

IPD-rapport nr 2001:05

KUNSKAPSUTVECKLING HOS ELEVER MED RÖRELSEHINDER

Delstudie III
Kognitiva strategier vid arbete med matematikuppgifter
med spatialt innehåll

Johan Malmqvist



**Göteborgs universitet
Institutionen för specialpedagogik**

ABSTRACT

Title: Kunskapsutveckling hos elever med rörelsehinder.
Delstudie III, Kognitiva strategier vid arbete med
matematikuppgifter med spatialt innehåll.
(Knowledge Development of Pupils with Motor Disabilities.
Part III, Cognitive strategies while working with mathematical tasks
with spatial content.)

ISSN: 1404-062X

Language: Swedish

Key words: motor disability, cognitive strategies, achievement, compulsory
school, explanation models

The main purpose was to study knowledge development among pupils with different causes for their motor disabilities. Another aim was to analyse their social competence in school situations.

The aim of this third part of the research project, was to describe and analyse cognitive strategies for a group of pupils solving mathematical tasks with a spatial content.

Earlier research conducted within a psycho-medical paradigm has shown weak results in mathematical and spatial tests for pupils with motor disabilities. The results have mostly been explained by neurological factors (brain damage, brain dysfunction).

Developmental psychological theory within a constructivist paradigm postulates that the development of spatial ability is deteriorated with the restriction of movement which is needed for the child's actions. Analogously, development of spatial ability would suffer for pupils with motor disabilities. Limitations in these perspective are related to the possibilities to obtain space related experiences from surroundings and objects. Constructivist theory emphasises strongly the importance of manipulating objects and movement in space for the development of spatial ability.

The studied sample consists of nine pupils from three age-groups (8-9, 13-14, 16-18 years of age) and three different diagnose-'groups'. The diagnoses represent different relations to the Central Nervous System.

The pupils were interviewed as well as recorded on video in the process of solving spatial mathematical problems in a qualitative experiment. Tasks used require ability to spatially imagine a visuo-spatial content, what can not be seen in

the task, to make it possible to differentiate between perceptual ability and spatial ability.

The results show a variety of used strategies unrelated to diagnoses and/or motor disabilities. Individuals showed a preference for verbal reasoning or spatial manipulating cognitive strategies. The average ability to solve these tasks was quite low, even for the pupils with diagnoses that does not imply neurological problems. However, there was a considerable variety in ability among the pupils. Those with severe visu-perceptual problems, according to their diagnoses, seemed to have difficulties with imagery rather than perception while working with the tasks presented.

It's suggested that pupils abilities should be considered from a developmental pedagogical perspective and not from a measurement deficit paradigm.

The study reveals possibilities to solve these kind of tasks without a spatially based strategy. If spatial ability is deteriorated it seems possible in school situations to compensate for this by using verbal reasoning strategies and thereby promote pupil learning possibilities. Some pedagogical implications are suggested and discussed.

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

BAKGRUND OCH UTGÅNGSPUNKTER	1
Kritisk granskning av antagandena	7
Pedagogiska möjligheter	13
En utvecklingspedagogisk modell	15
Tänkande och representationer av verkligheten	17
Tidigare forskning	20
SYFTE	28
METODIK, UPPLÄGGNING OCH GENOMFÖRANDE	29
Kvalitativt experiment	29
Deltagande elever	31
Val av uppgifter	33
Analys	36
Kognitiva strategier och indikationer	37
Tolkning	40
KVALITET OCH TROVÄRDIGHET	41
RESULTAT	43
Beskrivningar av elevers kognitiva strategier	43
Visuell perception respektive spatial manipulerande förmåga vid arbete med uppgifter med rumsligt innehåll	55
”Kvantifiering” av kvalitativa data	64

DISKUSSION	73
Studiens huvudresultat	74
Studiens resultat i förhållande till ett bristmättningsparadigm (deficit measurement paradigm)	76
Studiens resultat i förhållande till en utvecklingspedagogisk modell utifrån konstruktivistiska grundantaganden	80
Jämförelse mellan bristmättningsparadigm och utvecklingspedagogisk modell	83
Olika förklaringsmodeller - olika implikationer för undervisningens utformning och för hantering av matematiksvårigheter	89
Slutord med pedagogiska implikationer	93
REFERENSER	101
BILAGOR	121

FÖRORD

Detta är den tredje delrapporten i projektet ”Kunskapsutveckling hos elever med rörelsehinder”, vilken ingår i forskningsprogrammet PRESS. PRESS (”Projekt Rörelsehindrade Elevers Situation i Skolan och i Samhället”) startades 1972 på initiativ från Bräcke Östergård, som är ett regionalt habiliteringscenter i Göteborg. I programgruppen för PRESS, ingår forskare och praktiker från medicinskt, socialt, psykologiskt och pedagogiskt verksamhetsområde samt företrädare för Skolverket, SIH och RBU. Ordförande är Ulf Lekemo, tidigare enhetschef för SIH-Läromedel Göteborg.

Syftet med projekten inom PRESS är att ”stimulera forskare och personal att med vetenskapliga medel och metoder belysa frågeställningar, pröva hypoteser och nyttiggöra erfarenheter beträffande de rörelsehindrade barnens och ungdomarnas situation i samhället”. (Stukát, 1985, s. 2).

Projektet ”Kunskapsutveckling hos elever med rörelsehinder” är det fjortonde inom PRESS och genomförs på uppdrag av Skolverket. Vetenskaplig ledare för projektet är Ingemar Emanuelsson, professor i specialpedagogik vid Göteborgs universitet och till projektet är knuten en arbetsgrupp bestående av: Ulf Lekemo, Ingemar Olow *, med. dr. (t o m 1998-06-01), Karl-Gustaf Stukát, prof. em. och Lennart von Wendt, professor, tidigare FOU-chef på Bräcke Östergård och numera verksam i Helsingfors. Projektarbetet är uppdelat på tre delar och redovisas i tre delrapporter.

De tre delrapporterna bidrar till en beskrivning av kunskaper och kunskapsutveckling på olika nivåer, under olika förhållanden, i olika åldrar och på olika sätt hos elever med rörelsehinder (se bilaga 1). I delstudie ett, som var pilotstudie, användes uppgifter från en nationell utvärdering som genomfördes under vårterminen 1995. I den andra delstudien använde vi för eleverna anpassade provinstrument i ett större urval i sydvästra Sverige. I denna tredje delstudie fokuseras ett fåtal elevers strategier när de arbetar med provuppgifter.

Projektarbetet har planerats för att kunskaper och kunskapsutveckling hos elever skall kunna belysas och ”rörelsehindrets” roll för lärande skall kunna analyseras. Detta är svårt av flera och olika skäl vilket tas upp till diskussion i såväl denna som i de tidigare rapporterna.

* Ingemar Olow avled 1998-06-01.

Liksom tidigare (Malmqvist, 1998; Malmqvist, 2000) används inte uttrycket röh-elever. I stället används den för läsningen krångliga benämningen, elever med rörelsehinder, vilken i större utsträckning betonar eleven i stället för funktionshindret. Skälet är vår respekt för studiens elever och deras närmaste. Vi vet att funktionshindret bara är en av dessa elevers många kännetecken. Det bör betonas att det är vår bestämda uppfattning att ordval och benämningar är av stor betydelse eftersom användning av begrepp kan sägas representera attityder och föreställningar liksom det samtidigt påverkar vårt och andras sätt att tänka. Under arbetets gång har vi dessutom uppmärksammat att det ofta existerar stereotypa föreställningar om eleverna, där de ibland enbart verkar ses utifrån sitt funktionshinder – som handikappade – med medföljande förutfattade meningar om deras prestationsförmåga i skolan. Eleverna med rörelsehinder ses här i första hand som elever och deras sociala och kunskapsmässiga utveckling studeras och blir belyst utifrån omständigheten att de visserligen har ett funktionshinder. Men framför allt är de delaktiga i ett kontextuellt sammanhang t. ex. som deltagare i pedagogiska verksamheter - i undervisning. Samspelet mellan miljöns utformning och funktionshindret är i detta miljörelativistiska perspektiv avgörande för om funktionshindret även leder till handikapp i pedagogiska situationer. (se t ex Wong, 1991, s. xix, Göransson, 1995, s. 22 eller Kaiser, 1991, s.90)

Ett varmt tack till de barn och ungdomar som, trots ibland stora ansträngningar, har ställt upp och delat med sig av sin värdefulla tid och sina tankar.

BAKGRUND OCH UTGÅNGSPUNKTER

Vid en tidigare undersökning inom PRESS-programmet observerades att elever hos vilka rörelsehindret inte var knutet till påvisbar skada i centrala nervsystemet löste kognitiva uppgifter i nivå med genomsnittet för åldersgrupper (Aronsson, Möller och Törnqvist, 1985). Liknande erfarenheter har gjorts vid andra studier (se Stukat, 2000).

Dessa resultat är intressanta på olika sätt, dels genom att de är något oväntade utifrån konstruktivistisk utvecklingsteori och dels genom att de pekar på pedagogiska möjligheter.

Resultaten kan tolkas så att vissa elever med rörelsehinder skulle lösa uppgifter på kunskapsprov på delvis andra sätt än elever utan rörelsehinder. Forskarna gjorde två iakttagelser som har påverkat utformningen av föreliggande studie. Den ena var att barnen i studien ofta kompenserade sina rörelsehinder genom att använda sitt tal. Den andra var att några av barnen föreföll kunna föreställa sig rörelser på ett sätt som enligt författarna bidrar till en normal kognitiv utveckling. Iakttagelserna gav upphov till tanken att ett rörelsehinder eventuellt kan påverka elevers val av kognitiva strategier vid problemlösning.

En väsentlig del av den forskning som har relevans för kognitiv utveckling är knuten till konstruktivistisk utvecklingsteori som bygger på att mer avancerade tankeformer successivt byggs på basis av elementära funktioner. Vi ska i det följande granska några antaganden om kognitiv utveckling hos elever med rörelsehinder som syns följa konstruktivistisk teori.

En aspekt av begåvningen som utifrån konstruktivistisk teori skulle kunna påverkas negativt av ett rörelsehinder¹, är utvecklingen av spatial (rumslig) förmåga. Elever med rörelsehinder möter uppgifter och ämnen med varierande grad av spatiala krav i skolans undervisning. Många av uppgifterna presenteras för elever i läroböcker, arbetshäften och prov på ”papper-penna nivå” till exempel i matematik.

För att åskådliggöra de ovan nämnda antagandena och förutsättningarna i relation till varandra avslutas avsnittet med en skisserad tänkbar modell.

¹ Enligt Granlund, Björkman och Lindqvist (1993) finns det: ”ytterst få undersökningar som studerat hur ett rörelsehinder påverkar begåvningen och begåvningsutvecklingen.” (s. 10)

Antagande 1. Det finns en urskiljbar spatial/rumslig förmåga.

Med spatial förmåga uppfattas, förstås och bearbetas rumsliga relationer, vilket är en grund för en mängd andra förmågor. Lurija (1970) tar upp så skilda förmågor som att orientera sig i rummet, göra matematiska beräkningar och behandla grammatiska språkstrukturer vilka är beroende av en gemensam "hjärnfunktion" – "the ability to grasp spatial relations" (s. 78).

Enligt Spencer, Blades och Morsley (1989) innefattar spatial förmåga såväl föreställningar av egna kroppen och dess relation till omgivningen som hur omgivningen representeras mentalt.

Vid de många faktoranalytiska studier som gjorts inom begåvningsforskningen har spatiala vid sidan av verbala faktorer utgjort ett centralt inslag. I Carlstedts (2000) historiska översikt refererar hon till Carroll:

"Carroll (1993, p. 60) concludes: 'There is good evidence, for exemple, for clustering of variables around higher-order verbal-educational and spatial-mechanical factors, and for domination of all these factors by some sort of general factor.' " (Carlstedt, 2000, s. 4)

Gardner (1983) beskriver spatial förmåga som en separat intelligens utifrån ett flertal kriterier. Hans kriterier är t. ex. extrema former av spatial förmåga och oförmåga, psykometriska resultat, experimentella psykologiska studier, kodifierbarhet i ett symbolsystem samt neuropsykologiska bevis. Han skriver, att en viss förmåga enligt neuropsykologiska rön, kan anses vara förhållandevis oberoende av andra mänskliga förmågor om den förstörs eller överlever helt isolerat vid en hjärnskada.

I neurologiska och neuropsykologiska studier med utgångspunkt i försämringar eller defekter i neurologiska funktioner, orsakade av sjukdomar och skador, förmodas den spatiala förmågan oftare och i större utsträckning vara lokaliserad till den högra hjärnhemisfären än till den vänstra (Gardner, 1983; Springer och Deutsch, 1983; Iaccino, 1993; Carlsson, 1994; Corballis, 1997). Olika typer av spatiala delfunktioner kan dock lokaliseras till olika delar av hjärnan (Lurija, 1970; Lezak, 1995). Testuppgifter med en komplex struktur, t. ex. konstruerande uppgifter som att arrangera färglagda block utifrån föreskrivet mönster, förutsätter aktivitet i flera av hjärnans zoner² (Lurija, 1973; se även Lezak, 1995).

² Enligt Lurija (1970, 1973) kan hjärnans funktionella organisation förstås utifrån en indelning i tre funktionella enheter (units/blocks) vilka är hierarkiskt indelade i zoner.

Antagande 2. Genom handlingar, manipulation och/eller förflyttning, utvecklas den spatiala förmågan.

Enligt Gardner har neuropsykologer visat stort intresse för spatial intelligens (1983) men inte ur ett utvecklingsperspektiv. Det är i stället Piagets beskrivning av hur spatial förmåga utvecklas som finns refererad i ett stort antal böcker och tidskrifter. Enligt Gardner var det Piaget som:

”provided the first general picture of spatial development, and many of his observations and characterizations have stood the test of time.” (1983, p. 180).

Enligt Piaget (1955) skall rummet inte uppfattas som en ”container”³ utan som dess innehåll med relationer mellan objekt och kropp. Utveckling av rumsuppfattning sker först utifrån topologiska principer, därefter utifrån projektiva och slutligen enligt euklidiska principer. Vid födseln finns inget begrepp om rum, men utvecklingen av spatiala relationer startar tidigt⁴. Samtidigt sker en utveckling av ett flertal separata/lokala spatiala ”rumsuppfattningar” utan inbördes koordination vilka är knutna till barnets handlingar med munnen, synen, taktila sinnet etc. Utveckling av objektpermanens är enligt Piaget (1955) en förutsättning för att barnet skall kunna utveckla en förståelse av relationer mellan objekt och kropp. Objektpermanens är varken medfödd eller något ”färdigt” som barnet kan erfara. Objektpermanens konstruerar barnet i sin senso-motoriska utveckling genom olika handlingar där barnet kombinerar observation och experimenterande.

Enligt Piaget och Inhelder (1967) utvecklas spatial förmåga motorisk-perceptuellt på två nivåer samtidigt, på en perceptuell nivå samt på en tanke- eller föreställningsnivå. Den senare, vilken kräver längre utvecklingstid, gör det möjligt för barnet att ”överskrida” den direkta perceptionen genom abstrakta handlingar. Dessa är enligt Piaget internaliserade handlingar med symboler som är reproducerade från tidigare senso-motoriska handlingar. Överföringen av spatial förmåga från senso-motoriska handlingar till symboliskt föreställande handlingar baseras på internaliserad imitation (Piaget, 1971). Föreställningsförmåga härrör alltså inte från perception. Dessa båda förmågor följer helt olika ”lagar” (Piaget, 1983, s. 116).

³ I The Essential Piaget med Piagets förord beskrivs dock att barnet uppfattar rummet som just en ”container”, i det avsnitt som tar upp The Child’s Construction of Reality (Gruber och Vonèche, 1995).

⁴ Piaget (1955) anser att Spatial förmåga börjar konstrueras när syn eller balans kommer i funktion. L’Association du Centenaire Jean Piaget gav ut en bok vid 100-års firandet av Piagets födelse. I denna skriver Dionnet att enligt Piaget, utvecklas en initial organisation av spatial förmåga när barnet kan förändra kroppspositionen (Dionnet, 1996).

Resultat från en studie av Worthington, Typpo och Worthington (1980) tolkades som att rörelseförmågan var ett effektivt ”verktyg” för barn att lära sig spatiala begrepp.

I en studie med gravt begåvningshandikappade elever (Granlund och Olsson, 1987) visade resultaten på samband mellan rumsuppfattning och förflyttningsförmåga samt mellan rumsuppfattning och manipulerande förmåga.

Antagande 3. Rörelsehinder, som hindrar manipulation och/eller förflyttning, leder till brister i spatial förmåga.

Om utvecklingen av spatial förmåga sker enligt Piagets teori, så försvåras denna utveckling om barnet inte har möjlighet att utföra de handlingar som krävs för den tidiga senso-motoriska utvecklingen. Eftersom denna är grunden för fortsatt spatial utveckling får barnet svårt att utveckla en abstrakt (mental) spatial förmåga.

Då Piaget i sina experiment och diskussioner fokuserar de handlingar som barnet utför, kan de rörelsemässiga förutsättningarna för att utveckla spatial förmåga relateras till de kvalitativa och kvantitativa krav som ställs för att utföra dessa handlingar. Barnets rörelser kan ses som de verktyg som barnet behöver för att förverkliga sina intentioner och utföra de handlingar som krävs för spatial utveckling.

Bremner (1993) betonar utifrån studier av barns tidiga spatiala förmåga att det sker en snabb utveckling när barn börjar förflytta sig självständigt t. ex. genom att krypa. De konfronteras med en mängd rumsliga ”problem” som de måste lösa. Dessa lösningar kräver troligen nya spatiala representationer.

Fischer och Bidell (1991) betonar också förmågan att krypa som viktig för utveckling av spatial förmåga. De skriver att barn med rörelsehinder, t. ex. barn med ryggmärgsbräck, inte klarar relevanta spatiala färdigheter förrän de har lärt sig att krypa. Rörelsehindret medför en försenad spatial utveckling.

Foreman, Orencas, Nicholas, Morton & Gell (1989) fann i en studie att såväl barn med som utan hjärnskador vilka hade rörelsehinder även hade spatiala svårigheter. Forskarnas slutsats var att de spatiala svårigheterna berodde på barnens rörelsehinder. Liknande slutsatser kom Pirila, Nieminen, Seppänen och Korpola (1996) fram till i en longitudinell studie av barn som hade ”motor handicap” (cp, mmc och barn med försenad psykomotorisk utveckling). Funktionshindret påverkade enligt författarna utvecklingsprofilen. Minst utvecklades visu-motorisk integration och visu-spatial förmåga.

Antagande 4. Den spatiala förmågan kan transfereras till "papper-penna nivå".

Det förefaller vara ett vanligt grundantagande vid "tester" av spatial förmåga med papper-penna, att det som ritas är en "utskrift" av en inre föreställning eller mental modell. Enligt Light och Barnes (1995) har t. ex. studier av barns teckningar använts så länge som det har funnits psykologiska studier. Anledningen till att de används är idén att:

"children's drawings offer a 'window on the mind', a window through which the development of perception, thought and emotion can all be observed" (s. 232).

De spatiala föreställningarna hos barn har varit ett viktigt ämne för sådana studier enligt Light och Barnes. De refererar t. ex. till Luquets som undersökte barns föreställningar genom deras teckningar vid 1900-talets början. Han delade in ritutvecklingen i stadier och Piaget integrerade senare hans arbete i sin teori om mental utveckling. Luquets beskrivning av barns stadier i ritutvecklingen är i överensstämmelse med Piagets och Inhelders stadier om spatial utveckling i "The Childs Conception of Space" (Light och Barnes, 1995).

Piaget, Inhelder och Szeminska (1960) bedömde också barns representationer med hjälp av uppgifter där barn skulle teckna figurer. Vid analys av en ritad uppgift skrev de t. ex:

"There is every indication that these children are unable to form any representation of a curve of motion as such." (s. 230)

Antagande 5. Låg spatial förmåga medför svårigheter att lösa spatiala uppgifter med rumsligt innehåll, t. ex. ritningar, figurer, geometri-, diagram-, mönster-, kart-, och mentala rotations-uppgifter.

Gardner (1983) hävdar att en väl utvecklad spatial intelligens är nödvändig för en matematiker som sysslar med geometri.

Enligt studier av Cornoldi, Rigoni, Tressoldi & Vio, (1999) kan svårigheter i geometri bero på låg visuo-spatial förmåga. Forskarna framhåller visu-spatiala minnessvårigheter och svårigheter med visuell föreställningsförmåga (visual imagery) som viktiga förklaringar till den låga visuo-spatiala förmågan hos eleverna i studierna.

Enligt Montague (1997) kan visuo-spatiala svårigheter leda till felaktiga mentala representationer av matematiska mönster vilket i sin tur kan hindra begreppslig förståelse.

Peterson Miller och Mercer (1997) relaterar matematiksvårigheter till bland annat informations-process-faktorer där visu-spatiala brister och motoriska svårigheter uppges påverka matematisk förmåga. På en kognitiv eller metakognitiv nivå kan det finnas svårigheter med att "representera" (t. ex. att kunna föreställa sig) ett matematiskt problem. Eleven kan t. ex. ha svårigheter med att visualisera språklig och numerisk information som sedan skall användas i ekvationer.

Förekomsten av psykometriska tester utgår från antagandet att olika personers förmåga att lösa spatiala uppgifter beror på olika grad av spatial förmåga. Det finns dessutom speciella tester vilka förutsätts enbart mäta spatial förmåga (Anderson, 1995). Spatial förmåga definieras därför ofta som förmågan att lösa uppgifter med spatialt innehåll vilket mäts med papper-penna metoder.

Inom neuropsykologin används ett flertal tester som kan indikera spatiala svårigheter. Vid ett flertal av uppgifterna skall patientens mentala representationer komma till uttryck (Lezak, 1995).

Utvecklingspsykologisk modell över spatial utveckling

En sammanfattning av de här beskrivna antagandena ges i följande modell:

Utveckling av rumslig förmåga, antaganden - förutsättningar baserade på konstruktivistiska grundantaganden.

1. Det finns en urskiljbar spatial förmåga.
 2. Genom handlingar, manipulation och/eller genom förflyttning, utvecklas den spatiala förmågan
 3. Rörelsehinder (som hindrar manipulation och/eller förflyttning)
↓
Leder till brister i spatial förmåga.
 4. Den spatiala förmågan kan transfereras till "papper-penna nivå".
 5. Låg spatial förmåga medför svårigheter att lösa spatiala uppgifter med rumsligt innehåll, t. ex. geometri-, diagram-, kartuppgifter etc.
-

Kritisk granskning av antagandena

Den presenterade modellen bygger på ett stort antal icke självklara teoretiska antaganden baserade på konstruktivistisk utvecklingspsykologisk teori (punkterna 1-5). Därför följer här ett avsnitt som delvis innehåller alternativ till dessa antaganden och som i viss mån även kan relateras till olika filosofiska grundantaganden, vilket inte minst Piaget (1967) var medveten om:

”Philosophers and psychologists have argued about the nature of space for centuries. They have debated whether it is an empirical concept derived from perception or from images, whether it is innate to thought and consciousness, or whether it is operational in character, and so on.” (s. vii)

Det finns en grundläggande och fortgående kontrovers avseende grundantaganden, vilka mer eller mindre medvetet och mer eller mindre uttalat, kommer till uttryck i olika teorier, forskningsresultat och slutsatser från studier.

Krävs rörelser för att utveckla en spatial förmåga (punkterna 1-3 i den utvecklingspsykologiska modellen)?

