac{1}{3}$! Uttryck i tredjedelar! Visa $3\frac{5}{4}$! Förvandla till tjugofjärdedelar! Muntligt bör förvandlingen uttryckas på ungefär följande sätt: en hel är $\frac{24}{24}$; 3 hela $\frac{72}{24}$; $\frac{72}{24} + \frac{5}{24} = \frac{77}{24}$. Någon kanske invänder: Varför icke lika gärna utan vidare visa barnen, att man multiplicerar nämnaren med det hela talet och adderar till täljaren? Nåja, denna regel ger helt säkert ett visst resultat, men har den också givit den riktiga förståelsen av, vad som verkligen göres? Ha eleverna därmed fått någon uppfattning om, *varför* de utföra just *dessa operationer*? Men om inte detta är klart fattat, hur går det då, om regeln skulle falla ur minnet, som så lätt händer med allt,



Bräktavla.

vilket ej ordentligt assimilerats av förståndet? Regler äro av tvivelaktigt värde, då de ges av läraren. Men när eleverna så väl tillägnat sig ett förfaringssätt eller sakförhållande, att de själva förmå att därför formulera ett allmängiltigt uttryck, bör detta ske. Det är betydelsfullt, att barnen vänjas att reda upp sina tankar och ge dem ett korrekt uttryck.

Så ha vi förvandling till blandat tal. Visa $\frac{2}{3}$! Uttryck i blandat tal! Visa $\frac{3}{4}$! Förvandla! Visa $\frac{30}{10}$! Förvandla! Så snart detta går snabbt och säkert, ges några skriftliga tillämpningar.

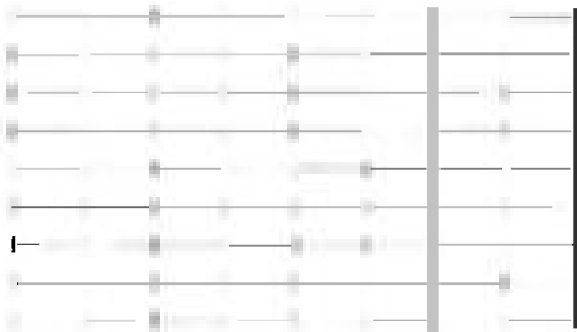
Förkortning och förlängning förberedes ävenledes med hjälp av bråktavlan. Visa $\frac{1}{2}$! Visa lika stor del av 4-dels-, 8-dels-, 16-dels- och 32-delsrutorna! På vilka andra sätt kan man alltså skriva $\frac{1}{2}$? Barnen skriva i sina arbetshäften: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16} = \frac{16}{32}$; $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{4}{16} = \frac{8}{32}$; $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{16}{24}$; $\frac{3}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{20} = \frac{8}{30} = \frac{12}{40}$. Sedan ytterligare några övningar i samma stil företagits, äro barnen mogna för uppgifter liknande dessa: Förvandla $\frac{1}{2}$ till 10-delar, 12-delar, 16-delar, 6-delar, 18-delar och 14-delar! Förvandla $\frac{3}{4}$ till 16-delar, 24-delar, 32-delar och 40-delar! $\frac{1}{3}$ till 9-delar, 12-delar, 27-delar och 36-delar, o. s. v. De äro säkerligen nu ivriga att låta höra, att de upptäckt den generella regeln för förfaringssättet. I fråga om förkortning blir gången tämligen enahanda. Uppmärksamhet bör ägnas åt jämförelser mellan allmänna och decimalbråk. Barnen böra övas att snabbt förvandla lätta bråktal till decimalbråk och tvärtom. Exempel: $\frac{1}{2} = 0,5$, $\frac{1}{4} = 0,25$, $\frac{3}{4} = 0,75$, $\frac{1}{5} = 0,2$, $\frac{2}{5} = 0,4$, $\frac{3}{5} = 0,6$, $\frac{1}{20} = 0,05$, $\frac{1}{8} = 0,125$, $\frac{1}{3} = 0,33$.

Övergå vi så till de fyra räknetsätten! Addition och subtraktion börjar naturligtvis med liknämninga bråk. De första övningarna med oliknämninga bråk kunna gestalta sig på ungefär följande sätt: Vilket är mera $\frac{1}{3}$ eller $\frac{1}{4}$? Hur mycket blir $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = ?$ I vilken ruta kunna vi hitta rätt på både 3-delar och 4-delar? Detta kan ske i både 24-dels- och 12-delsrutan. Vi välja den senare. Visa $\frac{1}{3}$!

Hur många 12-delar utgör det? Visa $\frac{1}{4}$! Hur många 12-delar? $\frac{1}{3} - \frac{1}{12}$? $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$? Vilken ruta bära vi använda? Visa $\frac{3}{8}$ i 24-delsrutan! Hur många 24-delar? Visa $\frac{1}{6}$! Hur många 24-delar? $\frac{9}{24} + \frac{4}{24}$? På detta sätt kan man fortgå med en betydande rad uppgifter. Övningarnas nytta är tvåfaldig. De öppna barnens ögon för liknänniggörandets innebörd samt ge färdighet att snabbt finna minsta gemensamma nämnaren till vanligare bråk. Här några uppgifter, som lämpa sig för bråktavlan: $\frac{1}{3} +$

