



GÖTEBORGS UNIVERSITET

Miniräknaren i pedagogiken - ett verktyg med negativ effekt?

Johannes Andrén

”Inriktning/specialisering/LAU370”

Handledare: Gustav Lymer

Examinator: Ulf Blossing

Rapportnummer:



GÖTEBORGS UNIVERSITET

Abstract

Examensarbete inom lärarutbildningen

Titel: Miniräknaren i pedagogiken – ett verktyg med negativ effekt?

Författare: Johannes Andréén

Termin och år: Höstterminen 2010

Kursansvarig institution: Sociologiska institutionen

Handledare: Gustav Lymer

Examinator:

Rapportnummer:

Nyckelord: Matematik, miniräknare, kunskap, forskning, pedagogik.

Syftet med uppsatsen är att undersöka hur miniräknaren passar in i de pedagogiska teorierna, hur synen på den har varit i skolan under de senaste decennierna och vad tidigare forskning som undersökt hur miniräknaren påverkar elevers kunskapsbyggnad har gett för resultat. Genom detta vill jag presentera ett svar på frågan:

-Finns det anledning att tro att miniräknaren har en negativ påverkan på elevers kunskapsbyggnad vid undervisning i matematik?

För att kunna genomföra detta kommer jag till största del att göra en dokumentstudie, av tidskriften *Nämnnaren*, och en analys av tre intervjuer av tre aktiva pedagoger som tillkom under arbetets gång till följd av väckt intresse.

Resultatet jag kom fram till efter undersökningen är att miniräknaren inte kan påstås vara en faktor när en elevs kunskaper inte förvärvats efter genomgångna kurser. Eleven kan inte heller sägas ha någon skuld i problemet utan det ligger istället hos läraren som inte använt verktyget, miniräknaren, på ett korrekt sätt.

Detta betyder att lärare som inte känner sig säkra med hjälpmedlet bör vidareutbildas eller undersöka hur de kan använda sig bättre av verktyget. Miniräknaren kommer inte att försvinna ifrån undervisningen i matematik, endast omformas och vidareutvecklas så det ligger i lärares, och blivande lärares, intresse att bekanta sig med den.

Förord

Människan utvecklas ständigt och med henne utvecklas de verktyg som hon använder sig av för att hantera de situationer som hon ställs inför. Om man ser på vår historia är det inte allt för länge sedan som vi introducerade teknologiska instrument som verktyg, något som vi numera inte genomgår en dag utan att använda på ett eller annat sätt. Teknologins utveckling det senaste kan beskrivas som exponentiell gällande både i fördjupning i detaljer och breddning i användningsområden, och idag befinner vi oss i en situation där vi på ett sätt kan sägas anpassa vår vardag efter de verktyg som presenteras. Vi uppmanas använda dem och de förefaller göra våra liv bättre, men precis som det finns många som förespråkar förändring, finns det andra som fruktar den. Med varje ny teknik av betydelse följer en oro för att den inte ska vara till nytta, utan till skada. Vi läser i tidningen att TV:n "försoffar" folket, mobilen ger dig cancer i örat och datorspel gör de unga våldsamma, och vi undrar försiktigt om de kanske har rätt. Något som har varit aktuellt att diskutera bland pedagoger och föräldrar till barn som går i skolan de senaste decennierna är huruvida miniräknaren gör eleverna sämre på matematik. Ämnet har skapat debatt både i fråga om användningen av räknare och hur avancerad tekniken kan tillåtas vara. Det har sagts att dessa kraftfulla verktyg verkar generera elever som inte alls behöver räkna själva och som, när de inte räknar själva, inte lär de sig någon matematik. Vi oroar oss för att när de kommer ut från skolan är de lika okunniga som när de gick in. Är detta en berättigad oro? Stämmer det eller är det prov på något som har sagts om nyheter inom skolverktygens värld tidigare? Jag hittade följande text på Internet:

- Students today depend too much on hand held calculators.
(Anonymous, 1985)
- Ballpoint pens will be the ruin of education in our country. Students use these devices and then throw them away. The American virtues of thrift and frugality are being discarded. Business and banks will never allow such expensive luxuries.
(Federal Teacher, 1950)
- Students today depend upon these expensive fountain pens. They can no longer write with a straight pen and nib, (not to mention sharpening their own quills). We parents must not allow them to wallow in such luxury to the detriment of learning how to cope in the real business world, which is not so extravagant.
(PTA Gazette, 1941)
- Students today depend upon store bought ink. They don't know how to make their own. When they run out of ink they will be unable to write words or ciphers until their next trip to the settlement. This is a sad commentary on modern education.
(The Rural American Teacher, 1929)
- Students today depend too much upon ink. They don't know how to use a pen knife to sharpen a pencil. Pen and ink will never replace the pencil.
(National Association of Teachers, 1907)
- Students today depend upon paper too much. They don't know how to write on slate without chalk dust all over themselves. They can't clean a slate properly. What will they do when they run out of paper?
(Principal's Association, 1815)
- Students today can't prepare bark to calculate their problems. They depend upon their slates which are more expensive. What will they do when their slate is dropped and it breaks? They will be unable to write!
(Teachers Conference, 1703)¹

1 Bengt Åhlander, *Öppet brev till skolverket*, http://ncm.gu.se/media/namnaren/debatt/bengt_a.pdf, 2010-12-25.

När miniräknaren gjorde sitt intåg i skolvärlden var det många som tvivlade, men även många som gladdes. Miniräknaren verkade lova mer tid åt *förståelse* för matematik i skolan, eftersom den skulle medföra att lärare och elever kunde ägna mindre tid åt räknetekniska övningar, och dess spridning i samhället gjorde matematiken mer tillgänglig för gemene man,

Den framtida betydelsen av denna oerhörda stegring av den vanliga människans räknekapacitet kan i det långa loppet visa sig lika viktig som läskunnigheten en gång var för 1800-talets liberala framsteg.

-Lars Gustafsson om räknedosor på expressens kultursida 760806²

Vår rädsla för den teknologiska utvecklingen är i min mening aningen överdriven, men vi ska därför inte med en gång dra slutsatsen att det som kan tänkas vara negativt med miniräknaren är att ignorera.

Hösten 2005 påbörjade jag min utbildning till lärare vid Göteborgs Universitets Lärarprogram, en utbildning som inte bara skulle komma att utmana mig kunskapsmässigt, utan även retoriskt och socialt. Under utbildningen krävs det av de studerande att delta både i högskoleförlagd undervisning (HFU) och i verksamhetsförlagd utbildning (VFU). Den högskoleförlagda utbildningen hanterar mycket av det teoretiska om pedagogik och didaktik, ställt i sådan vinkel att studenterna tvingas fundera över hur detta teoretiska, som kan ses som abstrakt när det först tas upp, väl kan upptäckas, utvecklas och praktiseras i den verksamhetsförlagda utbildningen. Det praktiska momentet var – enligt min åsikt – det mest utmanande, då jag under de perioder utbildningen pågick, var ”ute i fält” och praktiserade, i form av åskådare i början och i form av undervisande lärare mot slutet. När jag själv började stå för undervisningen var detta i matematik, ett av de ämnen jag valt som inriktning. De motstånd jag mötte, de fenomen jag upplevde, de situationer jag genomgick, behandlades när jag väl kom tillbaka till bänken som student under HFU:n. Vi som studenter var då tvungna att bearbeta och fördjupa oss i vad som hänt och analysera vad som gått fel, vad som gått bättre och händelser som påverkat vårt sätt att vara i klassrummen, vår lärarroll.

Under en period som jag var ute på VFU, gjorde jag en intressant observation. Jag undervisade vid tillfället en klass i Matematik A som gick programmet Individuellt val. Läraren som jag arbetade med under den perioden hade informerat mig om att eleverna på detta programmet var mycket svaga i matematik och därför ansåg han att det inte fungerade att ge en genomgång på tavlan. Istället undervisade han på ett mer konstruktivistiskt sätt, där varje elev arbetade självständigt mot läromedlen och på olika stadier, vilket krävde att läraren gick runt i klassen och gav varje elev ett lyft från de problem som de fastnat vid. När jag vandrade från elev till elev var det något som fängade min uppmärksamhet, något som nästan alla elever i klassen hade gemensamt. De utnyttjade de algoritmer³ som läromedlen gav dem på ett korrekt sätt, de använde sig av miniräknare för att slå in talen och så småningom komma fram till en lösning. Så fort uppgifterna problematiserades och det inte var direkt uppenbart vilka algoritmer som skulle användas, så de inte kunde använda sig av miniräknaren rakt av för att komma till rätt svar, fastnade de och tappade intresset. Jag försökte då få dem att lägga miniräknaren åt sidan för att genom detta visa att uträkningsmetoderna var de samma, men direkt inslagna på miniräknaren gav de fel resultat (jämför resultaten av $4 \cdot 3 + 2$ och $2 + 4 \cdot 3$ slaget på en enkel miniräknare). Det visade sig då att deras kunskaper i huvudräkning var kraftigt begränsade och att så pass elementära uträkningar som $4 \cdot 3$ gav dem stora svårigheter. Deras förhållningssätt till miniräknaren påminde nästan om ett beroende, där användaren blev nervös, orolig och hade lätt för att göra misstag utan miniräknaren.

² Lars Bergström och Bertil Snaar, ”Kalkylatorn – dator i undervisningen – erfarenheter, idéer och förslag”, *Nämnnaren*, Temanummer om räknedosor 2 (1976), 21.

³ en systematisk procedur att med ett begränsat antal steg utföra en matematisk beräkning eller problem.

Under min nästa VFU-period var jag inte längre placerad hos klassen på individuella valet, utan i en klass som läste Naturvetenskapliga programmet. Med händelsen i min förra klass i minnet, gjorde jag en liten undersökning för att se om det fanns några likheter mellan de två klasserna i fråga om huvudräkning och beroendet till miniräknaren. I fråga om de mer elementära uträkningarna var min nya klass relativt felfri, men tendensen att förlita sig på miniräknaren fanns i de mer avancerade kurserna (i detta fall Matematik B) och vid eventuell felslagning på miniräknaren godtog eleverna svar som vid närmare eftertanke föreföll ologiska. Detta samband mellan de två klasserna väckte frågan om huruvida eleverna kunde sägas missbruka miniräknarna, om deras utbildning fram till när jag klev in i klassen påverkats negativt av användandet av miniräknare. Jag bar med mig min upptäckt och i min undervisning strävade jag efter att kunna visualisera och problematisera matematiken på ett mer genomgående sätt än jag gjort tidigare, så att eleverna skulle få en känsla av vad de gjorde, vad den bakomliggande matematiken utgjordes av, för att de vid mer avancerade uppgifter skulle kunna återknyta till detta och på så sätt kunna omforma och hantera problemen. Elevernas ”miniräknarberoende” uppvisning låg dock kvar och gnagde i mitt undermedvetna och det hände att jag pratade med mina lärarkollegor under VFU:n om detta för att få höra deras syn på saken. En av mina kollegor hävdade att han var ”miniräknarskadad” och inte kunde göra snabba uträkningar i huvudet (dock något mer avancerade än multiplikationstabeller och dylikt) på grund av att han gick i skolan under tiden som miniräknaren hade störst genomslagskraft och den blev ett verktyg som han slaviskt slog in alla uträkningar på. Han stod fast vid sin åsikt att miniräknaren hade påverkat hans förmåga, men menade också att han inte såg någon större nackdel med att inte vara aningen sämre på huvudräkning än vad hans egna lärare varit, då han alltid hade sin miniräknare med sig och om den av någon anledning skulle vara otillgänglig finns det alltid en elev som har en. Detta väckte ytterligare mitt intresse för frågan huruvida miniräknaren kan ha en negativ inverkan på elevers kunskapsbyggnad, för nu var det inte själva kunskapen i matematik som vi pratade om utan området huvudräkning och relevansen i färdigheten. Jag kunde minnas att jag hade läst en gammal artikel någonstans där jag log åt att författaren hävdade att miniräknarens inverkan på eleverna ska komma att resultera i att de kan mindre matematik i framtiden och framförallt visa sämre förmåga i huvudräkning. Hade författaren siat rätt? Om det är så att miniräknaren försämrar våra förmågor måste den väl ändå vara fördelaktig på annat sätt, annars hade vi väl, som pedagoger med det brinnande intresset att lära ut, inte använt oss av den? Detta blev en fråga som jag skulle bära med mig ända till slutet av min utbildning och detta blev ämnet jag kommer att hantera i denna uppsats.

Jag har under tiden som gått läst en mängd artiklar, rapporter och böcker som behandlar just miniräknaren och vikt mitt intresse till speciellt sådan litteratur som hanterar elevernas kunskaper i kombination med den och pedagogisk undervisning. Med tiden som gick steg mitt intresse för ämnet till sådan grad att jag kände mig tvungen att ge mig ut i fält för att prata med aktiva pedagoger och fick därmed chansen att kunna lyssna på tankebanorna istället för att enbart läsa dem. Det har varit mycket vändande av sidor och jag vill tacka min fru som har stått ut med mig under tiden som jag stängt in mig i ett litet rum i vårt hus, medan hon tagit hand om vår nyfödda dotter. Jag vill även tacka David som hjälpt mig med förslag och korrekturläsning.

-Johannes André

Innehållsförteckning

1. Inledning	8
2. Syfte och frågeställning	8
3. Teoretisk anknytning och tidigare forskning	9
3.1 De pedagogiska teorierna och verktyget miniräknaren	9
3.1.1 Behaviorismen	9
3.1.2 Konstruktivismen	10
3.1.3 Sociokulturella Perspektivet	10
3.1.4 Fenomenografin	11
3.2 Tidigare forskning	12
3.2.1 Miniräknarens påverkan på elevernas kunskaper	12
3.2.1.1 RIMM-projektet	12
3.2.1.2 ALM-projektet	13
3.2.1.3 CAN-projektet	13
3.2.2 Miniräknarens inverkan på skolan	14
3.2.2.1 Miniräknarens utbredning	14
3.2.2.2 Miniräknarens resultatredovisning	15
3.2.2.3 Miniräknarens auktoritet hos lärare	15
3.3 Sammanfattning	16
4. Frågeställning	16
5. Metod	17
5.1 Urval	17
5.2 Datainsamlingsmetod	17
5.3 Procedur	17
6. Resultatredovisning	18
6.1 Nämnaren - en dokumentstudie	18
6.1.2 Nämnaren; Temanummer om räknedosor 2 (sept 76)	18
6.1.2.1 Räknedosor i skolans undervisning, Göran Lindahl	18
6.1.2.2 Räknedosan i grundskolan, Lennart Eliasson & Rolf Hedrén	18
6.1.3 Nämnaren; Temanummer Miniräknaren i dag och i morgon (dec 78)	19
6.1.3.1 Miniräknaren i skolan, Göran Lindahl	19
6.1.3.2 Icke-Algorithmiska färdigheterna, Karl Greger & Adolf af Ekenstam	19
6.1.3.3 Miniräknaren på mellanstadiet, Rolf Hedrén	20
6.1.4 Nämnaren (4 -88) och Nämnaren (2 -89)	20
6.1.5 Nämnaren 3 (19) 1992	20
6.1.5.1 En matematikers syn på svensk skolmatematik, Peter Sjögren	21
6.1.5.2 Miniräknaren i min klass, Björn Forsberg	21
6.1.6 Nämnaren 4 (22) 1995	21
6.1.6.1 Vad tänker lärare om miniräknare?, Ingvar O. Persson	22
6.2 Intervjuerna	23
6.2.1 Presentation av lärarna	23
6.2.1.1 Maria	23

6.2.1.2 Gördis	23
6.2.1.3 Ruben	23
6.2.2 Vad säger lärarna...	23
6.2.2.1 - om elevernas kunskaper?	23
6.2.2.2 - om miniräknaren?	24
6.2.2.3 - om att missbruka miniräknaren?	24
6.3 Intervjun och Nämnaren - en sammanfattning av resultatredovisningen	26
7. Slutdiskussion	27
7.1 Hur har diskussionen runt miniräknaren i skolan sett ut?	27
7.2 Vad kan vi säga om den tidigare forskningen?	29
7.2.1 Miniräknarens påverkan på elevernas kunskaper	29
7.2.2 Miniräknaren och åldersgräns	30
7.3 Slutsats – Finns det egentligen någon anledning att tro att miniräknaren har en inverkan på elevers kunskaper i form av att de försvagas?	30
7.4 Didaktiska konsekvenser	31
7.5 Tillförlitlighet, kritiska reflektioner och fortsatt forskning	32
8. Litteraturlista	33
Bilaga 1; Intervjuerna	35
Bilaga 2; Intervjuerna	47

1. Inledning

I kursmålen för Matematik A kan vi läsa följande:

Mål som eleverna skall ha uppnått efter avslutad kurs, eleven ska:

- med och utan tekniska hjälpmedel med omdöme kunna tillämpa sina kunskaper i olika former av numerisk räkning med anknytning till vardagsliv och studieinriktning.
- ha vana att vid problemlösning använda dator och grafritande räknare för att utföra beräkningar och åskådliggöra grafer och diagram.⁴

Att eleverna, efter avslutad kurs, ska vara väl förtrogna med tekniska hjälpmedel är något som vi kan läsa i fler av matematikkursernas mål, men just Matematik A är en kurs som ingår i samtliga av programmen på gymnasiet. Detta ger oss tydliga tecken på att det är upp till skolan och dess lärare att se till att alla elever som läser på gymnasienivå ska undervisas på ett sådant sätt att de tränas i användande av tekniska hjälpmedel. Vanligast och mest lättillgänglig av dessa är miniräknare, i enkel form, grafritande eller symbolhanterande.

Eftersom jag har stött på frågan huruvida eleverna egentligen tar skada av att använda sig av miniräknare verkar det konstigt att det i målen låter som en självklarhet att de ska användas och detta är även något som det har förekommit debatt om. Lektor Hans Thunberg och docent Thomas Lingefjärd visade kritik mot att Skolverket sa ja till miniräknare med symbolhantering på de nationella gymnasieproven, genom att skriva en artikel i tidskriften *Nämnan* med titeln - ”Öppet brev till Skolverket: Avancerade miniräknare - hjälper eller stjälper?”⁵. Detta kom att bli den första i en rad debattinlägg. I artikeln ifrågasätter de beslutet då de anser att de symbolhanterande miniräknarna används på ett destruktivt sätt i undervisningen. De påpekar dessutom att forskning inom matematikdidaktik inte på ett tydligt sätt kunnat påvisa generella positiva effekter. Det var många som svarade på debattinbjudan och de flesta av inläggen ställde sig mot Thunberg och Lingefjärd, med stöd i både tidigare forskning och egna erfarenheter. Det verkade som om den allmänna uppfattningen var att miniräknaren inte stjälper eleven, men någon klarhet i frågan nåddes inte innan debatten mynnade ut.

Då jag själv ämnar undervisa i ämnet matematik är det av stor relevans för mig att jag får klarhet i huruvida miniräknarna hjälper eller stjälper, jag har redan under min praktik som lärare successivt uppmuntrat eleverna att använda sig av, och själv aktivt använt, grafritande miniräknare. Jag anser att detta är ett mycket praktiskt verktyg så om det är som Thunberg och Lingefjärd fruktar skulle det innebära att jag inte bara måste omvärdera hur jag vill att eleverna ska förhålla sig till verktyget, utan även min egen ställning och mitt undervisningssätt. Med anledning av detta har jag valt att låta syftet med denna uppsats vara just att undersöka ifall det finns något med miniräknaren att frukta.

2. Syfte och frågeställning

Syftet med denna uppsats är att undersöka, och senare dra en slutsats kring, vad miniräknaren har för inverkan på elevernas kunskaper när den används som verktyg i undervisningen.

⁴ Målen hämtade från skolverkets hemsida; <http://www.skolverket.se/sb/d/726/a/13845> , 2011-03-06

⁵ Se bilaga 1.

3. Teoretisk anknytning och tidigare forskning

I detta avsnittet kommer jag gå igenom de mest omtalade pedagogiska teorierna och, eftersom det är miniräknaren i pedagogiken jag är intresserad av, hur dessa kan beskriva användande av miniräknare i undervisningen. Jag kommer att undersöka vad tidigare forskning har kommit fram till angående miniräknarens påverkan på elevers kunskapsbyggnad och även kika på ett par andra forskningar av relevans till ämnet.

3.1 De pedagogiska teorierna och verktyget miniräknaren

För att kunna göra en bedömning av hur miniräknarens roll i matematiken påverkar undervisningen vill jag först presentera några av de största teorierna om lärande som blivit använda i skolorna under 1900-talet tills nu.

3.1.1 Behaviorismen

Edward Lee Thorndike (1874-1949) betraktas som grundaren till den pedagogiska psykologin och han hävdade att den primära formen av lärande sker genom försök-och-misstag (*trial and error*), det vill säga att lärande sker genom försök med tillfredsställande utfall. Ju mer ett utfall tillfredsställer utföraren, och ju mer detta upprepas, desto mer lär sig utövaren från handlingen, och om utfallet är missgynnande eller otillfredsställande så blir lärandet svagare.⁶ Detta perspektiv utvecklades av Burrhus F. Skinner (1904-1990), den kanske mest kända behavioristen, som arbetade med instrumentellt eller operant betingning. Detta går ut på att den lärande ”betingas” till att utföra något för att få en belöning, vilket innebär att den lärande belönas med något eftertraktat när önskad kunskap eller beteende uppnås. Som lärandeteori är behaviorismen alltså främst inriktad på yttre beteenden och inre mentala processer och eleven ses som mottagare av kunskap, vilket innebär att det behövs någon som överför sin kunskap efter en linjär modell, exempelvis: Lärare – Stoff – Elev.⁷

Det är inte svårt att dra paralleller till Skinners behaviorism när det kommer till betingelser och belöningar. En elev som räknar fel med huvudräkning och som stunden senare får ett snabbt och korrekt svar av miniräknaren ser det med all säkerhet som en belöning att ett snabbare säkrare svar kan nås med hjälp av mindre tankeverksamhet och ansträngning. Detta ska inte dömas som rätt eller fel, utan framhäver endast att eleven i denna situation uppmanas av sig själv att fortsätta använda miniräknaren, då straffet kan vara att misslyckas och belöningen kan finnas i att veta att de ”små” uträkningarna med största sannolikhet är korrekta, undantaget felslagningar och prioriteringsfel (som i och med de mer moderna räknarna också elimineras).