Den utvecklingspsykologiska modellen på sidan 6 förutsätter att det finns spatial förmåga att orientera sig i rummet, att rumsligt relatera objekt till varandra etc. Definitioner av vad spatial förmåga är skiljer sig dock åt i vissa avseenden, liksom i vilken utsträckning det går att betrakta spatial förmåga som en ”oberoende” förmåga. Det finns dessutom olika åsikter om dess ”lokalisering” i kroppen respektive den tanke-, process-, eller neurologiska nivå den befinner sig på.

Inom filosofi finns dessutom ett flertal olika uppfattningar om vad rummet är, hur det ska varseblivas och förstås (se Filosofilexikonet, 1995). Uppfattningar om rummet och spatial förmåga i psykologiska teorier kan relateras till olika filosofiska grundantaganden.

Den utvecklingspsykologiska modellens antaganden om hur spatial förmåga konstrueras av barnet bygger på konstruktivistiska antaganden med Piaget som främste förespråkare. Gelman och Baillargeon (1983) kritiserar Piaget för att aldrig ha undersökt alternativa vägar för utveckling av tänkandets strukturer. De anser att Piagets behandling av empiricistiska och rationalistiska perspektiv är förenklad och gränsar till karikatyr och att man inte kan bortse från möjligheten att vissa kognitiva strukturer för kunskap är medfödda.

Spelke (1994) anser att små barn förefaller ha systematiskt tänkande i det spatiala området och att detta bygger på euklidiska geometriska principer. Spelke argumenterar för ett nedärvt spatialt tänkande. Lovell (1959) ifrågasatte utifrån ett antal egna experiment Piagets slutsatser att barnets förståelse av rummet startar med en topologisk förståelse. Han ansåg att det lilla barnet klarade av vissa euklidiska former lika lätt som topologiska och att Piaget och Inhelder måste ha förbiset detta.

Landau och Spelke (1985) har kritiserat Piagets teori utifrån en serie experiment med en blind flicka (från 2 års- till 5 års-åldern) och kontrollpersoner som fick ha ögonen täckta under experimenten. Forskarnas slutsatser var att det kan finnas ett intakt spatialt system tidigt i barns utveckling, men att barn inte alltid kan demonstrera detta kunnande. Den spatiala förmågan kan enligt författarna därför ses som något som ärvs till stor del.

Liksom Piagets teori har blivit ifrågasatt har även Landau och Spelkes experiment och slutsatser i sin tur blivit ifrågasatta (se t. ex. Spencer, Blades och Morsley, 1989). Fischer och Bidell (1991) skriver att Landaus och Spelkes experiment snarare bekräftar Piagets teori om utveckling av spatial förmåga:

”Because of the child's early blindness, the authors concluded correctly that she could not have gained her spatial knowledge from visual perception, thus ruling out one empiricist hypothesis about spatial knowledge.

However, by comparing their findings with an incomplete account of Piaget's predictions, the authors falsely concluded that the results disconfirmed Piagetian theory. In fact, the findings are completely consistent with Piaget's predictions for children of this age, Piaget's well-known and widely substantiated position is that before 2 years of age children construct a system of sensorimotor spatial knowledge by which they can navigate their world, retrace their routes, and surmount obstacles by inventing novel routes to goals (Fischer & Hogan, 1989; Piaget, 1936/1952, 1937/1954; Uzgiris & Hunt, 1975). In agreement with the findings on the blind girl, Piaget argued that this system of spatial knowledge is the result not of visual perception but of the child's coordination of her actions into a system of sensorimotor knowledge. Blindness would indeed change important aspects of the sensorimotor knowledge by eliminating visual perceptual cues, but the child would still build spatial knowledge based on her actions and her other senses (Fraiberg, 1974).” (Fischer & Bidell 1991, s. 203)

Flickan måste alltså ha använt andra sinnen än synsinnet för att utveckla sin spatiala förmåga, såvida den inte var medfödd. Sinnena som barnen kan använda är känselsinne, det proprioceptiva sinnet och hörsel.

Enligt Preisler (1996) verkar kastandet av föremål spela en speciell funktion hos blinda barn:

”Kastandet verkar fylla olika funktioner, bl. a. som ett sätt att utforska rummet - det låter annorlunda om man kastar bakåt jämfört med framåt eller åt sidan. (s. 52)

Fischer och Bidell utslöt även empiricistiska teorier för utvecklingen av spatial förmåga (se citat). Det finns dock teorier baserade på syn och visuell perception som kan anses som viktiga för förståelsen av spatial förmåga. Marrs (1982) ”Computational theory of vision” kombinerar neurofysiologiska teorier med informationsprocess-teorier när han undersöker bildgestaltning och han skriver:

”it is clear in principle that the brain must construct three-dimensional representations of objects and of the space they occupy.” (s. 326)

Marr gjorde neurofysiologiska studier för att undersöka hur olika egenskaper hos objekt påverkade enskilda receptors aktivitet. I hans teori existerar kunskap som information redan i de visuella intryck som barnet/människan tar in. Han har påverkats av gestaltpsykologin och av Gibsons (1979) ”Ecological approach to visual perception”. Gibson som också har inspirerats av gestaltpsykologin anser också att kunskapen finns i miljön i formen av *affordances* (term myntad av Gibson vilket kan översättas till *erbjudanden*) men dessa förutsätter inte mentala processer. Kunskapen växer efterhand som perceptionen utvecklas, vilket sker genom mötet med nya *affordances*. Gibsons perspektiv anknyter i stor utsträckning till Merleau-Pontys fenomenologi⁵. Gibsons syn på rummet skiljer sig radikalt från Piagets:

”the concept of space has nothing to do with perception. Geometrical space is a pure abstraction. Outer space can be visualized but cannot be seen. The cues for depth refer only to paintings, nothing more. The visual third dimension is a misapplication of Descartes’s notion of three axes for a coordinate system.

The doctrine that we could not perceive the world around us unless we already had the concept of space is nonsense. It is quite the other way around: We could not conceive of empty space unless we could see the ground under our feet and the sky above. Space is a myth, a ghost, a fiction for geometers. All that sounds very strange, no doubt, but I urge the reader to entertain the hypothesis. For if you agree to abandon the dogma that ”percepts without concepts are blind,” as Kant put it, a deep theoretical mess, a genuine quagmire, will dry up.” (s. 3)

Detta perspektiv är radikalt annorlunda än Piagets konstruktivism vars filosofiska rötter på sätt och vis kan härledas från Kants filosofi⁶, som bygger på en syntes mellan rationalism och empirism vilket också konstruktivismen kan sägas göra (se Stensmo, 1994). Boden (1979) använder Kants ”terminologi” för att karaktärisera Piagets perspektiv: ”one may say that for Piaget structures without experience are

⁵ Enligt Ingold (1996) refererar Gibson aldrig till Merleau-Pontys arbete, men det finns ”anecdotal evidence” (s. 117) att Gibson har läst *Phenomenology of perception* ”and that he approved of it” (s. 117).

⁶ Gruber och Vonèche (1995) skriver att det går inte att läsa Piaget utan att tänka på Kant. ”He is not, of course, Kantian in his solutions, but a very considerable portion of his work has gone into studying the development of just those fundamental ideas that Kant identified and claimed were given a priori” (s. xl).

empty, but experience without structures is blind” (s. 36). Dessa strukturer för uppfattningen av rummet är inte *a priori* enligt Piaget, i motsats till Kants åskådningsformer (rum och tid), utan konstrueras av barnet genom sensomotoriska handlingar (se Piaget och Inhelder, 1967).

En av Gibsons viktigaste insatser, enligt Marr (1982), var att han ledde bort debatten från filosofiska frågor om sinnesintryck och betonade att sinnena är vägar för tolkning av den verkliga världen utanför⁷. Enligt Marr var Gibson den perceptionspsykolog som kom närmast Marrs ”Computational theory of vision”. Detta trots de uppenbart olika filosofiska grundantagandena — om man bortser från det gemensamma intresset för gestaltpsykologin.

Piagets teori om hur tänkande och intelligens utvecklas genom barnets aktiva konstruktion, kom vid en tidpunkt när inlärningspsykologer konfronterades med gestaltpsykologi och erbjöd en tredje väg som ersatte ”the simple opposition between nativism and environmentalism” (Gruber och Vonèche, 1995, s. 222). Teorin visade en utveckling från det nyfödda barnets reflexer till abstrakt tänkande. Medfödda, enligt Piaget, är däremot förutsättningar för att utveckla de strukturer som utgör relationer mellan olika mentala operationer av scheman (Piaget, 1955; Gruber och Vonèche, 1995). Strukturerna bygger på och styrs av ett operationellt system ”logic of relations” (Piaget, 1955, s. 209) vilket gör det möjligt att relatera olika saker till varandra.

Piagets konstruktivism utesluter alltså såväl empiricism, rationalism som kantianism när det gäller utveckling av rumsuppfattning. Barnet ses som aktivt konstruerande den spatiala rumsföreställningen. Enligt Piagets teori är det även uteslutet att barnet kan utveckla spatial förmåga genom att aktivt observera andras handlingar trots att handlingar kan vara såväl fysiska som mentala enligt Piaget (Piaget och Inhelder, 1967; Piaget, 1983). Piaget (1983) betonar i beskrivningen av sin teori att kunskap konstrueras i interaktionen mellan subjekt och objekt, en interaktion som i det senso-motoriska stadiet beskrivs som fysisk (se även Piaget och Inhelder, 1967). Det är därför inte möjligt att handlingarna skulle kunna utföras av någon annan och ta över denna interaktion. I beskrivningen av teorin bygger nämligen de efterföljande stadierna på kunskap från de tidigare:

”it is strikingly obvious that cognitive stages have a sequential property, that is, they appear in a fixed order of succession because each of them is necessary to the formation of the following one.” (1983, s. 110)

⁷ Enligt Eysenck (1995) hade Gibson stor inverkan på en filosofisk nivå genom att förkasta den då dominerande synen att perceptuell erfarenhet är avskild från den objektiva världen.

En utveckling av spatial förmåga enbart utifrån observation i detta stadium är dessutom i motsättning till den kunskapssyn grundad på konstruktivism som Piaget (1983) förespråkar:

”We have also studied the problems of the development of the notions of number, space, time, speed, function, identity, and so on, and have been able to bring all these questions new psychogenetic data, while completely removing from their regard epistemological conclusions, which are as far removed from the a priori as from the empirical, and suggesting a systematic constructivism”. (s. 128)

Alarcón, DeFries, Light, och Pennington (1997) fann bevis för en ”genetisk etiologi” i en tvillingstudie av specifika inlärningssvårigheter hos elever med olika kognitiva profiler. För den kognitiva profilen hos elever med visu-spatiala svårigheter och därtill hörande räknesvårigheter hänvisar man till Rourke och Dell Dotto (1994) och deras neuropsykologiska perspektiv på specifika inlärningssvårigheter. Spatial förmåga kan utifrån dessa forskares studie, tolkas som en egenskap som är ärftlig och som främst påverkas/reduceras av sjukdomar.

Det finns även empiriska studier som tar upp rörelseförmågan och vars resultat motsäger Piagets teori avseende rörelseförmågans betydelse för spatial utveckling. I en amerikansk Cross-case study följde Willard-Holt (1994) upp två elever med cerebral pares. Båda betecknas som ”gifted” trots mycket stora funktionshinder såväl kommunikativt som rörelsemässigt. Tidigt uppges de ha förstått samband mellan orsak och verkan utan att ha haft möjlighet att manipulera med objekt. De verkade, enligt författaren, ha hoppat över Piagets senso-motoriska stadium och lärt sig genom att mentalt föreställa sig.

Eagle (1985) undersökte med Uzgiris och Hunts test vilken objektpermanens-nivå som 34 barn med cerebral pares och stort rörelsehinder (tetraplegi) befann sig på. Slutsatsen som Eagle drog var att ”elementär kognitiv förmåga” kan förvärvas även om motoriken är reducerad till ett minimum. Han reserverar sig dock genom att skriva att eftersom åtminstone någon kroppsdel var funktionell för att skapa senso-motoriska scheman kan det motoriska handikappet ha haft en begränsad betydelse för kognitionsutvecklingen hos barnen.

Cratty (1979) ifrågasätter om viljemässiga rörelser är nödvändiga för t. ex. spatial förmåga och relaterar till forskningsresultat för barn med neurosedynskador :

”The answer to this question hinges in part upon what evidence one will accept as valid criteria for perceptual and intellectual competency. For the present, however, it appears that even rather severe malformation of the body (Thalidomide children) will not necessarily impair a child’s verbal and conceptual abilities.”
(s. 11)

Enligt Spencer och Blades (1989) har studier som tar upp relationen mellan krypa och spatiala färdigheter visat på motsägande resultat.

Att rörelseförmåga har betydelse för utveckling av en rumslig förmåga att orientera sig i omgivningen (navigera) anser (även) Gibson och Spelke (1983):

”It is not surprising that locomotion should play a role in the child’s spatial knowledge for it is only by locomoting that one can obtain the sequence of vistas that provides information about the larger environmental layout.” (s. 40)

Denna typ av spatial kunskap om omgivningen, att orientera sig i den, veta hur olika områden i omgivningen förhåller sig rumsligt till varandra utvecklar barnet, enligt Spencer och Blades (1989), genom att interagera med sin omgivning. För att kunna orientera sig från en punkt till en annan kan barnet använda sig av kännemärken (landmarks) som barnet kommer ihåg i en viss sekvens, vilket inte kräver att barnet föreställer sig området som en tvådimensionell mental karta. Inom ”environmental psychology” har det debatterats huruvida den organiserande principen för att lära sig och komma ihåg omgivningen är ”sequence/string” eller ”spatial/overall location”.

Rumsuppfattning kan transfereras till ”papper-penna nivå”? (punkt 4)

Enligt Eysenck och Keane (1995) måste en klar distinktion göras mellan våra yttre representationer (t. ex. teckningar, ritningar, diagram etc.) och våra inre mentala representationer, dessa bör inte förväxlas.

Presson och Sommerville (1985) ifrågasätter om det är möjligt att undersöka det representationella systemet via uppgifter som kräver att barn (och vuxna) använder symboler för att lösa till exempel kartuppgifter och mentala rotationsuppgifter. Barnet kanske har tillräcklig spatial förmåga och en spatial representation men kanske misslyckas att uttrycka denna symboliskt. Presson och Sommerville ifrågasätter även Piagets beskrivning av en spatial förmåga som utvecklas i det senso-motoriska stadiet och som först senare övergår i en representationell (symbolisk) spatial förmåga.

Barns teckningar visar enligt Piaget och Inhelder vilket perspektivtagande som barnet klarar, och som indikerar det stadium som tänkandet har (Light och Barnes, 1995). Light och Barnes redovisar dock studier (t ex. av Light och MacIntosh, 1980) som visar att barn ofta inte ritar något som de ser det, trots att de har förmågan. De följer i stället andra regler som t ex undvika otydligheter av vad de ritar vilket, i sin tur påverkar ritperspektivet. Barns ritningar är dessutom ofta symboliska snarare än avbildningar av verkligheten.

Gardner (1983) anser att papper-penna metodiken är otillräcklig för att undersöka spatial förmåga, vilket han till exempel kritiserar Piaget för:

”For the most part, however, he restricted himself to paper and pencil or to desk-top measures of spatial ability, and so largely ignored the child’s understanding of the broader spatial environment.” (p. 180)

Brister i spatial förmåga medför svårigheter att lösa uppgifter med rumsligt innehåll? (p. 5)

Enligt Alarcón, DeFries, Light, och Pennington (1997) har man i forskningen om specifika inlärningssvårigheter funnit tre huvudgrupper. Två av dessa grupper innehåller elever med specifika räkningsvårigheter, varav eleverna i ena gruppen uppges ha låga resultat på visu-spatiala uppgifter. I den andra gruppen med specifika räkningsvårigheter har eleverna däremot goda visu-perceptuella och visu-spatiala färdigheter.

Lezak (1995) betonar att svårigheter på spatiala uppgifter inte behöver bero på att den spatiala förmågan är nedsatt. En neuropsykologisk undersökning av en spatial oförmåga kräver enligt Lezak en analys av ett flertal funktioner, t. ex. förmåga att kunna uttrycka sig språkligt, uppmärksamhet, visuell scanning, visuell agnosi, perceptuella funktioner etc. vilket kräver ett flertal olika tester. Uppgifterna som används vid dessa tester är huvudsakligen papper och penna-uppgifter hämtade från intelligens- och anlagstester.

Pedagogiska möjligheter

De antaganden i den utvecklingspsykologiska modellen som hittills diskuterats har utan tvekan stor relevans i samband med spatial utveckling. Den förklarar dock inte det positiva lärande hos elever med rörelsehinder som har noterats vid vissa studier. Olika tolkningar kan givetvis ges. I PRESS-programmet har uppmärksamheten särskilt riktats mot möjligheter att elever utnyttjar alternativa kognitiva strategier. Detta har formulerats som tilläggsantaganden.

Antagande 6. Det är möjligt att använda olika kognitiva strategier för att lösa samma uppgift.

En förutsättning för detta antagande är att det existerar olika slags tänkande eller olika kognitiva strategier. Enligt Lundh (1992b) bygger all form av tänkande på

mentala representationer vilka, enligt flera forskare, baserar sig på verbal respektive spatial förmåga.

Gardner (1983) skriver att han inte accepterar den strikta tudelning av intellektuella förmågor som dualister gör, vilka hävdar att det finns två system för representation av verkligheten - en verbal och en bildmässig.

”Still, I would admit that, for most the tasks used by experimental psychologists, linguistic and spatial intelligences provide the principal sources of storage and solution.” (p. 177).

I Paivios (1975) ”dual coding theory” finns det två funktionellt oberoende kognitiva system men med inbördes förbindelse. I det ena (imagery system) sker kognitiva processer med icke-verbal information medan det verbala systemet använder verbal information (se även Broudy, 1987).

Bruner (1980) argumenterar för tre föreställningssystem. Dessa representerar handlingar (enactive representation), bilder (iconic representation) och ord (symbolic). De olika perioder (snarare än stadier) som barn går igenom enligt Bruner beskrivs likadant i ett flertal länder⁸. Han sammanfattar enligt följande:

”What comes out of this picture, rough though I have sketched it, is a view of human beings who have developed three parallel systems for processing information and for representing it — one through manipulation and action, one through perceptual organization and imagery, and one through symbolic apparatus. (472)

Enligt Sandström (1981) är Bruners representationsformer invävda i varandra och inte lika fristående som i Piagets teori, vilket innebär möjligheter att med olika representationssystem kunna lösa samma slags uppgifter.

Antagande/förutsättning 7. Svårigheter att använda spatial förmåga för att lösa uppgifter med rumsligt innehåll kan kompenseras genom användning av alternativa kognitiva strategier, t. ex. verbalt resonande.

Experiment (t. ex. av MacLeod, Hunt & Matthews, 1978, se även Hunt, 1983) visar att personer med höga resultat på tester som mäter verbal förmåga i högre grad använder sig av verbala strategier vid problemlösning än personer med motsvarande höga poäng på spatiala tester. De senare förlitade sig i högre utsträckning på bildföreställningar när de löste samma uppgifter. Resultat

⁸ Utvecklingsperioderna i Bruners beskrivning sammanfaller med Piagets stadier (sensomotoriska, konkreta operationer och formella operationer) liksom med Heinz Werners beskrivning av intellektuell utveckling (Anglin, s. xvii och xviii i Bruner, 1980).

liknande MacLeod m. fl. fick Sternberg och Weil (1980) enligt Kyllonen, Lohman och Woltz (1984).

Det finns kvalitativa studier som visar att det finns personer med hög spatial förmåga, enligt psykometriska tester, som använder sig av verbalt resonerande strategier (Just och Carpenter, 1985; Bethell-Fox och Shepard, 1988).

Hegarty och Kozhevnikov (1999) refererar till Krutetskii (1976) som hävdar att forskning om mentala processer i matematisk problemlösning, har urskiljt tre grupper av individer, de som visualiserar, de som verbaliserar och de som blandar verbalisering och visualisering.

Såväl Magne (1998) som Cornoldi m. fl. (1999) framhåller verbalt tänkande som kompensation för svårigheter i det spatiala tänkandet vid arbete med spatiala eller geometriska uppgifter.

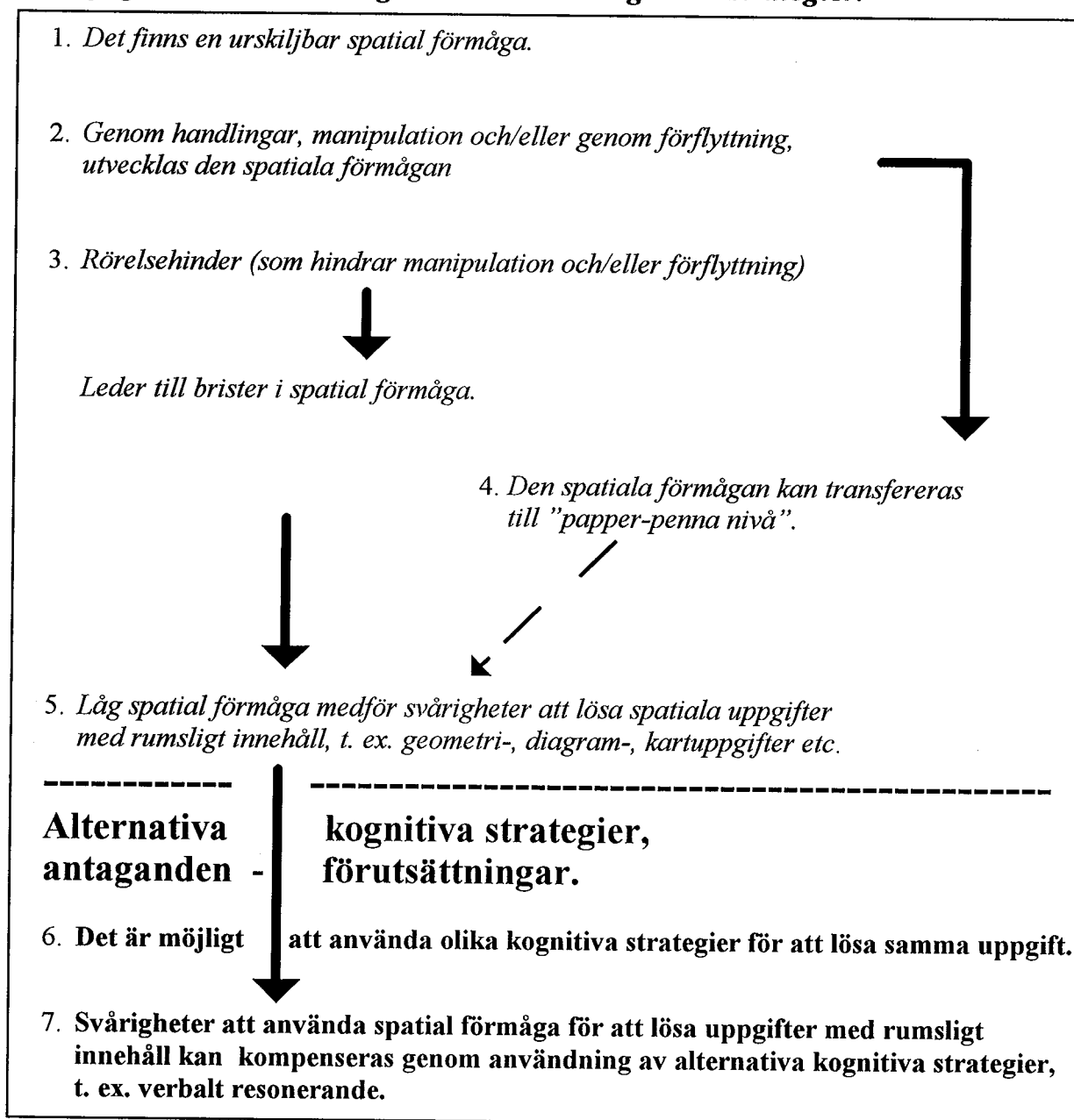
En utvecklingspedagogisk modell

De här redovisade sju antagandena/förutsättningarna kan tillsammans sammanfattas i följande tänkbara modell vilken i avgörande aspekter, dess övre del, bygger på konstruktivistisk teori vilken tydligt utgår från ett utvecklingsperspektiv.