$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = ?$ $\frac{2}{3} + \frac{1}{15} = ?$ $\frac{11}{10} + \frac{3}{5} = ?$ $\frac{8}{8} - \frac{3}{8} = ?$ $\frac{1}{1} + \frac{8}{8} = ?$ $\frac{16}{16} - \frac{8}{16} = ?$
 $\frac{5}{6} - \frac{1}{6} = ?$ $\frac{1}{2} + \frac{9}{10} = ?$ $\frac{7}{10} - \frac{4}{15} = ?$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{5}{8} = ?$ $\frac{1}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} = ?$
 $\frac{2}{3} + \frac{2}{5} + \frac{3}{10} = ?$ $\frac{8}{9} - \frac{2}{9} = ?$ $\frac{14}{15} - \frac{1}{6} - \frac{2}{3} = ?$ $1\frac{1}{4} + 1\frac{1}{3} = ?$ $2\frac{2}{3} + 1\frac{7}{10} = ?$
 $1\frac{2}{3} + 2\frac{2}{3} = ?$ $5\frac{1}{6} + \frac{2}{3} = ?$ $2\frac{5}{6} - 1\frac{2}{3} = ?$ $3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{3} = ?$ $\frac{5}{6} + \frac{3}{4} -$
 $(\frac{7}{12} - \frac{3}{8}) = ?$ $2\frac{1}{2} - \frac{2}{5} - 1\frac{3}{4} + 3\frac{7}{10} = ?$ Det faller av sig självt, att tillämpningar hela tiden flitigt göras på områden i det dagliga livet, där bråkräkning nyttjas. Vilka sorter, som i första hand kunna ifrågakomma, är förut påpekat.

Multiplikation låter sig icke lika naturligt övas på bråktavlan. Ett enkelt system av »bråklinjer» brukar vara mera användbart.



Några exempel på övningar! Visa $\frac{1}{4}$ av första linjen! Vi ta lika stor del av 3 linjer. Hur många 4-delar utgör detta? Vad blir alltså 3 gånger $\frac{3}{4}$? Uttryck svaret i blandat tal! Visa, att $\frac{3}{4}$ är 2 hela och $\frac{1}{4}$! Visa $\frac{5}{8}$ av första

linjen! Visa 7 gånger $\frac{5}{8}$! Hur många åttondelar blir detta? Uttryck i blandat tal! Visa, att $\frac{3^2}{8}$ är $4\frac{3}{8}$! En räkka upp-gifter behandlas på samma sätt, varunder barnen även göras hemmastadda i det skriftliga utförandet: $5 \cdot \frac{2}{3} = ?$ $8 \cdot \frac{2}{3} = ?$ $7 \cdot \frac{1}{2} = ?$ $5 \cdot \frac{7}{8} = ?$ $6 \cdot \frac{1}{4} = ?$ $8 \cdot \frac{3}{4} = ?$ $7 \cdot \frac{7}{8} = ?$ $9 \cdot \frac{3}{4} = ?$ $9 \cdot \frac{1}{2} = ?$ Regeln för tillvägagångssättet är säkert då funnen av barnen, och sedan de fått formulera den i ord, är tiden inne att låta dem tillämpa den på svårare uppgifter.

Division med heltalsdivisor övas däremot naturligt och osökt med hjälp av bråktavlan: Visa $\frac{1}{2}$! Vilka bråksorter uppstå, om vi dela $\frac{1}{2}$ i 2? 4? 8? 16 lika stora delar? Huru mycket få vi på varje del, när vi dela $\frac{1}{4}$ i 2? 3? 4? 8? 5 lika stora delar? Huru mycket få vi på varje del, när vi dela $\frac{1}{3}$ i 2? 3? 4? 6 lika stora delar? Det skriftliga utförandet inövas, och regeln plockas fram! Bråktavlan kan efter behag utvidgas med nya rutor, varigenom möjligheter erhållas att utöka och variera exemplen. De bråksorter, som då först ifrågakomma, torde vara 18-, 27-, 7-, 14- och 21-delar.

Rousseau, som var en man, vilken älskade paradoxer, har någonstädes sagt: »Man måste förlora tid, om man vill vinna tid». Detta uttryck har i all synnerhet sin tillämpning på den förberedande behandlingen av allmänna bråk, liksom i mer eller mindre mån på all räkneundervisning. Det gäller att inte hasta. *Bättre litet och väl gjort, än mycket och halvgjort!* Och halvgjort arbete har läraren lämnat ifrån sig, om ej de kunskaper, han meddelat, äro så väl inarbetade och så fast rotade i de ungas sjäsliv, att de låta sig vid förefallande behov säkert nyttjas i det praktiska livet. Han har då givit dem ett verktyg eller instrument, vilket uttryck man nu vill välja, som de ej förstå att bruka, och vars sammansättning och olika delar de icke tillfyllest känna. Om så mekanismen inte fungerar, om en eller annan liten del saknas, om de ha glömt, hur den eller den detaljen skall skötas, då är deras känne-dom om det helas byggnad och dess princip för bristfällig,

för att de skulle förmå att upptäcka felet och avhjälpa det. Och så är det dyrbara instrumentet till ingen nytta. Det lägges åt sidan, får förfalla och blir alltmer och mer obrukbart och värdelöst. Vem har då utfört det bästa arbetet, den lärare, vilken givit barnen ett invecklat och grant redskap, som de endast delvis eller icke alls förstå att nyttja, eller den, som givit dem ett mindre komplicerat och mindre ståtligt, men med vars alla detaljer de äro fullt förtrogna, vilket ständigt står till deras förfogande och alltid fungerar utan vank och brist?

Men det ges en annan synpunkt också. Undervisningen skall främja de ungas utveckling. Detta är sant. Och den synpunkten skall ju ytterst vara den ledande vid all undervisning. Men barn äro dock barn och kunna ej fatta vad som helst och hur mycket som helst. Överhoppas de undan för undan med gods, som de ej hinna att smälta, eller vilket är alltför ofullständigt bearbetat för dem, då gripas de snart av olust och motvilja mot andligt arbete. Endast sådant, som de så förstått, att det blivit deras verkliga egendom, förmår att lägga en tum till deras andliga växt.

N. E. Persson.