En åskådare under en matematiklektion skulle snabbt se att försök-och-misstag-teorin är något som är mycket väl använd, eleverna slår på miniräknaren för att få fram ett svar som stämmer överens med det som de är ute efter. I vissa fall tittar de i facit för att se om de har räknat rätt och om så inte är fallet, vänder de tillbaka till talet för att försöka igen. Detta kan ses som att eleverna, när de slår rätt på miniräknaren och får rätt svar, lär sig en metodik som krävs för en sorts uppgift för att lösa den, och på samma sätt lär de sig vilka olika metoder som inte passar. De tillfredsställande utfallen ger eleven en viss förståelse för uppbyggnaden av uppgifterna medan de resultat som inte gynnar eleven snabbt förkastas för att inte användas igen. Thorndikes trial-and-error-teori är kanske inte något som läraren skulle uppmuntra eleverna till i den form som här beskrivs, men däremot är det mycket vanligt att en liknande teknik framstår som ledande när eleven ska lära sig att hantera miniräknaren.

6 Knud Illeris, *Lärande*, 2:a upplagan. (Lund: Studentlitteratur, 2007), 48.

7 Lil Engström, *Möjligheter till lärande i matematik – Lärares problemformuleringar och dynamisk programvara*. (Sollentuna: Intellecta Docusys, 2006), 66.

3.1.2 Konstruktivismen

Jean Piaget lade i slutet av 1920-talet grunden för konstruktivismen. Teorin går ut på att människan, genom lärande och kunskap, själv konstruerar sin förståelse för omvärlden och synsättet utesluter med detta helt att kunskap är något som överförs, i form av färdigheter eller kunskaper, från en människa till en annan. Det är den som lär sig som måste utveckla sina kunskaper och därför får de egna aktiviteterna mycket stor betydelse för lärande. I denna teori får läraren en annan roll, eftersom det är den lärandes egen aktivitet som är central, och uppgiften blir, istället för att överföra kunskap, att skapa situationer som främjar lärande och ger eleven chans att upptäcka saker och skaffa sig erfarenhet, framförallt i den fysiska världen. Med andra ord så kännetecknas konstruktivismen av att eleven själv konstruerar sin förståelse från omvärlden och inte passivt tar emot information från någon annan. Teorin innehåller även ett kommunikativt perspektiv, vilket sker i form av kommunikation mellan olika deltagare, vilka inte nödvändigtvis är människor, men även kan bestå av en inre, tankestyrd, kommunikation. Precis som i behaviorismen kan lärandet ses som linjärt: Handling/Erfarenhet – Reflektion – Lärande/Kunskap.⁸

Numera delas gärna konstruktivismen upp i två läger, *Individuell Konstruktivism* och *Social Konstruktivism*, där den första är den traditionella synen medan den senare färgats av det sociokulturella perspektivet och därmed låter omvärlden och interaktion mellan individer påverka lärandet. Socialkonstruktivismen, eller socialkonstruktionismen som den också kallas, lägger tyngd i relationer, vilka utgör källan till mänskliga handlingar. Den förnekar inte att läroprocesser sker inom den enskilda individen, men uppfattar detta som ointressant eftersom läroprocessernas innehåll och karaktär bestäms av relationer i ett socialt fält. Som konstruktivistisk lärare gäller det att se till varje enskild elevs behov, vilket blir mycket svårt genom den individuella synen, men som kan ses i den sociala genom grupparbete där elevernas tankar lyfts fram genom social aktivitet.

Det experimenterande som genomsyrar försök-och-misstag-teorin går även hand i hand med den konstruktivistiska teorin eftersom eleven genom experimenterandet har möjlighet att utforma egna idéer som kan utforskas vidare. Detta arbetssätt ger erfarenheter ur vilka eleven kan konstruera sin kunskap och skapar därmed själv sina erfarenheter, vilka troligen finnes intressanta och som i så fall kan leda till engagemang i det eleven gör.⁹ Sett från teorins kommunikativa perspektiv, vilken sker mellan olika deltagare, finns det en uppenbar plats för miniräknaren. Den inre tankestyrda kommunikationen förstärks av en deltagare, miniräknaren, som kan fungera som ett bollplank för eleven och genom att det är eleven själv som slår på den byggs det upp egenkonstruerad kunskap. I den socialkonstruktivistiska teorin faller miniräknaren till synes undan, men vid diskussioner elever emellan förekommer ofta att elever visar varandra hur de ska räkna genom att visa på miniräknaren för att visualisera sina uträkningar och tankebanorna bakom dem. Här är det klart att det visuella som miniräknaren kan bidra med är till en stor fördel, den uppmanar i princip till konversation i form av frågeställningar och förklarande, och ger även läraren chansen att bjuda in till denna genom att ställa öppna frågor till klassen eller elevgruppen.

3.1.3 Sociokulturella Perspektivet

Teorin handlar om att människan som individ påverkas av den kultur hon lever i under sin utveckling. Det är samspelet mellan individ och det sociala som avgör vad hon lär sig. Det största namnet inom sociokulturella perspektivet är Lev Vygotskij som arbetade med att förstå det mänskliga medvetandet och dess utveckling. Han var speciellt intresserad av de högre psykologiska processernas uppkomst och till dessa räknade han kulturella och kognitiva redskap, som språk, skrift och räkning, men även kognitiva processer som minne, perception och begreppsbyggnad.

⁸ Engström, *Möjligheter till lärande i matematik*, 67.

⁹ Engström, *Möjligheter till lärande i matematik*, 67.

Vygotskij hävdade att dessa funktioner hos individen har sin uppkomst i sociala aktiviteter, där det uppstår på två plan: Intramentalt (i samverkan med andra) och intermentalt (inom individen). I och med detta blir alltså den sociala medvetandedimensionen skild från den individuella och primär i den bemärkelsen att den senare är formad utifrån den tidigare. Steget mellan det intramentala och det intermentala går genom internalisering och denna process innebär att mentala funktioner förmedlas, överförs och understöds eller styrs – dvs. medieras – av fysiska och intellektuella redskap som används i olika slags sociala aktiviteter. Vygotskij förknippas även med uttrycket ”närmaste utvecklingszonen”, vilken består av den utveckling som ligger en individ närmast till hands inom ett område. Zonen begränsas av vad individen (exempelvis en elev) klarar av att göra inom området utan hjälp och det den klarar med hjälp (från exempelvis en lärare). Det individen kan göra nu, med assistans, kommer den senare att klara av utan assistans.¹⁰

Vygotskijs tankar om den närmsta utvecklingszonen ger exempel på hur miniräknaren spelar en stor roll i elevernas lärande. När ett barn inte klarar en uppgift själv vänder de sig vanligtvis till en vuxen för att få hjälp, och det barnet klarar med hjälp av assistans är något som det till slut kommer att klara själv. Vygotskij menar att lärandet är ineffektivt om det begränsas endast till den utvecklingsnivån eleven befinner sig i och att så kallad ”good learning” är det lärande som ligger framför utvecklingen.¹¹ Genom att miniräknaren introducerades i matematikundervisningen har elevernas närmsta utvecklingszon skjutits fram, det de tidigare behövde assistans för att klara av, kan de klara av med hjälp av miniräknaren (i viss mån, bör tilläggas).

3.1.4 Fenomenografin

Det största namnet inom fenomenografin är Ference Marton och även om det påpekats att detta inte ska ses som en metod eller erfandeteori¹² så vill jag här ge en kort beskrivning av tankarna eftersom just denna syn ofta tas upp när ämnet matematik behandlas. Den viktigaste delen av fenomenografin ligger i variationsteorin, vilken enkelt förklaras med att det inte finns ett sätt att lära utan att det är genom en variation av olika perspektiv som skapar de bästa lärandemöjligheterna. I ett klassrum kan inte läraren se till varje elevs enskilda behov, men genom att variera sin undervisning kan ett antal olika synsätt nå ut till klassen. Detta är framförallt tydligt i matematiken då $48+13=51$ kan räknas på olika sätt, till exempel $40+10+8+3$ eller $48+12+1$ och så vidare, och genom att anamma detta i sin undervisning kan alltså läraren tillgodose grupper av elever, där varje grupp kan antas förstå ett av de perspektiv som presenteras av det som undervisas, för att på så sätt nå ut till varje enskild elev.

Att diskutera miniräknaren inom fenomenografin kan verka onödigt då den är ett verktyg och vi genom att nämna variationsteorin implicerar att läraren bör vara beredd med flera verktyg åt eleverna i sin undervisningen, men miniräknaren blir väsentlig här när vi talar om multifunktionella miniräknare som grafitare och symbolhanterare. I och med dessa får variationsteorin gott stöd i deras förmåga att inte bara leverera korrekta svar, utan även förmågan att visa ekvationslösningar grafiskt, att visualisera areabestämning av integraler, att markera var funktioners derivator har sina extrempunkter, och mycket mer. De många olika funktioner som dessa verktyg har, blir en tillgång för den pedagog som behärskar sin miniräknare.

10 Olga Dysthe (Red.), *Dialog, samspel och lärande*, (Lund: Studentlitteratur, 2003), 78-81.

11 Engström, *Möjligheter till lärande i matematik*, 69.

12 Ference Marton och Shirley Booth, *Om Lärande*, (Lund: Studentlitteratur, 2000). 146-147.

3.2 Tidigare forskning

Den forskning som jag här kommer att ta upp berör först och främst miniräknarens påverkan på elevernas kunskaper och dess roll vid inläring. Det har, sedan miniräknaren började diskuteras, ifrågasatts vid vilken ålder som det är tillbörligt att den introduceras i skolgången. Det verkar för många vara märkligt att införa den i tidig ålder då barnen börjar lära sig räkna. Annan forskning, sådan som har undersökt miniräknarens inverkan på skolväsendet, är också relevant att ta upp eftersom användande och möjligheter hos verktygen beror på förekomsten och hanterande.

3.2.1 Miniräknarens påverkan på elevernas kunskaper

3.2.1.1 RIMM-projektet

Våren 1976 tillsatte Skolöverstyrelsen arbetsgruppen ARK-gruppen (Analys av Räknedosornas Konsekvenser) med anledning av att de billiga räknedosorna blev allt vanligare hos eleverna i gymnasiet. Under ARK-gruppen initierades sedan utvecklingsarbeten, med gruppens medlemmar som ledare för projektet, och i dessa delprojekt diskuterades bland annat IAB, *icke-algoritmiska basfärdigheter*, och hur räknaren påverkade inlärningsförmågan hos eleverna. ARK-projektet fungerade som ett paraplyprojekt med många delprojekt där bland annat RIMM-projektet ingick.¹³

RIMM – *räknedosan i mellanstadiets matematikundervisning* – pågick under åren 1979-82 och hade i uppgift att undersöka konsekvenser av användning av miniräknare under hela mellanstadiet, genom att se vad som händer om eleverna under de tre åren konsekvent får använda miniräknare på olika områden i matematiken. Undersöknings syfte vara att reda ut hur en konsekvent användning av miniräknare påverkar elevers

- huvudräkningsförmåga
- förmåga att räkna med papper och penna
- problemlösningsförmåga
- motivation och intresse
- talbegrepp

Under läsåret 1977/78 framställde RIMM-gruppen försökstexter för mellanstadiets tre årskurser, vilka var avsedda som ett komplement till den ordinarie läroboken och skrevs så att miniräknaren skulle vara ett naturligt hjälpmedel till dem. Sammanlagt deltog åtta stycken försöksklasser från tre olika orter och tre stycken kontrollklasser, vilka de deltagande klassernas resultat sedan kunde jämföras med.

Från åk 4 kunde inga skillnader utrönas mellan försök- och kontroll-grupper, men i slutet av åk 6 visade det sig att eleverna i försöksklasserna var bättre än de i kontrollklasserna på följande områden:

- bedömning av tals storleksordning
- överslagsräkning
- val av räkneoperation
- utnyttjandet av information i icke entydiga problem

I de områden som testades var ingen av försöksklassernas resultat sämre än kontrollklassernas. Testen utformades av IAB-gruppen inom ARK-projektet och gavs även till andra klasser än de som var med i RIMM-projektet. Vid jämförelse med dessa klasser visade det sig dock att försöksklasserna var signifikant sämre på en multiplikationsuppgift (av typen $0,014 \cdot 2,5$) och en divisionsuppgift (av typen $40,6 / 14$). Båda dessa typer av uträkningar var av sådan art som försöksklasserna tränats mycket lite på eller inte alls inom RIMM-projektet.

13 Göran Emanuelsson, 2001. *Svårt att lära – lätt att undervisa? - Om kompetensutvecklingsinsatser för lärare i matematik 1965-2000*, (NCM-RAPPORT 2001:3), 22-28, http://ncm.gu.se/media/ncm/kup/Svart_att/000052_Svart_att_lara.pdf 2010-12-25.

Av resultaten drog de som genomförde testerna slutsatsen att regelbunden användning av miniräknare i matematikundervisningen inte behövde medföra den nedgång i förmåga att räkna i huvudet eller med papper och penna som många befarat.¹⁴

3.2.1.2 ALM-projektet

ALM-projektet (Alternativ Lärogång i Matematik) startades för att undersöka hur elevers kunskaper och inläring påverkades vid lägre åldrar. Projektet tog form i ett försök där lärarna tillät eleverna att bli introducerade för miniräknaren redan första skoldagen. Frågorna som skulle besvaras var:

- Hur klarar eleverna av att hantera miniräknaren?
- Blir eleverna ”slavar” under detta hjälpmedel och använder det ”i fel sammanhang”?

Projektledaren Jan Unenge beskrev att de under tiden som fortlöpte upplevde en mängd positiva reaktioner från både lärare och elever där viktigaste resultaten var att:

- eleverna använde inte miniräknaren till enklare uträkningar, som $2+3$, utan hade förstånd att använda fingrar, som går snabbare, istället.
- eleverna byggde upp en egen lärogång där stora tal spelade en viktig roll. De är, som eleverna uttryckte det, mycket mer spännande än talen 1-10
- miniräknaren visade sig kunna vara ett utomordentligt *metodiskt hjälpmedel*. Den elev som kunde slå in talet 3628 och sedan med en enda uträkning på miniräknaren kunde ”sudda ut” sexan, det vill säga får det att stå noll på sexans plats, ja den eleven hade faktiskt på egen hand upptäckt positionssystemet.
- eleverna arbetade spontant i grupp och talade mer om matematik och mer matematiskt.
- det dök upp fler lösningsmetoder än tidigare och skillnaden mellan ”de bästa” och ”de sämsta” eleverna, som tidigare oftast kopplats till förmågan att hantera algoritmerna och göra uträkningar, blev mindre tydlig.

Det visade sig alltså inte medföra några negativa effekter i form av att eleverna blev ”slavar” under miniräknaren, när verktyget infördes i tidig ålder. Istället upptäcktes det att elever verkade vara en motor i fråga om samarbete och diskussion. Nämnvärt är även att projektet noterade att lärarinställningen ändrades från att först låta miniräknarna vara tillgängliga i klassrummet till att senare handgripligen förse alla eleverna med en som de skulle förvara i bänken.¹⁵

3.2.1.3 CAN-projektet

I CAN-projektet, Calculator Aware Number, fick 4000 elever i Storbritannien, i åldrarna sex till elva, fri tillgång till miniräknare att bruka när de själva ville. Det innovativa med detta projekt var målet att utveckla en läroplan runt miniräknare och inte arbeta in miniräknarna i läroplanen. Under de tre år som projektet genomfördes skulle läroplanen utarbetas utan att använda några läroboksberoende scheman och utan någon undervisning av standardalgoritmerna. Meningen var också, i elevperspektiv, att framhäva huvudräkning, undersöka hur siffror fungerar, uppmuntra praktiska problemlösningar och att undersöka arbetet. Det visade sig att eleverna gjorde klara matematiska framsteg, särskilt eftersom de utvecklade egna metoder att räkna. Framstegen som visade sig berodde inte bara tillgången till miniräknaren, utan också genom lärarnas aktiva engagemang i utvecklingsprojektet. Resultaten visade att:

- Miniräknaren fungerade som en katalysator för förändring. Den gjorde det möjligt för eleverna att utforska matematiska idéer och var en aktiv part i deras egna lärande.

14 Hedrén, R. *Miniräknaren på mellanstadiet. Fortbildningsmaterial. Från RIMM-gruppens arbete inom Skolöverstyrelsens ARK-projekt (2:a rev upplagan). Rapport 1991:5*, (Högskolan Falun-Borlänge, 1991).

15 Unenge, *Skolmatematiken i går, i dag och i morgon*, 102-107.

Jan Unenge och Anita Sandahl, *Med miniräknaren från början – Erfarenheter från ett försök på lågstadiet, ALM-projektet, Rapport nr 5*, (Göteborgs Universitetsbibliotek: broschyr 2006:49), 21.

- Eleverna utvecklade självförtroende i att tackla nya problem. De verkade inte vara rädda för att göra fel och deras ansträngningar som problemlösare höjde lärarnas förväntningar på dem

Lärarna var dock oroliga att eleverna skulle ta skada av att inte känna till standardalgoritmerna och vissa matematiska metoder i sin vidare skolgång och därför undervisades de senare även i dessa.¹⁶ Utvärderingen av projektet involverade inte några kontrollgrupper eftersom det menades att vilseledande intryck kan komma av att jämföra elever i CAN-projektet och elever som följde en allmän läroplan, då de två olika grupperna skulle ha en annorlunda matematisk förmåga beroende på det faktum att de följt skilda läroplaner. Saknaden av kontrollgrupper hindrade dock inte projektledarna från att rapportera de positiva upptäckterna.¹⁷

3.2.2 Miniräknarens inverkan på skolan

3.2.2.1 Miniräknarens utbredning

Våren 1994 genomförde Göte Dahland en fältstudie av elektroniska hjälpmedel i matematik vid västsvenska gymnasier inom ett område från Varberg i söder till Strömstad i norr, begränsat i öster från Ulricehamn mot väst genom Falköping till Trollhättan och totalt ingick 44 skolor i studien (77% av de 57 skolor i givna området). Syftet med studien var att kartlägga spridning och användning av datorer och miniräknare, traditionella och grafiska, samt att titta på skolornas programbibliotek inom matematikundervisningen, genom att undersöka:

- I vilken omfattning grafiska miniräknare används av lärare som pedagogiska hjälpmedel i matematiken.
- I vad förekomsten av grafiska miniräknare påverkar användningen av datorer som pedagogiskt hjälpmedel i matematiken.¹⁸

Relevansen i denna undersökning, som behandlar teknologin och inte kunskaperna, ligger i att den dels blev bakgrunden till en annan undersökning, som vi snart ska komma till, och dels visar hur tillgången och den framtida förväntade användningen av miniräknare mycket tydligt visar att spridningen av teknologin snabbt ökar, vilket lägger tryck på behovet att komma fram till ett konkret svar i fråga om miniräknarens påverkan på eleverna då lärarna förväntas använda den som pedagogiskt hjälpmedel i allt större utsträckning.

Resultatet visade att 21 av de undersökta skolorna hade köpt in grafritande miniräknare, men att endast åtta stycken hade köpt tolv miniräknare eller fler. Den traditionella miniräknaren favoriserades av lärarkåren, men vid en metodisk kontakt av grafritande miniräknare hade lärarna en tendens att fortsätta använda den och integrera den i sin undervisning. Så var dock inte fallet med datorer och det verkade som om tillgängligheten var en faktor till detta, datorer syntes svårtillgängliga medan miniräknare var lättillgängliga något som Dahland beskriver som ”en nyckelfaktor i umgänget med olika pedagogiska hjälpmedel”.¹⁹ I fältstudien kartlades enbart tillgången på de elektroniska hjälpmedlen och inte egenskaper hos dem eller arbetsätt med dem och Dahland avslutar sin rapport med att påpeka att detta är ett väsentligt forskningsområde i framtiden.

16 Teresa Smart, *Visualisation, Confidence and Magic*, Technology in Mathematics Teaching. (Lund: Studentlitteratur, 1995), 197-198.

17 Kenneth Ruthven, *Pressing on*, Technology in Mathematics Teaching, 238.

18 Göte Dahland, *Elektroniska hjälpmedel i gymnasiet matematikundervisning – En översikt av samtida forsknings- och utvecklingsarbeten med en studie av västra Sveriges gymnasier våren 1994*. Rapport nr 1995:07. (Göteborgs Universitet: Institutionen för pedagogik, 1995), 3.

19 Dahland, *Elektroniska hjälpmedel i gymnasiet matematikundervisning*, 67.

3.2.2.2 Miniräknarens resultatredovisning

Den ökande tillgången till grafritande hjälpmedel var bakgrunden till att Dahland i samarbete med Thomas Lingefjärd gjorde en undersökning 1995 av ca 100 gymnasieelevers användning av miniräknare och förståelse för resultat, som presenterades i *Graphing calculators and students' interpretations of results* (1996). Studiens syfte var att undersöka huruvida tillgången till avancerade miniräknare påverkade elevers dokumentation och redovisade strategier för lösningar och resultaten var:

- Analys av redovisade elevlösningar gav slutsatsen att de nya hjälpmedlen kommer att påverka de traditionella metoderna avsevärt och nya metodiska ansatser måste finna sätt att utveckla förmågan att redovisa en lösning.
- Det finns delar i matematiken där det är uppenbart att de grafritande miniräknarna är fördelaktiga att använda, något undervisningen måste ta hänsyn till och även om en kärna av matematiskt kunnande kommer förbli oförändrat så kommer användandet av grafritarna, om de används på optimalt sätt, att tillföra nya ämnesområden och metoder.
- En dubbel kompetens förekommer i det faktum att en större förståelse och kunskap inom matematiken gör att grafritaren blir ett kraftfullare verktyg om tekniken hanteras på rätt sätt. Både lärare och elever påverkas i denna dubbla kompetens.²⁰

Denna studies relevans ligger i att de nya teknologiska hjälpmedlen skapar problem för eleverna att uttrycka sina svar på ett sådant sätt att lärarna utan problem kan se huruvida de har räknat rätt eller ej, något som i förlängningen kan ses som en påverkan på elevernas matematiska kunskaper. Dessutom kan ofullständiga eller otydliga redovisningar försvåra för eleven själv i och med att han/hon kan misstolka sig själv när uträkningarna blir av längre, mer komplex art, vilket kan leda till att det slutgiltiga svaret eller uppgifter baserade på tidigare uträkningar blir fel.