Förståelsen av hur spatial förmåga utvecklas måste förstås över tid och med hänsyn tagen till såväl individens förutsättningar, omgivningen och interaktionen dem emellan. Empirin och det teoretiska stöd som åberopas i denna del av modellen är dock inte alltid resultat eller slutsatser från studier inom ett konstruktivistiskt paradig.

Under strecket, (modellens nedre del) visar på pedagogiska möjligheter att utveckla och använda alternativa kognitiva strategier vid arbete med spatiala uppgifter t. ex. om den spatiala förmågan inte är optimalt utvecklad på grund av rörelsehinder. Därmed sker en förskjutning från det utvecklingspsykologiska intresset om utveckling av en specifik förmåga (här spatial förmåga) till ett pedagogiskt som handlar om förutsättningar att lösa uppgifter mer generellt. Modellens primära intresse blir därmed inte hur en förmåga utvecklas optimalt utan det pedagogiska målet som handlar om att lösa uppgifter av ett visst slag. I vilken mån det är viktigt att lära sig att lösa dessa uppgifter eller ej är inte granskat och bedömt. Däremot är det uppenbart att elever med rörelsehinder möter denna typ av uppgifter under sin skolgång.

Utvecklingspedagogisk⁹ modell: Utveckling av rumslig förmåga, antaganden - förutsättningar baserade på konstruktivistiska grundantaganden samt möjlighet till användning av alternativa kognitiva strategier.



Modellen pekar alltså, utifrån de beskrivna antagandena, på möjligheten att i stället för en spatialt baserad strategi, använda en alternativ kognitiv strategi för att lösa uppgifter med rumsligt innehåll. Hur den verbala/språkliga förmågan utvecklas behandlas däremot inte inom ramen för denna studie.

⁹ Begreppet används för att anknyta utvecklingsperspektivet till en lärandekontext och för att betona pedagogiska möjligheter i en undervisningssituation. Denna kontext i samspel med individens förutsättningar "bestämmer" lärandet. Användningen av begreppet avviker från användningen inom fenomenografisk forskningsansats (se Pramling, 1994).

Spatiala respektive verbala kognitiva strategier representerar två olika sätt att tänka, vilket förutsätts ske med olika slags symbolsystem. Vår indelning av kognitiva strategier eller tänkande vid arbete med spatiala uppgifter liknar Paivios (1975) i hans "dual coding theory", vilken har fått empiriskt stöd inom problemlösningsområdet (se Eysenck, 1995).

I det spatiala tänkandet är symbolformen grafisk i sin karaktär. Att tänka på t. ex. en stol kan innebära att man *spatialt föreställer* sig en konkret stol, eller en prototypisk stol dvs. en stol vilken som helst som uppfyller kriterier för att vara en stol. Det innebär samtidigt en föreställning av hur stolens olika delar förhåller sig rumsligt till varandra. I verbalt tänkande används en *verbal/språklig beteckning*, ordet stol, för föremålet i fråga.

Tänkande och representationer av verkligheten

Hur tänkande sker och hur den rumsliga "verkligheten" representeras, är alltså av centralt intresse i denna studie. Eysenck och Keane (1995) skriver att filosofer, lingvister och psykologer har funderat i århundraden över hur vi representerar världen "i våra huvuden".

Enligt Bengtsson (1986) var det Descartes som införde en radikal dualism, en uppdelning av människan i två oförenliga delar, där verkligheten uppdelas i utsträckt respektive tänkande substans (kropp respektive själ). Enligt denna dualism är mentala representationer åtskilda från den verklighet de representerar. Fenomenologin utgör ett alternativ till denna syn genom t. ex. Merleau-Ponty (1970):

"the psycho-physical event can no longer be conceived after the model of Cartesian physiology and as the juxtaposition of a process in itself and a *cogitatio*. The union of soul and body is not an amalgamation between two mutually external terms, subject and object, brought about by arbitrary decree. It is enacted at every moment of existence". (s. 88-89)

Gibsons (1979) "Ecological approach to visual perception" är en teori om hur information inhämtas (information pickup) i den levda världen och som är icke-dualistisk. Uppfattandet är direkt och sker utan mentala representationer (Åberg-Bengtsson, 1996, Åberg-Bengtsson 1998). Gibson (1979) förnekar dock inte att det finns mentala representationer men menar att filosofer och psykologer har misslyckats med att klargöra vad de menar med representation. Han vänder sig mot begreppets "innehåll" om den sägs "re-representera" verkligheten som den är:

"An imaginary object can undergo an *imaginary* scrutiny, no doubt, but you are not going to discover a new and surprising feature of the object this way. For it is

the very features of the object that your perceptual system has already picked up that constitute your ability to visualize it.” (Gibson, s. 257)

”There is no such a thing as a literal re-representation of an earlier optic array. The scene cannot be reestablished; the array cannot be reconstituted. Some of its invariants can be preserved, but that is all.” (s. 279)

Liksom det finns olika åsikter om vad rummet är och vad spatial förmåga är och i hur stor utsträckning den är medfödd eller förvärvad finns det olika åsikter om hur och i vilken utsträckning vi kan representera verkligheten. Enligt Eysenck och Keane (1995) har visuell föreställningsförmåga varit föremål för studier sedan lång tid tillbaka och redan Aristoteles betraktade ”imagery as the main medium of thought.” (s. 208). Förekomsten av en på visuell grund baserad föreställningsförmåga har alltså varit och är ifrågasatt. Flera teoretiker hävdar att våra representationer helt bygger på idéer och är ”språkliga” även om de inte bygger på ord. Visuella föreställningar existerar enligt denna syn inte som en separat form av mental representation utan kan reduceras till propositionella representationer. Dessa olika synsätt har lett till ”the imagery-propositional debate” (Eysenck och Keane, 1995).

Enligt Marr (1982) började psykologer ta begreppet representation på allvar i och med Shephard och Metzlers (1971) experiment där försökspersoner fick i uppgift att jämföra ritade figurer som liknar varandra och avgöra om de var identiska. Försökspersonernas egna berättelser samt tidsmätningar, vilka visade på linjärt samband med hur många graders vridning som ett objekt hade i jämförelse med ett annat, gav stöd för att försökspersonerna mentalt roterade en motsvarande (analog) figur. Enligt Corballis (1997) var denna upptäckt chockartad för kognitionspsykologer eftersom flertalet kognitionsteorier byggde på analogier av datorer:

”In general, a computational routine implemented on a digital computer to rotate a shape from one orientation to another would not produce a linear function linking the time to complete the transformation to the angle of rotation.” (s. 102)

Mental rotation är ett väletablerat begrepp enligt Mauck och Dehnhardt (1997) och förmågan att göra mentala roteringar anses vara en betydelsefull, rent av central del av spatial förmåga och prototypisk för spatialt tänkande och för demonstration av den sanna naturen av specialisation i höger hemisfär (Corballis, 1997). Forskningen om mental rotation har varit omfattande inom såväl psykologi (se t. ex. Shephard och Metzler, 1971; Cooper, 1975; Cooper, 1976; MacLeod, Hunt och Mathews, 1978; Pylyshyn, 1981; Sternberg och Powell, 1983; Cooper och Shepard, 1984; Just och Carpenter, 1985; Bethell-Fox och Shephard, 1988; Shepard och Metzler, 1988; Kail, 1991; Jolicoeur och Cavanagh, 1992), i neurologiska och neuropsykologiska studier (se t. ex. Deutsch m. fl., 1988;

Dittuno och Mann, 1990; Cook m. fl., 1994; Corballis, 1997), som i experimentella djurstudier (se t. ex. Lurito, Georgakopoulos och Georgopoulos, 1991; Mauck och Dehnhardt, 1997) och beskrivits utgöra ett vetenskapligt ”mental-rotation-paradigm” (Dittuno och Mann, 1990; Cook m. fl., 1994; Corballis, 1997).

Hur den mentala rotationen skall förstås och hur representationen skall beskrivas har debatterats (se t. ex. Cooper, 1975; Pylyshyn, 1981). Enligt Bethell-Fox och Shephard (1988) kan man se en skiljelinje mellan de som anser att det sker en motsvarande (”analog”) mental rotering av ett motsvarande (”analogt”) mentalt objekt och de (främst Pylyshyn) som anser att det handlar om manipulering av symboler och propositioner (se ”the imagery-propositional debate” ovan). Pylyshyn (1981) argumenterar för att debatten främst handlar om huruvida mentala föreställningar (representationer) skall förstås som inneboende transformeringar som inte kräver kunskap om objekten i sig. Eller om dessa representationer och transformeringar skall förstås utifrån tyst kunskap från tidigare erfarenhet av motsvarande manipuleringar i den fysiska världen. Pylyshyn anser att den senare förklaringen är mer trolig.

Hegarty och Kozhevnikov (1999) skriver att senare forskning inom kognitiv psykologi och neurovetenskap skiljer mellan två olika slags visuella föreställningsförmågor. Den ena är spatial medan den andra är visuell. Den spatiala relaterar mellan delar av objekt och objekts rumsliga position eller deras rörelser. Den visuella relaterar till objekts egenskaper t. ex. form och färg.

Kommentarer

Sammanfattningsvis finns det uppenbart olika grundantaganden och teorier angående spatial förmåga och utveckling av denna hos människor samt hur och om den kan representeras mentalt. Dessa teorier och forskningsresultat kan dessutom ofta relateras till skilda filosofiska grundantaganden.

Det finns även experimentella djurförsök vilka understryker rörelsens betydelse för utveckling av rumslig förmåga. Rosenbaum (1991) beskriver ett klassiskt försök av Held (1965) där två kattungar var förbundna till varandra och där den ena kattungen kunde röra sig medan den andra transporterades i en gondol. Båda fick se identiskt samma miljö. Kattungen i gondolen kunde röra sig i denna när det var ljust och när det var mörkt fick den röra sig utanför gondolen. När Held testade kattungarnas förmåga att röra sig i rummet i förhållande till andra objekt visade det sig vara stor skillnad till nackdel för kattungen i gondolen. Enligt Rosenbaum visar detta experiment liksom andra experiment, t. ex. av Hein (1974), att det krävs både koordination av rörelser och visuella intryck av

förändringar för utveckling av en visuo-motorisk förmåga att röra sig i omgivningen.

Tidigare forskning

Tidigare forskning om spatial förmåga hos elever med rörelsehinder

Ett stort antal undersökningar redovisar lägre gruppmedelvärden för elever med rörelsehinder än för andra grupper i spatiala tester (Parsons, 1972; Haskell, 1973; Spain, 74; Cull & Wyke, 1984; Aronsson m fl, 1985; Dorman, 1987; Foreman, Orencas, Nicholas, Morton & Gell, 1989; Wills, Holmbeck, Dillon och McLone, 1990; Fletcher, 1992; Carlsson, 1994; Pirila, Nieminen, Seppänen & Korpola, 1996; Brewer, Moore, & Hiscock, 1997; Butler m. fl., 1999.).

Det finns dock goda skäl att ifrågasätta om tester utformade och standardiserade för barn med ”normala” förutsättningar är tillämpbara på barn med annorlunda förutsättningar (Malmqvist, 2000). Har t. ex. eleverna givits rimliga förutsättningar att få visa sina faktiska spatiala förmågor i dessa undersökningar? Eller har de fått arbeta med material utan motoriska och tidsmässiga anpassningar? Har de som grupp haft samma undervisning som de jämnåriga elever de jämförs med vilket, enligt Ceci (1991), kan påverka deras resultat:

Most of the perceptual skills that have been shown to be under the influence of schooling are indirectly involved in performance on commonly used cognitive tasks (e. g., mental rotation and same-different judgments) and several of these skills are of direct importance for performance on IQ tests (e.g., both abstract visual-spatial reasoning and the ability to make figure-ground distinctions are involved in the Block Design subtest of the Wechsler Intelligence Scale for Children—Revised (WISC-R) and the Raven Progressive Matrices Test). (s. 715)

Om det finns faktiska skillnader i spatial förmåga mellan elever med rörelsehinder, vilka i studierna främst har diagnoser cerebral pares och spina bifida, och elever utan rörelsehinder som inte helt kan förklaras av skillnader i undervisning, anpassning av testinstrument och provsituation. Hur skall i så fall dessa förstås eller förklaras?

Enligt en pedagogisk förklaringsmodell av skolsvårigheter (se Aronsson, Möller och Törnqvist, 1985; Malmqvist, 2000), som bygger på utvecklingspsykologisk teori, kan den nedsatta spatiala förmågan anses bero på hinder för rörelse eller andra indirekta faktorer på grund av ett fysiskt handikapp. Förklaringsmodellen som kan relateras till Piagets teori om spatial utveckling fokuserar de erfarenheter barn/elever får eller hindras få på grund av sitt rörelsehinder:

”Alla dessa brister i erfarenheter och annorlunda erfarenheter kan antas påverka barnens kognitiva, perceptuella, emotionella och sociala utveckling.” (Aronsson, m. fl., 1985, s. 5)

I den medicinska (neuropsykologiska) förklaringsmodell, som dominerar de flesta studierna, framhålls ofta Rourkes ”white matter” skador (myelinskador) i hjärnans högra hemisfär (t. ex. pga hydrocefalus) eller ineffektiva förbindelser mellan hemisfärerna (via corpus callosum) och hänvisar till dennes nonverbal learning syndrome¹⁰ (se t. ex. Ozols och Rourke, 1985; Rourke, 1987; Rourke, 1989). Enligt Rourke (1989) har visuospatiala och visuoperceptuella svårigheter en stor betydelse för de aritmetiska svårigheter som barn med ”non-verbal learning disabilities” har¹¹.

Bland de elever som har ”non verbal learning disabilities” ingår barn med hydrocefalus¹² (Cornoldi, Rigoni, Tressoldi & Vio, 1999; Fletcher et. al, 1992), vilket är vanligt förekommande hos barn med spina bifida, men även förekommer hos barn med cerebral pares. Förklaring till varför följderna vid hydrocefalus så tydligt är lokaliserade till högra hjärnhemisfären skulle enligt Rourke kunna bero på skillnader mellan hemisfärernas organisation och han hänvisar till ”Goldberg och Costa Modellen” (Rourke, 1987). För spatiala svårigheter för barn med hydrocefalus hänvisas också till studier av Stanworth 1970 och Miller och Seth 1971 där dessa framhåller okulo-motoriska och visuella defekter. Barn med syndromet nonverbal learning disabilities, har enligt Rourke (1989) svårigheter med att tolka visu-perceptuell information.

Wills, Holmbeck, Dillon och McLone (1990) för fram en alternativ förklaring till Rourkes NLD (nonverbal learning disabilities) syndrom:

”An alternative explanation relates this ”NLD” pattern of impairment to shunt-pathway lesions of right cerebral areas thought to be critically involved in visual-spatial performance and social-emotional judgment.” (s. 173)

Matematik ett pedagogiskt relevant undersökningsområde

Matematik är ett ämne som beskrivs ha en mycket tydlig anknytning till spatial förmåga i flera avseenden (Piaget, Inhelder och Szeminska, 1960; Gardner, 1983; Del Grande & Morrow, 1993; Hegarty och Kozhevnikov, 1999). Den spatiala förmåga kan ha stor betydelse inom ”läran om rummet” – geometri – men även

¹⁰ Nonverbal Learning Disabilities var titeln på ett kapitel av Myckleburst (1975) som har påverkat inriktningen av forskningen för Rourke och dennes utformning av syndrommodellen (se t. ex. Rourke, 1989).

¹¹ För det påstådda ”sambandet” mellan spatial förmåga och aritmetik se Peterson Miller och Mercer, 1997; Lurija, 1970; Kimhag, 1995, s. 144; Lezak, 1995, s. 35; Montague, 1997.

¹² Fletcher m. fl. (1992) skriver: ”many hydrocephalic children have primary motor handicaps.” Han använde därför tester för att bedöma motor-free spatial skills (se även Spain, 1974).

för arbete med tabeller, diagram, mätuppgifter, mönsteruppgifter, vissa algebrauppgifter etc. För utveckling av spatial förmåga ses rörelseförmågan av många teoretiker och forskare som en förutsättning. Det kan därför ses som pedagogiskt relevant att studera hur elever med rörelsehinder löser matematikuppgifter med ett spatialt innehåll.

Det finns många indikationer på att det matematiska undervisningsområdet är påverkat av konstruktivistisk teori (se t.ex. Runesson, 1999; Kursplanen i matematik SKOLFS, 1993:3) och inte minst av Piagets forskning och teori. Magne (1989) skriver dock att Piagets forskning inom geometriskt tänkande har blivit ifrågasatt i vissa avseenden. Han skriver också:

”in the research literature the current trend is to consider the crucial element in the learning of geometry to be so called higher processes, often called spatial ability, not perception and movement per se.” (s. 19)

Ahlberg (1992) skriver också att forskningsintresset för Piagets teorier om det matematiska tänkandet har minskat samtidigt med ett ökande intresse för informationsprocess-forskning. Ett ökande intresse finns däremot, enligt Ahlberg, för att studera lärande i matematik och utveckling av problemlösningsförmåga med utgångspunkt från olika former av konstruktivistiska förklaringsmodeller.

Ett konstruktivistiskt perspektiv förefaller alltså vara starkt inom den del av matematiken som berör geometri. Detta kommer till uttryck i lärarutbildningslitteratur (se t. ex. Emanuelsson, Johansson och Ryding, 1992) i studiematerialet Täljaren (Hedrén, Hellström, Skoog och Ulin, 1988) och i den matematisk-didaktiska tidskriften *Nämnares* nummer under 90-talet. En konstruktivistisk syn på hur spatial och geometrisk förmåga utvecklas hos yngre barn i det fysiska rummet med fysiska objekt förespråkas av många matematikforskare (Freudenthal, 1973; Van Hiele, 1986; Crowley, 1987). Flera svenska författare, som skriver om geometri, refererar ofta till van Hiele (Dina och Pierre) som till stor del bygger sin teori om barns tänkande i geometri på Piaget och konstruktivistiska grundantaganden. Enligt Magne (1989) beskriver van Hieles dock inte tidigt spatialt eller geometriskt tänkande. De gjorde experimentella studier med barn från 12 års ålder eller äldre. Van Hiele (1986) betonar dock att den grundläggande nivån för att nå högre abstrakta nivåer i geometriskt symboliskt tänkande bygger på ett från början visuellt tänkande från konkreta erfarenheter. Detta sker genom att ”The original visual structures are gradually transformed into abstract structures” vilket van Hiele kallar *transstructuring*. Det visuella tänkandet utvecklas endast om eleverna själva får möjlighet att undersöka rumsliga förhållanden, det går inte att förmedla eller förklara. Detta undersökande kan inte ske genom att eleverna ges problemlösningsuppgifter eftersom eleverna först måste ha utvecklat sin visualiserade förmåga på den första grundläggande nivån genom *exploration*. I

den svenska litteraturen refererar man också ofta till American NCTM¹³ Standards som: "advocates discovery learning via constructivism for teaching mathematics" (Peterson Miller och Mercer, 1997). I det visionära dokumentet *Curriculum and evaluation standards for mathematics* från 1989 finns beskrivningar vad undervisningen skall innehålla och vad som ska betonas. Avseende geometri är den konstruktivistiska synen tydlig:

"In learning geometry, children need to investigate, experiment, and explore with everyday objects and other physical materials. Exercises that ask children to visualize, draw and compare shapes in various positions will help develop their spatial sense. Although a facility with the language of geometry is important, it should not be the focus of the geometry program but rather should grow naturally from exploration and experience. Explorations can range from simple activities to challenging problemsolving situations that develop useful mathematical thinking skills." (NCTM, 1989, p. 48)

Enligt Piagets teori bör brister i spatial förmåga leda till svårigheter vid arbete med matematikuppgifter med rumsligt innehåll. Detta perspektiv kommer också till uttryck i t. ex. NCTM Standards (1989) där betoningen på utveckling av spatial förmåga i matematikundervisning är ett uttryck för en föreställning om att det krävs spatial förmåga för att lösa matematiska uppgifter med rumsligt innehåll. I Standards kallas det matematiska området med denna typ av uppgifter "Geometry and spatial sense" (NCTM Standards, 1989). Denna spatiala förmåga förutsätts kunna utvecklas såväl vid förflyttning som vid manipulering av föremål. Sådana "erfarenheter" bör enligt Standards vara utgångspunkten för undervisningen i lägre årskurser och sättas in i ett geometriskt sammanhang (Del Grande och Morrow, 1993). I Standards finns huvudsakligen referenser till Del Grande (1987) som är en av de två huvudförfattarna samt till Hoffer (1977). I kapitlet "Spatial perception and primary geometry" (Del Grande, 1987) är syftet främst enligt författaren att visa hur geometriskt skolarbete kan stärka och utveckla spatial förmåga hos barn i tidiga skolåldrar. Del Grande refererar främst till Hoffer (1977) och till Piaget och Inhelder (1967) vilkas synsätt visar stor överensstämmelse, vilket kan åskådliggöras med följande citat:

"Hoffer (1977) suggests that a description of concept development especially relevant to geometry pictures first acting on objects, then internalizing the actions, and finally forming conceptual representations (Burger 1988). This process, for which no shortcuts are available, holds for older as well as younger children. Transformation geometry activities are ideally suited to portray both perceptual and representational thinking, since figures and objects are moved physically or mentally in those activities. (Del Grande och Morrow, 1993, s. 4)

Det finns förslag på uppgifter i Standards (se t. ex. Burton, Coburn, Del Grande, Lindquist och Morrow, 1992; Del Grande och Morrow, 1993) där barnen skall

¹³ NCTM är förkortning för National Council of Teachers of Mathematics.

förflytta sig i rummet respektive arbeta med finmotoriska uppgifter samtidigt som de iakttar för att de skall utveckla "spatial sense". Erfarenheter från arbetet med uppgifterna skall ge:

"opportunities to compare objects; classify and arrange them according to such attributes as shape and size; experiment with symmetry and balance; and discover, continue, and create patterns." (Del Grande och Morrow, 1993, s. 4)

Magne (1998) refererar bland annat till Del Grande när han beskriver två förklaringshypoteser för svårigheter med spatialt tänkande hos barn:

"Den första utgår från ett sensomotoriskt antagande, nämligen att elever som misslyckas i sin kognition (geometri) har inneboende störningar i visuell perception och/eller motorik (se J. J. Del Grande, 1987). Den andra tar upp iakttagelser från bl. a. Piaget, Inhelder och Szeminska (1948), Freudenthal (1973) och andra och betonar att det snarare är fråga om ett geometriskt tänkande. Det som skapas finns inom barnets tänkande som abstrakta föreställningar och utvecklas förhoppningsvis till relationer och begrepp." (s. 202)

Magne anser att den enkla förklaringsmodell som Del Grande exemplifierar måste förkastas. I artikeln¹⁴ (Del Grande, 1987) skriver Del Grande utslutande om spatial perception. I Standards däremot betonas spatial sense med en annan betoning och med referens till Del Grande, 1990:

"Spatial sense is often referred to as spatial perception or spatial visualization and can be characterized by a number of such spatial abilities as the ability to imagine movement or spatial displacement by mentally rotating, folding, or in some other way manipulating visual representations of objects." (Del Grande och Morrow, 1993, s. 1)

Enligt Magne (1994) kan dock utvecklingen av formperception och geometriska föreställningar/begrepp hämmas av fysiska och neurologiska skador. Enligt Magne är formuppfattning och geometri lokaliserade till minst ett center i högra hemisfären, han tillägger också att visualisation och manipulerande metoder måste vara viktiga delar i matematisk kognition.

Hegarty och Kozhevnikov (1999) menar att motsägelsefulla resultat från tidigare forskning (Krutetskii, 1976; Lean och Clements, 1981; Presmeg, 1986, 1992) om visu-spatial föreställningsförmåga och matematisk problemlösningsförmåga beror på att man inte har gjort åtskillnad mellan olika slags visu-spatiala föreställningsförmågor:

¹⁴ Kapitlet Rumsuppfattning och geometri i Matematik - ett kommunikationsämne, ett tema nummer i Nämnaren, 1996 (Ahlström m. fl., 1996) är i praktiken en översättning av denna artikel, även om man refererar till NCTM:s Addenda-serie.

”Use of schematic representations is positively related to success in mathematical problem solving, whereas use of pictorial representations is negatively related to success in mathematical problem solving.” (s. 688)

Tidigare forskning om matematisk förmåga hos elever med rörelsehinder

Flera studier visar på förhållandevis låg kunskapsnivå eller låga medelvärdesresultat i matematik för elever med rörelsehinder jämfört med andra elever (Carr och Pearson, 1983; Aronsson m. fl., 1985; Ashmead, O’Hagan, Sandys & Swansons, 1985; Tew, 1986; Norlin, 1990; Wills, Holmbeck, Dillon och McLone, 1990; French, 1995; Frampton, Yude och Goodman, 1998; Butler m. fl., 1999; Van Lieshout och de Moor, 1999).

Variationen är dock ofta stor även inom diagnosgrupper (Carr och Pearson, 1983; Ashmead m. fl., 1985; Greek-Winald, 1991; French, 1995; Malmqvist, 2000). I vår tidigare delstudie (Malmqvist, 2000) fann vi exempelvis elever med höga eller mycket höga resultat på alla typer av kunskapsprov, i alla diagnosgrupper.

Det finns ett stort antal tänkbara orsaker till lägre genomsnitts-resultat i de refererade studierna. I merparten av studierna är provmaterialet inte anpassat till elevernas motoriska förutsättningar. Det är därför inte säkert att elevernas faktiska kunskaper har blivit mätta, vilka ibland uppges vara ”underprestationer” i förhållande till resultat från intelligenstester. Några andra angivna bidragande förklaringar till lägre genomsnittliga matematikresultat i studierna (ovan) var¹⁵:

- * frånvaro från undervisning p.g.a. sjukdomstillstånd, operationer etc.
- * undervisning i specialskola (låg prioritering avseende matematikundervisning.)
- * långsam arbetstakt
- * koncentrationssvårigheter
- * perceptionssvårigheter
- * motoriska (visuo-motoriska, senso-motoriska) svårigheter

Flertalet av de granskade studierna tar endast i mycket begränsad omfattning upp eleverns förutsättningar för lärande i ett längre perspektiv. Elevernas resultat relateras sällan till den undervisning de har deltagit i. Det finns dock studier som visar att undervisningen för elever med rörelsehinder, som grupp, är annorlunda än för elever utan funktionshinder. Matematik prioriteras t. ex. inte i samma utsträckning som läsning (Carr och Pearson, 1983; Wills, Holmbeck, Dillon och McLone, 1990).

¹⁵ Se Malmqvist (2000) för utförligare beskrivning och referenser.

I våra tidigare studier (Malmqvist, 1998; Malmqvist, 2000) fann vi en mycket stor kunskapsmässig spridning bland elever med rörelsehinder, även inom diagnosgrupper, vilken delvis kan förklaras av de skilda förutsättningar som finns för lärande. En anpassad provsituation vilken kompenserade för elevernas motoriska svårigheter ledde till att elevernas genomsnittliga provresultat i nästan samtliga delprov i de tre ingående årskurserna kom i nivå med eller högre än medelvärdena för elever i den nationella utvärderingen UG 95 (Malmqvist, 2000¹⁶). I matematikproven årskurs 5 blev medelresultatet för elever med rörelsehinder med anpassningar 19 poäng. Medelresultatet i UG 95 var 20 poäng. Elevernas resultat i matematik var alltså i nivå med genomsnittsresultat i UG 95 men med en betydande variation.

Det är oklart i vilken utsträckning som elevernas provresultat i den tidigare nämnda forskningen (ovan) har ett rumsligt innehåll. I våra egna studier fanns bara ett fåtal matematikuppgifter med rumsligt innehåll. Det fanns inte underlag att urskilja något ”mönster” för att relatera provresultaten i dessa uppgifter till spatial förmåga. Enligt Dorman (1987), French (1995) och Dise och Lohr (1998) är det en stor variation i förutsättningar för lärande inom diagnosgrupper, vilket gör det mindre troligt att det skulle finnas gemensamma specifika svårigheter för elever från dessa grupper. Medan Dorman och Dise och Lohr enbart relaterar till olikheter i kognitiva funktioner p. g. a. hjärnskador/dysfunktioner så diskuterar French även elevers möjligheter för lärande utifrån deras rörelsehinder (t. ex. möjlighet att manipulera, förflytta sig etc. för att utveckla spatial förmåga).

Sammanfattande slutsatser

Om man skall undersöka förekomst av alternativa kognitiva strategier, förefaller det möjligt och viktigt att undersöka elevers val av strategier vid arbete med matematiska uppgifter med rumsligt innehåll. Enligt kursplanen (SKOLFS 1994:3) är tal och rum grunden för vetenskapen matematiken. ”Strävan skall vara att eleven utvecklar sin tal- och rumsuppfattning...(s. 33)”. I våra tidigare undersökningar (Malmqvist, 1998; Malmqvist, 2000) var provresultat och betyg lägre i matematik än i andra ämnen. Elever med rörelsehinder svarade i högre utsträckning än eleverna i den nationella utvärderingen 1995 (UG 95) att de kände sig osäkra när de mötte en matematikuppgift vilken hade ett delvis rumsligt ”innehåll”. Frågan tog upp elevers självtillit vid arbete med att beräkna ytan på en matta. Matematik var dessutom det ämne som flest elever med rörelsehinder ansåg vara mycket viktigt i båda våra tidigare undersökningar (frågeområde i årskurs 5 enkät).

¹⁶ På grund av redigeringsfel blev en mening felaktig i Malmqvist (2000). Meningen, med de uteblivna orden understrukna, skall lyda: ”När eleverna fick använda den tid de behövde blev ”rh-gruppens” medelvärden i nästan samtliga delprov i de tre årskurserna i nivå med eller högre än medelvärdena i UG 95”. (s. 105)

Den spatiala förmågan kan vara av betydelse vid lösande av matematiska uppgifter vilka har ett rumsligt innehåll. Geometri (läran om rummet) är därför ett viktigt område att undersöka liksom arbete med tabeller, diagram, mätuppgifter, mönsteruppgifter, vissa algebrauppgifter m fl. Det förefaller samtidigt finnas möjligheter för elever att kunna använda ”alternativa kognitiva strategier”.

Det är således, av flera skäl, angeläget att undersöka elevers val av strategier vid arbete med matematiska uppgifter med rumsligt innehåll. Bland de viktigaste skälen återfinns:

- * teoretisk möjlig anknytning mellan rörelsehinder, spatial förmåga och matematisk förmåga.
- * tidigare empiriska resultat avseende spatial förmåga och matematiska kunskaper hos elever med rörelsehinder.

Men det finns därutöver ytterligare ett viktigt skäl vilket kan uttryckas som en:

- * möjlighet att jämföra elevers problemlösningsförmåga och strategival och försöka relatera dessa uppgifter till olika förklaringsmodeller, främst medicinskt-neuropsykologiska gentemot pedagogisk-konstruktivistiska.

De mycket låga provresultaten, hos några elever med rörelsehinder, som beskrevs i vår tidigare studie (Malmqvist, 2000) relaterades till olika förklaringsmodeller. Främst användes två förklaringsmodeller som tidigare har beskrivits av Aronsson, Möller och Törnqvist (1985). De benämns medicinsk respektive pedagogisk och de ger olika förklaringar till skolsvårigheter hos barn med rörelsehinder utifrån olika perspektiv. Dessa perspektiv kan också ses som representanter för olika grundantaganden avseende lärande och kunskap. I den medicinska förklaringsmodellen är det neurologiska faktorer (hjärnskador, dysfunktioner) som orsakar såväl rörelsehinder som skolsvårigheter i skolarbetet. I den pedagogiska förklaringsmodellen fokuseras de brister i erfarenheter som rörelsehinder kan leda till. Erfarenhetsbristerna kan enligt denna modell påverka den kognitiva utvecklingen negativt.

I forskning med användning av den medicinska förklaringsmodellen, inom ett positivistiskt¹⁷ paradigm, relateras oftast skolsvårigheter hos elever med cerebral pares till visuella perceptionssvårigheter:

”Although it is not clear as to why academic performance is lowered in such patients, most researchers have focused upon visual perceptual difficulties as the

¹⁷ Med positivistisk forskning avses fortsättningsvis såväl naturvetenskapligt baserad som naturvetenskapsimiterande forskning (se Lindholm, 1999, s. 118).

most probable source of their learning disabilities (Aliotti, 1980; Sander, 1974).”
(Dorman, 1987, s. 671)

Enligt utvecklingspsykologisk teori, i den pedagogiska förklaringsmodellen tillhörande ett konstruktivistiskt paradigm, kan rörelsehinder leda till låg spatial förmåga vilket kan bidra till skolsvårigheter.

Det är därför angeläget att de rumsliga matematiska uppgifterna ”mäter” perceptuell förmåga så lite som möjligt, helst inte alls, utan i stället ”mäter” spatial förmåga. Uppgifter med rumsligt innehåll innehåller alltid såväl spatiala som perceptuella aspekter (Lezak, 1995). Adler och Holmgren (1997) skriver att ”det *inte* finns några ”rena” spatiala test på samma sätt som det inte heller finns några visuella perceptionstest som bara mäter den förmågan.” (s. 6).

Denna bakgrund har medfört konsekvenser avseende urval av såväl elever, uppgifter och val av metod.

SYFTE

Syftet är att ingående studera elevers med rörelsehinder arbete med matematikuppgifter med rumsligt innehåll för att därigenom försöka urskilja deras kognitiva strategier och relatera dessa till spatial förmåga.

Med referens till den presenterade modellen (sid. 16) konkretiseras syftet i följande frågeställningar:

Vilka kognitiva strategier använder eleverna med rörelsehinder när de löser matematikuppgifter med rumsligt innehåll?

Är elevernas användning av kognitiva strategier, när de löser matematikuppgifter med rumsligt innehåll, relaterade till deras rörelsehinder?

Är elevernas användning av kognitiva strategier, när de löser matematikuppgifter med rumsligt innehåll, relaterade till deras diagnosgruppstillhörighet?

METODIK, UPPLÄGGNING OCH GENOMFÖRANDE

För att uppnå syftet valdes en experimentell design utifrån konstruktivistiska grundantaganden (se Guba och Lincoln, 1994). En kvalitativ experimentell metod användes till att påvisa elevers kognitiva strategier och beskriva dem för att bidra till förståelse för elevers sätt att lösa uppgifter inom ett konstruktivistiskt paradigm. Den skiljer sig därmed markant från traditionella experimentella studier utförda inom de positivistiska och postpositivistiska paradigmen (se Guba och Lincoln, 1994) där föresatsen är att förklara och bevisa utifrån hypotesprövning.

Betoningen ligger på hur eleverna gör spontant, på sitt eget sätt och inte hur de skulle kunna tänkas göra med handledning, extra undervisning, träning etc. utöver den undervisning och andra erfarenheter de har haft. Elevernas tänkande är det centrala intresset där förmågan att klara uppgifter med spatialt innehåll ses utifrån utgångspunkten att elevernas val av kognitiva strategier kan ha samband med deras rörelsehinder.

Kvalitativt experiment

Metoden som har använts kan betecknas som experimentell¹⁸, eftersom eleverna försätts i på förväg utvalda och utformade situationer med syfte att försöka beskriva och förstå deras ”beteende”/strategi. Beteendet består av vad de gör (handlingar) och vad de säger (kommunikation) vilket tillsammans med elevernas skisser och uträkningar ger underlag för en tolkning. Eneroth (1984) beskriver en experimentell metod som han kallar för ett kvalitativt experiment. Den använda metoden i föreliggande studie överensstämmer i väsentliga drag med Eneroths beskrivning och kan därför kallas för ett kvalitativt¹⁹ experiment.

Utprovning av metoden skedde i två mindre ”pilotförsök”. Dels i en kurs i kvalitativ metod när inspelningsteknik och intervju provades, dels när uppgifter utprovades med tre elever utan rörelsehinder i motsvarande åldrar. De tre

¹⁸ Mest kännetecknande för experimentell forskning enligt Cohen och Manion (1992) är att forskaren avsiktligt kontrollerar och manipulerar förutsättningarna för de händelser han är intresserad av. Kaplan (1994) beskriver ett stort antal olika experimentella ansatser och skriver: ”Creating circumstances especially conducive to observation is an experiment” (s. 5047).

¹⁹ Experimentets betoning av påvisande och beskrivande i stället för förklarande och bevisande är de enskilt största skillnaderna gentemot experimentella och quasi-experimentella studier med kvantitativ datainsamling. Denna väsentliga skillnad i utgångspunkt medför ytterligare skillnader i forskningsdesignen. Därför förekommer inte slumpmässiga urval, beroende och oberoende variabler, kontrollgrupp eller anspråk på generaliseringar av resultat. Inte heller kvalitativa designer som deltagande observation eller intervjustudier kan sägas överensstämma med den experimentella karaktären av föreliggande studie (se Eneroth, 1984; Cohen och Manion, 1992; Pedhazur och Pedhazur Schmelkin, 1991; Taylor och Bogdan, 1984).

eleverna utan rörelsehinder deltar inte i undersökningen och deras resultat redovisas därför inte.

De kvalitativa experimenten utfördes under vårterminen 1997. Eleverna intervjuades och videofilmades samtidigt som de arbetade med uppgifterna. Eleverna arbetade med ett flertal uppgifter vid varje besök som varade i cirka 60 - 90 minuter. Eleverna besöktes i sin skola vid 2-6 tillfällen beroende på elevens arbetstakt, arbetspassens längd och möjligheterna att finna relevanta uppgifter till eleven. Det var viktigt att försöka etablera en så "personlig relation" som möjligt för att eleverna i möjligaste mån skulle känna sig trygga och "otvungna" vid experimenttillfället. Vi kallade elevernas arbete med uppgifterna för "intervju", videoutrustning mm lades i en sportväska, "ledig" klädsel användes av intervjuaren och eleverna fick bestämma tidpunkt och plats. Samtliga elever ville göra uppgifterna i skolan, några på ordinarie skoltid. Arbetet med uppgifterna skedde i ett separat rum skilt från övriga elever. Mesta tiden var elev och "intervjuare" ensamma men elevassistenter var närvarande vid några korta tillfällen, främst vid början och slut av experimenten.

Eleverna har uppmanats vid flera tillfällen att använda det arbetssätt som eleven själv anser är det bästa sättet för att lösa uppgifter och som eleven skulle använda även om det inte var en "intervjusituation". Dessutom betonades att vi främst var intresserade av elevens sätt att lösa uppgifter, inte om elevens svar blev rätt. Eleverna har därför tillfrågats om de har förstått vad uppgiften går ut på, de har fått hjälp med att läsa uppgiftstexten, och när det för en del elever har förekommit svåra/okända begrepp har de förklarats för eleven (t. ex. vad en "vridningspunkt" är, en triangel etc.).

Eleverna uppmanades att "tänka" högt så mycket som var möjligt. För att kunna förstå elevens strategier ställdes frågor (*hur tänker du nu?, kan du visa igen?, vad gör du nu etc.*). När eleverna berättade tyst eller otydligt repeterade jag vad eleverna sa för att det sagda skulle bli dokumenterat vid inspelningen, samtidigt fanns det möjlighet att, i interaktionen med eleverna, få respons på om jag hade uppfattat rätt. En elev hade stora talsvårigheter några av eleverna talade av olika orsaker otydligt ibland.

Samtliga elever har utfört handlingar med händerna under stor del av arbetet med uppgifterna, även de tre elever som har stora finmotoriska svårigheter. Handlingarna består bl. a. av gester, pekningar, ritande etc. Vid flera av dessa handlingar är med stor sannolikhet elevens uppmärksamhet "koncentrerad" till den punkt där eleven utför en handling, t. ex. pennspetsen vid ritande vilket underlättar "följandet" av elevens problemlösning (se t. ex. Kosslyn, 1988, s. 1622 som refererar till Downing och Pinker). Dessa handlingar har medverkat till en högre grad av förståelse av hur eleven löser uppgifter. Dessutom har frågor

ställt på grund av elevernas handlingar vilket också har bidragit till förståelse för hur eleverna löser uppgifter. Några elever har i efterhand tillfrågats hur de har tänkt. Videokameran var placerad på stativ och enbart riktad mot elevernas händer och uppgiftsblad för att dokumentera elevernas handlingar, men också för att inte onödigtvis avslöja elevernas identitet.

Användning av videofilmning medför stora fördelar. Genom denna kan komplexa data samlas in och detaljerade analyser kan göras senare (se Connors och Glenn, 1996). Viktiga avsnitt kan "frysas" och återuppspelas flera gånger (Rubin och Rubin, 1995). Möjligheten för andra att ta del av studiens metodik och resultat ökar. Experimentledaren (rapportens författare) har i denna studie helt och hållet kunnat koncentrera sig till att förstå elevernas sätt att lösa uppgifter och ställa frågor, begära förtydliganden etc. Nackdelen med videofilmning kan vara att elevernas beteende påverkas. Kamerans "riktning" mot bordet och elevernas händer, utan att övriga kroppen funnits med i bilden kan dock ha bidragit till en "avdramatisering" i föreliggande studie. Enligt Connors och Glen (1996) finns det belägg för att påverkan från videofilmning inte är större än den påverkan som observatören skapar genom att vara närvarande. En nackdel som tas upp av Connors och Glenn är att "there is a cost in time when using this approach" (s. 149). De hänvisar främst till analysarbetet.

Deltagande elever

Liksom i tidigare studier av Aronsson, Möller och Törnqvist (1985) och Malmqvist (2000) representerar deltagande elever tre olika diagnosgrupper. Gruppindelningen utgår från rörelsehindrets anatomiska ursprung och de tre grupperna är:

CORH (Centralt lokaliserade skador/sjukdomar som Orsakar RörelseHinder), med elever som har skador på intrakraniella centralnervösa strukturer, vanligast är cerebral pares.

SORH (Spinalt lokaliserade skador/sjukdomar som Orsakar RörelseHinder) med elever som har skador i ryggmärgskanalen och ibland "sannolik" påverkan på centrala strukturer. Flertalet elever i denna grupp har ryggmärgsbräck (spina bifida).

PORH (Perifert lokaliserade skador/sjukdomar som Orsakar RörelseHinder) med elever som har skador/sjukdomar belägna mer perifert i nervsystemet eller i strukturer utanför nervsystemet. Som exempel kan nämnas barn med skelettskörhet, muskelsjukdomar eller frånvaro av en eller flera extremiteter.

I samarbete med rh-konsulenter tillfrågades, under vårterminen 1997, nio elever med tidigt förvärvat rörelsehinder om deltagande. Vi bad rh-konsulenterna att ge förslag på elever med avsevärda rörelsehinder²⁰ såväl avseende förflyttning som finmotorik. Vi betonade att det var en fördel om elevernas övriga förutsättningar visade en stor variation (hemförhållanden, studieresultat etc.). Rörelsehindret skulle vara medfött eller mycket tidigt förvärvat (före ett års ålder). Elevernas föräldrar kontaktades muntligt av rh-konsulenter. Rh-konsulenter förmedlade därefter ett brev från oss (bilaga 2, 970205). Vi fick tillgång till namnuppgifter först när föräldrarna själva kontaktade oss. Samtliga tillfrågade tackade ja.

De nio eleverna representerar tre åldersgrupper. I gruppen med de yngsta eleverna deltog tre årskurs tre-elever (YC, YS, YP), i "mellangruppen" åldersmässigt ingick tre årskurs sju-elever (MC, MS, MP). I den äldsta gruppen deltog två elever från gymnasiet andra årskurs (ÄC och ÄS båda naturvetenskapligt program) samt en elev i tredje årskursen (ÄP, Handelsprogrammet).

Elevernas beteckningar i studien är kombinationer av åldersgrupp (Y=yngre, M=mellangrupp, Ä=äldre) och anatomisk lokalisering för rörelsehindrets orsak (C= central, S= Spinal, P= Perifer).

<u>Elev</u>	<u>Förflyttningsförmåga</u>	<u>Manipulerande förmåga</u>
YC	Går, elrullstol, rollator	Stora svårigheter (svårt att skriva)
YS	Rullstol (kan gå med rollator)	Inga svårigheter
YP	Går men mycket långsamt	Inga svårigheter
MC	Rollator / rullstol	Stora svårigheter (kan ej skriva)
MS	Rullstol	Stora svårigheter med ena handen
MP	Permobil	Lindriga svårigheter (kan skriva)
ÄC	Elrullstol / Permobil	Stora svårigheter (svårt att skriva)
ÄS	Rullstol	Inga svårigheter
ÄP	Går	Inga svårigheter

Alla kan förflytta sig självständigt på plant hårt underlag. Avseende rörelseförmåga kan följande tilläggas:

YC kan gå men med dålig balans sedan kort tid tillbaka.

YS har mycket begränsad förflyttningsförmåga med rollator.

YP går mycket långsamt, har genomgått ett flertal ortopediska operationer.

MC tar sig fram med rollator men kan t. ex. inte sätta sig ned på stol utan hjälp.

MS kan skriva med ena handen men med finmotoriska svårigheter.

²⁰ För diskussion om variation avseende rörelse och rörelsehinder se Malmqvist (2000).

MP har ett rörelsehinder som förvärras efterhand, inget rörelsehinder från födseln.

ÄC kan skriva lite med ena handen men med finmotoriska svårigheter.

ÄS rör sig snabbt och obehindrat med god kontroll på plant fast underlag med rullstol.

ÄP rör sig ”obehindrat” och har inte ett rörelsehinder som är tydligt att urskilja, blir fort trött vid finmotoriskt arbete.

YC, MC, MS och ÄC uppges ha visuella perceptionssvårigheter. Eleverna i SORH-gruppen har shunt.

Samtliga elever tillhör vanliga klasser. Några av eleverna har stor del av undervisningen avskilt från klasskamraterna. Eleverna MC och MS t. ex. uppges ha hälften av undervisningen i enskilt rum med elevassistenten som ansvarig för undervisningen. Elev MC är inskriven i särskola. Elev YC har matematik och svenska i liten grupp medan ÄC har extratimmar.