3.2.2.3 Miniräknarens auktoritet hos lärare

Lingefjärd gjorde även tre på varandra följande studier av hur det didaktiska kontraktet mellan lärare och studenter påverkas och förändras när en tredje agent för lärandet blir en faktor i lärandet av matematik, vilkas resultat redovisades i *Mathematical Modelling by Prospective Teachers Using Technology* (2000). Lingefjärd's forskning behandlar både datorn och grafritande miniräknare som denna tredje agent. Han genomförde studien på lärarstudenter i en årligen återkommande kurs om matematisk modellering och de två dominerande idéerna var, för det första, att studenterna genom detta blir medvetna om hur teknologin kan påverka undervisandet, inläringen och utvärderandet i skolmatematiken, och för det andra antas det att studenterna kunde fördjupa sin egen förståelse av geometri, matematisk modellering och bevisföring om de använde teknologin när de löste problem. Han gjorde upptäckten att studenterna omformulerade och flyttade sin auktoritet från lärobok och lärare till, i detta fallet, datorns leverans av beräkningar och matematiska modeller.²¹

Denna tillit till miniräknaren är något som kan komma att smitta av sig på de blivande lärarnas elever och det är därför viktigt att detta tas upp för de studenter som ska komma att lära ut matematik på mer avancerad nivå. Den mänskliga faktorn är fortfarande en största delen vid matematiska beräkningar, miniräknaren kan endast hantera det vi matar den med, och en övertro på miniräknaren kan resultera i att de svar som leveras är inkorrekta utan att det reflekteras över om de stämmer eller ej. Särskilt under beräkningar där svaret inte kan bedömas av ren logik.

20 Göte Dahland, *Matematikundervisning i 1990-talets gymnasieskola – Ett studium av hur en didaktisk tradition har påverkats av informationsteknologins verktyg. Volym I. Huvuddel. Rapport nr 1998:05*. (Göteborgs Universitet: Institutionen för pedagogik, 1998), 21-22.

21 Engström, *Möjligheter till lärande i matematik*, 40-41.

3.3 Sammanfattning

Jag har valt att inleda denna teoretiska del med att undersöka hur de pedagogiska teorierna går ihop med användande av miniräknare. Eftersom miniräknaren är ett verktyg som inte enbart behöver fungera som ett räknetekniskt hjälpmedel utan även kan användas med avsikt att undervisa passar det naturligt in i en pedagogisk undervisning, och detta är även något som man märker av när man talar om de teorier som färgar undervisningssituationerna i skolan. De nu mest omtalade teorierna, de som nyttjas mest i dagens skola, är sociokulturella perspektivet, den sociokulturella konstruktivismen och fenomenografins variationsteori har alla fördel av miniräknaren om den används på ett ansvarsfullt sätt.

Den forskning som jag tagit upp som inte tar upp elevernas kunskaper talar istället om för oss att det ligger i vårt intresse att komma fram till ett svar på huruvida miniräknarna påverkar på ett negativt sätt då teknologin utvecklas i hög takt och spridningen likaså. Den antyder också att avancerade miniräknare påverkar eleverna på ett sätt som inte direkt har med kunskaperna att göra utan istället förmedlandet av den förvärvade kunskapen. Indirekt påverkas dock elevernas inläring eftersom lärarna får svårare att kunna tyda resultat och redovisningar, och detta leder till att det bör läggas tid till elevernas förmågor i detta. En annan tanke som väcks är att de kommande lärarna i en studie visar sig ha en övertro på miniräknaren och hade lätt för att föra över auktoriteten till verktygen och dess svar, något som med all säkerhet kommer att speglas i de elever som de kommer att undervisa. Den tidigare forskningen som behandlat elevernas kunskaper visar tydligt på att det inte är aktuellt att diskutera en ”för tidig” ålder för att introducera miniräknaren. Tvärt om verkar det som att projekten till största del har positiva effekter på elevernas kunskaper att rapportera. Detta gör att min frågeställning får en ny vinkel.

4. Frågeställning

Diskussionen om elevernas kunskaper och hur dessa påverkas av miniräknaren figurerar fortfarande i skolor bland lärare, jag har till och med själv utformat tanken att det kanske finns ett samband. Men om forskningen rapporterar att det inte är någon fara, varför försvinner inte oron? Har den alltid funnits? Vilka delar i matematiken är det som tros ta skada av miniräknaren? Hur speglar det sig i dagens skola?

För att få svar på dessa frågor kommer jag att söka ett svar på följande frågeställningar:

- Hur har diskussionen runt miniräknaren i skolan sett ut sedan den introducerades?
- Hur ser aktiva lärare på miniräknaren och dess inverkan på elevers kunskaper?

När jag svarat på dessa två frågor hoppas jag kunna sluta mig till ett svar på den fråga som genom resonemanget blir en specificerad variant på min tidigare frågeställning:

- Finns det egentligen någon anledning att tro att miniräknaren har en inverkan på elevers kunskaper i form av att de försvagas?

5. Metod

Då jag ämnar att undersöka hur miniräknaren har diskuterats sedan dess introduktion i skolan och hur synen på den är nu, har jag valt att göra en dokumentstudie på tidskriften *Nämnnaren* och har sedan genomfört och analyserat ett antal intervjuer med aktiva lärare.

5.1 Urval

Jag har valt att göra en dokumentstudie på *Nämnnaren*. Detta val grundas i att denna matematiska tidskrift är den mest omtalade tidskriften jag lyckats hitta som har varje utgivet nummer arkiverat sedan dess första utgåva. Fördelarna med tidskriften, förutom att jag lyckats få tillgång till nummer från nästan 40 år tillbaka, är dessutom att den är skriven på svenska, den innehåller artiklar vars författare är både etablerade pedagogiska namn och okända lärare med brinnande intresse och den finns belägen i arkivet på pedagogiska biblioteket i Göteborg där också mina egna studier vid Lärarprogrammet har tagit plats. *Nämnnaren* ges sedan 1999 ut av Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM.

I intervjuanalysen ingår intervjuer från tre stycken lärare vilka är aktiva vid en gymnasieskola. Jag har kommit kontakt med dessa lärare genom en bekant med kontakter på skolan och hade kontakt med dem genom e-mail där jag informerade dem om vad deras deltagande skulle komma att resultera i, att de inte band sig på något sätt och att deras identitet skulle skyddas. Anledningen till att urvalet är tunt beror på att frågan som söker aktiva lärares åsikter dök upp under arbetets gång, till största delen av intresse, och därmed har tidsramar och möjligheter att göra ytterligare intervjuer begränsat antalet intervjuobjekt. Jag ansåg dock efter att jag gått igenom vad som sagts att det var relevant att ta med detta i mitt arbete som en del av min resultatredovisning.

5.2 Datainsamlingsmetod

Vid insamlande av relevanta artiklar från tidskriften *Nämnnaren* har jag valt att sortera upp dessa i en historisk tidslinje eftersom jag är intresserad av det historiska utvecklingsperspektivet.

Intervjuerna bygger på en serie fasta frågor, men vid intervjutillfället blev frågorna mer fritt formulerade och en hel del följdfrågor förekom. Denna form av intervjumetod kallas *kvalitativ* och är den huvudsakliga metoden vid informationsökning för skrivande av examensarbeten inom lärarutbildningen, då detta ofta ger kunskaper som är direkt användbara i läraryrket.²²

5.3 Procedur

I mitt sökande efter relevanta artiklar gick jag igenom varje nummer av *Nämnnaren* nere i arkivet vid Göteborgs Universitet, Pedagogiska biblioteket, och lånade hem de nummer som hade artiklar som verkade intressanta. Dessa artiklar lästes sedan igenom och de som bäst speglade vad som i allmänhet skrevs under de olika decennierna valde jag att referera för att kunna skapa en bild av vad som skrivits sedan senare delen av 1970-talet angående elever, deras kunskaper och miniräknare.

Intervjuerna genomfördes en lärare i taget, på den skolan som lärarna jobbar, och jag har vid intervjutillfällena spelat in det som sagts med en bandspelare. Sedan renskrevs hela intervjuerna så noga som möjligt för att inte förlora någon information.²³ Även om det från början var meningen att genomföra en strukturerad intervju, med fasta frågor, överlämnades denna ambition redan vid första tillfället och frågorna blev mer områden som jag hade med i varje intervju. Anledning till att det blev så är mer på grund av min oerfarenhet inom intervjumetoder än en genomtänkt plan. Det blev dock mycket bra eftersom detta, i samband med att jag spelade in intervjun och därmed inte antecknade, skapade en avslappnad stämning hos både mig och intervjuobjekten.

²² Johansson, B och Svedner, P.O. (2001). *Examensarbetet i lärarutbildningen*. (Uppsala Kunskapsföretag), 24-25

²³ Dessa finns att läsa i bilaga 1

6. Resultatredovisning

6.1 Nämnaren - en dokumentstudie

Nämnaren är en svensk-norsk matematisk tidsskrift som inriktar sig på matematikundervisning. När jag bläddrat i upplagor av den har jag stött på ett antal artiklar som intresserat mig och som jag tror kan ge en inblick i hur miniräknaren togs emot av skolan. Dessutom skapas en känsla av hur lärarna reagerade på att det blev allt mer vanligt och allt mer accepterat med miniräknaren under lektioner och prov då *Nämnaren* vid flera tillfällen publicerar brev som aktiva lärare, utan någon form av titel eller forskningsbakgrund, skickar in. Tidsskriften blir nästan som ett forum för lärarna som väljer att följa den och artiklarna ger därför en inblick i de resonemang som förts kring dessa ämnen. Jag har valt ut och refererat artiklar som är typiska för de decennier vi går igenom i fråga om ämnet "elevers kunskap och miniräknaren", för att på ett sådant sätt kunna skapa en bild av vad som skrevs i *Nämnaren* under de olika stadierna i tiden. Notera att miniräknaren benämns som "räknedosa" i artiklarna från 1970-talet, det var först senare som namnet "miniräknare" slog igenom.

6.1.2 Nämnaren; Temanummer om räknedosor 2 (sept 76)

6.1.2.1 Räknedosor i skolans undervisning, Göran Lindahl (s.3-6)

Göran beskriver hur räknedosan har letat sig in i skolorna, framförallt genom elever på gymnasier med tekniska linjer, och att det blivit upp till lärarnas och skolstyrelsens problem att få dessa att hanteras bäst ur pedagogisk synpunkt. Han beskriver i sin artikel tre problem med räknedosan i skolan. Det första är i vilken utsträckning räknedosor ska tillåtas på skriftliga prov, och det är angeläget att dosorna inte medför några orättvisor mellan elever med och elever utan dosa. Det andra gäller vilka räknedosor som ska skaffas till skolorna. Det tredje, och det största, är hur dosorna ska behandlas i undervisningen. En försöksverksamhet förekom under läsåret 1975-76 och erfarenheterna diskuterades i april 1976. Resultaten var positiva. Med dosan kunde eleverna göra uträkningar behändigare, snabbare och säkrare, eleverna hann lösa fler och mer verklighetsnära uppgifter, samt lösa uppgifter vilka tidigare varit svåra att genomföra. Göran är positivt inställd till införandet av räknedosor, men påpekar att de (då) nya programmerbara räknarna kan medföra en risk för eleverna och menar att det nog är säkrast att låta de räkna svårare tal med en "vanlig dosa" först för att stärka förståelsen av vad de gör.

Denna artikeln är som ett startskott för artiklar vilka behandlar miniräknaren och dess inverkan i elevernas utbildning och den är typisk i utformningen. Det talas positivt om fördelarna med miniräknarna och hur den kommer förändra ämnet. Positiva resultat från undersökningar bekräftar att införande och användande av miniräknaren går utan mankemang, men artikeln avslutas ändå med ett varnande ord om att eleverna använder för avancerade miniräknare utsätts eleverna för "en risk". Precis som i följande artikel kan vi utläsa en oro för att elevernas kunskaper kommer att ta skada av ett vårdslöst användande och nästa författare räknar dessutom upp just vilka delar som eleverna kommer att behöva träna mer på i framtiden.

6.1.2.2 Räknedosan i grundskolan, Lennart Eliasson & Rolf Hedrén (s. 22-33)

Författarna talar om var räknedosor kan tänkas bli använda i framtiden (inom matematiken i skolan) och säger att de räknar med att dosan kommer införas på mellan- och högstadiet. De tror att huvudräkning och överslagsräkning kommer att vara viktig i undervisningen, dels för att kompensera den minskade övningen som måste bli följd om algoritmräkning skärs ner, dels för att eleverna ska kunna kontrollera rimligheten i sina svar. De räknar upp ett antal risker och ett antal möjligheter som de tror miniräknaren för med sig. Riskerna är ovilja att lära sig algoritmer, minskad förmåga att räkna med papper och penna, minskad förmåga att räkna i huvudet, prestationsskillnader mellan elever med olika bra miniräknare, övertro på miniräknaren, samt ekonomiska besvär för kommuner

och praktiska problem för lärare som måste byta batterier. Möjligheterna är att behandla verklighetsnära problem, träning i de matematiska färdigheterna – att använda formler – utan belastning av räknetekniska svårigheter, mindre tid till rutinräkning och individualisering av undervisningen – elever som behöver mer stöd kan få räknedosa tidigare.

Återigen kan vi här se att författarna pekar ut vilka fördelar som miniräknaren kommer att föra med sig, även om batteribyten kan komma att bli ett praktiskt problem. De är dock mer specifika i hur eleverna kommer att påverkas och talar inte bara om förmågor utan även viljan. De verkar frukta att elever som får svar levererade via miniräknaren kommer att bli bekväma i detta och i framtiden kommer de inte att vilja lära sig algoritmer vilket vi kan ana är vad som leder till minskad förmåga i användande av papper och penna. Detta är ett intressant antagande och det låter logiskt, särskilt när vi tänker på vad Dahand och Lingefjärd konstaterade i sin undersökning. Jämför vi dessa är det inte klart att det är just bekvämligheten som medfört elevernas reducerade förmågor i resultat presentationen, men vi kan inte utesluta att det inte är en del av det hela. Här kan vi också urskilja en oro för att olika prestanda på minräknarna kommer att skapa en klyfta mellan elevernas kunskaper, något som inte stämmer överens med vad ALM-projektet senare kom fram till. Deras resultat visade snarare på att motsatsen var att vänta. Försök till stillande av oron för att eleverna skulle glida in i det författarna benämner som övertro på miniräknaren, som en del uttryckte vid den här tidpunkten, och att detta får konsekvenser, ser vi genom att aktiva lärare genomförde egna studier på sina klasser och rapporterade in resultatet till *Nämnan*. Exempelvis: ”Arbete med dosor under något mer än 1 termin har övertygat mig om att dosan kan vara av stort värde på vissa områden inom högstadiets matematikkurs, samt att det går att styra arbetet så att dosanvändningen ej behöver medföra sänkt räknefärdighet” - Gunnar Axelsson (s.69).

6.1.3 Nämnan; Temanummer Miniräknaren i dag och i morgon (dec 78)

6.1.3.1 Miniräknaren i skolan, Göran Lindahl (s.3-4)

Göran gör en kort sammanfattning av vad som hänt de senaste åren. Namnet räknedosa har försvunnit då producenterna inte gillade det och namnet miniräknare är nu på förslag. 76/77 tilläts inte miniräknaren på centralproven i matematik och fysik. 77/78 tilläts miniräknare, utan begränsningar på deras kapacitet, på proven och inga problem med detta har rapporterats från skolorna. I åk 9 får fortfarande inte miniräknaren användas på standardprovet, men ett speciellt prov där de är tillåtna har utvecklats sedan 76 och intresset för detta prov har ökat från år till år. SÖ har tillsatt en grupp vars uppgift är att föreslå åtgärder beträffande miniräknarnas användning i skolan och på förslag från denna grupp tillsatte SÖ i mars 1976 en arbetsgrupp kallad ARK-gruppen, Analys av Räknedosornas Konsekvenser, vars uppgift är att undersöka konsekvenserna av att använda miniräknare i skolan.

Två år senare har inte oron minskat och Skolöverstyrelsen (SÖ) bestämmer att det är dags att undersöka saken. Det har ändå inte uttryckligen rapporterats att eleverna *får* sämre förmågor genom miniräknaranvändande, men det verkar ändå vara en allmän uppfattning att detta kommer att komma i framtiden. Många talar nu om att det är just algoritmerna, vilka till viss del blir överflödiga i och med miniräknaren, som kommer att ta stryk. Frågan huruvida algoritmerna egentligen är så viktiga som många påstår och vad som kommer att hända om förekomsten av dem minskas i, eller försvinner från, undervisningen dyker nu upp.

6.1.3.2 Icke-Algorithmiska färdigheterna, Karl Greger & Adolf af Ekenstam (s.14-15)

Författarna uttrycker sin oro för att den allmänna spridningen av miniräknaren förväntas få betydande konsekvenser för barnens sätt att lära sig matematik. Genom att de algorithmiska momenten minskas eller kanske helt försvinner tycks det enligt dem väsentligt att systematiskt undersöka hur de icke-algorithmiska basfärdigheterna förändras. En andra effekt av denna

undersökning måste vara att utforma aktiviteter som befrämjar utvecklingen av barnens taluppfattning.

6.1.3.3 Miniräknaren på mellanstadiet, Rolf Hedrén (s. 16-19)

Rolf skriver att miniräknarens intåg i samhället har medfört och kommer att medföra stora förändringar i matematiken. Han fokuserar sig på mellanstadiet och formulerar ett antal frågor och påståenden. Ska det läggas tid på algoritmräkning då miniräknaren gör motsvarande uträkningar snabbare och säkrare? Kommer eleverna ha användning av sådana kunskaper när de lämnar skolan? Algoritmräkning vållar stora svårigheter för många elever. Kan ett avskaffande eller stark nedskärning av algoritmräkning komma att vålla andra problem för eleverna? Kommer taluppfattningen bli bristfällig? Elevers förmåga att lösa problem – det vill säga att göra rätt uträkning i rätt sammanhang och i rätt ordning – förefaller vara dålig. Kan sådan förmåga tränas med miniräknare? Han berättar sedan att för att ta itu med frågorna har SÖ tillsatt en arbetsgrupp, RIMM-gruppen (Räknedosan i mellanstadiets matematikundervisning).

Här ser vi ett tydligt ifrågasättande av algoritmernas förekomst i matematiken, men även en upplysning om att elever saknar goda kunskaper i att göra rätt saker i rätt ordning, något som vi kan ana betyder att de ofta gör misstag. Det är oklart om detta har ett samband med att eleverna inte kan algoritmer eller på något annat, men författaren uppmanar till att undersöka hur detta kan lösas med hjälp av miniräknaren, något som antyder en insikt i att miniräknaren ändå är framtiden och att det är fördelaktigt att, om inte utgå ifrån den så åtminstone ha med den i beräkningarna, när undersökningar gällande undervisning ska genomföras.

Tio år senare är det fortfarande aktuellt att använda sig av algoritmer, och diskussionen om det är nödvändigt att lära ut algoritmerna lever också kvar.

6.1.4 Nämnaren (4 -88) och Nämnaren (2 -89)

I dessa två nummer följer en serie debattartiklar mellan huvudsakligen Göran Emanuelsson och Jan Unenge.²⁴ De diskuterar huruvida skolan ska fortsätta lära ut algoritmräkning till elever nu när miniräknaren gör att de inte behöver kunskaper i att räkna med papper och penna, utom när de redovisar resultat. Emanuelsson hävdar att undervisningen inte helt sonika kan upphöra med undervisning av algoritmer som varit grunden för matematiken sedan århundraden tillbaka och Unenge ifrågasätter om det inte är på tiden att eleverna skapar nya, egna, algoritmer med hjälp av miniräknaren. Den senare åsikten blir mycket intressant eftersom den behandlar undervisningen och möjligheterna som finns för att utveckla matematiken i och med miniräknaren. Det är naturligtvis svårt att veta hur detta skulle te sig och vad resultatet av ett sådant paradigmskifte skulle vara. Frågan väcks om Emanuelsson är en bakåtsträvare eller om han räddar oss från att vettlöst förkasta det som vi vet fungerar.

6.1.5 Nämnaren 3 (19) 1992

Det är i början av 1990-talet som det blir riktigt intressant att läsa artiklarna som behandlar miniräknaren och elevernas kunskaper, särskilt när dessa jämförs med de som skrevs under 1970-talet, det vill säga nästan 20 år tidigare. Vid jämförelse märker vi att oron för eleverna fortfarande är relevant, det är samma förslag på övningar för att eleverna inte ska förlora på verktyget nu som då och attityden till att miniräknaren ska användas är fortfarande positiv. Skillnaden mellan årtiondena ligger i, förutom miniräknarnas prestanda, att det har börjat talas om datorns vik i samhället.

²⁴ Denna debatt finns i refererad form i bilaga 2.

6.1.5.1 En matematikers syn på svensk skolmatematik, Peter Sjögren (s.12-19)

Miniräknare ska naturligtvis användas i skolan, enligt Sjögren, så att eleverna vänjer sig vid dem, då de kommer leva och arbeta i en datoriserad värld. I de (då) nyare programmerbara miniräknarna kan man skriva in och räkna ut tal svårare uppgifter på en gång. Dock kommer eleven få fel svar om inte prioriteringsregeln²⁵ finns i åtanke, vilket hjälper träningen på denna. Vissa saker bör tränas utan maskin ”det är inte konstigare än att träna löpning trots att det finns effektivare hjälpmedel för att förflytta sig”. Eleverna bör räkna de fyra räknesätten med papper och penna så de är väl förtrogna med detta arbetssätt och överslagsräkningar i huvudet är viktiga. Klagomål på elever som inte längre kan förkorta bråk och på andra sätt förenkla uttryck, eftersom de är vana vid att trycka in uttrycken direkt i maskinen är vanliga. Detta ger problem senare, då uttrycken kan innehålla variabler²⁶ som inte går att trycka in. Det finns program som klarar även detta och här finns en uppenbar risk för att eleverna helt försummar räknefärdigheten på flera nivåer. Det är tydligt att vi ännu inte sett alla konsekvenser för matematikundervisningen i och med de nya tekniska hjälpmedlen.