Samtliga elever har under hela eller delar av sin skoltid haft hjälp av elevassistent. Eleverna ÄS och ÄP har dock inte hjälp av elevassistent vid tidpunkten för undersökningen.

Val av uppgifter

Ett stort antal matematikuppgifter från flera uppgiftsmaterial (se bilaga 3) har använts, varav några har varit gemensamma för samtliga elever i studien. Uppgifterna har valts utifrån följande principer:

- * Uppgifterna skall ha ett rumsligt innehåll med teoretisk anknytning till spatial förmåga och rörelsehinder
- * Uppgifterna/uppgiftstypen används i svensk undervisning och provgivning
- * Dokumentation av uppgifterna i studier, utvärderingar etc. finns tillgänglig

Val av uppgifter till enskilda elever gjordes med hänsyn tagen till elevernas årskurstillhörighet och elevernas matematiska förmåga. Samtliga elever har fått arbeta med uppgifter med varierande svårighetsgrad. Även uppgifter som inte följer principerna ovan har använts för att eleverna inte skulle genomskåda studiens syfte. I enstaka fall har uppgifter förändrats när elever har haft svårigheter med en uppgiftstyp, för att svårigheterna skall kunna förstås bättre.

Följande slags uppgifter har eleverna arbetat med: mönsteruppgifter, avläsningsuppgifter (t. ex. termometer, våg, klocka, schema etc.), diagram-

uppgifter, tabelluppgifter, geometriuppgifter, föreställningsuppgifter (t. ex. mental rotation) och textuppgifter med ett ”rumsligt” innehåll.

Ett urval av materialet (ca. 35 timmar videoinspelningar) gjordes. Det förefaller inte finnas matematiska uppgifter där enbart spatial förmåga kan användas, det finns däremot uppgifter där spatial förmåga är mer eller mindre betydelsefull för att de skall kunna lösas. De uppgifter som slutligen ingående analyserades har som gemensamt kännetecken att eleverna vid lösandet av dem inte kan avläsa ett svar direkt. Anledningen till denna avgränsning av uppgifter är att elevers eventuella visu-perceptuella svårigheter inte skall ”förklara” elevers eventuella svårigheter vid arbete med uppgifterna. Enbart visu-perceptuell förmåga är inte tillräcklig för att klara dessa uppgifter men (tillsammans) med visu-spatial förmåga kan uppgifterna förmodligen lösas. Tanken är att om elever med visu-perceptuella svårigheter vid experimenttillfället kan tolka det rumsliga innehållet men därefter får svårigheter att spatialt föreställa sig uppgiftens ”lösning” i en rumslig dimension så återfinns snarare svårigheten i den föreställande spatiala förmågan (se Kosslyn, 1988). Denna spatiala förmåga att föreställa sig förändringar kallas fortsättningsvis för spatialt manipulerande (se t.ex. Gardner, 1983; Jonassen och Grabowski, 1993). Möjligheten till en ”alternativ kognitiv strategi” finns samtidigt. Strategier som bygger på verbalt resonerande förefaller vara ett alternativ (se t. ex. McLeod, Hunt och Mathews, 1978; Hunt, 1983).

Flertalet av eleverna har arbetat med de nitton uppgifter (cirka 120 uppgifter användes i experimenten) som slutligen valdes ut för noggrann analys. Uppgifterna har indelats i följande grupper: mönsteruppgifter, transferuppgifter, roteringsuppgifter och visualiseringsuppgifter. Här följer en kort beskrivning av de fyra kategorierna av uppgifter som är använda. Samtliga provuppgifter finns i bilaga 4. För några provuppgifter finns information (svarsfrekvenser, antal rätt besvarade uppgifter) från de olika undersökningarna/utvärderingarna. Dessa kvantitativa mått presenteras i anslutning till respektive uppgift i bilagan.

Mönsteruppgifterna (M1a - M1c, M2a och M2c i bilaga 4) är hämtade från ”Diagnostiskt material i matematik 2 skolår, 1997” (Skolverket, 1997a), där denna typ av uppgifter utgör en stor del av det totala antalet uppgifter. Avsikten är att pröva rumsuppfattning och känsla för symmetri²¹. I kommentarmaterialet står att flertalet av eleverna som var med och provade ut uppgifterna tyckte att uppgifterna var enkla och roliga. Det fanns dock elever med annan uppfattning:

²¹ M1a-c benämns talmönster och ingår i kunskapsområdet Taluppfattning, tankefärdigheter (Skolverket, 1997a, s. 6)

”Deras prestationer står i stark kontrast till andra elevers, som hade stora problem med mönster och avbildningar och som blev mycket frustrerade av dessa uppgifter. Enligt läraren har dessa elever ofta svårigheter med språket.” (s. 9)

Fyra av de fem uppgifterna består av mönster i rutsystem som inte är avslutade. Elevernas uppgift är att göra färdigt mönstren. Detta kan ske genom att eleverna rumsligt kan föreställa sig en fortsättning av mönstret. Den femte uppgiften (M1c) saknar rutsystem.

Transferuppgifter (T1 - T3 i bilaga 4) kallas här de uppgifter där eleverna får se en figur i en position. Uppgiften kan lösas genom att eleverna föreställer sig att delar av figuren eller hela figuren förflyttas till en annan position. T1 är en fysikuppgift från TIMMS (Third International Mathematics and Science Study, Skolverket, 1996b) med ett rumsligt innehåll och därför använd i denna studie. T2 är en uppgift från området Mätningar²² i TIMMS medan T3 kommer från Diagnostiskt prov åk. 2 1997.

Rotationsuppgifter (R1 - R4 i bilaga 4) innebär att eleven får se en figur i ett läge. Elevens uppgift är att avgöra om denna överensstämmer med någon annan figur som är roterad på något sätt. Roteringen kan ske i ett tvådimensionellt plan eller i en tredimensionell rymd. R1, R2 och R4 användes i TIMMS inom området geometri. För att få ytterligare en roteringsuppgift användes en uppgift från tidskriften Nämnaren. För denna uppgift, som är tänkt att användas i undervisningen, finns inga standardiseringsuppgifter.

Visualiseringsuppgifterna kan delvis lösas genom att eleverna föreställer sig (visualiserar) textens innehåll och utifrån detta gör någon typ av problemlösning t. ex. en beräkning i form av en addition. Uppgifterna är indelade i två grupper. En grupp med uppgifter (Vy1-Vy3 i bilaga 4) för yngre elever och en grupp uppgifter för äldre elever (Vä1-Vä4 i bilaga 4) där uppgifterna är hämtade från en internationell studie (Presmeg och Bergsten, 1995). Vy1 är från Diagnostiskt material åk. 2 och Vy3 från Diagnostiskt material åk. 7, 1997. Vy2 har använts i åk. 2 och åk. 5 (Ljung och Petterson, 1990). Vy3 och Vä3 är ganska ”lika” varandra.

För TIMMS-uppgifterna finns lösningsfrekvens för de olika svarsalternativen för svenska elever från årskurserna 6-8 samt internationella genomsnittsvärden för trettonåringar. Jämförelsedatan består av procentuella andelen elever som har lämnat korrekta respektive felaktiga lösningar.

²² Flera av uppgifterna i TIMMS som betecknas tillhöra ”Mått och mätningar” skulle i Sverige tillhöra kategorin ”Geometri” (Skolverket, 1996c, s. 27).

Analys

Den kvalitativa analysen kan enligt Starrin (1994) betraktas som en företeelse-, egenskaps- och innebördssökande analys. Målet är:

att identifiera a) variationen b) strukturen och/eller c) processen i den identifierade företeelsen, egenskapen eller innebörden.” (s. 21)

vilket är i linje med analysen i föreliggande studie. Elevers val av kognitiva strategier vilka teoretiskt sätts i relation till orsak för rörelsehinder, gör det i första hand betydelsefullt att identifiera och påvisa den variation som förekommer avseende val av strategier. Av värde men underordnat val av strategi är om eleverna klarar att lösa uppgifterna. Genom att sammanställa samtliga elevers val av strategier är förhoppningen att detta svarsmönster visar eventuella kvalitativa samband (se Eneroth, 1984) som kan relateras till elevers förutsättningar i olika avseenden.

Även kvantitativa data förekommer för att ge en utförligare beskrivning av elevernas val av strategier. Det finns även en redovisning av vilka uppgifter som besvaras med rätt eller fel svar. Dessa svar relateras till elevernas val av strategier.

En första preliminär analys gjordes i direkt anslutning till varje videoinspelning. Filmen analyserades kortfattat, och detaljer som uppfattades från experimenten som betydelsefulla för en senare analys tecknades ner. Även ”kringuppgifter” av betydelse för elevernas lärande som inte registrerades av videokameran skrevs ner i efterhand (t. ex. elevers sätt att förflytta sig).

Till arbetet med huvudanalysen, som genomfördes när samtliga experiment var genomförda, konstruerades en matris (se bilaga 5). Underlag för analys av elevernas problemlösningstrategier har varit skriftlig dokumentation från eleverna (t. ex. skisser och uträkningar), elevernas muntliga utsagor när eleverna löste uppgifter, svar på mina frågor och elevernas handlingar vid lösandet av uppgifter. Dessutom har de tre gymnasieeleverna konfronterats med färdiga problemlösningförslag, erhållna vid en tidigare internationell studie, för uppgifterna Vål - Vål4 (Presmeg och Bergsten, 1995). Eleverna fick markera om något av förslagen, vilka skilde sig avseende verbalt respektive visu-spatialt innehåll, överensstämde med deras egna sätt att lösa uppgifterna. Även denna typ av metakognitiva ställningstaganden / reflektioner har videofilmats och analyserats på motsvarande sätt som när eleverna löste uppgifterna.

Analysarbetet har skett konsekvent enligt följande arbetsordning. Först analyserades hur elever utan rörelsehinder löste uppgifter, därefter analyserades övriga elevers sätt att lösa uppgiften. Mönsteruppgifterna analyserades först, därefter i tur och ordning transferuppgifter, rotationsuppgifter och visualiseringsuppgifter. Visualiseringsuppgifterna för äldre elever (Vä1 - Vä4) analyserades sist.

Arbetsgången vid analys av enskilda uppgifter har varit följande:

1. Allt som sades skrevs ner ordagrant i en text under matrisen
2. Alla handlingar som gjordes beskrevs och fördes in i rätt sammanhang i texten under matrisen
3. Indikationer²³ på att eleven använder en spatialt manipulerande strategi fördes in i matrisen i fälten för handlingar respektive kommunikation.
4. Indikationer på att eleven använde en verbalt resonerande strategi fördes in i matrisen i fälten för handlingar respektive kommunikation.
5. Uppgiften spelades upp på nytt och hela problemlösningstrategin analyserades med utgångspunkt från de tidigare analysstegen.
6. Tolkning.

Visualiseringsuppgifterna för äldre elever (Vä1-Vä4) krävde ytterligare analyssteg motsvarande punkterna 1 - 4 ovan och tillsammans med elevens svar gjordes en slutlig tolkning.

Kognitiva strategier och indikationer

Det är svårt att göra en tydlig avgränsning mellan användning av spatialt manipulerande strategier respektive verbalt resonerande strategier. Arbetet med en uppgift, för en elev, tar i regel ett flertal minuter (analysarbetet för motsvarande uppgift kan räknas i timmar). Allt vad som eleven tänker kommer inte till uttryck via tal eller motoriska handlingar. När eleverna löser uppgifter kommer förmodligen båda strategierna till användning under någon del av arbetet utan att det finns möjlighet att upptäcka "säkra" indikationer. Det finns dock ofta tydliga indikationer på vilken strategi som eleven slutligen använder sig av för att komma fram till sitt svar (se kapitlet Resultat vilket innehåller åskådliggörande exempel).

²³ Det är nödvändigt med försiktighet vid analys och tolkning av hur eleverna tänker vid experimenten. Begreppet indikation har använts eftersom det betecknar ett tecken på något som styrker men som inte med absolut säkerhet kan hävdas vid en viss tidpunkt och/eller situation. Ett flertal sådana tecken/indikationer eller särskilt tydliga tecken/indikationer ger ett säkrare underlag för tolkningar.

Vid analysarbetet har indikationer över använda strategier förts in i matriser (se bilaga 5). Indikationerna för spatialt manipulerande respektive verbalt resonerande kognitiva strategier härleds från kommunikativa respektive motoriska handlingar. Indikationer som finns införda som exemplifieringar i matriserna är främst valda för att de är särskilt tydliga och/eller för att de återfinns i ett för provlösningen (elevens svar) viktigt eller avgörande skede. Det finns i flertalet fall flera indikationer som pekar i samma riktning utan att dessa har lyfts in i matriserna. De har dock haft betydelse för den slutliga tolkningen.

De båda strategierna, vad som kännetecknar indikationer för respektive kognitiv strategi samt exempel på sådana indikationer kan beskrivas enligt följande:

Spatialt manipulerande kognitiv strategi innebär att eleven använder sig av en grafisk föreställning av objekt som mentalt manipuleras, vilket sker i en rumslig dimension. Föreställd manipulation avser t. ex. förändringar i form, storlek, förflyttning, rotering etc.

Indikationer kännetecknas av att eleverna berättar och/eller beskriver alternativt med rörelser visar att de använder grafiska föreställningar där objekt manipuleras i en spatial dimension. Tänkandet anknyter direkt till objektets spatiala egenskaper i en rumslig dimension. Konkret innebär det att elever förhållandevis ofta beskriver ett mönster, en ”rörelse” etc. och beskriver sitt lösningsförslag som att det ”ser så ut”. Med rörelser skissas (ibland ”skissas” med penna) ett översiktligt huvuddrag i mönstret. Eleverna visar t. ex. hur ett objekt förskjuts/förflyttas från en position till en annan.

Exemplifieringar av indikationer för de olika uppgiftstyperna vid lösande med spatial manipulerande kognitiv strategi är för:

1. mönsteruppgifter — att elever berättar om mönstret, följer det med rörelser och skisserar i stora drag en fortsättning. Elevernas beskrivningar relateras till en ”helhetsbild”/”gestalt” av hela mönstret.
2. rotationsuppgifter — att elever berättar om hur en vridning av en figur skall ske och/eller med handrörelser visar figurens vridning.
3. transferuppgifter — att elever ritat ett objekt i en position för att det ”ser ut” som att det skall vara där enligt elevens beskrivningar. Med rörelser pekas en ”ungefärlig” position ut innan objektet ritas in.
4. visualiseringsuppgifter — att eleven med verbal beskrivning och rörelser (och ritade figurer) beskriver de i texten angivna rumsliga förhållandena. Med dessa därigenom konkretiserade rumsliga förhållanden, utifrån de abstrakt uttryckta förutsättningarna i uppgiften, löser eleven uppgiften.

Verbalt resonerande kognitiv strategi innebär att eleven använder språkliga symboler (ord, tal) för objekten och för rumsliga förhållanden (uttryck t. ex. i enheter som centimeter, kolumner, rutor). Eleven resonerar sig fram till ett svar genom att dra slutsatser utifrån till exempel beräkningar, användning av uteslutningsmetoder och räkneoperationer.

Indikationer kännetecknas av att eleverna berättar och/eller beskriver alternativt med rörelser visar att de använder språkliga symboler för objekten och rumsliga förhållanden när de resonerar sig fram till ett svar. I tänkandet saknas direkt koppling mellan symbolen och de spatiala egenskaper hos det som symbolen betecknar. Konkret innebär det att elever ofta noggrant/detaljerat mäter/räknar enheter för att få fram ett mått på avståndet mellan två närliggande objekt. Eleven fastslår/"bevisar" utifrån en tidigare beräkning i uppgiften att en ny position/mönsterdel "måste bli" t. ex. fyra rutor fram och två rutor ned. Elevens motoriska handlingar följer beräkningar som görs t. ex. genom att pennan förs från ruta till ruta utifrån beräkningen.

Exemplifieringar av indikationer för de olika uppgiftstyperna vid lösande med verbalt resonerande kognitiv strategi är för:

1. mönsteruppgifter — att eleven räknar ut var nästa del i mönstret skall placeras utifrån tidigare givna avstånd. Beräkningen sker med t. ex. linjal eller med hjälp av rutor i rutsystem. Mönstret byggs "del för del" utan hänvisning till det övergripande mönstret i uppgiften. Eleven berättar att nästa del/ruta i mönstret som ska fyllas i är den ruta som är två rutor längre fram och en ruta upp.
2. rotationsuppgifter — att elever berättar eller genom motoriska handlingar visar att en figur efter ett halvt varvs vridning måste ha en viss del riktad neråt eftersom den före vridningen var riktad uppåt. Motoriska handlingar i sådana fall beskriver inte att eller hur figuren vrids utan relateras enbart till utgångspositionen och slutpositionen.
3. transferuppgifter — att ett objekts utgångsposition blir uppmätt med linjal alt. framräknat med hjälp av rutor i rutsystem eller avläst i förhållande till någon skala. Med dessa taluppgifter som grund beräknas den nya position som objektet skall finnas på.
4. visualiseringsuppgifter — att eleverna med sifferuppgifter i uppgiften räknar ut sitt svar. Matematiska regler och uppställningar används för uträkningar utan att rumsliga förhållanden, som siffror och tal kan stå för, konkretiseras.

Tolkning

Hela problemlösningsprocessen beaktas med utgångspunkt i funna indikationer och med målet att förstå hur eleven har tänkt, avseende val av kognitiva strategier, för att nå fram till sitt svar. Av avgörande betydelse i analysarbetet är om den kognitiva strategi som indikeras av elevens handlingar kan förstås och ses som möjlig och relevant för den problemlösning och det svar som eleven lämnar. I denna analysprocess blir min förståelse för elevens sätt att tänka betydelsefull för tolkningen. Följande exempel får belysa detta:

- Indikationer pekar på att eleven använder spatialt manipulerande strategi och inte verbalt resonerande strategi. Jag försöker imitera tillvägagångssätt och tänkande. Om jag därigenom kan nå fram till samma resultat, talar det för att eleven kan ha använt detta tänkande. Ytterligare stöd för denna tolkning fås när det framstår som ologiskt att eleven använt en annan verbalt resonerande strategi utifrån funna indikationer och med hänsyn tagen till hela problemlösningsprocessen.
- Omvänt gäller om indikationer pekar på att eleven använt verbalt resonerande strategi och inte en spatialt manipulerande strategi. Om en spatial föreställning av ett objekt samt spatial manipulering av densamma inte ses som nödvändig för elevens svar, kan det i detta sammanhang tala för att verbalt resonerande har använts.

I vilken mån eleverna bedöms vara konsekventa påverkar tolkningen av elevers val av kognitiva strategier liksom även mängden av indikationer. I de fall elever upprepade gånger går tillväga på samma sätt vid arbete med en och samma uppgift medverkar det till en högre grad av tillförlitlighet. När till exempel en elev upprepade gånger tydligt upprepar vissa rörelsemönster (rör hand medurs, följer mönster med finger etc.) minskar möjligheten att dessa icke-verbala handlingar sker av en tillfällighet. Denna grad av konsekvens uppmärksammas under problemlösningen men även i direkt anslutning till (i efterhand) när eleven ombeds beskriva/klargöra. I några fall finns en ytterligare möjlighet att undersöka om eleverna är konsekventa i sina beskrivningar. Det är när eleverna konfronteras med redan existerande problemlösningar för VÄ-uppgifterna.

Även i vilken mån eleven under arbetets gång har lätt respektive svårt för att uttrycka med ord sitt tänkande påverkar tolkningen. Under experimentens gång påverkas eleverna att verbalisera, eftersom de ombeds berätta hur de tänker, även utifrån de motoriska handlingar som observeras. När elever har svårt att finna ord (verbalisera) sina handlingar ses detta ofta som ett stöd för användning av spatialt manipulerande strategier.

KVALITET OCH TROVÄRDIGHET

Rubin och Rubin (1995) framhåller att:

Most indicators of validity and reliability do not fit qualitative research. Trying to apply these indicators to qualitative work distracts more than it clarifies. (s. 85)

Ovsett vilka beteckningar som används för att bedöma en studies resultat är det viktiga om resultaten kan anses tillförlitliga eller ej (se Runesson, 1999). Studien syftar främst till att påvisa val av kognitiva strategier vilket medför att resultatredovisningen och analys domineras av kvalitativa data vilka har identifierats, beskrivits, kategoriserats och tolkats.

En förutsättning för bedömning av en studies kvalitet är dess grad av intersubjektivitet. Intersubjektivitet handlar enligt Eneroth (1984) om att en utomstående person ska kunna förstå hur man med en viss metod kunnat samla in, tolka och sammanfatta data.

Intersubjektiviteten har prövats i några fall. Intersubjektiviteten bedömdes som god utifrån de diskussioner som fördes efter beskrivning av metodik, uppspelning av videoavsnitt från experimenten samt redovisning av tolkningar av elevers lösningsstrategier. Vid ett sådant tillfälle prövade tre personer (studiens författare, projektledaren för projektet samt en doktorand som arbetar med ett forskningsprojekt med elever med funktionshinder), var för sig, att göra analyser utifrån sekvenser från videoupptagningarna.

Studiens syfte är, i enlighet med kvalitativa studiers natur, att försöka påvisa och analysera val av strategier inte att ”bevisa” utifrån hypotesprövning. Taylor och Bogdan (1984) skriver:

”The qualitative researcher can probably demonstrate plausible support for conclusions and interpretations, but never prove them.” (s. 139-140)

Som underlag för tolkningen av elevers val av strategier har följande uttryckskategorier använts:

- * Elevers handlingar
- * Elevers utsagor
- * Elevers produkter (uppställningar, figurer etc.)

samt för de äldre eleverna:

- * Elevers i efterhand gjorda metakognitiva bedömningar av val av metod.

För att göra tolkningar finns enligt Sjöström (1994) ingen metod. I stället krävs erfarenhet, kreativitet och fantasi. Sjöström betonar vikten av att tolkningar prövas genom att aktivt söka bestrida dessa med andra möjliga tolkningar.

Ett sådant "bestridande" tillvägagångssätt har använts konsekvent under analysprocessen. När tolkningen har pekat på användning av t. ex. en spatialt manipulerande strategi, har även prövats om det finns indikationer som pekar på användning av verbalt resonerande strategi och om en alternativ tolkning kan ses som logisk eller ej (se s. 40, exempel med indikationer). Tolkningar har relaterats till alternativa tolkningar och bedömningar har gjorts utifrån om tolkningarna kan ses som logiska och rimliga för mig som tolkare. Tolkningarna är också i hög grad beroende av tolkarens inlevelseförmåga. Jämförelsen med de äldsta elevernas bedömning av sitt egna tänkande ger ett visst stöd åt att en sådan inlevelseförmåga, åtminstone till viss del, har funnits under tolkningsprocessen.

När indikationer i de olika uttryckskategorierna pekar mot samma strategi kan de tillsammans bidra till större tillförlitlighet, ett slags "converging evidence" med Eysencks och Keanes (1995) terminologi.

De tre äldsta elevernas (ÄC, ÄS och ÄP) bedömning av vilken uppgiftslösning som bäst överensstämde med hur de själva hade "tänkt" i uppgifterna VÄ1-VÄ4 visade i hög grad överensstämmelse med tolkningen utifrån deras handlingar, utsagor och produkter. Av tolv gjorda jämförelser visade nio god överensstämmelse mellan tolkning och elevens egen bedömning.