Nytt med denna artikeln är att det är första gången som vi presenteras inför problemet eleverna verkar ha för räkning av bråk. Ett resonemang runt detta skulle kunna vara att eleverna är vana vid att räkna om bråken till decimaltal, ett alternativ som är helt korrekt rent talmässigt men som inte alltid är lika exakt, jämför $1/3$ med $0,333$. Författaren talar om program som klarar att genomföra bråkräkning med variabler, men vi kan anta att han syftar på datorprogram eftersom de vanligt förekommande handhållna miniräknarna ännu inte hade dessa möjligheterna. Det går dock att läsa ur artikeln att författaren förväntar sig att detta kommer att komma, något som oroar eftersom han menar på att vi ännu inte sett konsekvenserna av de miniräknare som finns på marknaden fram till nu. Trots den positiva inställningen till att miniräknaren används i skolorna höjs fortfarande ett varnande finger. De forskningsprojekt som genomförts har tydligen inte lyckats stilla oron, och vi stöter på egenhändigt genomförda undersökningar från vilka lärare skickar in resultat till *Nämnamnaren*.

6.1.5.2 Miniräknaren i min klass, Björn Forsberg (s.26-30)

Forsberg har genomfört en egen undersökning av hur miniräknaren förändrat elevernas inställning till matematik. Syftet med undersökningen var att undersöka stämningförändringar i klassen, betydelsen för den enskilda elevens arbete när de slipper utföra algoritmer och om ett missbruk kunde upptäckas genom minskad huvudräkning. Resultaten var en ökad glädje för matematiken i klassen och mer arbetsro, ett lyft för de elever som inte hade lätt för matematik och en oro bland de elever som hade lätt för matematik (de oroade sig för att de skulle glömma hur de räknade utan miniräknare). Angående missbruket nämner Forsberg endast kritiken om att huvudräkningen hotas, men inte huruvida han märkt något av detta i sin undersökning.

6.1.6 Nämnamnaren 4 (22) 1995

Allt efter att tiden går, uttrycks det klagomål på att elevernas kunskaper verkar ha minskat, men det är ingenting som någon lyckats förena rent konkret med miniräknaren. Istället börjar det dyka upp artiklar som behandlar vad det är eleverna som har problem med och en del förslag på hur detta ska lösas. Det har sedan miniräknaren introducerats talats mycket om hur den kan medföra en tidsbesparing, vilket är positivt då eleverna kan få en mer fördjupad, eller breddad, undervisning. Detta känns dock som en motsägelse. Det ska finnas mer tid att lära sig, men eleverna lär sig mindre. Men

²⁵ Prioriteringsregeln avgör vilken matematisk beräkning som ska utföras först om det föreligger flera olika. Ex. multiplikation före addition, $4 \cdot 3 + 2 = 12 + 2 = 14$.

²⁶ en term som kan variera i värde, brukar oftast symboliseras med x .

fortfarande verkar lärare i allmänhet inte se det som att miniräknaren är boven, även om oron finns där.

6.1.6.1 Vad tänker lärare om miniräknare?, Ingvar O. Persson (s.13-16)

Persson presenterar problemlösningsprocessen i 5 steg:

- formulera och sätta sig in i problemet,
- planera en lösning,
- genomföra planen med ev. Beräkningar,
- se tillbaka och kontrollera lösningen,
- analysera och dra slutsatser av resultatet.

Punkt tre är den kritiska punkten, blir det fel här presenterar eleven fel resultat menar Persson. Osäkerheten i detta steg har medfört att lärare lägger större vikt här än på de övriga stegen och samtal om olika lösningsstrategier får stryka på foten då tiden inte finns. Miniräknaren skulle ge tid till dessa samtal, men tveksamheten är stor i skolan. För att få reda på lärares syn på miniräknaren konstruerar Persson en enkät och delar ut den till ca 250 lärare. Enkäten ger Persson att den största vinsten med miniräknaren, enligt lärarna, är inarbetad tid när alla elever har tillgång till obegränsad räknekapacitet. Miniräknaren höjer även motivationen i klassrummet. Negativa svar från lärare finns med, vilka i de flesta fallen är negativa till själva miniräknaren och inte dess eventuella konsekvenser, men artikeln avslutas positivt med en uppmaning till att använda miniräknare i matematikundervisning.

Höjd motivation och tidsbesparande är vinsten i miniräknaren enligt de frågade lärarna, men ändå verkar Persson mena att det i allmänhet inte hinns lägga god tid på alla de viktiga punkterna i hans lista.

När vi närmar oss 2000-talet försvinner artiklar om miniräknarens konsekvenser och artiklar om hur lärare kan använda programmen som existerar i miniräknare och datorer uppkommer. De artiklar som behandlar elever med svårigheter för matematik drar paralleller till pedagogiska teorier och didaktik och tar inte upp frågan *varför* eleverna har svårt för matematik så mycket som hur det kan behandlas. I nämnaren nummer 4, 2006 startas dock en intressant debatt, genom att Hans Thunberg och Thomas Lindefjärd skriver ett öppet brev till skolverket, angående deras beslut att tillåta symbolhanterande miniräknare på gymnasiets nationella prov, med rubriken *Avancerade miniräknare – hjälper eller stjälper?* Debatten blir så pass livligt att den inte kan publiceras i själva tidsskriften utan den förläggs istället på Nämnarens hemsida.²⁷ Författarna av artikeln menar att skolverket har förhastat sig när de fattade beslutet och att de i och med detta uppmanar till att elever bör skaffa en miniräknare av sådan kraft att en kommer att påverka deras inläring och deras kunskaper inom matematiken. De får visst medhåll men den större delen av svaren ifrågasätter deras argument och menar att avancerade miniräknare visst är till hjälp inom undervisningen.

Vad vi nu kan se är att när miniräknaren tog sin plats i skolan introducerades inte bara ett nytt verktyg utan även en ny oro. En oro för att eleverna skulle bli miniräknarberoende. En oro för att eleverna skulle bli bekväma och tappa förmåga att räkna med papper och penna. En oro att elevernas kunskaper skulle bli sämre och att de, om vi inte agerar på och inser dessa risker, kommer att förlora sina färdigheter. Denna oron har inte utvecklats lika mycket som teknologin den är riktad mot. Idag kan miniräknarna göra långt mycket mer än de kunde på 1970-talet, men som vi kan se i debatten från 2006, där de talar om symbolhanterare, lever samma oro kvar, eleverna kommer att ta skada av de avancerade räknemaskinerna. Vi kan se att det genom tiden preciseras vad eleverna kommer att bli sämre på, men vi saknar utredning på om de antaganden som görs verkligen

²⁷ <http://ncm.gu.se/node/1144>, debatten finns även i refererad form i bilaga 2

stämmer. För att kunna komma närmre vår tid än vad debatten 2006, kommer jag nu att redovisa vad jag fått ut av den intervju som jag nämnde i metod avsnittet.

6.2 Intervjuerna

6.2.1 Presentation av lärarna:

6.2.1.1 Maria:

Har jobbat som lärare sedan 1971 och för tillfället undervisar hon i matematik på vuxenutbildningen, där hon undervisar i kurserna A-E. Hon anser att om eleverna klarar av att göra uppställningarna så är det upp till eleven huruvida själva uträkningen sedan ska göras med hjälp av miniräknaren eller om de vill göra det med huvudräkning, men det är viktigt att de ”tecknar talet”. Det är viktigt att eleverna behärskar sina miniräknare, och Maria försöker visa de elever som har en grafitare vilket ”fantastiskt bra verktyg” de har i sina händer. Hon tror att miniräknaren kommer att bli omodern i framtiden och att eleverna troligen kommer att ha en bärbar dator med samma möjligheter, eftersom datorn kommer att kunna användas i andra delar av skolan och det inte kommer kännas nödvändigt att bära omkring på mer än den.

6.2.1.2 Gördis:

Har precis som Maria en lång karriär bakom sig och undervisar nu främst i de tidigare kurserna av matematik på gymnasiet och när jag träffade henne hade eleverna precis haft ett nationellt prov i Matematik B. Gördis har upptäckt att eleverna numer inte har någon kunskap i algoritmer, när hon vid tillfälle skrev upp några på tavlan påstod den större delen av klassen att de inte ens kände igen dem. Detta fick henne att tänka på huruvida elevernas självförtroende i matematiken och deras sifferglädje egentligen var särskilt stor, när de inte klarar enkla uträkningar själva, utan miniräknare. Hon tror att så småningom kommer datorer att ersätta miniräknarna.

6.2.1.3 Ruben:

Är lite yngre än Maria och Gördis. Undervisar i matematik för estet-programmet och entreprenörsprogrammet när jag träffade honom och hans elever hade också precis gjort det nationella provet i Matematik B. Han menar att han inte använder sig så mycket av miniräknaren i sin undervisning, då eleverna ibland inte har miniräknare med sig, alla har olika miniräknare, och så vidare. Det hela bygger mycket på elevernas egna engagemang, men om de ber om hjälp med miniräknare så visar han dem naturligtvis. Som pedagogiskt hjälpmedel ställer sig Ruben positiv till miniräknare med de visuella förmågorna, men säger att han själv hellre använder ett datorprogram vid tillfällen som det är nödvändigt att visualisera och i framtiden kommer troligtvis datorerna konkurrera ut miniräknaren.

6.2.2 Vad säger lärarna...

6.2.2.1 - om elevernas kunskaper?

Ruben och Maria tycker att de känt av en oro hos elever som, om de har för vana att frekvent använda miniräknaren, hamnar i en miniräknarfri situation. Ruben har märkt att dessa elever ofta helst vill sitta och testa sig fram med miniräknaren, det vill säga dela upp uppgifterna i små delberäkningar och testa sig fram steg för steg. Han menar att dessa elever har problem med att se det strukturella, har de inte tillgång till sin miniräknare så klarar de inte att se sambanden och kan exempelvis inte ställa upp en ekvationslösning om det var tänkt att en sådan skulle användas. Maria har upplevt att eleverna känner sig oroliga vid tillfällen som de inte får använda miniräknaren men påpekar att dessa elever oftast har grundläggande matematiksvårigheter och att otryggheten inte behöver vara grundad i problem med det logiska tänkandet. Gördis uttrycker inte någon känsla av oro hos elever som inte får använda miniräknaren, men anser rakt av att många elever räknar fel om

de inte har miniräknare och lägger till att det överlag är få elever som känner till klassiska algoritmer²⁸ eller har goda kunskaper i de fyra räknesätten. Hon menar till och med att det har varit märkbart låga kunskaper i dessa delar hos eleverna det senaste året. Gördis har även gjort ett iakttagande som samstämmer med det Dahland och Lingefjärd kom fram till angående resultatredovisning:

...dom skriver inte ner hur dom tänker, dom slår före dom skrivit, och det är väldigt vanligt. Då går det för fort och det blir ingen reflektion över det. Jag kan inte säga hur mycket fel det blir, men dom är sämre på att skriva lösningar på ett begripligt sätt...

6.2.2.2 - om miniräknaren?

Det första vi kan lägga märke till är att alla tre lärarna verkar vara positivt inställda till miniräknaren som verktyg, Ruben uttrycker till och med en frustration över att eleverna inte har med sig miniräknare till lektionerna, enligt honom hade det varit fördelaktigt om samtliga elever hade en "grafritare". Maria och Ruben tar upp avsnitten i matematiken som behandlar funktioner och grafer som exempel på när det är fördelaktigt att ha ett tekniskt hjälpmedel som miniräknaren, eftersom en grafitare kan visualisera det hela för eleven och Maria tillägger att den gör att eleverna kan jobba med mer verklighetsnära uppgifter som inte behöver vara tillrättalagda.. Gördis menar att det är vid problemlösning som miniräknaren kommer till sin fulla rätt. Det är ingen av dem som tycker att en miniräknare kan ses som "för avancerad" för skolmatematiken. Maria anser att så länge eleven kan hantera sitt verktyg är det bra, Gördis menar att om skolverket godtar avancerade miniräknare på nationella proven är det inget hon ifrågasätter och Ruben uttrycker det som att de symbolhanterade miniräknarna är inte på något sätt mer obehöriga på nationella prov än vad en formelsamling är eftersom eleven istället för att "byta ut" reglerna mot sina uträkningar, lika gärna kan slå det på en miniräknare som gör detta jobbet. Han tycker till och med att *om* det finns en gräns för hur avancerad en miniräknare får bli för att vara tillåten i matematikundervisning så har den gräsen passerats för länge sedan. Om vi däremot ser på detta från andra hållet så kan vi se att för avancerade miniräknare kan påverka på ett annat sätt. Han har haft elever med de senaste symbolhanterande miniräknarna och påstår att:

...det är ingen, det är Ingen, som ens har frågat nån fråga om hur man förenklar uttryck eller nått sånt, det dom eftersöker och använder, det är sånt som exemplen visar i boken och som jag poängterar, just det här med grafläget framför allt. Så dom är inte ens medvetna om vad dom kan göra med dem

Detta är inte heller konstigt då eleverna i många fall arbetar på ett sådant sätt att de ska vara förberedda inför just de nationella proven. Vid dessa är det inte av vikt att ha en extra avancerad miniräknare eftersom provtillverkarna strävar efter att skapa "miniräknarneutrala" prov, där olika elever inte ska ha olika förutsättningar beroende på tillgången till verktyg.

6.2.2.3 - om att missbruka miniräknaren?

Lärarna tycker inte att man kan kalla användande av miniräknare för missbruk. Ruben tror inte att miniräknaren kan missbrukas, om den inte används vid allt för tidig ålder när eleverna börjar träna de fyra räknesätten och vid sådant tillfälle på ett slentrianmässigt sätt. Maria tycker inte att det finns någon risk med att använda miniräknaren för mycket, utan menar att eleverna snarare kan få bättre kunskaper tack vare miniräknaren. Det händer att elever använder miniräknaren till elementära uträkningar som $2+2$, men hon försöker att uppmuntra dem till att ta sådant i huvudet. Dock tycker hon inte att man kan se det hela som ett missbruk av miniräknaren, varken när det kommer till elev

²⁸ exempel på en klassisk algoritm är "liggande stolen" som är en divisionsmetod.

eller lärare, eftersom miniräknaren är ett arbetsredskap. Gördis har gjort samma notering som Maria istället för att uttrycka det som att eleverna missbrukar miniräknaren påpekar hon att hon märkt ett onödigt användande av miniräknaren:

...det blir lätt ett *överutnyttjande*. Dom litar inte på att det går att göra på något annat sätt [...] eller räkning med negativa tal, så är det faktiskt ganska svårt att slå på räknaren, och då är det bättre att klara av det själv och sen se hur räknaren fungerar. Där kan det bli att dom tror att [miniräknaren] är viktigare.

Här kan vi även ana att Gördis upptäckte att eleverna flyttar auktoriteten till miniräknaren i likhet med vad Lingefjärd upptäckte i sin studie av lärarstudenter. Förtroendet till miniräknaren gör att elevernas tillit till den egna förmågan sjunker. På frågan om huruvida *för mycket* användning av miniräknaren kan medföra några risker svarar Ruben:

Risk och risk.. Jag menar, ska man vara rent krass så... vad har vi för mål med vår matematikundervisning egentligen? Det är ju att eleverna ska klara sig i vardagen, att de ska kunna lösa vardagsproblem med hjälp utav matematik. Med tanke på att alla i stort sett har mobiltelefoner idag så har man alltid tillgång till en miniräknare. Det är klart, nackdelen med att använda miniräknare för ofta, som jag ser det, är att man får problem med de vanliga räknesätten, multiplikationstabellen och division framför allt, men även addition och subtraktion. Har man problem med det, så är det svårare att upptäcka mönster och samband i matematiken också, så visst det finns en risk med att man använder miniräknare för mycket slentrianmässigt. Man blir sämre på att se samband, det tror jag att man blir.

Vilket blir intressant i samband med det Gördis uttryckte om att hon märkt att eleverna med åren successivt har visat försämrad förmåga i just de fyra räknesätten och:

...[a]tt vissa inte lär sig vissa enkla grunder, som: additionstabeller, subtraktionstabeller, multiplikationstabeller [de] går sämre nu än för några år sen. [...] I år faktiskt har varit en brytpunkt. I år tycker jag att dom har räknat sämre, med det här vanliga, dom har kunnat gångertabellen sämre, jag har kommit på dem med fler misstag kan man säga. Liksom sånt där som aldrig förekom förr.

I samband med att vi diskuterade missbrukande av miniräknare berättade Ruben om vad han hört en matematikdidaktiklärare säga under en matematikbiennette angående vad det är vi vill att eleverna ska lära sig och vad detta egentligen har för vikt i det kommande livet:

...låt oss säga att det handlade om derivata och allt sånt där. Och hon menade, vad är det viktigaste? Är det det viktigaste att vi kan derivata och vet hur man gör det rent hantverksmässigt, det vill säga för hand. Eller är det det viktigaste att vi lär oss att förstå symbolerna? För bara att och förstå symbolerna för en derivata, kan ju ställa still problem, själva det här funktionskrivsättet, $f(x)$, det ställer ju till jättemycket problem när börjar på funktionsläran eleverna tycker att det är jättekonstigt. Men det är väldigt viktigt menade hon på att man förstår symbolerna, för det är dom som man stöter på när man sen kommer ut i sitt verksamhetsliv, som ekonom eller naturvetare eller något sånt. För själva deriveringen, det sköter ju datorerna, det grejar ju dom, så dom personerna som måste kunna hantverket bakom derivatan, det är inte så många som behöver det egentligen. Det är viktigare att man förstår symbolbegreppen och att man förstår innebörden, vad det är man söker efter när man deriverar, och vad är det man får svar på... Och det håller jag med om. Det beror ju helt på, om man ska bli matematikforskare, då kanske det är väldigt viktigt att man kan hantverket bakom det, men på gymnasiet, även om man läser matte D-E så... dom flesta gör det för att kunna bli ingenjörer, eller nått sånt och då kanske inte själva hantverket är så viktigt utan mer förståelsen bakom begreppen. Då är ju miniräknare med symbolhanterare och grafitare suveräna verktyg för det.

6.3 Intervjun och Nämnaren - en sammanfattning av resultatredovisningen

Det som är den mest uppenbara sammankoppling mellan intervjuerna och dokumentstudien är, den i studien uttalade, oron för att elevernas kunskaper i framtiden kommer att försämrans när det gäller huvudräkning och då underförstått de fyra räknesätten, och det faktum att lärarna i intervjun uttrycker att de märkt av en försämring av förmågan att utan miniräknare använda just dessa räknesätt. Att eleverna skulle ha nedsatt förmåga vad det gäller överslagsräkning är det möjligt att dra egna slutsatser om eftersom detta i viss mån baseras på de fyra räknesätten.

Gördis har gjort upptäckten att eleverna inte kan de klassiska algoritmerna, något som vi fick reda på att några av författarna till artiklarna i *Nämnaren* förutsåg skulle hända. Frågan om de lider av att inte kunna dessa i form av nedsatt förmåga får vi dock inte riktigt svar på. Visserligen påstår Gördis också att deras räkneförmåga är märkbart nedsatt jämfört med tidigare år, men det är inte helt säkert kopplat till algoritmerna. Det är inte omöjligt att eleverna skapat egna algoritmer med hjälp av miniräknarna.

Maria och Ruben talar om en orolighet som eleverna utstrålar om de inte har tillgång till miniräknaren, utan tvingas att utan tekniska verktyg lösa matematiska problem. Gördis menar på att hon inte känt av någon orolighet, men att hon däremot tror att eleverna har lätt att falla in i ett överutnyttjande och att eleverna inte litar på in egen förmåga. Detta är något som vi stötte på redan i artiklarna från 1970-talet i form av att det talades om att eleverna skulle komma att skapa en övertro till miniräknaren, något som också återfunnits hos lärarstudenter under 2000-talet (**Lingefjärd**)

Kontentan är att trots att miniräknaren har utvecklats, trots att det genomförts undersökningar och trots att ingen egentligen påvisar att det föreligger någon negativ inverkan på elevernas kunskaper till följd av just miniräknaren, har det ändå funnits och finns än idag en märkbar oro för att det ändå är så. Frågan kvarstår alltså:

Jag kommer i min följande diskussion försöka att komma fram till ett svar på detta.

7. Slutdiskussion

7.1 Hur har diskussionen runt miniräknaren i skolan sett ut?

Frågan i rubriken har egentligen redan fått svar i och med analysen av artiklarna och debatterna från *Nämnan*, och jag kommer därför här inte att presentera något ytterligare svar då jag anser det avklarat. Däremot finns det mycket som är värt att nämna angående hur synen har sett ut under åren och det finns ett antal teman som kan samla vad som presenteras i *Nämnan* och som belyser vad miniräknaren kom att innebära när den introducerades i skolorna och nu innebär för undervisningen i matematiken.

Sparad tid. Om vi tittar på vad som står i artiklarna från tidskriften, så uttalas det mycket positivt när miniräknaren nämns. Det som verkar varit det främsta positiva som märktes av, var den tid som eleverna sparade in. Att slå i tabeller och räkna med räknesticka var tidsödande och eleverna tvingades äta uppgifter för att tekniken skulle bli något de kunde göra utan mankemang. Att använda miniräknaren ger inte bara ett korrekt svar genom några enkla knapptryckningar utan själva processen är mycket enklare och kräver inte lika mycket tid. Den tid som blev över verkar i artiklarna vara något som lärarna med glädje skulle lägga på träning av den bakomliggande matematiken och fler olika metoder för att lösa uppgifter.

Användarvänlighet. Något som märktes i skolorna i miniräknarens introduktion var även en glädje i att räkna från elevernas sida, det verkade som att miniräknaren gjorde matematiken rolig. Entusiasmen kan också ligga i att de tal som användes, de uppgifter som kunde konstrueras, inte längre var tvungna att anpassas efter möjligheten att kunna lösa problemen inom rimlig tid. När miniräknarna med tiden blev mer avancerade kunde svårare och svårare uppgifter lösas, och mer avancerad matematik kunde behandlas. Denna utveckling har varit mycket påtaglig bara de senaste decennierna och Dahland skriver att datorstöd i matematik möter en allt hårdare konkurrens från de grafiska miniräknarna, ”Miniräknare har under 90-talet skaffat sig ett försprång före datorer genom att ha god prestanda kombinerad med stor tillgänglighet”.²⁹ Detta kan i förlängningen betyda att alla program som kan tänkas behövas, kan komma att finnas i miniräknarna framöver. Det verkar vara så att eleverna har hängt med i utvecklingen och det samma kan sägas om lärarna i viss mån, men en viss fingervisning om att fortbildning bör förekomma kan utläsas på flera håll. I debatten om de symbolhanterade miniräknarna nämns det vid åtskilliga tillfällen att en fortbildning är eftertraktad, ”...de flesta matematiklärare i Sverige [kan] inte tillräckligt om räknare - avancerade eller ej - för att kunna använda dem på ett pedagogiskt riktigt sätt i klassrummet”.³⁰

Tillgänglighet. Många elever införskaffar egna miniräknare av varierande sorter, men en del skolor köper in ett sortiment som de kan låta eleverna låna. När vi pratar om symbolhanterande miniräknare kan nog många tycka att det är upp till kommuner och skolor att införskaffa dessa så att eleverna kan använda sig av dem då dessa är relativt dyra, även om de ständigt sjunker i pris. Detta ämne belyses främst i debatten om de avancerade räknarna, eftersom Thunberg och Lingefjärd använder detta som ett argument för att kritisera skolverkets beslut att låta elever använda sig av symbolhanterande miniräknare under de nationella proven. Tillgängligheten av miniräknare blir aktuell för undervisningen då det kan tyckas att elever får olika förutsättningar när de inte har samma hjälpmedel.