För en uppgift saknades tillräckligt underlag (handlingar och tal) för tolkning av elevens strategi. Eleven avbröt arbetet med uppgiften efter en kort stund. Elevens egen bedömning av använd strategi är redovisad i resultatet (uppgift VÄ2 för elev ÄP).

I två jämförelser skilde sig tolkning och elevernas bedömningar åt. I det ena fallet relateras min tolkning till den inledande fasen i elevens uppgiftslösning, där elevens handlingar indikerade användning av spatial manipulativ strategi. Han visade med handrörelser "luftvägen" såväl lodrätt som vertikalt för luftballongen i exemplet vilket tolkades som att han använde sig av en visuell föreställning. Eleven markerar i stället en lösning med avsaknad av sådan strategi vilket kan relateras till slutfasen av elevens arbete med uppgiften. Elevens egen bedömning av strategival har fått företräde i resultatdelen (uppgift VÄ1 för elev ÄP).

I det andra fallet visar uppgifter att eleven (elev ÄC) förväxlar uppgiften (VÄ3) med en annan snarlik uppgift (VÄ2) vid elevens granskning av sitt eget strategival. Detta förklarar med stor sannolikhet skillnaden mellan tolkning och elevens egen bedömning. Eftersom eleven spontant uppgav vid ett senare tillfälle (när han "möter" den snarlika uppgiften) att han hade misstagit sig så har min bedömning av strategi fått tolkningsföreträde (uppgift VÄ3 för elev ÄC).

RESULTAT

Först i detta kapitel finns exempel i form av utdrag från elevernas arbete med de olika uppgiftstyperna i de kvalitativa experimenten. Utdragen²⁴ från experimenten (från matriserna) har "förenklats" och redovisas för att exemplifiera och förtydliga skillnader mellan strategier. För varje uppgiftstyp (Mönster, Transfer, Rotering, Visualisering) beskrivs såväl en spatialt manipulativ strategi som en verbalt resonerande strategi. Dessa är enbart valda utifrån kriteriet att påvisa sannolik förekomst av en använd strategi under studien. Direkta citat markeras med kursiv stil i utdragen. Samtliga elever finns representerade i detta avsnitt.

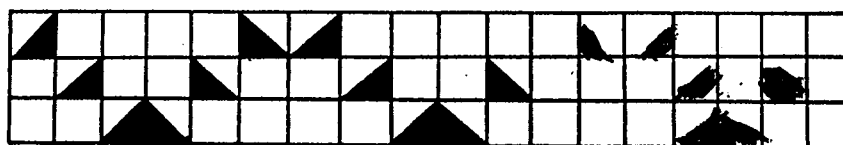
I det därpå följande avsnittet finns illustrativa exempel av varje uppgiftstyp för de två elever som har stora visuella perceptionssvårigheter.

Sist i detta kapitel finns ett sammanfattande avsnitt av samtliga elevers arbete med uppgifterna. Sammanställningar av elevernas strategier återfinns i tabeller och i en översiktlig matris (se sidan 65) där kvalitativa data har "kvantifierats". Matrisen som bygger på uppgifter från 111 analyser där indikationer för att en strategi har använts, har utgjort grunden för tolkningen. I dessa sammanställningar framgår även i vilken utsträckning som eleverna kommer fram till rätt svar vid arbetet med uppgifterna.

Beskrivningar av elevers kognitiva strategier

Alternativa kognitiva strategier vid arbete med mönsteruppgifter

Elev ÄP använder en spatialt manipulativ strategi när han arbetar med uppgift M2c. Eleven skall fylla i fortsättningen på ett påbörjat mönster. Hans lösning blev så här:



d	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
c	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	
b	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	
a		b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s

²⁴ I bilaga 5 finns det fullständiga icke "förenklade" underlaget som har legat till grund för tolkningar. I bilagan finns dessutom matriserna i sin helhet. En kortfattad läsanvisning inleder bilagan.

Eleven för pennan till uppgiftens vänstra del och för pennan diagonalt utmed mönster (rutorna 1-20-39 och 40- 23-6 och 7-26) och säger *ja just det och man kan upptäcka ett mönster*

eleven för pennan till ruta 12, något senare till ruta 13 och ritar där en triangel

På frågan varför han gör så säger eleven *för att det är så* och för samtidigt pennan diagonalt i rutorna 7-26-45, han ritar sedan en triangel i ruta 14 och säger *det är svårt att förklara*

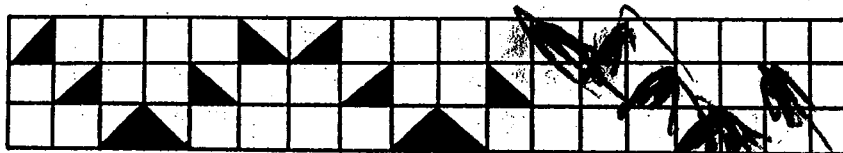
på frågan vilken han utgick från säger eleven *jag utgick från dom* och eleven för pennan till ruta 7 och sedan till ruta 13.

eleven för pennan till ruta 29 och efter ha gjort några "pennrörelser" ritar han triangeln i ruta 33, sedan triangeln i ruta 35, därefter trianglarna i rutorna 51 och 52, han säger att nu ritar han inte världens snyggaste och *så nånting om jag fattar rätt*

jag säger att jag hängde med till ett avsnitt och eleven säger *mm men det ser ju likadant ut där* och eleven för pennan till ruta 26-20 och upp till rutorna 6 och 7 sedan diagonalt nedåt höger över rutorna 45 och 46 och över rutorna 50 och 51 till ruta 35

Uppgiften ligger kvar på bordet under en kort paus och medan jag tar fram nästa uppgift. Eleven gör inga försök att ändra

Elev YC använder i stället en verbalt resonerande strategi vid arbete med samma uppgift. Hans lösning blev så här:



Eleven börjar med att rita trianglar i rutorna 12 och 13. På frågan på hur han kom på att han skulle göra så pekar han på ruta 23 och säger *den ä den* och pekar sedan på ruta 29. Han fortsätter med att säga *ä ett den är* medan han pekar diagonalt utmed rutorna 29 och 12-13. Han ritar därefter triangel i ruta 32. Han får då frågan varför han gjorde så. Han för pennan till triangeln i ruta 26 och säger *och den är lika* efter han har pekat på triangeln i ruta 32.

Eleven ritar därefter trianglar i rutorna 51, 52 och 35. Han får frågan hur han visste var han skulle rita "den" han ritade sist (triangel i ruta 35).

Eleven säger att han *kollade på dom* och pekar på rutorna 27 och 28 och pekar sedan på rutorna 30 och 31. När jag upprepade frågan pekar han först på rutorna 30 och 31 pekar sedan på 27 och 28 och sedan fram och tillbaka mellan dessa "ställen".

Jag ställer ytterligare frågor. Eleven säger att han tittar först (pekar mot rutorna 24 och 25, men håller penna över rutorna 42 och 43) och pekar därefter på ruta 27 (håller penna över ruta 45).

Jag säger *du tittar först där* och eleven säger *sen mäter man två där mellan* samtidigt som han pekar på rutorna 27 och 28. På frågan om han räknar rutorna "emellan" säger eleven *det är två rutor där, då ska två rutor*. Samtidigt för eleven ett finger till rutorna 27, 28 och därefter till rutorna 33, 34.

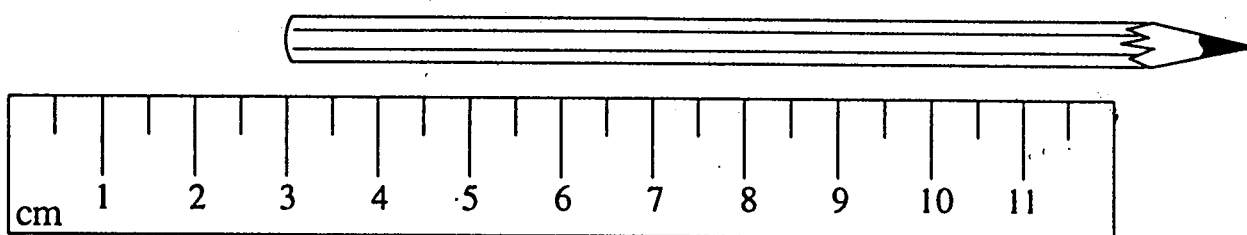
De båda elevernas strategier för att lösa uppgifterna skiljer sig tydligt åt. Elev ÄP berättar att det finns ett mönster vilket han följer med pennan. Han har svårt för att förklara varför han ritar mönstret som han gör - "det är svårt att förklara". Han gör jämförelser och säger att det ser likadant ut. Fortsättningen på mönstret avviker utseendemässigt från det förtryckta och avslutas en kolumn för tidigt.

Elev YC talar om vilken "triangel" han ritar av och räknar hur många rutor det skall vara mellan trianglarna. Även hans mönster avslutas en kolumn för tidigt men mönstrets fortsättning överensstämmer med det förtryckta mönstret.

Sammanfattningsvis förefaller ÄP använda sig av en spatial föreställning av hur mönstrets fortsättning ska se ut medan elev YC resonerar sig fram till hur mönstret måste bli. Inget av elevernas svar är korrekt.

Alternativa kognitiva strategier vid arbete med transferuppgifter

T2 är en mätningssuppgift där eleven skall komma fram till längden av en penna:



Ungefär hur lång är pennan i figuren?

A. 9 cm

B. 10,5 cm

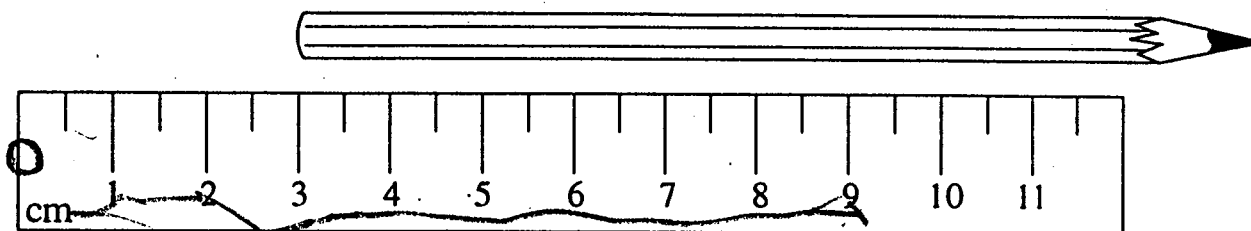
C. 12 cm

D. 13,5 cm

YP använder en verbalt resonerande strategi.

Hon säger att hon tror att det är alternativ D. På frågan hur hon kom fram till det säger hon *för det är liksom tolv* samtidigt som hon pekar på linjalens 11 cm-markering och sedan pekar på linjalens ände. Hon säger *där är ju tolv* och jämför därefter de olika alternativen under uppgiften och säger *ja sen tog jag det* (alternativ D vilken är det enda alternativ som är större än 12 cm).

Elev YC använder en spatialt manipulativ strategi för samma uppgift:



Eleven säger att pennan är tio centimeter. På frågan hur han kom fram till det säger han *jag tänkte att pennan la dit så var det tio*. Samtidigt visar han med en rörelse hur den ritade pennans ände ska "föras" till linjalens vänstra ände - till linjalens "nollpunkt".

Eftersom allt gick fort och elevens tal var svårt att uppfatta bad jag honom berätta en gång till. Han säger då *jag tänkte penna va där så mätte penna så var det tio*. Denna gång förde han återigen sitt finger till linjalens vänstra ände men förde därefter sitt finger utmed fingret utmed linjalen till 10 cm-strecket.

Svårigheten för mig att förstå under experimentet gjorde att jag bad honom ytterligare en gång, och ännu mer noggrant, att förklara för mig. Eleven förklarar igen men utgår först från vart pennans spets skall hamna och därefter hur långt åt vänster som linjalen hamnar. Denna gång visar eleven att pennans vänstra ände skall placeras med början från 1 cm -strecket.

Eleven ombads förklara varför den skulle placeras vid 1 cm -strecket. Eleven säger att den ska börja där eftersom det står 1 där. Förklaringen till detta är enligt eleven att det finns ingen markering för 0 cm. Jag säger att jag kan skriva dit en nolla om han visar var den ska vara, vilket blir vid den ritade linjalens vänstra ände. Jag frågar om det blir någon skillnad och eleven svarar *ja, för pennan nie*.

Jag ber eleven visa vilka centimeter han räknar med genom att t ex markera för att jag skall förstå hur han tänker. Eleven ritar då en linje från 9 cm- strecket ner till cirka en halv centimeter från linjalens vänstra ände.

Jag tar med pekfinger-tumme ett "låtsasgrepp" över den ritade pennan och "låtsaslyfter" pennan till linjalens vänstra ände och frågar om det är så han har gjort. Eleven svarar *ja*.

Efter vi egentligen har lämnat uppgiften frågar jag om eleven tänkte att han flyttade pennan eller linjalen eller om det var något annat sätt som han löste uppgiften på. Eleven svarade då att han flyttade pennan.

De båda exemplen visar tydligt två olika strategier för att lösa uppgiften. Elev YP läser först av pennans längd på linjalen. Hon konstaterar att eftersom pennan måste vara längre än 12 cm lång så måste det vara alternativ D (13,5 cm.).

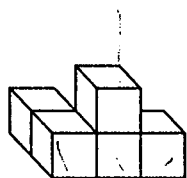
Elev YC däremot berättar och visar hur pennan måste föras till linjalens vänstra del för att kunna mätas. Eleven kommer fram till att pennan är 9 cm lång.

Sammanfattningsvis förefaller YP använda sig av en verbalt resonerande strategi där hon utesluter alla alternativ som är 12 cm eller kortare efter att ha gjort en avläsning. Elev YC däremot förefaller föreställa sig spatialt att pennan förflyttas, dvs. använder sig av en spatialt manipulerande strategi för att kunna bedöma hur lång den är. Ingen av eleverna kommer fram till ett korrekt svar.

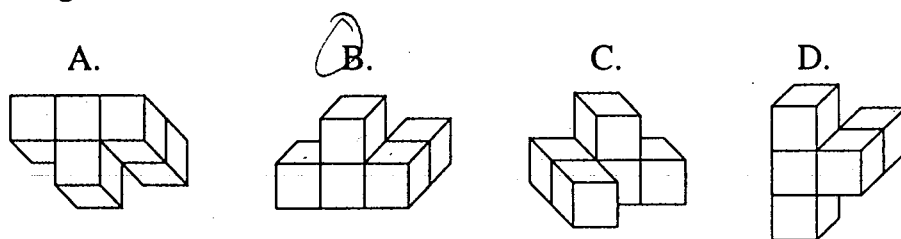
Alternativa kognitiva strategier vid arbete med roteringsuppgifter

Elev YP väljer konsekvent en verbalt resonerande strategi när hon försöker lösa roteringsuppgifterna. Hon kommer fram till att alternativ B är rätt lösning när hon arbetar med uppgift R2.

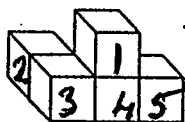
Figuren kan vridas och vändas till olika lägen.



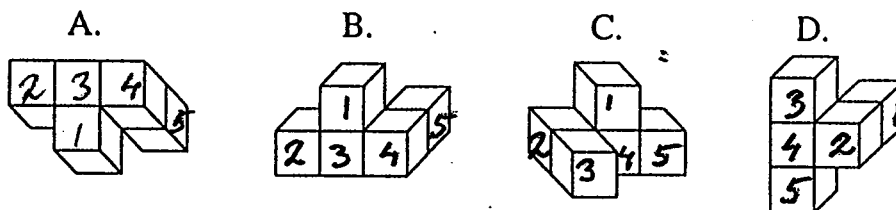
Vilken figur kan man erhålla?



Jag säger att figuren överst kan vridas och vändas på olika sätt för att bli som en av figurerna A-D. Eleven säger att det är B.



Vilken figur kan man erhålla?

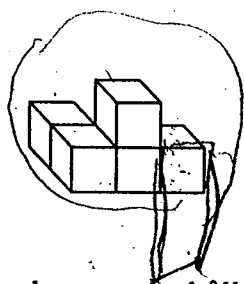


På frågan hur hon kom fram till det säger hon *jag tänkte det är en där och så är det två där och så är det två där uppe*. När eleven gör denna jämförelse så pekar hon samtidigt på kubernas placering i de två figurerna (övre figuren och B) där:

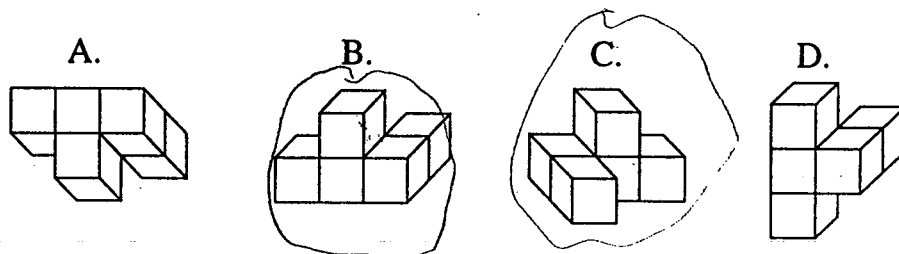
- * ruta 2 i figur B ska motsvaras av ruta 5 i övre figuren
- * rutorna 4 och 5 i figur B ska motsvaras av rutorna 2 och 3 i övre figuren
- * rutorna 1 och 3 i figur B ska motsvaras av rutorna 1 och 4 i övre figuren enligt eleven.

Eleven säger sedan *kan liksom inte vara den (D) och det kan ju vara den (A) och den (B). Jag gissar på den (B)*.

Elev MS använder en spatialt manipulerande strategi för samma uppgift.



Vilken figur kan man erhålla?



Han säger att han tror att det är figur C. På frågan varför tvekar han och säger att det också kan vara figur A.

Han säger *om jag vrider den (B) ett helt varv så kan det vara den* (övre figuren). Han säger därefter *men om jag vrider den (övre figuren) ett halvt varv skulle det kunna vara den (C)*.

Jag ber honom visa mig som han gjorde på den föregående uppgiften R1 (den gången spontant utan uppmaning) om han kan visa mig hur den vrids.

Eleven bestämmer sig för figur B och visar hur den övre figuren vrids genom att rita en båge moturs nedåt från en punkt till vänster om denna. *Han säger sedan den går ut så tänkte jag först, den kommer ut så, men sen när jag tänkte så kommer den faktiskt så den ju så*. Samtidigt som eleven berättar visar han med främst "cirkulära" rörelser hur den övre figuren vrids. Eleven säger att han är osäker på figurerna B och C men på min fråga säger han att han inte tror på A och D.

Jag frågar återigen hur han kom fram till figur C och han visar då med en moturs rörelse ett halvt varv moturs från en punkt högst upp på den övre figuren hur den vrids. Han gör denna rörelse en gång till samt ytterligare flera handlingar för att visa hur den övre figuren kan vridas samtidigt som han säger *den vände sig så tänkte jag att den kommer ut där men det gör den ju inte, kom jag på sen, den vänder ju och den kommer, det är varken någon av dom (B och C) egentligen, för att när den vrider sig så, när den vrider sig så, då kommer den ju dit, då går den ju ut på den sidan så i stället*.

Jag säger till eleven *kan du rita hur den går ut i så fall om den går runt så som du säger, ungefär*. Eleven berättar igen och ritar en båge medurs åt höger från en punkt över övre figuren till vänster som avslutas nedanför figurens nedre högra "horn". Han ritar en "rektangel" som utgår från figurens ruta 5 och rakt nedåt och säger *kommer ju ut så då*.

Eftersom elevens ritande på övre figuren inte överensstämmer med någon av alternativen så frågar jag om B och C inte heller är bra svar. Eleven säger då *inte så bra svar men det är det enda svar jag kan*.

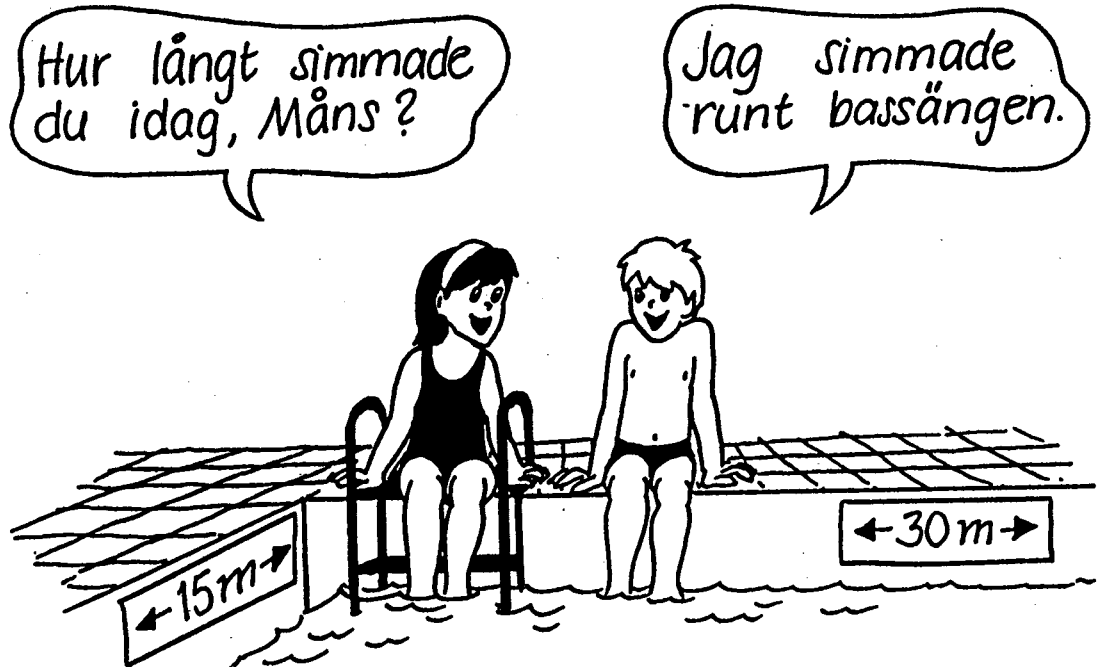
Elev YP jämför "klossarnas" positioner på figurerna B och övre figuren efter en vridning. Hon berättar vilka klossar som motsvarar varandra på de olika figurerna.

MS berättar och visar utförligt gång på gång hur han tänker sig att främst den övre figuren vrids till en ny position. Han jämför därefter alternativen (främst B) för att se om de överensstämmer med den föreställda vridningen.

Sammanfattningsvis förefaller YP använda sig av en verbalt resonerande strategi där hon utgår från hur figurer är lika efter en vridning som hon aldrig beskriver. Hon jämför motsvarande delar av figurerna deras position del för del. MS däremot förefaller använda en spatialt manipulerande strategi där han berättar och visar vridningen av övre figuren som därefter jämförs med de olika alternativen. Båda eleverna lämnar fel svar på uppgifterna.

Alternativa kognitiva strategier vid arbete med visualiseringsuppgifter

Elev YS använder en spatialt manipulativ strategi när hon arbetar med uppgiften VY1:



Ungefär hur långt simmade Måns?

Eleven skriver "120 meter simmade han" och jag ber henne berätta hur hon kom fram till detta. Hon säger då att *det var tretti på det hållet* samtidigt som hon pekar med pennan på 30m-skylden. Sedan vrider hon pennan så den pekar rakt upp från papperet (från 30m-skylden) och säger *på andra hållet då är det ju tretti mittemot då alltså*. Eleven adderar sedan trettio och trettio och säger *vänta lite detta blir, det blir fel*. Hon adderar sedan femton och femton vilket eleven blir trettio, suddar ut 120 från papperet. Hon säger *då blir det alltså nitti, men i så fall räknar jag ut så femton plus femton*. Samtidigt för eleven vänster pekfinger till vänstra sidan av bilden till den vänstra bassängkanten och för fingret till en punkt höger om figuren under den ritade bassängkanten. Eleven skriver 90.

Elev YC använder en verbalt resonerande strategi för samma uppgift:

Eleven svarar fyrtifem på frågan och jag frågar hur han kom fram till detta. Eleven säger *la i hop dom* samtidigt som han pekar på 15m-skylden och därefter på 30m-skylden. Jag frågar varför han lade ihop dom och eleven svarar *fö de ä femton och ä tretti* samtidigt som han pekar på respektive bassängkant.

Jag frågar om det är så långt som Måns har simmat när han har simmat runt bassängen och eleven säger *mm*.

Efter att eleven har skrivit 45 frågar jag eleven hur man gör när man simmar runt en bassäng. Eleven ger ett otydligt svar vilket verkar handla om att man sparkar med benen. Han för också vänster hand två varv moturs över papperet. Jag "härmar"

eleven genom att föra min hand i stora rörelser moturs över teckningen och säger *sådå*? Eleven säger *aa*.

Jag frågar om han har simmat runt en bassäng och han svarar *aa*.

Elev YS utgår från att det finns fyra bassängkanter (och att bassängen har samma form som en rektangel) genom att peka på såväl de synliga som de icke synliga. Eleven adderar sedan dessa.

Elev YC räknar adderar enbart de två taluppgifter som finns markerade för de två synliga bassängkanterna. Eleven visar med "rörelser" hur man simmar runt en bassäng varav han med handrörelserna verkar visa "vägen" runt bassängen. Denna föreställning om hur man simmar runt bassängen används inte av eleven när han löser uppgiften. Han visar inte heller att han vill ändra sitt svar trots att uppgiften ligger kvar framför honom.

Sammanfattningsvis förlitar sig Elev YC på en verbalt resonerande strategi där han adderar de taluppgifter som förekommer i uppgiften. Elev YS däremot utgår från en spatialt manipulerande strategi när hon visuellt föreställer sig de två bassängkanter som inte är synliga. Elev YC kommer inte fram till ett korrekt svar till skillnad mot elev YS.

Uppgifterna VY3 och VÄ3 har liknande förutsättningar avseende visualisering. VY3 lyder enligt följande:

Orvar har ett kolasnöre som är 60 cm långt. Han ska dela det i två bitar, så att den ena biten blir dubbelt så lång som den andra. Hur långa blir bitarna?

VÄ3 lyder:

En rak sträcka är delad i två olika långa bitar. Den sista biten är hälften så lång som den första. Hur stor del av hela sträckan utgör den första biten?

MP löser uppgiften VY3 med en verbal resonerande strategi:

Eleven skriver:

$$60/2 = 30$$

$$\text{hälften av } 30 = 15$$

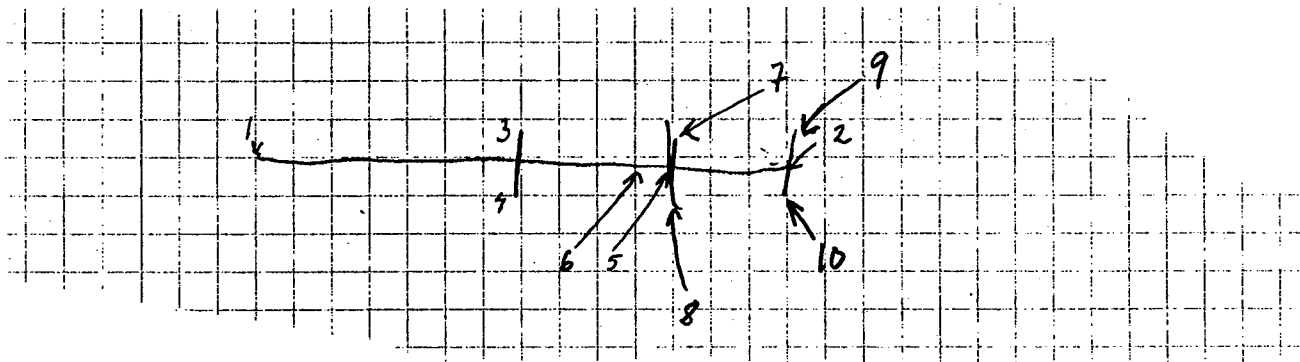
Hans svar är 15.

Jag läser uppgiften högt en gång till. Och eleven säger *eh sexti tror jag*. Jag säger då att kolasnöret var sexti centimeter från början.

Jag säger *det ska alltså delas i två bitar så att den ena biten blir dubbelt så lång som den andra, hur långa blir bitarna.*

Eleven svarar tretti. På frågan hur han kommer fram till det svaret säger eleven *om man delar det i två blir det tretti och då blir det andra dubbelt så långt.*

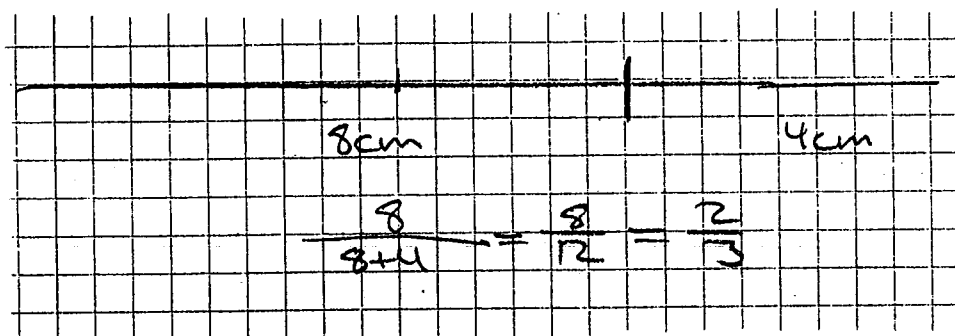
ÄP och ÄS använder en spatialt manipulativ strategi för att lösa uppgiften VÄ3. Elev ÄP löste uppgiften enligt följande (pilar med tillhörande siffror är ritade i samband med analysarbetet, dvs inte av eleven):



Eleven ritar först en linje som är 14 rutor lång och ritar därefter ett streck för att markera linjens mitt. Han ritar ett streck tre rutor från linjens högra ände och säger *det blir där någonstans den första biten utgör halva sträckan då.*

Efteråt när eleven skulle ange vilket alternativ som bäst överensstämde med hans eget sätt att lösa uppgiften, utifrån Bergsten och Presmegs lösningsalternativ, anger eleven alternativ 1 utan att läsa övriga alternativa lösningar. Han sade *aa, jag skulle använda den definitivt.* Jag försöker få eleven att läsa igenom de övriga alternativen. Han vidhåller att alternativ 1 är det sätt som bäst överensstämmer med det sätt som han själv har använt.

Elev ÄS löser uppgiften VÄ3 enligt följande:



Han berättar att han helst vill måla figur och ritar ett streck som är 10 centimeter långt som det enligt eleven är lätt att dela med. Han ritar ett streck på mitten av sträckan för

att ha som riktmärke. Därefter läser han uppgiften igen. Därefter säger han *nej vi kan göra så här vi kan dra upp den till tolv centimeter i stället då blir det mer exakt*. Eleven förlängde strecket med två centimeter.

Han säger att man kan tänka sig dom tolv centimetrarna i tredjedelar och ritar ett streck för att markera 8 cm. Han pekar på sträckan till höger om 8 cm och säger *och det här blir då fyra centimeter det sista och då stämmer det ju också här med vad det står, sista biten bit två hälften så lång som den första*.

Eleven skriver en uträkning och säger *hur stor del av sträckan utgör den första biten antagligen denna då och den utgör då givetvis två tredjedelar eftersom eh åtta genom åtta plus fyra är det samma som åtta tolfedelar förkortar det lite snabbt två tredjedelar*. Eleven skriver svaret $2/3$.

Eleven jämförde i efterhand vilken av lösningarna från Presmegs och Bergstens undersökning som stämde bäst överens med hans eget sätt att lösa uppgiften:

sen fick du det på a tre (vilket uppgiften kallades)

mm

fanns det fyra stycken olika, det var den med raksträcka delad i två olika långa bitar, du får gärna på dina gamla papper också naturligtvis om du vill

ja

du får säga till i så fall, men du kanske kommer ihåg dem

ja kanske det

jag lägger dem där i så fall

mm, det var a tre just det, ah det var mest denna (ritar en ring runt alt. 1)

mest den

Eleven använde en strategi för att lösa uppgiften som visar stor likhet med strategin som Elev ÄP använde. Till skillnad från MP visar de genom sina ritningar att de vill få uppgiften visualiserad. Elev ÄS förefaller lösa uppgiften strax före han bestämmer sig för att förlänga den ritade linjen till 12 cm. Från denna stund verkar han veta proportionerna mellan de två bitarna efter de har delats upp. Eleven svar är korrekt. Elev ÄP:s icke korrekta svar medför att sträckan har delats i tre bitar i stället för två som var förutsättningen. En liknande lösning kommer MS fram till när han inte visualiserar uppgiften (liksom GC och MC. Elev MC:s lösning innebär samtidigt att det ursprungliga kolasnöret blir längre efter delningen än det var från början). Elevens svar är inte korrekt.

Elev ÄS var ensam om att använda sig av en ekvation, dvs en verbalt resonerande strategi, vid lösning av någon av de uppgifter som finns redovisade i översiktmatrisen på sidan 65. Uppgiften VÄ4 lyder enligt följande:

I ett hus finns det sammanlagt åtta bord. En del av dessa har fyra ben, medan övriga har tre ben. Tillsammans har borden 27 ben. Hur många bord med fyra ben finns det?

Eleven läser uppgiften och sätter så småningom upp ett ekvationssystem

$$\begin{array}{l} (x-8) \checkmark \\ 4x + 3(8-x) = 27 \\ 4x + 24 - 3x = 27 \\ x + 24 = 27 \\ x = 3 \end{array}$$

samtidigt som han berättar:

man kan ju sätta upp det i ett ekvationssystem... Vi kallar eh antalet bord här med fyra ben för x... om vi tar och ställer upp här en ekvation för antalet ben så är det ju då fyra gånger x... det är ju då fyra ben gånger x antal bord sen har vi ju lite bord kvar, och då är det ju alltså plus åtta minus x bord och på de här borden är det ju tre ben, så borde ekvationen se ut, tycker ju jag va, då får man ju kanske räkna ut detta då, jaha det blir inte, blir inte exakt kommer det inte att bli, jag vet inte vad jag har gjort för fel, jo det vet jag, så ska det inte va alls va

Jag frågar vad det var för fel eftersom eleven suddade ut allt utom $4x + 3$. Eleven förklarar: *x och åttan ska byta plats givetvis det säger sig ju sig självt, nej det glömmar vi genast* och eleven skriver om ekvationen. Jag ber honom skriva det felaktiga i ekvationen över ändringen vilket han gör (dvs. $x-8$). Eleven gör om uträkningen och säger *sådär nånting i stället, ha och svaret är ju tre, det borde alltså funnits tre bord med fyra ben.*

Eleven gjorde i efterhand en jämförelse med olika lösningar och markerade vilken som bäst överens med hans eget sätt att lösa uppgiften:

är det dom här metoderna på a två som jag har att välja på

det är dom på a två som du

ja

du ser att jag har skrivit sex (jag pekar på siffran 6 på papperet med uppgifter) stycken där

mm

vilket innebär att det fanns sex stycken som kom fram

ja

när de gjorde undersökningen då va, vilken tycker du alltså stämmer alltså bäst med det sätt du tänkte på, (tystnad knappt halv minut), du skrattar lite hehe

ja jag tycker en del var lite väl

hehe, du ska inte värdera dom nu

nej men det är ju helt klart så är det ju tvåan här

det var den du gjorde

ja

mm

Eleven behöver inte föreställa sig de ”fysiska” borden och bordsbenen. Genom att tillämpa matematiska beräkningar och symboler (siffror i stället för de ”fysiska” objekten) har han förmodligen använt en strategi baserad på verbalt resonerande. Elevens svar är korrekt.

Visuell perception respektive spatial manipulerande förmåga vid arbete med uppgifter med rumsligt innehåll

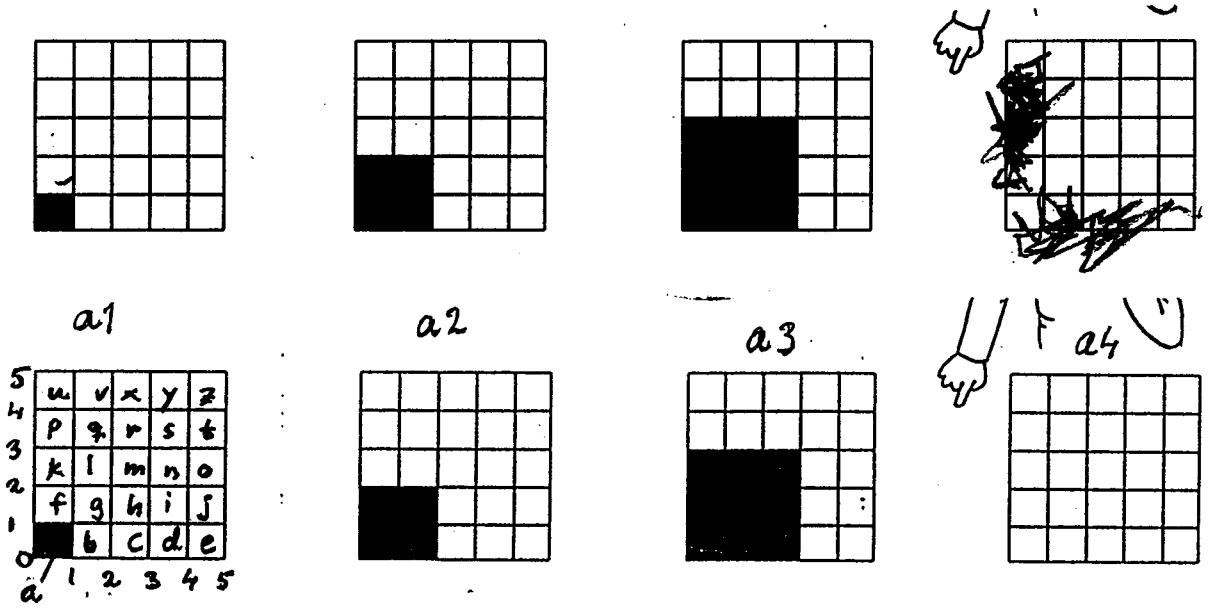
Fyra av eleverna beskrivs ha visuella perceptionssvårigheter (YC, MC, MS och ÄC). De två elever som uppges ha de största visuella perceptionssvårigheterna är MC och ÄC. Elev MC använder spatialt manipulerande strategi vid arbete med sju av 11 uppgifter. Samtliga elva uppgifter besvaras med ett felaktigt svar. Elev ÄC använder en spatialt manipulerande strategi som enda strategi vid arbetet med fem uppgifter och får ett korrekt svar och fyra felaktiga. Vid arbete med övriga nio uppgifter använder han sig helt eller delvis av verbalt resonerande strategier och lämnar tre korrekta svar.

Det är utifrån teoretiska grundantaganden angeläget att granska dessa elevers strategier närmare. Finns det belägg i experimenten för att elevernas visuella perceptionssvårigheter är avgörande för svårigheter med att lösa uppgifterna? Eller finns det andra förklaringar?

Uppgifter där eleverna kommer fram till felaktiga svar granskas därför närmare. Exempel från båda eleverna och från varje uppgiftstyp finns beskrivna i detta avsnitt.

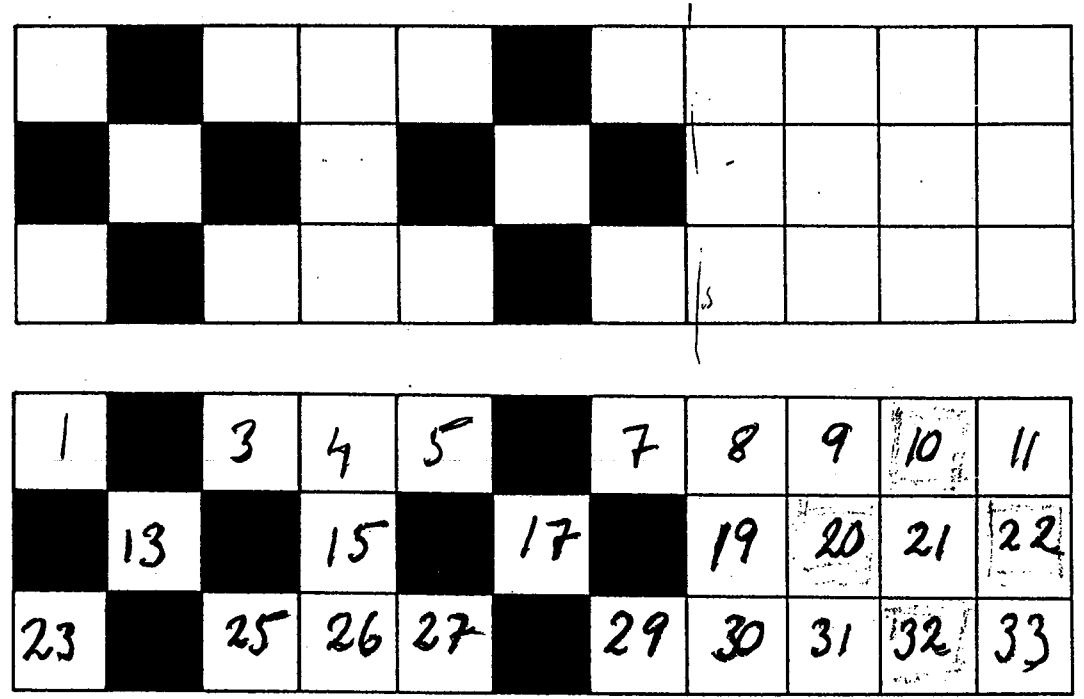
Svårigheter med visuell perception och/eller spatial föreställningsförmåga vid arbete med mönsteruppgifter?

Elev MC har svårigheter vid arbete med samtliga uppgifter med rumsligt innehåll oavsett uppgiftstyp. Eleven har bara arbetat med M1a av de mönsteruppgifter som finns redovisade i översiktmatrisen på sidan 65. Elevens försök att lösa uppgiften redovisas här enligt följande (ytterligare en icke ifylld kvadrat, a 5, tillhör uppgiften. a5 finns omedelbart till höger om a4 när eleven löser uppgiften):



Eleven började med att markera en ruta i figur a1 och när jag säger att han inte ska skriva i den figuren säger han: *ska jag inte det står ju fortsatt där jag har börjat*. Jag förklarar uppgiften för eleven och lägger ett vitt pappersark över de undre uppgifterna. Jag frågar vad som händer i figurerna 2 och 3 jämfört med figur 1. Eleven säger *det blir ännu lite mer större*. Jag frågar hur mycket större och ber honom markera vilka rutor som ska vara svarta. Eleven markerar rutorna a, f, k och p i figur a4. Jag frågar honom hur han tänkte. Eleven säger *jag tänkte så upp så*. Eleven för samtidigt upp sitt finger till nivå 3. Eleven säger sedan *det här ska ju också fyllas i* och eleven för samtidigt ett finger horisontellt fram och tillbaka i p-rad och u-rad. Efter "tips" från mig fyller eleven i rutorna a, b, c och d i figur a4.

Eleven har även arbetat med en mönsteruppgift som föreföll vara enklare än de andra mönsteruppgifterna. Uppgiften kallas här för M3.



Jag ber eleven markera de rutor som han vill ha svarta. Eleven knackar med pekfinger på rutorna 20 och 31. Därefter markerar han rutorna 8, 9, 10, 11, 19, 20, 21, 22 och säger *jag skulle vilja ha allihop, nä förresten inte dom, joho det skulle jag visst det varför sitter jag och säger emot mig själv*. Eleven markerar därefter rutorna 29, 30, 31, 32 och 33.

Jag frågar varför eleven vill ha allihopa och eleven svarar *för det blir snyggt då eller det*. Samtidigt för eleven ett finger moturs över rutorna 6, 16, 28 och 18. Jag frågar om han tycker att han följer det mönster som var från början och eleven svarar "aahåånej" (nekande till slut).

Eleven säger efter en stunds "diskuterande" att *det är alla dom som är vita här inne men dom tänkte jag*. Eleven pekar därefter på rutor i den mönstrade delen som inte är "färglagda". Jag tolkade elevens agerande som att han vill färglagga de rutor som inte hade svart färg. Jag sade därför till eleven att jag hade förklarat uppgiften dåligt. Jag ritade ett streck för att markera på vilken sida som eleven skulle fortsätta rita/markera mönster som liknade det tidigare mönstret.

När eleven börjar om markerar han ruta 19 därefter ruta 20 och säger sedan *nej vänta lite jag kanske vet*. Han ber mig sudda bort markeringarna i rutorna 19 och 20. Efter en stunds diskuterande börjar han igen. Han för vänster finger till ruta 2 sen till ruta 1 och markerar därefter ruta 8. Jag frågar hur den (ruta 8) ska vara. Eleven säger *den ska va ej fylld* (vilket först uppfattades som ifylld av mig). Han säger att den ska hoppas över samtidigt som han pekar på ruta 12 med vänster pekfinger och ruta 19 med höger pekfinger. Därefter för han vänster pekfinger till ruta 23 och höger pekfinger till ruta 30 där han gör en markering.

Eleven frågar om det verkar rörigt. Jag ber honom använda orden svart och vitt i stället. De gjorda markeringarna suddas ut. Eleven pekar på ruta 1 och för pennan till ruta 8 och säger att den ska vara vit. Eleven pekar på ruta 12 och säger att den ska vara svart och eleven markerar ruta 19 som svart. Sedan ska ruta 23 vara vit och ruta 2 svart. *Då ska du göra en markering* sade jag då. Eleven säger då *då ska vi se bara jag tycker det va svårt*. Eleven för pennan i rutorna längst till vänster markerar därefter ruta 30 samtidigt som han för vänster pekfinger nedåt i vänstra delen av rutmönstret. Han håller pennan över ruta 20 och säger *då ska den va vit, men vad håller jag på med*. Vi enades om att ta bort uppgiften.

Eleven förstår uppgiften på ett annat sätt än den var tänkt till en början. När eleven senare börjar lösa uppgiften uppfattar han vilka rutor som är svarta respektive vita. Han utgår från hur mönstret ser ut på vänstra sidan och försöker markera på motsvarande rutor i "fortsättningsdelen". Han har svårt att hitta positioner i mönstret han ritar som motsvarar det tidigare mönstret. Efter en kort stund i "kolumnen" med rutorna 9, 20 och 31 verkar han förlora sin rumsliga uppfattning om var han ska markera.