Farorna med miniräknaren. Det finns som jag tidigare har nämnt en röd tråd att följa genom miniräknarens liv i skolan under den 30 år långa tidsperiod som jag täckte med artiklarna från tidskriften *Nämnan*, 1976-2006, och det är att oron för att eleverna ska bli sämre på delar av matematiken. De förmågor som ses som de i störst farozon är huvudräkningen och förmågan till överslagsräkning och i dess förlängning förmågan att bedöma huruvida lösningar på problem är

29 Dahland, *Matematikundervisning i 1990-talets gymnasieskola*, 135.

30 Jonas Hall, debattinlägg, <http://ncm.gu.se/node/1604>, 2010-12-25.

troliga. Det som artiklarna inte lyfter fram, eftersom vi kan se hur oron i de närmsta håller sig konstant i fråga om delarna som tas upp, är att rädslan i grund och botten måste handla om något mer djupliggande, något vi kan ana i debatten om de avancerade miniräknarna, nämligen att eleverna förlorar förståelsen för matematiken. Att eleverna blir sämre på just huvudräkning kan vi egentligen inte se som ett problem, det är en färdighet som vi alla blir sämre på om vi inte övar på den vid upprepade tillfällen i våra liv, och det samma gäller överslagsräkning. Vi kan se det som ett problem om vi antar att eleverna inte lär sig när de slår talen på miniräknaren. Men kan vi dra slutsatsen att det är lättare att *komma ihåg*, vilket det egentligen handlar om när vi talar om lättare multiplikationsräkning, att $4 \cdot 6 = 24$ om vi läser det upprepade gånger i en tabell, än om vi slår det upprepade gånger på miniräknaren? Vad det handlar om är inte förändringen i att eleverna slår talen på miniräknaren, utan snarare att det under tidens gång fokuseras mindre på att nöta dessa tabeller, och om vårt mål är att eleverna ska kunna svara på slumpade frågor om multiplikationstabellen när vi väcker dem mitt i natten så är det klart att vi ska gå tillbaka till detta nötande.

Grunden till att eleverna skulle bli sämre i huvudräkning ligger i tron att eleverna skapar ett överanvändande av miniräknaren och en övertro på att det resultat som den visar stämmer, och både Maria och Gördis talar om hur de kan se elever slå enkla beräkningar på verktyget. Jag själv har sett elever göra detta, men jag ställer mig frågande till huruvida detta kan ses som ett överanvändande som i förlängningen skapar en övertro till miniräknarens resultat. Kan det inte vara så att på grund av att eleverna är vana vid att använda miniräknaren så går handen per automatik när de räknar? Vid tillfällen som jag suttit med elever och sett dem sträcka sig efter miniräknaren när de möter en elementär räkneoperation, har jag sagt ”det kan du väl i huvudet?” och resultaten som eleverna kommer fram till med huvudräkning har varit varierande i sin korrekthet, det var bland annat sådana tillfällen som var bakgrunden till denna uppsats. Nu undrar jag om det inte är så enkelt att eleverna blir nervösa när de utmanas av läraren i att visa vad det kan angående huvudräkning, och ju mer basala färdigheter som efterfrågas desto större blir kravet på att de ska kunna leverera rätt svar. En sådan press kan göra att de skickligaste räknar fel, och inte på grund av att de inte kan, utan på grund av att de helt plötsligt blir testade, och att fel svar kan skapa en pinsam situation.

Men om det då är rädsla för att eleverna ska förlora förståelsen för matematiken, vilka delar är det som vi kan tro att miniräknaren saboterar? Ligger detta i att eleverna nuförtiden, som Gördis menar, inte längre kan algoritmerna? Som jag tidigare påpekat är min uppfattning i likhet med Unenges, elever som inte kan standardalgoritmerna har tillverkat egna algoritmer som de räknar utefter. Men det vore något banalt att påstå att en elev som har förstått matematiken automatiskt kan göra de beräkningar som krävs för att komma fram till rätt svar när ett problem presenterats, det vore samma sak som att antyda att jag kan bygga en altan bara för att jag förstår hur en sådan bör vara uppbyggd för att ett gott resultat ska kunna uppnås, i form av till exempel stabilitet i grunden och plant golv. Det vore lika konstigt att påstå att jag kan bygga en altan baserat på det faktum att jag har verktyg som jag kan använda, utan det är först i kombinationen av dessa två förhållanden som en altan av värde kan upprättas. Alltså behöver eleven både förståelse för matematiken och kunskap i att kunna använda rätt verktyg, för att kunna lösa problem. Men inte ens detta räcker. För att faktiskt förstå matematiken, måste eleven dessutom förstå vad det är han/hon *gör* när verktyget används, annars blir det ett metodiskt och mekaniskt räknande som gör att en del av förståelsen undgås. Ta exempelvis derivatan, en elev som kan använda sig av antingen de generella reglerna för derivering eller miniräknaren för att hitta derivatan till en funktion och som dessutom vet att derivatan av funktionen är förändringshastigheten i en godtycklig punkt, har inte automatiskt förmågan att rita upp derivatans graf för att jämföra den med ursprungsfunktionens. Det är först när eleven förstår varför förhållande ser ut som det gör, genom att till exempel gå igenom derivatans definition, som hela bilden kommer fram, det vill säga *varför* derivatan blir som den blir. Det är denna del, att förstå vad som görs och varför, som kan antas försvinna i och med att vi använder

miniräknaren, genom att miniräknaren inte förklarar detta med sina snabba uträkningar på ett sätt som algoritmerna kan göra. Men ligger det problemet verkligen i miniräknaren? Nej, det är upp till läraren att grundligt gå igenom detta, och som tidigare beskrivits har miniräknaren medfört mer tid till att gå igenom liknande saker.

Något annat som tas upp väldigt kort i debatten om de avancerade miniräknarna är Falls kommentar om att de manliga eleverna använder miniräknaren till att spela spel. Detta problem är inte väsentligt att ta upp i min mening. Jag undervisade nyligen på en skola där varje elev hade tillgång till en bärbar dator under lektionerna. Det var intressant att se då alla hade kursmaterialet och en relativt kraftfull miniräknare på hårddisken och några till och med använde elektroniska dokument för att bokföra genomgången och sina uträkningar, något som resulterade i att de endast hade datorn med sig till lektionen. Jag genomskådade dock ett par elever som använde sig av alt +tab-funktionen³¹ för att snabbt ta fram sina matematikmaterial när jag var i sådan vinkel att jag kunde se skärmen, och smög mig därför runt vid tillfälle så att jag överraskade dem med att sitta och titta på humoristiska videoklipp istället för att räkna. Jag berättade att jag kunde se på deras händer och ansikten huruvida de faktiskt arbetade eller ej och de skämdes ganska rejält över att blivit tagna på bar gärning. Vad jag vill komma till är att dessa elever inte kände för att arbeta med matematik vid detta tillfället, de kände för att förströ sig på annat sätt, något som jag själv gjorde genom att rita bilder eller spela luffarschack när jag gick i skolan. Mediet är annorlunda men problemet är det samma, och har alltid varit det samma, en elev som inte har lust att arbeta gör det inte och det ligger hos läraren att väcka denna lusten, inte skylla på att de verktyg som ligger eleven tillhands distraherar honom/henne.

7.2 Vad kan vi säga om den tidigare forskningen?

De resultat som jag har presenterat är de som har störst relevans i fråga om att undersöka huruvida den oro som jag beskrivit angående miniräknaren kan bekräftas eller ej. Mer forskning finns säkerligen, bland annat har mycket forskning bedrivits utanför Sveriges gränser, men jag har försökt att här presentera de som inte bara ligger närmast min frågeställning, utan även de som har varit de mest omtalade. Därför blir det naturligt att större delen är inhemska undersökningar. Undersökningarna har framför allt belyst två saker som viktigast att reda ut, och de speglar naturligtvis de största orosområden som visats i samhället, och därför är det tillbörligt att titta på resultaten under två rubriker:

7.2.1 Miniräknarens påverkan på elevernas kunskaper

Detta är den mest väsentliga rubriken för att komma till ett svar på min huvudfråga och därför är det intressant att notera att det i samtliga studier gavs resultat som dementerade de rykten som spreds angående miniräknarens negativa inverkan på elevernas matematiska kunskaper. I RIMM-projektet upptäcktes det till och med att eleverna visade prov på bättre kunskaper inom vissa områden, och det området som de upptäckte sämre förmåga inom var ett som inte ingått, eller ingått mycket lite, i undervisningen under projektets gång. Undantaget är endast Lingefjärds mindre studie av lärarstudenter, där varken utökade eller tillbakadragna kunskaper bokfördes, *men* det upptäcktes där att studenterna tenderade att lägga allt större vikt i det elektroniska hjälpmedlets svar, något som kan ses som negativt i den meningen att en felaktig beräknings utkomst kan komma att godtas av studenten även om den inte är korrekt. Detta är viktigt att notera, då det finns anledning att tro att detta är ett resultat som även skulle kunna uppvisas i studier av elever på grund- och gymnasieskolor. Jag vill dock tillägga att något sådant i större utsträckning snarare handlar om

31 Kommandot kommer från operativsystemet Windows, där det gör att användaren kan växla mellan de fönster som är öppnade, men finns i samtliga operativsystem med varierande tangentkombination.

handhavandet av teknologin än om kunskaper i matematik, men en del av det ligger i att elevernas rimlighetsbedömning kan komma att påverkas. Jag har själv sett elever titta upp från miniräknaren med påståendet att Herr Pehrssons tillgångar är mindre efter årsskiftet om han har sina pengar på en bank med en viss räntesats, men om detta är ett resultat av övertilltro på verktygets svar så ligger det hos läraren att informera sina elever om hur viktigt det är att ställa sig kritisk till alla svar de får fram, även de som de själva presterar, innan de presenterar ett svar på en fråga. Det bör tilläggas att rimligheten i ett svar inte alltid kan ses som uppenbar, till exempel vid mer komplexa förkortningsövningar eller division med polynom av flera grader som inte kräver grafskissering i svaret.

Detta är även en del i det som Dahland och Lingefjärd presenterade som slutsats i sin gemensamma studie, inte att korrektheten och rimligheten i svaret bör kontrolleras, vilket i sig är en logisk självklarhet, utan att eleverna måste få vidare undervisning i *hur* deras svar ska presenteras. Förutom att detta krävs för att lärarna utan vidare svårigheter ska kunna bedöma just elevernas kunskap, så är resultatpresentation något som kan påverka elevens svar när uträkningarna blir mer omfattande och flera steg med enskilda uträkningar krävs för att komma till rätt svar. Viktigt att notera med denna studie är också att miniräknaren, om använd på rätt sätt och om användaren blir mer insatt i vad som kan hanteras och hur detta ska gå till, kan ytterligare utöka elevens förståelse för matematiken. Att lägga tid på att undervisa elever i hur resultat ska redovisas torde vara en del av varje matematiklärares undervisning, i varje fall hos lärare som inte vill att det ska vara en utmaning i att försöka förstå hur eleverna har tänkt när proven ska rättas.

7.2.2 Miniräknaren och åldersgräns

Att införa miniräknaren i tidig ålder är en naturlig oro i min mening, nästan jämförbar med att låta eleverna använda datorer för att skriva i stället för papper och penna i tidig ålder, något som antagligen hade reducerat deras förmåga att skriva för hand till noll. Ändå visar även de undersökningar som behandlar området, ALM- och CAN-projektet, på positiva resultat. Eleverna visade sig vara förnuftiga i användandet, benägna att spontant arbeta i grupp och klyftorna som varit uppenbara i elevernas förmågor reducerades, vilket ledde till ökad självtillit. Beslutet som fattades i CAN-projektets slutfas, att undervisa eleverna i standardalgoritmerna, baserades inte på resultaten av studien utan av anledningen att elevernas vidare skolgång, som inte skulle komma att vara av samma art som under projektet, kunde ge en negativ effekt på deras inläring, då upplägget förutsatte att de var bekanta med dem. Detta visar bestämt att det inte skadar att använda miniräknare vid tidig ålder, att det till och med skulle kunna vara fördelaktigt för elevernas kunskaper.

7.3 Slutsats – Finns det egentligen någon anledning att tro att miniräknaren har en inverkan på elevers kunskaper i form av att de försvagas?

Även om i princip alla lärare som jag har samtalat med under min VFU-tid har påstått att de efter första året som nyutexaminerade lärare helt slutade tänka på de pedagogiska teorierna och efter det inte har arbetat efter dem, eller försökt applicera dem på sin undervisning, så har jag inte några problem att under en lektion med en sådan lärare se hur han/hon ändå gör det. Kanske beror detta på att de är just teorier och är menade att beskriva hur lärande tar form, hur kunskap förmedlas, och inte är tänkta att vara någon form av mall som ska följas. Detta gör att relevansen med att undersöka hur miniräknaren kan passa in i teorierna blir eminent, skulle detta inte gå skulle vi inte se miniräknaren i undervisningen i dagens skola. Men det gör vi. Precis som jag tidigare sagt angående teorierna är det väldigt enkelt att se hur miniräknaren passar in som pedagogiskt verktyg, om det ses som just detta, ett verktyg. Det är när miniräknaren tar över lärarens jobb i undervisningen som förståelsen för matematiken kan komma att skadas och i sådana fall kanske det går att hitta exempel

på hur miniräknaren inte passar in, men det är inte en aktuell situation, då syftet med den är att vara ett hjälpmedel, må så vara att det är ett hjälpmedel på flera sätt, i form av hur förståelse grundas, i hur elever kan ges mer tid till att arbeta med mer relevanta saker än tabelltraggande, i hur lärare bygger upp sina lektioner, men inte mer än ett hjälpmedel.

Efter att ha sett på hur miniräknaren togs emot i skolan och diskussionerna som behandlat dess betydelse för matematiken och eleverna genom att kika på Nämnarens artiklar och de tre intervjuerna kan vi sluta oss till att tro att det faktiskt föreligger en anledning till att *misstänka* att miniräknaren påverkar elevernas kunskapsbyggnad på ett negativt sätt, det finns annars ingen grund till den oron som faktiskt förekommer. Det sägs mycket positivt om verktyget men denna misstanke är grundad på alla de kommentarer som uppmanar till uppmärksamhet och försiktighet när det används i undervisningen, de återkommande fingervisningarna som pekar på att om lärarna inte är försiktiga kan det hända att eleverna med tiden försämras i fråga om huvudräkning, överslagsräkning, problemlösning och så vidare. Men om vi grundar en misstanke på, vad som i längden måste ses som antaganden blir det aldrig något mer än en misstanke, det är först när hypoteser testas i empiriska undersökningar som vi kan komma till en slutsats. De empiriska undersökningar som har genomförts motsäger alla de antaganden som gjorts. Antagandet att miniräknaren är skadlig om den införs i undervisningen i för tidiga åldrar visade sig vara falskt, eleverna verkade till och med ha större intresse och bättre arbetsförmåga än vanligt, och när studierna gick upp något i åldrarna gav resultaten prov på att eleverna inte bara klarade sig lika bra som kontrollgrupperna utan dessutom var bättre än dem på vissa områden. Det enda som kan ses som ett varningstecken är Dahland och Lingefjärds påpekande att nya metoder för elevers resultatredovisning bör utvecklas, något som bekräftas av Gördis i intervjun. Men detta ser inte jag som ett hot mot elevernas *kunskaper* i matematik, i förlängningen kan jag sträcka mig till att det ligger i elevernas intresse att kunna redovisa, inte endast för att undvika missförstånd mellan lärare och elev utan också för att det underlättar för eleven själv och förhindrar att det görs misstag i de längre uträkningarna. Uppgifter kan även vara av sådan art att rimligheten i svaret inte är uppenbar och då kan en slarvig eller ostrukturerad redovisning resultera i följdfejl, men ett svar som baserats på ett följdfejl säger inte att eleven inte förstår matematiken, endast att något har missats eller misstolkats vilket kan vara ett resultat av något så långt i från matematiken som sömnbrist på grund av kärleksproblem. Därför skulle jag vilja påstå att det inte är miniräknarens ”fel” att liknande problem uppstår.

7.4 Didaktiska konsekvenser

Det verkar, enligt vad jag kan komma fram till, befängt att påstå att det är miniräknarens fel när en elev visar sig ha undermåliga kunskaper i matematik, den är endast ett verktyg som, om den inte är trasig, utför de beräkningar som den befalls utföra. Problemet borde alltså ligga hos en av de två ändar som den verkar mellan. Antingen är det hos läraren som är menad att visa eleven hur den ska användas, eller så är det hos eleven som använder den (att det inte är någon av dessa kan vi utesluta då detta inte skulle leda till något troligt svar). Lärare har sedan den introducerades i läroplanen, haft i uppgift att undervisa i hur eleverna ska använda miniräknaren för att kunna lösa de uppgifter denne sedan behandlar. Två knutar kan uppstå på denna lina. Läraren klarar inte att lära eleven att använda miniräknaren för att 1) Läraren vet inte själv hur miniräknaren ska användas, eller 2) Eleven är inte mottaglig för de instruktioner som läraren ger (att läraren inte tycker att miniräknaren är ett adekvat verktyg i matematiken och *därför* inte undervisar med den räknar jag bort från möjliga problem då detta kan vara sant inom vissa områden av matematiken, och då inte är ett problem alls, och då ligger det i undervisningen och inte i miniräknaren). Båda dessa knutar kan lösas upp. Den första genom fortbildning av läraren, något som tas upp frekvent i debatten om de avancerade miniräknarna. Den andra genom att läraren identifierar problemet och angriper

problemet från en annan vinkel. Det kan vara att utföra en utredning om elevens kunskaper och förmåga att ta till sig det läraren förmedlar eller att byta metod i undervisningen i anda av variationsteorin, elever är olika och förstår och reagerar därmed på olika förklaringar, precis som till exempel konstruktivismen och fenomenografin menar.

I andra änden av grundproblemet sitter eleven. Skulle det vara så att problemet befinner sig här så finns det ett antal olika anledningar, de som kan relateras till de tidigare nämnda problemen med inlärningssvårigheter eller att eleven saknar entusiasm/vilja/och så vidare tar jag inte upp här utan ser dem som antingen behandlade eller irrelevanta för denna tanketråd. Kvar finns problemen att A) Eleven blir bunden till miniräknaren i fråga om mistro till de egna matematiska förmågorna, och B) Miniräknaren inverkar på elevens förmåga genom att en överanvändning försämrar de delar av matematiken som inte längre tränas. Dessa problem är svårare att behandla, men om vi tittar på läroplanen så säger den att det är lärarens uppgift att bygga upp elevens självförtroende vilket friar miniräknaren från A). Med detta kan vi alltså dra slutsatsen att det ligger hos läraren att se till att eleven inte hamnar i en sådan sits att denne blir bunden till miniräknaren utan lutar på sin egen förmåga på ett sådant sätt att miniräknaren inte blir nödvändig utan användbar. Problem B) är det som har kommit på tal mest under detta arbetet. Jag vill även här påstå att det ligger hos läraren att se till att användandet av miniräknaren sker på ett sådant sätt den inte är nödvändig. I alla kurser i matematiken, går miniräknaren att använda, men den är nästan aldrig nödvändig utan endast ett verktyg som sparar oss tid, möda och besvär.

Ändhållplats för denna resonemangsföljd blir alltså, även om vi, i detta antagande, konstaterar att det faktiskt är så att miniräknaren kan användas på ett sådant sätt att den skadar eller försämrar elevernas förmåga, så är det aldrig miniräknaren, eller eleven (om inte speciella företeelser föreligger), som orsakat detta. Orsaken ligger hos läraren, och med detta sagt kan jag inte dra mig till någon annan slutsats än att svaret på frågan om huruvida det finns anledning att tro att miniräknaren har en negativ påverkan på elevers kunskapsbyggnad vid undervisning i matematik, blir nej, förutsatt att läraren som integrerar den i undervisningen behandlar den på rätt sätt och ser till att eleverna lär sig behandla den på rätt sätt.

7.5 Tillförlitlighet, kritiska reflektioner och fortsatt forskning

För det första skulle jag tyvärr bedöma denna uppsats validitet som relativt svag, eftersom dokumentstudien inte rent konkret kan ge mig några fakta som svarar på min huvudsakliga frågeställning, utan endast ge mig stöd för resonemang, och intervjuanalysen endast består av tre intervjuobjekt, blir min reliabilitet låg. De slutsatser som nås angående min huvudsakliga fråga, baseras därmed på resonemang utifrån en svag bas och kan, oavsett hur logiska de än skulle kunna te sig, inte ge ett resultat som kan stödja några utomstående påståenden inom ämnet.

Om jag med kritiskt öga granskar genomförandet av denna dokumentstudie och intervjuanalys finns det ett antal saker som jag skulle ändrat om jag skulle gjort om det eller om jag skulle komma att göra något liknande.

1) En utökad dokument studie där fler internationella källor av relevans kunnat bidra med en djupare insikt i den oro som kretsat kring miniräknaren i svenska skolan.

2) Ett tillägg på 5-10 intervjuobjekt och en enkät inom ämnet där både lärare och elever deltog.

Eftersom det är elevernas kunskaper som behandlas borde dessa även vara med under undersökningen, inte endast lärares och forskares åsikter och tankar.

Vidare forskning bör ta i åtanke vad jag har sagt angående lärarens ansvar för elevens användande av miniräknaren, men det ligger även i intresse att faktiskt avgöra om det går att påstå att elevers kunskaper kan påverkas på ett negativt sätt även om läraren förhåller sig till verktyget på det mest pedagogiska sättet. Eftersom dagens elever kommer att vara morgondagens lärare och teknologin ständigt utvecklas kommer detta ämne aldrig att upphöra vara brinnande relevant.

8. Litteraturlista

8.1 Böcker:

- Burton, L. och Jaworski, B (1995). *Technology in Mathematics Teaching – a bridge between teaching and learning*. Studentlitteratur, Lund.
- Dahland, G. (1995). *Elektroniska hjälpmedel i gymnasiets matematikundervisning – En översikt av samtida forsknings- och utvecklingsarbeten med en studie av västra Sveriges gymnasier våren 1994*. Rapport nr 1995:07. Institutionen för pedagogik. Göteborgs universitet.
- Dahland, G. (1998). *Matematikundervisning i 1990-talets gymnasieskola – Ett studium av hur en didaktisk tradition har påverkats av informationsteknologins verktyg. Volym I. Huvuddel. Rapport nr 1998:05*. Institutionen för pedagogik. Göteborgs universitet.
- Dysthe, O. (Red.), (2001). *Dialog, samspel och lärande*. Lund: Studentlitteratur.
- Engström, L. (2006). *Möjligheter till lärande i matematik – Lärares problemformuleringar och dynamisk programvara*. Intellecta Docusys, Sollentuna 2006.
- Hedré, R (1991). *Miniräknaren på mellanstadiet. Fortbildningsmaterial. Från RIMM-gruppens arbete inom Skolöverstyrelsens ARK-projekt (2:a rev upplagan). Rapport 1991:5*, Högskolan Falun-Borlänge.
- Johansson, B och Svedner, P.O. (2001). *Examensarbetet i lärarutbildningen. Undersökningsmetoder och språklig utformning*. Uppsala: Kunskapsförlaget
- Unenge, J. (1999). *Skolmatematiken, i går, i dag och i morgon - ...med mina ögon sett*. Centraltryckeriet, Borås.
- Unenge, J. och Sandahl, A. (1990). *Med miniräknaren från början – Erfarenheter från ett försök på lågstadiet, ALM-projektet Rapport nr 5*. Göteborgs Universitetsbibliotek broschyr 2006:49.
- Marton, F. Och Booth, S. (2000). *Om lärande*. Lund: Studentlitteratur.
- Illeris, K. (2007). *Lärande, 2:a upplagan*. Lund: Studentlitteratur.

8.2 Artiklar:

- Axelsson, Gunnar. "Försök med Räknedosan i grundskolan åk 7", *Nämnanen*; Temanummer om räknedosor 2, (1976), 66-69.
- Bergström, Lars och Snaar, Bertil. "Kalkylatorn – dator i undervisningen – erfarenheter, idéer och förslag", *Nämnanen*, Temanummer om räknedosor 2 (1976), 21.
- Eliasson, Lennart och Hedré, Rolf. "Räknedosan i grundskolan", *Nämnanen*, Temanummer om räknedosor 2, (1976), 22-33.
- Emanuelsson, Göran. "Bokföring av huvudräkning", *Nämnanen*, 2, (1989), 22-23.
- Emanuelsson, Göran. "Bokföring av huvudräkning Användning av miniräknare", *Nämnanen*, 3, (1989), 43-44.
- Emanuelsson, Göran. "Ska vi verkligen – utan vidare – slopa algoritmräkningen?", *Nämnanen*, 4 (1988), 34.
- Forsberg, Björn. "Miniräknaren i min klass", *Nämnanen*, 3, (1992), 26-30.
- Hedré, Rolf. "Miniräknaren på mellanstadiet", *Nämnanen*, Temanummer: Miniräknaren i dag och i morgon (1978), 16-19.
- Lindh, Göran. "Miniräknaren i skolan", *Nämnanen*; Temanummer: Miniräknaren i dag och i morgon (1978), 3-4.
- Lindh, Göran. "Räknedosor i skolans undervisning", *Nämnanen*; Temanummer om räknedosor 2, (1976), 3-6.
- Mellin-Olsen, Stieg. "Hvem bestämmer vilken algoritme eleverna ska bruke?", *Nämnanen*, 3, (1989), 40-42.
- Robertsson, Robert. "Försök med Räknedosan i gymnasieskolan åk 1", *Nämnanen*; Temanummer om räknedosor 2, (1976), 70-75.

Sjögren, Peter. ”En matematikers syn på svensk skolmatematik”, *Nämnamnaren*, 3, (1992), 12-19
Thunberg, Hans och Lingefjärd, Thomas. ”Avancerade räknare – hjälper eller stjälper?”, *Nämnamnaren*, 4 (2006), 10-13.
Unenge, Jan. ”Algoritmer igen”, *Nämnamnaren*, 3, (1989), 42-43.
Unenge, Jan. ”Kan vi slopa algoritmerna?”, *Nämnamnaren*, 2, (1989), 20-22.

8.3 Litteratur på nätet:

Emanuelsson, Göran. *Svårt att lära – lätt att undervisa? Om kompetensutvecklingsinsatser för lärare i matematik 1965-2000*, NCM-RAPPORT 2001:3, http://ncm.gu.se/media/ncm/kup/Svart_att/000052_Svart_att_lara.pdf, 2010-12-21.

8.4 Internetlänkar

Tidskriften *Nämnamnarens* hemsida på Internet <http://ncm.gu.se/node/1144>, 2010-12-25
Tidskriften *Nämnamnarens* hemsida på Internet, Debatter, *Avancerade räknare – hjälper eller stjälper?*, <http://ncm.gu.se/node/1521>, 2010-12-25
Skolverket, *Symbolhanterande räknare – svar på debattartikel*, <http://www.skolverket.se/sb/d/813/a/7477;jsessionid=12C3B23841B7089DB1A1B84AF0E6D4EE>, 210-12-25
Hall, J. *Avancerade minräknare – hjälper eller stjälper? - Jonas Hall*, <http://ncm.gu.se/node/1604>, 2010-12-25
Ramstedt, K., Dietrich W. och Engstedt, J. *Svar på Öppet brev till Skolverket*, <http://ncm.gu.se/node/1605>, 2010-12-25
Thunberg, H. och Lingefjärd, T. *Debattinlägg 2*, http://ncm.gu.se/media/ncm/dokument/Lingefjard_Thunberg_Debatt_Inlagg2.pdf, 2010-12-25
Per-Eskil Persson, *Avancerade räknare – en naturligt verktyg i gymnasiets matematikundervisning. Svar på debattartikel av Thunberg & Lingefjärd*, <http://ncm.gu.se/media/namnaren/debatt/per-eskil.pdf>, 2010-12-25
Bengt Åhlander, *Öppet brev till skolverket: Datorstöd hjälper elever!*, http://ncm.gu.se/media/namnaren/debatt/bengt_a.pdf, 2010-12-25.
Per-Eskil Persson, *Avancerade räknare - Debattinlägg 2*, <http://ncm.gu.se/media/namnaren/debatt/per-eskil2.pdf>, 2010-12-25
Hans Thunberg och Thomas Lingefjärd, *Avancerade räknare – hjälper eller stjälper, en fortsatt diskussion*, http://ncm.gu.se/media/namnaren/debatt/svar2_thunberg_lingefjard_070117.pdf, 2010-12-25
Maria Bijlenga, *Har du ett bra eller dåligt förhållande till – Matematik?*, http://ncm.gu.se/media/namnaren/debatt/maria_b.pdf, 2010-12-25
Per-Eskil Persson, *Avancerade räknare - Debattinlägg 3*, <http://ncm.gu.se/media/namnaren/debatt/per-eskil3.pdf>, 2010-12-25

Bilaga 1; Intervjuerna

Lärare 1, Maira:

Jag: Vad är miniräknarens roll i matematikundervisning, i allmänhet, enligt dig? Vad ska den göra? Vad bör den inte göra?

Maria: Jag tycker att dom ska använda miniräknaren för att räkna med den och jag tycker att det är jätte viktigt att dom gör en ordentlig uppställning på uppgifterna. Sen säger alltid jag till mina elever att har dom gjort uppställningen så är det upp till dom, vill dom räkna ut det i huvudet, vill dom ta det på miniräknaren, och dom kan ju till och med ställa upp algoritmen, om dom vill det. Så det är upp till eleven, men uppställningen ska alltid finnas, ja, dom måste teckna talet.

Jag: Så miniräknaren är främst ett hjälpmedel till de enklare uträkningarna?

Maria: Det beror ju givetvis på vilken kurs det är. Jag har undervisat i alla A, B, C, D och E och jag tycker att har du, om du läser A-kursen, tillgång till en grafräknare, så är det klart att jag visar eleverna, hur dom kan rita upp funktioner och ja, uppfatta saker bättre med hjälp av att dom alltid kan se en bild på vad dom håller på med, och i C-, D- och E-kursen är det ju absolut nödvändigt att dom har tillgång till en grafräknare. Och där kan dom ju, jag menar det är ju inte bara att rita funktioner, dom använder den ju till derivering, när dom integrerar, och dom kan ju hitta funktioner, om dom har mätpunkter o så, och ritat en lämplig funktion som passar till det. Jag tycker det är oerhört viktigt att dom behärskar sin miniräknare. Men det beror lite på, för dom flesta här som läser A-kursen, på vuxenutbildningen, dom har inte tillgång till en grafräknare, utan dom har en enklare räknare. Men har dom tillgång till en grafräknare, så försöker jag alltid hjälpa dom så att dom ser vilket fantastiskt bra verktyg dom har i sina händer.

Jag: Det har förekommit en del debatter om vid vilken ålder som miniräknaren bör presenteras för eleverna. När anser du att det är passande och varför just då?

Maria: Det har jag ingen synpunkt på för jag har inte jobbat med barn i lägre åldrar.

Jag: Tror du att det finns någon risk att en elev kan förlora något på att använda sig av miniräknaren vid för tidig ålder? Vad kan hända?

Maria: Jag ser det inte så, jag ser det istället att tack vare miniräknaren får bättre kunskap.

Jag: Bättre kunskap tack vare miniräknaren? Hur?

Maria: Ja, det är ju mycket.. hur ska jag säga.. det är ju mycket det här jag tog upp innan med funktioner, att man kan visa upp funktioner och det. Jag tycker att algebraiska uttryck, funktioner, vad du vill, att miniräknaren hjälper dig att du får liksom en bild av det också och inte bara ett uttryck som kanske inte säger dig nånting. Och sen tycker jag när det gäller, ja i A-kursen då, dom kanske räknar mer, ja, jag vet inte vad vi ska säga att dom håller på med, procent, statistik och så vidare. Du kan ju mycket enklare jobba med mer verkligare uppgifter, det behöver inte vara tillrättalagt.

Jag: Har du någon gång känt av att en elev känner sig otrygg i sitt eget räknande när miniräknaren inte finns tillhands?

Maria: Många gånger! Ja, då blir dom oroliga. Men det hör också till saken att jag jobbar med elever som har grundläggande matematiksvårigheter, och det kan ju va på grundläggande

vuxenutbildning, dom som läser in ja.. matte A. Då är det ju oftast, det behöver inte vara något problem med deras logiska tänkande eller nånting, problemen finns i det mest grundläggande... .. och då kan dom bli väldigt otrygga om dom inte har miniräknare. Men det händer också när jag har matte C och D, dom slår ju allt på miniräknaren $2+2$ eller ja nästan, nu överdriver jag kanske... .. men jag försöker uppmuntra dom, det dom kan ta i huvudet, ta det i huvudet! Så det upplever jag många gånger...

Jag: Kan miniräknaren missbrukas av eleverna? I så fall hur?

Maria: Jag kan inte se det som ett missbruk, det är ju ett arbetsredskap.

Jag: Lärare då? Kan dom missbruka miniräknaren?

Maria: Jag kan inte se det så heller, jag ser det som ett hjälpmedel och ett förträfflig hjälpmedel.

Jag: Det senaste som debatterats har varit hur avancerade miniräknarna får vara, för att få vara tillåtna under nationella provet i Matematik A. Vad är dina åsikter i frågan? Kan en miniräknare vara för avancerad för att få tillåtas? Blir det orättvist om olika elever har tillgång till olika kraftfulla miniräknare?

Maria: Jag har ju talat om för mina elever att det är tillåtet, men det är få som har haft symbolhanterare jag har ju en själv, men jag vet inte vad jag ska säga om det. Det är väl aldrig fel om man kan använda en symbolhanterare, det måste ju vara bra det med?

Jag: Kan en miniräknare bli för avancerad?

Maria: Jag vet inte det. Behärskar eleven räknaren så och klarar... Bara han kan redogöra för vad han gör, det e ju det också. Det är ju inte bara att du ska ha en lösning på en uppgift utan du måste kunna redogöra grundligt för hur du har tänkt. Så jag kan inte se att det skulle vara några större problem.

Jag: Finns det någon del av Matematik A, där miniräknaren som pedagogiskt verktyg överträffar andra verktyg, som vita tavlan, tabeller, osv? Finns det någon del där den fungerar lika bra? I vilka delar är den sämre?

Maria: Det var lite svårt... Jag ser ju miniräknaren, ja pedagogiskt hjälpmedel, när jag gick på gymnasiet då hade vi ju räknestickan och höll på o jobba med den, och även när jag började undervisa, det var årskurs 9 och där hade dom räknesticka. Jag ser det som naturligt att man har ett hjälpmedel som gör att jobbigare uträkningar går snabbt. Jag använde ju logaritm tabeller när jag gick på gymnasiet och det var ju också för att vi skulle kunna... jag ser det egentligen inte som ett pedagogiskt hjälpmedel utan det är mer något som man kan göra uträkningar med, ett verktyg helt enkelt. Det e klart det finns ju delar i A-kursen, som jag sa tidigare med funktioner, det är ju bra att man kan åskådliggöra men det kräver ju att dom har en grafitare.

Jag: Hur tror du att miniräknaren kommer att påverka matematikundervisning i framtiden?

Maria: Jag tänker inte så att miniräknaren, ja det är väl det om de blir väldigt avancerade, men då känner jag att det är ju inte fråga om när det gäller grundskola och matte A och så, för det är ju

nästan bara vardagsmatte i dom kurserna. Och jag ser inte att det kommer att ändras jättemycket. Det kanske är om vi kommer högre upp (i kurser). Jag kan inte se att utvecklingen stoppar, det är klart att man tar hjälp av det som finns, räknesticka, logaritmtabeller, miniräknare, mer och mer avancerade miniräknare, varför skulle det stoppa? Men det jag funderar på det är ju detta att om det blir så att varje elev har sin lilla dator med sig, så kommer dom att använda sin datorn som miniräknare istället för den här lilla dosan, jag misstänker det att om man alltid har med sig en liten Pc eller så, det är klart att ”varför ska jag gå och bära en extra miniräknare? Det förstår jag inte” utan då använder man väl den? Så ser jag det istället!

Jag: Sammanfattningsvis skulle man kunna säga att du tror inte att miniräknare på något sätt kan påverka eleverna så att dom får en sämre matematisk kunskap utan det handla mer i så fall om lärarens didaktik och sättet att lära ut, det är inte miniräknaren som man kan säga är boven då?

Maria: Absolut inte, det är inte miniräknare, det är klar att det handlar om hur läraren använder miniräknare, självklart!

Lärare 2, Gördis:

Jag: Vad är miniräknarens roll i matematikundervisning, i allmänhet, enligt dig? Vad ska den göra? Vad bör den inte göra?

Gördis: När du håller på med problemlösning, när du behöver komma lite framåt. Det kan ju också lätta upp lite grand, särskilt i dom här situationerna, så att du kommer framåt och kan gå vidare, du ser att du har tänkt rätt, och så kan du fått se att du tänkt rätt.

Jag: Skulle du kalla miniräknaren för ett verktyg eller ett hjälpmedel?

Gördis: Verktyg låter bra...

Jag: Det har förekommit en del debatter om vid vilken ålder som miniräknaren bör presenteras för eleverna. När anser du att det är passande och varför just då?

Gördis: Jag är nog lite gammal här för jag tycker att det är synd att dom börjar för tidigt och måste ha det. Jag vet att det står att dom ska få ha det från ettan, det är lite konstigt och kan missbrukas tror jag.

Jag: På vilket sätt?

Gördis: Att vissa inte lär sig vissa enkla grunder, som additionstabeller, subtraktionstabeller, multiplikationstabeller går sämre nu än för några år sen.

Jag: Du har märkt av det?

Gördis: Oh ja! I år faktiskt har varit en brytpunkt. I år tycker jag att dom har räknat sämre, med det här vanliga, dom har kunnat gångertabellen sämre, jag har kommit på dem med fler misstag kan man säga. Liksom sånt där som aldrig förekom förr.

Jag: Tror du att det finns någon risk att en elev oavsett dess ålder med att använda sig av miniräknaren för mycket?

Gördis: Ja, det gör det, dom skriver inte ner hur dom tänker, dom slår före dom skrivit, och det är väldigt vanligt. Då går det för fort och det blir ingen reflektion över det. Jag kan inte säga hur mycket fel det blir, men dom är sämre på att skriva lösningar på ett begripligt sätt och det kan vara en liten hetsighet att dom tänker och så slår dom direkt utan att tänka först. Det är väl mänskligt kanske... Många, dom flesta kanske gör så, eller jag kan inte säga om det är dom flesta, det har jag inte undersökt.

Jag: Ett argument för att minska användningen av miniräknaren är att viss kunskap, som uppställningar och bakomliggande kunskaper, går förlorad. Om det är så är det i så fall miniräknarens fel?

Gördis: Alltså det här med algoritmer, det sitter inte längre och där kan jag berätta för dig att jag frågade min elev i matematik det. Jag gjorde några additioner på tavlan, och dom kände inte igen och visste inte hur man gjorde detta, men då var det en kille, där hade inte haft så mycket miniräknare, han sa "Men det där, det var vi tvungna att lära oss", men dom, som hade matte B, kunde alltså inte ställa upp detta. Detta var i år. Jag var chockad, nej men jag undrade liksom, vad är detta? Men jag tänkte också, det här att dom inte klarar av såna här enkla grejer, kanske gör något åt deras matematiska självförtroende och deras sifferglädje kanske inte är så stor egentligen, när de inte klarar enkla grejer, men kanske kan lösa problem och kanske kan ställa upp lite grand och så där, men det var inte roligt att upptäcka det här.

Jag: Hur gick det för dom på den miniräknarfria delen på Nationella provet?

Gördis: Det har dom gjort idag, så det vet jag inte än. Nu är det ju inte så mycket såna grejer så mycket, det kan ju vara någon liten addition eller sånt. För dom kan ju ha andra metoder att ställa upp, på en rad, dom kan räkna på annat sätt, men algoritmerna sitter inte. Det har gått bakåt skulle jag vilja säga, under alla dessa år. Från början var det svårt med division, och nu är det svårt med att ställa upp, vad som helst, och ibland kommer elever och, just det vill dom lära sig, det är vanligt.

Jag: Har du någon gång känt av att en elev känner sig otrygg i sitt eget räknande när miniräknaren inte finns tillhands?

Gördis: Nej egentligen inte så. Inte att jag har upplevt det, mer än att dom ju räknar fel och så, och har konstiga kladdräkningar, dom har inget metodiskt... Men nu är ju faktiskt inte proven, om du tittar på dom nationella proven, så är det inte så mycket uppställningar som det är fråga om. Och man har inte så mycket nytta av miniräknaren där heller, många gånger... Så jag har nog inte riktigt jättemycket märkt det, nej. Men det blir fel, då är det kanske någon otrygghet... Man vet ju själv hur otrevligt det är när man skriver ner något som man inte är riktigt säker på, men å andra sidan kan man ju skriva ner något fel, när man är jättesäkert på att man skriver rätt.

Jag: Kan miniräknaren missbrukas av eleverna? I så fall hur?

Gördis: Ja, du menar när dom slår $7*1$ och så. Är det missbruk?

Jag: Jag menar, kan man sätta miniräknare i ett sådant perspektiv att användningen av den försämrar för elevernas sätt att kunna ta åt sig kunskap.

Gördis: Ja, det kan man se att dom tror att dom ska kunna slå in saker som man normalt ska kunna räkna för hand, kanske inte med dom här uppställningarna, säg att du ska multiplicera 0,003 med 0,005 och sånt där. Jag tycker egentligen att det är lätt att slå fel då, eller om det är 0,0000 slår dom ju gärna, det gör ju inte jag, det blir lätt ett överutnyttjande. Dom litar inte på att det går att göra på något annat sätt. Där märker man det, eller räkning med negativa tal, så är det faktiskt ganska svårt att slå på räknaren, och då är det bättre att klara av det själv och sen se hur räknaren fungerar. Där kan det bli att dom tror att den är viktigare.

Jag: Kan läraren missbruka sig av miniräknaren i sin undervisning?

Gördis: Det har jag aldrig tänkt på [skratt]! Jag tänkt på att man kan vara mycket mer metodisk i hur man använder den, det tror jag. På det sättet kan man väl säga att man missbrukar den, kollektivt, det är ju inte att jag själv står och använder den för mycket, utan att jag kanske inte tar det på allvar hur den ska användas.

Jag: Det senaste som debatterats har varit hur avancerade miniräknarna får vara, för att få vara tillåtna under nationella provet i Matematik A. Vad är dina åsikter i frågan? Kan en miniräknare vara för avancerad för att få tillåtas? Blir det orättvist om olika elever har tillgång till olika kraftfulla miniräknare?

Gördis: Är dom tillåtna, då ifrågasätter jag inte det.

Jag: Skulle du säga att de nationella proven är miniräknar neutrala?

Gördis: Jag tycker att det är suveränt, för dom har delat upp det med en del utan och en del med.

Jag: Det spelar inte någon roll vad man har för miniräknare?

Gördis: Nej det tycker inte jag! Jag tycker att dom visar problemlösning. Jag är nog lite präglad av min äldste grabb, han har gått en ingenjörsutbildning och utvecklat det här med, alltså det gäller ju att komma till ett resultat någon gång, och då är det ju bra med dem hjälpmedel som finns.

Jag: Finns det någon del av Matematik A, där miniräknaren som pedagogiskt verktyg överträffar andra verktyg, som vita tavlan, tabeller, osv?

Gördis: Det har ju ofta att göra med att det är en liten grej som man inte kan visa för alla, så den har ju sina begränsningar, och när man tänker på hur mycket hjälpmedel det finns via datorer så tror jag att man använder datorns kapacitet och exell alldeles för lite. Att räkna i excell kanske hade varit en viktigare grej att lära ut... Jag tror att vi står inför ett genombrott [med övergång till datorer] nu snart. Här på denna skolan tror jag vi måste göra det för vi har precis infört en skolplattform, där egentligen eleverna måste titta på den hela tiden, och eleverna måste snart få sina egna datorer. För jag tror att det håller tillbaka utvecklingen om vi inte får det snart. Egentligen så tycker jag att miniräknare, dator, då är det lättare att visa grejer från datorn. Nu finns det en sån där, så man kan använda en grafitare som går ut till TVn, och den har varit jättekäck om alla har en sån, jättekäck. Men det är också lite förlegat. Det måste på nått sätt gå tekniskt lättare att visa på annat sätt. Och jag är den enda som har den apparaten, och ingen frågar efter den. Det är ju upprörande i och för sig, när jag tänker på det...

Jag: Hur använder du dig av miniräknaren som pedagogiskt verktyg?

Gördis: Det är ju det här vid problemlösningstillfällena som det är det lilla hjälpmedlet man har, men jag tror att man kan tänka igenom det mer. [...] Jag tror att man kan vara mycket mer medveten. Och så, verkligen gå efter det här.. Man lär sig så väldigt mycket från de nationella proven, de är så välkonstruerade, delen utan, delen med, då kan vi se mycket där. Så egentligen kanske man skulle jobba lite mer.. utan, på det sättet. Det är inte bara att man förbereder sig inför nationella provet, utan man ser att man faktiskt mår bra även utan [räknare]. Och då mår man bättre sen när man gör provet. Och sedan förbereda för den grafritande. Nu sägs det ju att man ska lära ut den till alla, men det är dåligt med att få tag på en grafritare till alla. Dom som dom köpte inte, var enklast möjliga räknare, annars är det ju härligt med den grafritande, där lossnar ju mycket.

Jag: Om jag försöker sammanfatta lite av vad du sagt så menar du att miniräknaren är ett bra verktyg för att ge eleverna en bra kunskap om det bakomliggande, men det får inte ta över undervisningen så dom missar det bakomliggande.

Gördis: Det här med problem lösningen också, att man ska komma fram i problemlösningen. Det är vad jag tycker själv har varit genombrottet. Men matematiken i sig, behöver ju inte så mycket miniräknare. Det behövs ju egentligen inte.

Lärare 3, Ruben:

Jag: Vad är miniräknarens roll i matematikundervisning, i allmänhet, enligt dig? Vad ska den göra? Vad bör den inte göra?

Ruben: Alltså i själva undervisnings situationen så är de, i alla fall hos mig, så är den ganska liten. För jag visar aldrig hur miniräknaren fungerar i och med att eleverna kommer dit, alla har inte miniräknare med sig, alla har olika miniräknare och sånt där, så det bygger mycket på elevernas egna engagemang då om de vill ha reda på hur deras miniräknare funkar, så får dom be om hjälp och då hjälper jag dom ju självklart.

Jag: Har du kunskap om de miniräknarna som dom har?

Ruben: Jag? Ja, alltså, för det mesta är det ju så, tyvärr, att dom kommer dit med ganska enkla miniräknare. Så dom flesta lyckas man, all fungerar ju på ungefär samma sätt, så det brukar inte vara så svårt att lista ut hur dom funkar. Och dom flesta problem som dom ber om hjälp med, är om man liksom råkar ställa in fel inställningar så att den alltid svarar i bråkform, eller bara svara med två decimaler eller bara svarar i heltal och såna saker. De är det mesta dom ber om hjälp med. De som jag upplever som frustrerande är att dom oftast inte tar med sig miniräknare till lektionerna, utan oftast räknar dom på mobiltelefonerna, och då är det den här enkla typen av mobiltelefoner som inte har graf-funktioner och roten-ur-funktioner och sånt.

Jag: Hade du hellre sett att alla hade haft grafritare?

Ruben: Absolut! Absolut, jag tycker att det är viktigt. I A-kursen, så tycker jag att det är viktigt att man försöker koppla ihop ekvationslösning och problemlösning i matematik, med till exempel grafer, och funktionsavsnittet är ju ett avsnitt i A-kursen som förvisso är en introduktion, men är en viktig del om man nu ska läsa vidare, så det hade varit jättebra om eleverna hade haft en grafritare så att man lättare kan se sambandet mellan dom här matematiska uttrycken och att dom faktiskt kan

åskådliggöras med en bild.

Jag: Det har förekommit en del debatter om vid vilken ålder som miniräknaren bör presenteras för eleverna. Har du några tankar om det?

Ruben: Ne egentligen inte. Jag tycker att många exempel på bra sätt att använda miniräknaren, liksom i väldigt tidig ålder, bara man använder den på rätt sätt. Man får inte ge små barn en miniräknare, när de ska öva på addition och subtraktion som rent slentrianmässigt. Utan då ska det vara någon form av undersökande uppgift där de kan titta till exempel hur det fungerar att addera olika tal med varandra. Till exempel om man ska introducera räkning med negativa tal, så kan man uppmana barnen att använda miniräknaren för ta reda på ett mönster. Vad händer om vi tar $2+1$, $2+0$, $2+(-1)$? Vad som händer med svaret och se vad de kan dra för slutsatser på det sättet. Då kan miniräknaren vara bra att ha, även vid väldigt låg ålder.

Jag: Tror du att det finns någon risk att en elev oavsett dess ålder med att använda sig av miniräknaren för mycket?

Ruben: Risk och risk.. Jag menar, ska man vara rent krass så... vad har vi för mål med vår matematikundervisning egentligen? Det är ju att eleverna ska klara sig i vardagen, att de ska kunna lösa vardagsproblem med hjälp utav matematik. Med tanke på att alla i stort sett har mobiltelefoner idag så har man alltid tillgång till en miniräknare. Det är klart, nackdelen med att använda miniräknare för ofta, som jag ser det, är att man får problem med de vanliga räknesätten, multiplikationstabellen och division framför allt, men även addition och subtraktion. Har man problem med det, så är det svårare att upptäcka mönster och samband i matematiken också, så visst det finns en risk med att man använder miniräknare för mycket slentrianmässigt. Man blir sämre på att se samband, det tror jag att man blir.

Jag: Man förlorar kunskapen om det bakomliggande då menar du?

Ruben: Ja, och kanske just... Som sagt när man ska lösa svårare problem, man kan lösa svårare problem genom att se enkla samband. Vi jobbade med en uppgift från ett gammalt nationellt prov som gick ut på att man skulle ta reda på hur många liter saft man kunde göra av 15 kilo bär. Och då fick man reda på att 6 kilo bär gav 2.8 liter saft, och så skulle man ta reda på 15 kilo bär. Är man miniräknarbunden ställer man gärna upp en ekvation, och så får man något krångligt tal som man ska dividera med ett decimaltal, eller om det var multiplikation, jag kommer inte ihåg, i stället för att se sambandet $6+6+3=15$ och då kan man också se att $2,8+2,8+1,4$, och det är det som är faran med att man använder miniräknaren för mycket, att man inte ser de här enkla lösningsmodellerna.

Jag: Man är för inställd på hur man ska slå det på miniräknaren menar du?

Ruben: Ja precis.

Jag: Har du någon gång känt av att en elev känner sig otrygg i sitt eget räknande när miniräknaren inte finns tillhands?

Ruben: Ja det har jag upplevt. När elever löser problem, ta då svårare problem, då sitter de oftast och provar med miniräknaren först för att se om de får fram rätt svar, istället för att använda sig av en ekvationslösning, till exempel för att lösa ett problem, och på så sätt bli säkra på att de kommer

fram till rätt svar, så använder de hellre miniräknare och gör massa med olika delberäkningar, små steg i taget och kollar om dom kommer fram till rätt svar. När de har övertygat sig själva om att de vet hur de ska göra då kan de tänka sig att börja skriva upp vad jag gör.

Jag: Och om de inte har miniräknare?

Ruben: Då kan de inte se det här strukturella. Ta till exempel, ekvationslösning är ett så starkt verktyg för att problem med matematik, så kan man lösa ekvationer så kan man lösa alla problem, egentligen. Eller hur? Dom flesta. Men en del problem är så pass enkla att man delar upp, man ser inte problemet som en ekvation, man ser små delproblem som man behöver lösa på vägen för att komma fram till sitt slutgiltiga svar. Det är det jag menar, dom sitter och prövar dom här delberäkningarna för att se om dom kommer fram till sitt slutgiltiga svar. Har dom inte sin miniräknare, så kan dom inte ställa upp den här ekvationen som man kanske då behöver från början.

Jag: Kan miniräknaren missbrukas av eleverna? I så fall hur?

Ruben: Hur menar du då?

Jag: Jag menar, kan man sätta miniräknaren i ett sådant perspektiv att den i längden försvårar för elevernas kunskapsutveckling, att den ligger som ett hinder i vägen för man ser miniräknaren som en problemlösare och inte sig själv som problemlösare.

Ruben: Det var ganska intressant. Utifrån mitt perspektiv så säger jag, ja det tror jag. Om man använder den i tidig ålder för att beräkna addition, subtraktion, multiplikation och division, då missbrukas den. Om man använder den alltför slentrianmässigt.

Jag: Tror du man kan dra liknande slutsatser om man går upp i kurserna? Till exempel D-matte och pratar om symbolhanterande miniräknare.

Ruben: Ja, jag var på mattebienenalen, eller beinetten, i höstas och då var jag hos en lärare från Stockholm som undervisar i matematikdidaktik på Stockholms universitet där för oss lärare, som la fram det ganska intressant, det var nånting.. a jag kommer inte ihåg vad det var, men låt oss säga att det handlade om derivata och allt sånt där. Och hon menade, vad är det viktigaste? Är det det viktigaste att vi kan derivata och vet hur man gör det rent hantverksmässig, det vill säga för hand. Eller är det det viktigaste att vi lär oss att förstå symbolerna? För bara att och förstå symbolerna för en derivata, kan ju ställa still problem, själva det här funktionsskriv sättet, $f(x)$, det ställer ju till jättemycket problem när börjar på funktionsläran eleverna tycker att det är jättekonstigt. Men det är väldigt viktigt menade hon på att man förstår symbolerna, för det är dom som man stöter på när man sen kommer ut i sitt verksamma liv, som ekonom eller naturvetare eller något sånt. För själva deriveringen, det sköter ju datorerna, det grejar ju dom, så dom personerna som måste kunna hantverket bakom derivatan, det är inte så många som behöver det egentligen. Det är viktigare att man förstår symbolbegreppen och att man förstår innebörden, vad det är man söker efter när man deriverar, och vad är det man får svar på. Och det håller jag med om. Det beror ju helt på, om man ska bli matematikforskare, då kanske det är väldigt viktigt att man kan hantverket bakom det, men på gymnasiet, även om man läser matte D-E så... dom flesta gör det för att kunna bli ingenjörer, eller nått sånt och då kanske inte själva hantverket är så viktigt utan mer förståelsen bakom begreppen. Då är ju miniräknare med symbolhanterare och grafitare suveräna verktyg för det. Symbolhanterare ska jag kanske inte säga, för dom har jag inte satt mig in i så mycket, men

grafritare.

Jag: Det senaste som debatterats har varit hur avancerade miniräknarna får vara, för att få vara tillåtna under nationella provet i Matematik A. Vad är dina åsikter i frågan? Kan en miniräknare vara för avancerad för att få tillåtas? Blir det orättvist om olika elever har tillgång till olika kraftfulla miniräknare?

Ruben: Nä det steget har man redan gått förbi, när man införde grafritande miniräknare, och tittar man på äldre lärare så tycker säkert dom att man gjorde det när man gick över till funktionsräknare. För det är ju bara att köpa en sån här symbolhanterande miniräknare och kolla på instruktionsboken, så ser man ju att dom redan är för avancerade, man kan ju göra miljoner grejer med dom känns det som. Men det är ju ingen elev som orkar sitta och ta sig igenom och plugga igenom instruktionsboken, så... Näe jag tror inte att risken är att man inför för avancerade miniräknare. I matte B kursen som jag har, jag har en ES-tvåa och en entreprenörs-tvåa, och dom får ju inte miniräknare utav skolan, men då har vi haft en klassuppsättning med symbolhanterande miniräknare på matematikinstitution, men det är inte någon som har använt den, så då har jag lånat ut dom till mina B-elever, så dom har symbolhanterare, men det är ingen, det är Ingen, som ens har frågat nån fråga om hur man förenklar uttryck eller nått sånt, det dom eftersöker och använder, det är sånt som exemplen visar i boken och som jag poängterar, just det här med grafläget framför allt. Så dom är inte ens medvetna om vad dom kan göra med dem.

Jag: Finns det någon del av Matematik A, där miniräknaren som pedagogiskt verktyg överträffar andra verktyg, som vita tavlan, tabeller, osv?

Ruben: Mmm, miniräknare, eller dataprogram där det handlar om att översätta funktioner till grafer, dom är ju jättebra. Dom underlättar jättemycket, men man kan ju, när man jobbar med räta linjen och andragsgradsfunktioner och sånt där, så förståelsen för vad som hör ihop med skärningen i y-axeln och vad som hänger ihop med nollställena och rötter och sånt. Jag har inte tittat så mycket på de nyaste funktionsräknarna men då är det nästan lämpligare att ha olika matematikprogram, grafprogram på datorn som man visar. Då kan man hålla på och dra i linjerna och man ser hur koefficienterna ändras och man kan undersöka på det sättet. Men jag tycker nog ändå, att som pedagogisk hjälpmedel, absolut, ska jag lösa ett ekvationssystem, algebraiskt och sen så att man hela tiden knyter an till räknaren genom att man går in och skriver in respektive ekvation som en funktion, och kollar skärningspunkten, då knyter man ju hela tiden an, att när vi löser ett ekvationssystem så är vi ute efter en skärningspunkt mellan två linjer. Då gör man hela tiden en återkoppling, och det tror jag hjälper till för att eleverna ska förstå vitsen med ekvationssystem, att man kan lösa problem, genom att hitta två olika samband som hör ihop.

Jag: Använder du hellre en dator som pedagogiskt hjälpmedel?

Ruben: Japp! Det finns bra gratis program. Jag använder den på samma sätt som jag skulle använd en miniräknare.

Jag: Finns det fler pedagogiska aspekter med miniräknaren?

Ruben: Det jag spontant kommer att tänka på är prioriterings reglen. Man slår in ett uttryck på miniräknaren och jämför med vad det blir för svar när du räknar själv. För att befästa och verkligen tydliggöra: Hur ska jag få miniräknare att göra de beräkningar som jag vill göra genom att sätta ut

parenteser, och då gör de hela tiden prioriteringsreglen och negativa tal kan man också undersöka. Man kan göra massor med olika saker, man kan undersöka vad som händer när man behandlar dem på olika sätt. Och försöka komma fram till olika regler därifrån, och jag antar att, från vad jag har hört, att så kan man göra med symbolhanterare också då, när man jobbar med att förenkla uttryck. Hur har miniräknaren tänkt för att komma härifrån och dit?

Jag: Hur tror du att miniräknaren kommer att påverka matematikundervisning i framtiden?

Ruben: Jag tror att man kommer att gå över mer och mer till datorer, dels för att det blir billigare och mer praktiskt för eleverna, det tror jag att man kommer att göra, och jag tror att man kommer.. det kommer att innebära att man blir tvungen, det kommer bli mer meningsfullt att lägga större vikt på tolkning och förståelse. Förståelse kanske är fel att säga men... att man ska kunna tolka matematiken i en högre grad, kanske praktisk tillämpa den i problemlösning, inte i det här hantverksliret längre. Kvadreringsreglerna och konjugatreglerna kanske inte kommer att ha så stor betydelse, för man slår in det på miniräknaren, eller datorn, och så får man det automatiskt förenklat eller utbrutet beroende på vilket tal, men det... ja...

Jag: Vissa algoritmer kommer att försvinna menar du?

Ruben: Ja... Men jag menar, för sjutton, kolla på formelbladet, ta kvadreringsreglen och konjugatreglerna egentligen, det är ju redan, de e ju egentligen en miniräknarfunktion fast, det är ju egentligen en symbolhanterare, fast du knappar inte in det utan du måste bara titta på det och byta ut.

Jag: Liten sammanfattning bara, för att se om jag har förstått dig rätt. Om man tittar på det som sägs, att man är rädd för att eleverna förlorar kunskap på grund av att de har för avancerade miniräknare och på ett slentrianmässigt sätt använder miniräknaren, eller missbrukar den. Det skulle snarare vara så att, om en elev inte lär sig så är det inte på grund av att han har en för avancerad miniräknare som sabbar för honom, utan det ligger snarare i det didaktiska hos läraren som lär ut, eller?

Ruben: Ja, jag tror nog att man kan säga att det gör, för i didaktiken handlar det ju om att göra dom här avgränsningarna, mellan vad man får göra med miniräknarna och vad man får göra utan miniräknare, så att man inte hela tiden blandar, det hör väl till lärarens roll kan man säga. Jag uppfattar nog, i alla fall det jag har varit i kontakt med eleverna, det är att de utnyttja miniräknaren för dåligt.

Jag Hur menar du då?

Ruben: Ja det här.. alltså.. Fan jag fattar inte hur man kan komma till en mattelektion och inte ha med sin miniräknare. Jag gick ju i plugget, jag tog studenten 94, så 80-talet, 90-talet jag tror det var när jag började nian, då fick vi miniräknare, vi fick låna det på lektionerna och det var ju verkligen: Ja!! Eller hur? Man slapp ställa upp, den här.. ja när man skulle multiplicera, man slapp liggande stolen och allt sånt där, jag vart ju jättelycklig! Här kommer eleverna, dom stöter på samma typ av problem, lika svåra beräkningar, och dom har inte med sig miniräknaren och dom kan inte räkna med liggande stolen. Så dom bara sitter där och ”ööö, hur gör man det här då liksom?” Dom kommer ju ingen vart.

Jag: Ja kortdivision har väl tagit ut liggande stolen lite? Lär man sig fortfarande Liggande stolen?

Ruben: Det är nog väldigt olika, beroende på vad man har för lärare, men kortdivisionen är ju mera för att man ska kunna lösa i huvudet egentligen, ett steg mot att lösa det i huvudet. Och det funkar ju till, ja dom flesta kan det ju bara med ensiffriga tal i nämnaren, inte tvåsiffriga. Så jag tycker nog att miniräknaren har tagit ut liggande stolen och kortdivision har egentligen höjt kravet på huvudräkning.

Jag: Kan man tänka sig att miniräknarens roll i matematikundervisningen har blivit sådan att man inte längre behöver, eller ja det blir föråldrat kan vi säga, till viss del, att göra långa uppställningar? Det är miniräknarens jobb så att säga.

Ruben: Japp.

Jag: Men om man då inte har miniräknaren med sig, som du säger att dina elever inte har, då klarar dom sig inte, eller?

Ruben: Nej, då kan dom inte ens lösa problemen, för då har dom inte en susning om dom har ett rimligt svar eller inte. Så även om dom kan ställa upp det, eller så, så kan dom inte se om dom har ett rimligt svar i och med att dom inte kan dividera eller multiplicera det.

Jag: Hur är det med rimlighetsbedömning och överslagsräkning, är det något som man behöver träna mer på?

Ruben: Ja det behöver man träna mer på. Så egentligen, när man pratar om att miniräknaren, när man inför den, så har man ändå på något sätt höjt kraven på huvudräkning och överslagsräkning. Nu ska man kunna göra kortdivision och blir man duktig på det, då gör man ju det i huvudet och ser sina svar, och då ser det ju ut som huvudräkning, det går snabbt allt sånt. Medan förr i tiden, då fanns ju inte kortdivision i den utsträckningen, om man säger så, så då blev man ju hela tiden hänvisad till algoritmer som gjorde att man blev sämre på taluppfattning och att räkna i huvudet. Förstår du vad jag menar?

Jag: Jo.. Men om man slopar algoritmerna för det finns miniräknare, och sedan hamnar i en situation där man inte har miniräknare, då står man väl där handfallen för man kan inte räkna ut problemen?

Ruben: Ja.. och jag menar.. återigen, man hamnar aldrig, nästan aldrig, i den situationen och absolut inte att man är så beroende av exakta svar och då funkar det ju bra med överslagsräkning. Så i takt med att man infört miniräknaren, så har man också öka kraven på taluppfattningen, att den måste bli bättre.

Jag: Blir den det då?

Ruben: Både ja och nej, det är så individuellt. Det tycker jag. Det är svårt... jag har ju inte varit lärare så länge.. jag kan ju bara relatera till mig själv. På matte A-provet på delen utan miniräknare så skulle man, fick man välja ett ungefärligt svar på roten ur 880 jag hade inte grejat det när jag gick på gymnasiet, jag hade inte gjort det, men idag tycker jag... det e många elever som grejar det. Genom att göra överslag och tänka.

Bilaga 2; Intervjuerna

Algoritmer

Det är Göran Emanuelsson som uppmanar till en debattstart. Han menar att tradition och läroböcker inte har följt med läroplanen (Lgr 80) och att många undrar över hur mycket tid som ska läggas på att räkna algoritmer/uppställningar. Att bara kasta bort, sedan århundraden beprövade, räknemetoder förefaller enligt honom något lättsinnigt. Vi borde fundera över konsekvenser och alternativ metodik i förhållande till liggande läroplan, då det är hur och när vi använder uppställningar som är problemet och inte att vi använder dem. Han är för att använda miniräknare i skolan, men ställer frågan hur de ska användas.³²

Jan Unenge svarar på Emanuelssons uppmaning till debatt. Han börjar med att betona att nya hjälpmedel kan ge nya metoder som är effektivare och säkrare, som svar på Emanuelssons uttalande om århundraden av beprövade metoder och nämner att vissa metoder försvunnit i och med miniräknarens genombrott. Vidare berättar han om en klass, i åk 4, som han följt, där ingen av eleverna kan ställa upp uträkningar utan hittar på egna lösningsmetoder med miniräknare. Eleverna frågar sig hur de *kan* göra istället för hur de *ska* göra och detta leder i sin tur till att påståendet ”Jag har glömt hur man gör” försvinner och därmed, hoppas Unenge, lite utav den matematikångest som förbinds med att det endast finns ett sätt att göra det på. Försöket att slopa algoritmerna försätter, menar han, i större skala inom forskningsprojektet Alternativ Lärogång i Matematik (ALM-projektet).³³

Emanuelsson svarar på Unenges inlägg i samma nummer av *Nämnnaren*. Han menar att det Unenge berättar om barnens egna metoder är bra och att mångfalden räknemetoder kan och ska utvecklas innan man får behov av generaliseringar, men ställer frågan huruvida barnen inte ska få reda på att det finns standardmetoder som är arbets- och minnesbesparande, om de inte kommer på dem själva. Han drar slutsatsen att Unenges inlägg beskriver att det vore en fördel om alla ständigt använder olika sätt att räkna och påpekar att det, enligt honom, strider mot matematikens och undervisningens idé. Elevernas problemlösning underlättas av algoritmer, vad det gäller att bokföra huvudräkning i en effektiv meningsbärande form, skriver han och uttrycker sin önskan att få in diskussionen på utvecklingen av elevernas tänkande kring samspelet mellan problemlösning och räknemetoder.³⁴

Stieg Mellin-Olsen lägger sig i debatten och öppnar med att tolka Unenges påstående, att det vore bättre att slopa algoritmerna, som en provokation för att få in sin kollega (Emanuelsson) på banan. De uppgifter som Unenge säger att barnen i hans exempel, löser utan att ha lärt sig några standardalgoritmer, löser barnen ändå med algoritmer och diskussionen kommer knappast någonstans om inte barnens egna lösningar ses som detta. Det finns standardalgoritmer för de fyra räknesätten, och det finns barns privata algoritmer för de samma, av vilka det har forskats och dokumenterats mycket om. Som Melin-Olsen uppfattar det, är det alltså hur mycket vikt som ska läggas på standardalgoritmerna som diskuteras. Unenge vill med sin artikel säga: Prova att vänta med standardalgoritmerna så länge som möjligt. Detta kan vara problematiskt. Vad gör vi om barnen väljer standardalgoritmerna som sina lösningsmetoder? Ska läraren undvika att nämna dem, ska hon hålla barnen borta från böcker som innehåller dem? Melin-Olsen skriver att han erfarit att om läraren låter barnen utveckla privata algoritmer först, jämför dem med varandras och sedan jämför dem med standardalgoritmerna utifrån kriterierna för en god algoritm, så kommer de flesta barnen sedan att anamma standardalgoritmerna. Men eftersom de har sina egna algoritmer att falla tillbaka på så låter vi våra individuella elever fortsätta vara individuella (majoriteten av eleverna

32 Göran Emanuelsson, ”Ska vi verkligen – utan vidare – slopa algoritmräkningen?”, *Nämnnaren*, 4 (1988): 34.

33 Jan Unenge, ”Kan vi slopa algoritmerna?”, *Nämnnaren*, 2, (1989): 20-22.

34 Göran Emanuelsson, ”Bokföring av huvudräkning”, *Nämnnaren*, 2, (1989): 22-23.

som använder standardalgoritmer har gjort dessa till "sin egen" metod). Som avslutande poäng undrar Stieg om vi ska bestämma vilka algoritmer som barnen ska lära sig att räkna med, och inte de själva. Han menar att algoritmer är ett redskap och läraren kan bara lägga fram de redskapen som hon har tillgång till, men det är upp till eleverna själva att välja vilka redskap de ska arbeta med.³⁵

Unenge skriver då att i en undersökning som gjorts berättar lärare att de använder sig av algoritmer i undervisningen, men inte i vardagslivet, och ställer frågan om det då är försvarbart att lära ut dem. Algoritmer har varit ett effektivt redskap men den tiden är förbi i och med miniräknaren, i varje fall utanför skolan, det vill säga det liv skolan ska förbereda eleverna för. Undersökningar visar att resultatet av undervisningsmötan kring algoritmer är mager. Elever som inte klarar av att förstå poängen med dem får matematikångest. Unenge menar att det är dags att börja fokusera på målen mot bakgrunden att teknikerna hjälper oss med allt bättre metoder. Han anser att det är självklart att vi ska använda en maskin som bättre och effektivare klarar av rutinarbete.³⁶

Emanuelsson håller med Melin-Olsen i att det slutgiltiga valet måste ligga hos eleven, men poängterar att algoritmerna behövs för att bokföra tankegångar under problemlösning. Han tycker att miniräknaren ska användas, men inte utan att reflektera över när och hur den används, det gäller att ha respekt för elevernas tänkande och hjälpa dem utveckla mer generella verktyg, än att slänga en miniräknare på dem från dag ett. Emanuelsson vill systematiskt utveckla metodiken i huvudräkning, olika former av algoritmer och miniräknare utifrån elevers erfarenheter och tänkande i meningsfulla sammanhang.³⁷ Detta sista inlägg av Emanuelsson avslutar debatten i *Nämnanen*.

Avancerade miniräknare

I *Nämnanen* publicerades 2006 ett öppet brev³⁸ till skolverket från Thunberg och Lingefjärd, där de kritiserar beslutet att från och med läsåret 06-07 låta elever använda sig av symbolhanterande miniräknare på de nationella proven i matematik i gymnasiet. Denna artikel resulterade i ett antal debatt artiklar, publicerade på Nämnanens hemsida, här följer ett sammandrag av debatten.

Anledningen till Thunberg och Lingefjärd's kritiska ståndpunkt förklarar de med följande argument:

- Erfarenheter visar att dagens grafritande miniräknare ofta används på ett destruktivt sätt i undervisningen; träning av grundläggande räknefärdighet uteblir då miniräknaren alltid finns till hands, medan den experimenterande och undersökande verksamhet som man tänker sig att räknaren ska gagna är en sällsynt företeelse. Med symbolhanterande miniräknare kommer detta problem sannolikt att förvärras.
- Den matematikdidaktiska forskningen har inte på något tydligt sätt kunnat påvisa generella positiva effekter på matematisk begreppsbyggnad och förståelse vid användning av symbolhanterande miniräknare i undervisningen. Tvärtom undermineras även förståelse och begreppsbyggnad om den grundläggande färdighetsträningen uteblir.
- De avancerade miniräknarna (grafritande och symbolhanterande) används inte i någon nämnvärd grad som verktyg vare sig i vardagsliv, yrkesliv eller vid högskolan. De som i sitt yrkesliv behöver kunna utföra mer avancerade matematiska operationer med IT-stöd lär sig som regel hantera andra och bättre verktyg under eftergymnasial utbildning.
- De symbolhanterande miniräknarna är dyra, priserna ligger på 1500 – 2000 kronor. Oavsett

35 Stieg Mellin-Olsen, "Hvem bestämmer hvilken algoritme eleverna ska bruke?", *Nämnanen*, 3, (1989): 40-42.

36 Jan Unenge, "Algoritmer igen", *Nämnanen*, 3, (1989): 42-43.

37 Göran Emanuelsson, "Bokföring av huvudräkning Användning av miniräknare,", *Nämnanen*, 3, (1989): 43-44.

38 Hans Thunberg och Thomas Lingefjärd, "Avancerade räknare – hjälper eller stjälper?", *Nämnanen*, 4 (2006): 10-13.

vem som står för notan, kommunen eller eleven/elevens familj, kan man fråga sig om det är en vettig prioritering när eleverna exempelvis inte får behålla sina matematikböcker efter avslutad kurs.

Med detta visar de sina åsikter om att avancerade miniräknare inte är tillbörliga när det kommer till pedagogisk undervisning i matematik på gymnasienivå. För att stödja argumenten hänvisar de till olika forskningsresultat, bland annat Bergqvist (2002) och Dahland Lingefjärd (1996), som visar på att det finns potential till pedagogisk undervisning med avancerade miniräknare, men att möjligheten för risker med ett destruktivt brukande av eleverna finns. Riskerna är överhängande, menar Thunberg och Lingefjärd, då undersökningsgrupperna består av lärare som är positivt inställda till verktyget, i situationer där eleverna får arbeta med och utforska vissa begrepp, det vill säga inte de situationer som vanligtvis uppstår i klassrummen där ”tyst” räkning fortfarande dominerar. De avslutar sin kritik till skolverkets beslut med att poängtera att det kanske är företagen som producerar miniräknarna, i detta fall Texas Industries och Casio, snarare än lärare och elever, som tjänar på att skolverket genom sitt beslut, enligt författarna, i princip uppmanar eleverna på NV- och T-programmen att köpa sig symbolhanterande miniräknare.

Skolverket svarar i korthet med att ”Skälet att Skolverket kommer att tillåta symbolhanterande räknare är att det har framförts från lärarhåll att man avstår från att utveckla sin undervisning med tillämpningar där avancerade, dvs icke tillåtna räknare, kan berika undervisningen”.³⁹ Vidare menar de att provinstitutionen har i uppdrag att konstruera proven på sådant sätt att de blir miniräknarneutrala, det vill säga att det inte ska spela någon roll vilken sorts miniräknare eleven har.

Jonas Hall, lärare på Mörbyskolan i Danderyd, berättar i början av sitt inlägg att han förutom att jobba som lärare även är anställd hos Texas Industries som T-3-instruktör⁴⁰, och väl medveten om att det är ett vinstdrivande företag menar han ändå att Texas Industries jobbar med lärare för skolorna och eleverna och alltså inte har ett finger med i spelet om vilka miniräknare som ska tillåtas. Han slår sedan ner på första argumentet med att erkänna att ”...de flesta matematiklärare i Sverige [kan] inte tillräckligt om räknare - avancerade eller ej - för att kunna använda dem på ett pedagogiskt riktigt sätt i klassrummet”, och menar att om lärarna fortbildade sig i instrumentet som finns till hands minskar riskerna för att eleverna ska missbruka dem. Han menar vidare på att de följande argumenten är svaga då tekniken fortfarande är så pass ny att det inte har bedrivits särskilt mycket forskning med den, vilket därför inte kan ge stöd för eller emot; inte har hunnit etablera sig i hem och arbeten; inte hunnit sjunka i pris.⁴¹

Skolverket kommer här med ytterligare ett inlägg, men gör inte några tillägg i sina motiveringar eller argumentationer utom att mena på att diskussionen med vilka hjälpmedel som ska vara tillåtna inte är en ny diskussion, den dyker upp med jämna mellanrum.⁴²

Thunberg och Lingefjärd kommer med ett inlägg på den respons som deras artikel har givit. I det anmärker de att skolverkets försvar angående provinstitutionens uppdrag att skapa miniräknarneutrala prov förlorar mening i sammanhanget. Om proven skapas så att det inte spelar någon roll vilken miniräknare eleverna har, varför har de så fattat ett beslut som gör att elever, tränade i att använda symbolhanterare, inte får fördel av detta? De tar sedan upp frågan om forskning i ämnet och menar att det gjorts en stor mängd undersökningar, även i Frankrike och

39 Skolverket, *Symbolhanterande räknare – svar på debattartikel*, <http://www.skolverket.se/sb/d/813/a/7477;jsessionid=12C3B23841B7089DB1A1B84AF0E6D4EE> 2010-12-25.

40 ”T-3” står för Teachers Teaching with Technology.

41 Jonas Hall, *Avancerade minräknare – hjälper eller stjälper?* - Jonas Hall, <http://ncm.gu.se/node/1604>, 2010-12-25.

42 Kristian Ramstedt, Wolfgang Dietrich och Jan Engstedt, *Svar på Öppet brev till Skolverket*, <http://ncm.gu.se/node/1605>, 2010-12-25.

USA, men att kontentan i resultaten är att kunskaperna om hur miniräknarna används på bästa sätt är bristfälliga. De vill också poängtera att det inte är den enskilde lärarens kompetens som är i fråga här utan att den generella kunskapen som är bristfällig. Själva använder de sig av CAS⁴³ när de undervisar, om de tror att det finns anledning till det. Förtröstan till miniräknaren får inte bli för stor, menar de, vi ska inte lägga tillit till tekniken bara för att den finns, matematik är ett ämne där eleverna ska tränas i att använda sig av hjärnresurserna, vilket lätt går förlorat om eleverna tror att miniräknaren är bäst. De ger också exempel på att en TI-92 räknar fel och ger lösning till

$$\ln(e^x - 1) = x \text{ vilket inte finns och till } e^x = x20 \text{ ger den endast ger två lösningar.}^{44}$$

Simon Fall, ansvarig för Matematik- och Fysikinstitutionen vid Bollerups Naturbruksgymnasium på Österlen, gör ett kort inlägg där han ger sitt stöd till Thunberg och Lingefjärd och menar att avancerade miniräknare inte är ett pedagogiskt verktyg. Han syftar på egna observationer från sina livserfarenheter när han berättar att flickorna oftast inte intresserar sig och att pojkar använder sina räknare till avarter som spel. Han vill dock tillägga att inom fysikundervisning passar en grafitande miniräknare bra, då matematiken annars kan fälla en elev som är duktig i ämnet.⁴⁵

Per-Eskil Persson, på lärarutbildningen vid Malmö Högskola, kommenterar att det är på läraren ansvaret att använda miniräknaren på rätt sätt ligger; det finns både situationer där det är fördelaktigt att använda miniräknare och situationer där det är ofördelaktigt. Självklart kan missuppfattningar och missbrukande uppstå på grund av de tekniska hjälpmedlens begränsningar, men han menar att det är lärarens uppgift att synliggöra dessa begränsningar och ta hänsyn till dem i undervisningen. Han går vidare med att påpeka att han själv bedrivit forskning inom algebra på gymnasienivå och även om hans huvudfokus inte varit räknare, så var han ändå med om att en elev berättade att han aldrig skulle ha förstått algebra om det inte varit för hans grafitande miniräknare. Thunberg och Lingefjärd har, enligt Persson, inte relaterat till den forskning som de använt som stöd för sina argument på rätt sätt. Bergqvists forskning ger, sett på hans förslag till åtgärder till nationella prov, snarare stöd åt skolverket och deras beslut. Andra forskningar har också gett positiva resultat, men Person lägger även här vikt på lärarens engagemang och förmåga att använda räknarna pedagogiskt: ”I själva verket är det läraren och inte verktyget som är nyckeln till elevernas framgång”.⁴⁶

Bengt Åhlander, rektor i Uddevalla, skriver själv ett öppet brev till skolverket som inlägg i debatten. Det går huvudsakligen ut på att det är viktigt att hänga med i teknikens utveckling och att slå ner på Thunberg och Lingefjärds första och andra argument med att fortbilda lärarna istället för att förbjuda teknik, deras tredje med att CAS visst används utanför skolorna och deras fjärde med att jämföra miniräknare som räcker i 3 år, med ett par märkes jeans som håller i några månader. Han lägger själv fram fyra argument till att CAS ska användas i matematiken:

- Med rätt användning så kan man skapa tid till diskussioner och samtal om matematiska begrepp. Dessa tvåvägskommunikationer bör ske i större utsträckning än vad som sker idag.
- CAS ger fantastiska möjligheter till att nu göra många laborationer och begreppsundersökningar samt upptäcka en massa ny matematik.
- Vissa moment i matematiken kan vi överlåta till CAS enbart. Till exempel behöver vi inte traggla differentialekvationers lösningar längre utan i stället lära eleverna att ställa upp dessa

43 Computer Algebra System, är ett datorprogram som hanterar symboler, finns även i de nyare miniräknarna.

44 Hans Thunberg och Thomas Lingefjärd, *Debattinlägg 2*, http://ncm.gu.se/media/ncm/dokument/Lingefjard_Thunberg_Debatt_Inlagg2.pdf, 2010-12-25.

45 Simon Fall, *Kommentar till Avancerade miniräknare – hjälper eller stjälper?*, <http://ncm.gu.se/node/1521>, (sjätte inlägget), 2010-12-25

46 Per-Eskil Persson, *Avancerade räknare – en naturligt verktyg i gymnasiets matematikundervisning. Svar på debattartikel av Thunberg & Lingefjärd*, <http://ncm.gu.se/media/namnaren/debatt/per-eskil.pdf>, 2010-12-25

ekvationer. CAS kan lösa dem åt oss.

- Eleverna vill vara med i den tekniska utvecklingen och använda de senaste verktygen.⁴⁷

Johan Hall kommenterar Thunberg och Lingefjärds andra inlägg. Han håller med om att risken för att de nya tekniska hjälpmedlen används på fel sätt för att det saknas kunskap inom ämnet, men menar att det kan lösas med fortbildning och elever som får problem med proven, inte får det på grund av vilken miniräknare som tillåts, utan på grund av dålig undervisning.⁴⁸

Per-Eskil Persson kommer med ett andra inlägg där han kommenterar Thunberg och Lingefjärds svar på responsen. Förutom att han påpekar att deras andra inlägg snarare behandlade lärarnas förmågor än riskerna med själva räknarna, och poängterar att det didaktiska ligger hos läraren inte hjälpmedlen, så ger han förslag på hur man näst intill kan få lösningar på de matematiska problem som de presenterat om man vet hur miniräknarens funktioner kan användas. Därifrån blir det ett tillfälle att problematisera och undersöka för eleverna, något som kan ses som gynnande.⁴⁹

Thunberg och Lingefjärd kommer med ett tredje inlägg där de lägger upp sin replik under fyra rubriker:

- Vikten av färdighetsträning: Eleverna bör tränas i att utföra algoritmer för att förstå bakomliggande och grundläggande matematik. Detta utesluter användandet av tekniska hjälpmedel i valda situationer, men att frekvent använda sig av dessa är förmodligen förödande.
- Skolverkets ansvar: Innan upphävandet av förbudet mot symbolhanterande miniräknare fanns möjligheten att med ett dispensförfarande låta klasser och skolor prova ny teknik på de nationella proven, så förbudet var inte ett hinder för teknikens utveckling. Upphävandet av förbudet kan dock lätt tolkas som en uppmaning till införskaffning av räknarna.
- Mer erfarenhet krävs: Symbolhanterande miniräknare kan säkert berika matematikundervisningen om de används på rätt sätt, men om de används på fel sätt är kan de försvåra lärandet avsevärt. Det är riskabelt att standardisera ny teknik innan kunskap om hur den ska användas på rätt sätt har ackumulerats.
- De kommersiella intressenas roll: De vill förtydliga sin inställning för debattörerna som raljerar över deras oro för de kommersiella intressenas påverkan med en analogi. Om bilindustrin skulle göra debattinlägg angående trafikplanering och miljöpolitik skulle det vara olustigt om denna röst blev alltför dominerande i debatten. ”Det faktum att en person som får statens uppdrag att utvärdera eller utbilda kring biltrafikens roll inte ska ha kopplingar till bilindustrin är väl en självklarhet?”⁵⁰

Maria Bijenga som läser till lärare vid Karlstads universitet, har skrivit ett arbete som blivit ett inlägg i debatten. I arbetet pratar hon om elevernas mognad och vid vilken ålder det är rätt att börja träna det abstrakta tänkandet. Hon ställer sig kritisk till läroböckernas utformning och skolans sätt att inte låta eleverna räkna på mobilen, men detta är inte ett inlägg som bidrar till debatten om de avancerade miniräknarna.⁵¹

Ann-Marie Pendrill, professor i fysik, gör ett kort inlägg där hon tar upp vilket tekniskt hjälpmedel som egentligen ska användas, och menar att hon förespråkar datorer. Hon ställer också

47 Bengt Åhlander, *Öppet brev till skolverket*, http://ncm.gu.se/media/namnaren/debatt/bengt_a.pdf, 2010-12-25.

48 Jonas Hall, *Lingefjärd och Thunberg skriver i sitt nya inlägg*., <http://ncm.gu.se/node/1521>, (nionde inlägget), 2010-12-25.

49 Per-Eskil Persson, *Avancerade räknare - Debattinlägg 2*, <http://ncm.gu.se/media/namnaren/debatt/per-eskil2.pdf>, 2010-12-25.

50 Hans Thunberg och Thomas Lingefjärd, *Avancerade räknare – hjälper eller stjälper; en fortsatt diskussion*, http://ncm.gu.se/media/namnaren/debatt/svar2_thunberg_lingefjard_070117.pdf, 2010-12-25.

51 Maria Bijenga, *Har du ett bra eller dåligt förhållande till – Matematik?*, http://ncm.gu.se/media/namnaren/debatt/maria_b.pdf, 2010-12-25.

frågan om det kanske finns annan lärarfortbildning, än att kunna använda avancerade miniräknare, som är mer angelägen.⁵²

Per-Eskil Persson kommer med ett tredje inlägg där han vill föra debatten tillbaka till verktyg som miniräknare och datorers betydelse för begreppsbildning och hur användningen av dem påverkar lärares sätt att föra undervisning, då det tidigare inlägget snarare handlade om vilka sorts verktyg som ska användas. Han påpekar att Pendrill har en poäng med sitt inlägg, datorer är ett mycket bra verktyg, men han menar att miniräknaren har pris, lättillgänglighet och storlek till sin fördel. För att kunna göra en över gång till datorer, som har många bra program att tillgå, så måste tillgängligheten till datorer i skolan öka. Vidare understryker han att det fortfarande behövs fortbildning av lärarna för att de ska kunna använda verktygen på rätt sätt. Angående verktygens relevans, tillgänglighet och nytta utanför skolan, i det kommande arbetslivet, citerar han sin son som läser datorvetenskap på högskolan och som är mycket kritisk till sin matematiklärares motstånd till miniräknare och datorprogramvara, ”I det verkliga arbetslivet som utbildningen ska leda till sätter man inte upp några gränser för vilka hjälpmedel och verktyg man får använda för att lösa olika arbetsuppgifter. Tvärtom försöker man använda så lättillgängliga och enkla sådana som möjligt. Varför ska då studenterna i sin utbildning påläggas konstlade begränsningar?”.⁵³

Malin Christersson, Katedralskolan i Lund, som kommer med det sista inlägget i debatten på Nämnares hemsida, nämner ett antal gratisprogram till datorer som kan användas i matematikundervisning. Hon tar upp detta i kontrast till hur mycket som spenderas på inköp av miniräknare och anmärker att de miniräknare som köps in av skolor är betalade av skattebetalarna. Hon avslutar med att antyda att det borde vara mer uppståndelse kring Texas Instruments, vars ”lönelistor borde intressera dem som tvingas köpa deras räknare, nämligen skattebetalarna”.⁵⁴

Här mynnar debatten om de avancerade miniräknarna ut och inga mer inlägg har tillkommit.

52 Ann-Marie Pendrill, (rubrik saknas), <http://ncm.gu.se/node/1521>, (13:de inlägget), 2010-12-25.

53 Per-Eskil Persson, *Avancerade räknare - Debattinlägg 3*, <http://ncm.gu.se/media/namnaren/debatt/per-eskil3.pdf>, 2010-12-25.

54 Malin Christersson, *Dyra grafitande räknare!*, <http://ncm.gu.se/node/1521>, 15:de inlägget, 2010-12-25.