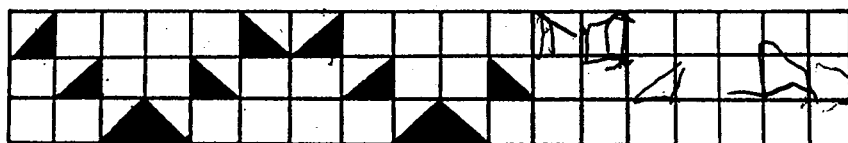
Jag använder en "mönsteruppgift" med en för eleven känd "gestalt". Uppgiften går ut på att eleven ska avbilda ett H i ett rutsystem med ett mindre H i ett mindre rutsystem som förebild (se bilaga 6). Eleven klarar inte uppgiften och jag visar honom svaret genom att markera rutorna med streck. Jag tog fram uppgiften igen

vid ett annat tillfälle några dagar senare. Eleven hade samma svårigheter som vid första tillfället. Eftersom eleven läser bra och inte har några problem med att urskilja bokstaven H, t. ex. i en text text (som i uppgiften) eller på datorns tangentbord, ber jag honom slutligen att försöka "skriva"/"forma" stora bokstaven H utan något rutsystem. Eleven ritar två lodräta streck men tycker det är svårt att rita det horisontella strecket (se bilaga 7). Han förefaller vara frustrerad över var den ska placeras. Han säger efteråt att han ser att det inte blir ett H.

Eleven frågar om jag vill se hur han skriver sitt eget namn som han berättar att han övade på en hel sommar. Han skriver bokstäver som går att urskilja trots stora finmotoriska svårigheter. En bokstav blir spegelvänd medan övriga bokstäver går att tyda. Eleven måste rita sju horisontella linjer för att skriva sitt namn. En av dessa linjer blir felaktigt placerad (för högt upp i bokstaven).

Matematikuppgifter vilka innehöll en lodrät mätning av en figur (t. ex. sidan på en kvadrat) visade sig vara för svåra och gjorde eleven frustrerad. Eleven kunde dock mäta horisontella linjer.

Elev ÄC:s lösning av uppgift M2C blev enligt följande:



d	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
c	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	
b	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	
a		b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s

Eleven följer mönstret (utmed rutorna 39, 20, 1 och 40, 23, 6 och 1, 20, 39, 40, 23 och 1, 20, 39, 40, 23, 6, 7, 26) med pennan. Eleven räknar sedan högt t. ex. *en två två där, en på den sidan, ha då ska vi alltså ha, så där och sen ska vi ha så, en ruta från den ska vi ha en sådan*. Han ritar en triangel i ruta 12 och säger att den ska motsvara triangeln i ruta 6 (eleven pekar även på denna triangel). Han ritar sedan en triangel i ruta 13, räknar sedan högt *ett ner då ska vi ha sådan här*. Eleven ritar triangel i ruta 32 och säger *två rutor emellan* samtidigt som han för pennan åt höger och ritar en triangel i ruta 36. Han pekar på triangeln i ruta 29 och säger *det är alltså den triangeln där*. Han säger *det kan va lite feevajsing här nu, så så, där har vi ju tre nu det går ju inte*. Eleven suddar ut triangeln och ritar en ny i ruta 35.

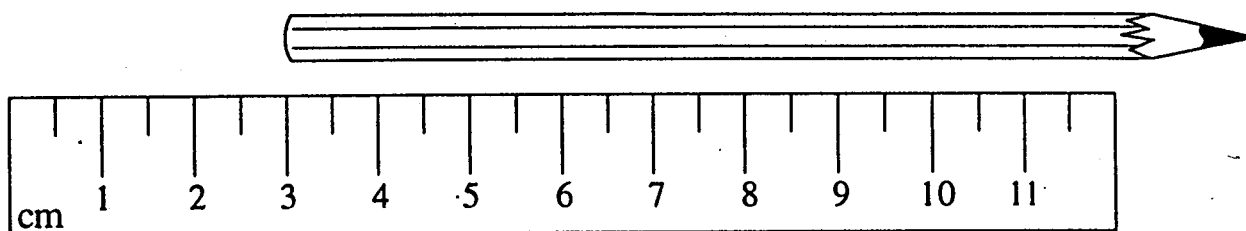
Eleven säger *vänta lite nu, där är det inga rutor där är det två, ehnä jag är inte säker på att jag ser rätt här*. Eleven konstaterar att det är *nånting i den stilen* och lägger undan uppgiften.

Eleven följer tydligt det givna mönstret och räknar sig fram till hur mönstret skall fortsätta. Upptäcker att det är för många rutors mellanrum vid ett tillfälle och korrigerar felet. Eleven blir tveksam på slutet och säger bland annat att det är två rutor på ett ställe men inga på ett annat. Han säger att han inte är säker på att han ser rätt och avbryter efter han har konstaterat att det är *nånting i den stilen*. Hans sätt att berätta tyder visar att han upptäcker i efterhand att svaret blir fel.

Sammanfattningsvis förefaller eleverna kunna se mönster/gestalter eller de figurer som bildar mönster i uppgifterna. De har stora svårigheter att fullfölja mönstret själva. MC försöker arbeta med de rumsliga relationerna mellan befintligt mönster och mönstrets fortsättning genom att ta position för position. Han gör det genom att arbeta med båda händerna samtidigt. Elev AC följer mönstret noggrant och räknar ut, med hjälp av rutmönstret, hur mönstrets fortsättning skall bli. Svårigheten förefaller främst vara för eleverna att föreställa sig mönstrets fortsättning i en spatial dimension. Elevernas egna ritade figurer/markeringar är otydliga och bidrar till elevernas svårigheter att föreställa sig fortsättningen av mönster. Båda eleverna erbjöds "rithjälp".

Svårigheter med visuell perception och/eller spatial föreställningsförmåga vid arbete med transferuppgifter?

Uppgift T2 löser Elev MC på följande sätt:



Ungefär hur lång är pennan i figuren?

- A. 9 cm
- B. 10,5 cm
- C. 12 cm
- D. 13,5 cm

Eleven säger att svaret är tolv. Jag frågar hur eleven kom fram till svaret och eleven säger: *jo för den har inte slutat vid elva så går den då till tol, njae det går nog inte nej det går inte tretton komma fem tror jag.* Jag frågar om eleven räknar med pennans spets och eleven svarar ja. Eleven säger att han får det till tolv och jag frågar hur. Eleven säger då *jag räknade elva, elva och en halv, eller elva ja och så trodde jag där var tolv.*

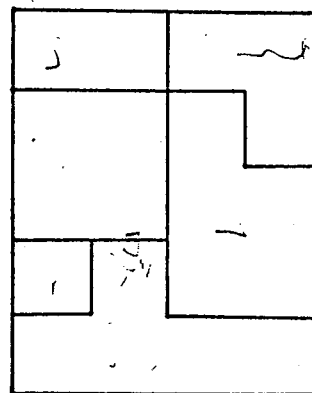
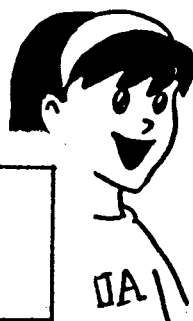
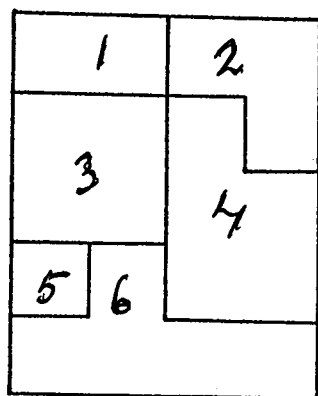
Av elevens pekande framgår att han utgår från att linjalens slut motsvarar 11cm. Eftersom pennans spets *slutar ju tätt efter där* så blir svaret 12 cm.

Elevens spatiala manipulativa strategi innebär att eleven läser av linjalen och gör en uppskattning av storleken av pennspetsen. Han för fingret utmed pennans spets och gör först en uppskattning av 11, 5 cm därefter för han fingret till pennans yttersta spets och säger att den var tolv.

Eleven klarar av att läsa av linjalen trots sina visuella svårigheter. Elevens svårigheter grundar sig snarare på att förstå hur linjalens skala är uppbyggd och att han inte tar hänsyn till att linjalen ligger förskjuten.

När elev AC ska lösa uppgift T3 föredrar han till slut att inte lämna något svar.

Två bitar är lika stora.
Sätt kryss på dem!



Eleven pekar på de olika figurerna och säger *alltså det är en figur det är en figur det är...* Eleven frågar om den övre "kvadraten" i figur 6 är en figur. Jag berättar att den tillhör den understa figuren (figur 6).

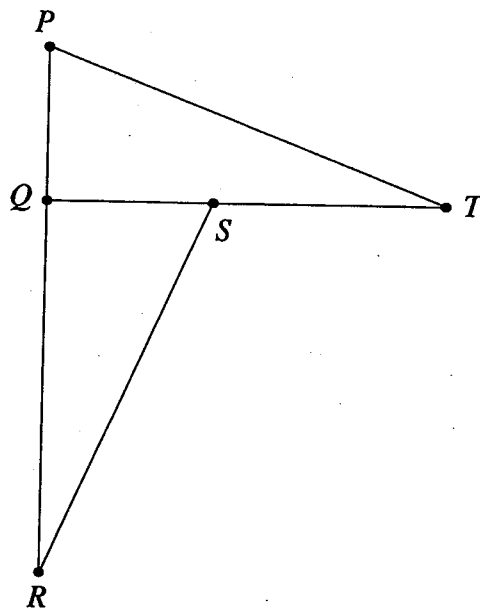
Eleven säger samtidigt som han pekar på kvadraten som tillhör figur 6 *jag skulle tippa på hade det vart en bit så hade den (figur 5) och den varit lika stora men,*

Eleven säger att uppgiften irriterar honom och när jag frågar väljer han att lägga uppgiften åt sidan.

Eleven pekar ut de olika figurerna. Han verkar inte kunna se några som är lika stora och frågar om övre delen på figur 6 kan vara en egen figur. Eleven kan se att figur 5 och kvadraten på figur 6 har samma storlek. Han föreslår inte att figurernas former kan förändras för att möjliggöra en jämförelse. En sådan kräver förmodligen en spatial manipulerande föreställningsförmåga. Han använder inte heller möjligheten att rita i figuren eller använda uteslutningsförmåga för att få undan omöjliga figurer eller storleksrelationer (t. ex. det kan inte vara figur 5 eller det kan inte vara figur 5 och figur 6 som är lika stora).

Svårigheter med visuell perception och/eller spatial föreställningsförmåga vid arbete med rotationsuppgifter?

Triangeln PQT kan roteras (vridas) till triangeln SQR .



Vilken punkt är vridningspunkten?

I uppgiften R4 (ovan i förminskad storlek) framgår det tydligt att båda eleverna kan urskilja de båda trianglarna.

Elev MC säger att *man ska vrida den så att det blir ihop med det andra*. Eleven håller samtidigt över den övre triangeln och gör en vridrörelse medurs nedåt.

Jag ber eleven peka ut de två trianglarna vilket eleven gör.

Eleven säger att T är vridningspunkten och visar hur den rör sig under och parallellt med linjen Q-T till linjen P-R och medurs upp till punkten Q.

Jag visar genom att sticka in en penna i hålet på en linjal vad som kan vara en vridningspunkt. Jag håller sedan pennspetsen i var och en av de olika punkterna (P, Q, R, S, T) och frågar vilken punkt den övre triangeln vrider sig runt för att det ska kunna bli den undre triangeln.

Eleven svarar punkt P för *det såg ut så bara*.

Elev AC kommer fram till att T är vridningspunkt:

Han säger att *triangeln PQT kan roteras* samtidigt pekar han ut triangelns hörn och fortsätter *kan roteras*. Han fortsätter *eh bara om jag fattar, den skall alltså roteras så att den ser likadan ut*. Samtidigt som han pratade så pekade han först på den övre triangeln därefter på den undre.

Eleven säger *om jag tar och vrider den (Q) där va hamnar den, den ska hamna i det läget för vrider jag*. Samtidigt han berättade så förde han sitt pekfinger medurs så pekfingeret hamnar i höjdlid över punkten P och i sidled något till vänster om punkten T. Jag betonar att triangeln ska hamna i det undre läget.

Eleven provar sedan P genom att föra finger medurs snett uppåt till en punkt i nivå med punkt P och sedan ner mot punkt T. Därefter provas T genom att han för fingret nedåt medurs till i nivå med punkten R och i sidled mellan S och T. Eleven tycker det är T som är vridningspunkt.

Han säger sedan *att om man tar den och vrider*. Samtidigt gör han en rörelse med sitt pekfinger från Q upp till P och medurs nedåt till en punkt mitt på sträckan P-T.

Sista gången eleven berättar och visar utgår han från att punkten P kan röra sig medurs uppåt så "den" hamnar sidledes rakt över punkt T och i höjdlid ca. 3 cm över punkten P. Triangeln vrider sig då kring punkten T.

Elevens rörelser visar att de olika punkterna hamnar på positioner vilka medför att den övre triangeln inte kan bli den undre triangeln. I det sista svaret blir triangeln förskjuten (i höjdlid och sidled) och vriden. Vid flera tillfällen beskriver eleven "banor" som inte kan stämma överens med en "sammanhållen" övre triangel som vrids i någon av de angivna vridpunkterna.

Sammanfattningsvis kan båda eleverna urskilja de övre trianglarna. Båda förefaller främst ha svårigheter med att föreställa sig hur den övre triangeln kan vrida sig till att bli den undre triangeln.

Svårigheter med visuell perception och/eller spatial föreställningsförmåga vid arbete med visualiseringsuppgifter?

Elev MC har arbetat med uppgift Vy1 (Bassänguppgiften se sidan 50.):

Eleven berättar att han känner sig osäker när han skall mäta. Han frågar varför det står femton och trettio i uppgiften. Jag förklarar att ena sidan är femton meter lång, att den andra är trettio meter lång och att eleven ska räkna ut hur långt han har simmat när han har simmat runt bassängen. Eleven frågar: *femton tretti, är är det så lång bassängen är sammanlagt.*

Eleven säger senare *om man räknar med båda sidorna blir det ju eh tretti fyrtifem.* Jag frågar om Måns har simmat runt bassängen och eleven svarar *ja det har han gjort då.*

Jag frågar eleven: *kan du visa hur han har simmat, kan du tänka dig hur han har simmat.* Eleven säger: *ehnja simmat, från här till och så runt bassängen hit.* Han tillägger sedan: *ehnä det är så himla svårt men jag tror i alla fall han har simmat fyrtifem.*

Eleven gjorde även VY2 som till stor del är en liknande uppgift men med andra taluppgifter och utan teckning/figur. Elevens sätt att lösa uppgiften kan tolkas som att en fotbollsplan har åtta sidor. När eleven löste uppgift VY3 (se sidan 51) gjorde han enligt följande:

Eleven avböjer att använda miniräknare eller andra hjälpmedel och säger *detta klarar jag i huvudet.* Eleven läser uppgiften igen: *Orvar har ett kolasnöre som är sextio centimeter långt han ska dela det i två bitar så att...Han säger sedan: dubbelt så lång som sexti är ju sexti till.* Eleven lägger till sextio och kommer fram till svaret: *och så ska han dela det i tre delar så det blir dubbelt så långt det måste bli hundratretti långt.*

Elev ÄC löste uppgift VÄ3 (se sidan 51 som avseende visualisering har stora likheter med VY3) på följande sätt:

Eleven börjar med utgå från att bitarna är lika stora vilket innebär *femti femti procentuellt eller en halv och en halv.* Han säger sedan *och om den är sista är hälften så lång så måste ju den va, halva den första alltså, den sista biten är hälften så lång den första måste ju, motsvara, sjuttifem procent.*

Eleven ombeds att förklara igen. Han säger: *hade dom vart lika stora så hade det vart en ha en halv men så är den sista biten hälften så lång så då får man dela den halva en gång till, då får man noll komma tjugofem eh och då om man kallar sträckan ett så har du ju noll komma sjuttifem kvar på andra sidan.*

Eleven fick ”beskriva” sitt eget sätt att lösa uppgiften genom att jämföra med olika lösningsförslag från Presmeg och Bergstens studie:

Eleven säger: aa jag tänkte mig helt klart att rita den aa jag tänkte mig helt klart att rita den (lösningsmetod 1) och så tänkte jag mig lite utav den biten (lösningsmetod 4) också men det är den (lösningsmetod 1) som är huvudgrejen

Jag sade till eleven att jag inte kom ihåg att han hade ritat. Jag visar eleven lösningsmetod 2 som liknar lösningsmetod 1 men inte innehåller ritande. Eleven ändrar sig och markerar lösningsmetod 2.

Jag frågade eleven hur han hade gjort om det hade varit en provsituation i skolan:

om det varit en provsituation nu säger vi (elevens namn) och du hade samarbete med elevassistent som du känner väl, hade du använt den eller den då (jag pekar omväxlande på lösningsmetoderna 1 och 2), för den här (lösningsmetod 1) gick du spontant på nu efteråt

då ha, ja jag hade förmodligen eftersom jag är rätt jag hade börjat med att tänka mig men jag hade förmodligen också kommit fram till att den inte hade gått såvida jag inte ser en bild framför mig va, så att förmodligen så skulle jag säga att den (lösningsmetod 4) är huvudlösningen men jag hade fått gå till den (lösningsmetod 1).

Det bör observeras att min tolkning av hur eleven har arbetat med denna uppgift skiljer sig från elevens beskrivning av hur han har arbetat med uppgiften avseende strategival. Det visar sig senare i elevens kommentar att han har förväxlat denna uppgift med uppgift VÄ2 som i flera avseenden liknar denna uppgift.

Uppgifterna VY3 och VÄ3 saknar ”underlag” för visuell perception såvida eleven kan (av)läsa orden och förstå texten.

”Kvantifiering” av kvalitativa data

Kvalitativa data utifrån analyser av 111 matriser har ”kvantifierats” i följande översiktliga matris. Enskilda elevers användning av strategi samt huruvida eleven har löst uppgiften rätt eller ej finns angivet för varje uppgift.

Översiktsmatris (Matris 1). Sammanställning av matriser. Tomma celler visar att eleven inte har arbetat med uppgiften. Följande tecken används: + = indikationer visar att eleven har använt spatialt manipulerande strategi och löst uppgiften rätt, - = indikationer visar att eleven har använt spatialt manipulerande strategi men lämnat fel svar, mix = indikationer visar att eleven har använt båda strategierna, () = indikationer visar att eleven har använt verbalt resonerande strategi. För kodbeteckningar för uppgifter och elever se s. 32-35 samt bilaga 4.

Uppgift	Elev								
	YC	YS	YP	MC	MS	MP	ÄC	ÄS	ÄP
M1a	(+)	(+)	(+)	-	-		(+)	(+)	(-)
M1b	(+)	(+)	(+)		-		(+)		(-)
M1c	+ mix	+ mix	-		-				
M2a	-	-	+		+	+	+ mix		
M2c	(-)	+	-		-	-	- mix	+ mix	-
T1	(+)	-	- mix	-	-	(-)	(-)	(+)	-
T2	-	-	(-)	-	+ mix	+			
T3	-	+	-	-	-	+	-		
R1	+	-	(+)	-	-	+	-	(+)	-
R2	-	-	(-)	-	-	-	+	+	+
R3	+		(+)	(-)	+	+	-	+	+
R4				-	-	-	-		+
Vy1	(-)	+	+	(-)	-	+			
Vy2	(-)	+	-	(-)	+				
Vy3				(-)	(-)	(-)			
Vä1							- mix	+	+
Vä2							- mix	+ mix	-
Vä3							(-)	+	-
Vä4							(-)	(+)	(-)

Som framgår av översiktsmatrisen har inte alla elever arbetat med alla uppgifter. Det finns skillnader mellan såväl diagnosgrupper som åldersgrupper och enskilda elever vilket innebär att denna resultatredovisning skall ses som en förenklad översikt med dessa förebehåll.

Av sammanställningen i översiktmatrisen framgår att spatial manipulativ strategi är den strategi som har använts mest av eleverna. Vid 78 tillfällen har denna strategi använts för att lösa uppgifter. Vid tio av dessa tillfällen har en verbalt resonerande strategi använts tillsammans med den spatialt manipulerande – mix. Indikationer visar att eleverna enbart har förlitat sig på en verbalt resonerande strategi vid 33 tillfällen. Alla elever använder båda typerna av strategier. Flertalet använder dessutom i större utsträckning spatialt manipulerande strategier än verbalt resonerande strategier, vilket framgår av tabell 1.

Tabell 1. Elevers användande av strategier. SM = Spatialt manipulerande strategi, VR = Verbalt resonerande strategi. Mix = användning av SM och VR.

Strategi	Elever								
	YC	YS	YP	MC	MS	MP	ÄC	ÄS	ÄP
SM	6	9	6	7	13	9	5	4	9
Mix	1	1	1	0	1	0	4	2	0
VR	6	2	6	4	1	2	5	4	3

Fyra elever (YC, YP, ÄC och ÄS) använder båda typerna av strategier i lika stor utsträckning. Fem elever (YS, MC, MS, MP och ÄP) använder spatialt manipulerande strategi i stor utsträckning varav Elev MS allra mest. Vid 13 av 15 tillfällen använder han enbart en spatialt manipulerande strategi.

Fördelning av elevers val av strategier i diagnosgrupperna framgår av tabell 2.

Tabell 2. Elevers användande av strategier i de olika diagnosgrupperna.

Strategi	CORH	SORH	PORH
Spatialt manipulerande	18	26	24
Mix	5	4	1
Verbalt resonerande	15	7	11

Spatialt manipulerande strategier används i störst utsträckning i samtliga diagnosgrupper. Det är vanligare att en verbalt resonerande strategi används av eleverna i CORH-gruppen än i övriga grupper och mindre vanligt hos eleverna i SORH-gruppen.

Fördelning av elevers val av strategier i åldersgrupperna framgår av tabell 3.

Tabell 3. Elevers användande av strategier i de olika åldersgrupperna.

Strategi	Åldersgrupp		
	Y	M	Ä
Spatialt manipulerande	21	29	18
Mix	3	1	6
Verbalt resonerande	14	7	12

Eleverna i samtliga åldersgrupper använder spatialt manipulerande strategier i större utsträckning för att lösa sina respektive uppgifter. Eleverna i mellangruppen (åldersmässigt) använder sällan verbalt resonerande strategier medan såväl de yngre som äldre eleverna använder dessa strategier i relativt stor utsträckning. Eleverna i åldersgrupperna har i större utsträckning arbetat med olika uppgifter än elever tillhörande olika diagnosgrupper.

Elevernas val av strategi när de arbetar med olika slags uppgifter framgår av tabell 4.

Tabell 4. Elevers val av strategi i förhållande till uppgiftstyp.

Strategi	Uppgiftstyp				
	Mönster	Transfer	Rotation	Visualisering	
				Y	Ä
SM	15	15	26	7	5
Mix	5	2	0	0	3
VR	12	5	5	7	4

Flertalet elever har använt spatialt manipulerande strategier för att lösa rotationsuppgifterna. Endast vid fem tillfällen har en verbalt resonerande strategi använts och Elev YP står för tre av dem (elevens samtliga rotationsuppgifter). Även vid transferuppgifter har flertalet elever använt spatialt manipulerande strategier. Vid arbete med mönsteruppgifterna och visualiseringsuppgifterna har eleverna i samma utsträckning använt de båda strategityperna.

Vid arbete med samtliga fyra uppgiftstyper är det möjligt att använda de två olika strategierna. Av översiktmatrisen framgår det att såväl användning av spatialt manipulerande som verbalt resonerande strategier har lett till korrekta svar vid arbete med mönster, transfer och rotationsuppgifter. Däremot har endast spatialt manipulerande, eller en mix av spatialt manipulerande och verbalt resonerande strategier, givit korrekta svar vid arbete med visualiseringsuppgifter.

Det framgår också av översiktmatrisen att eleverna har löst uppgifterna rätt vid 47 tillfällen medan de har kommit fram till ett felaktigt svar vid 64 tillfällen. Av tabell 5 framgår i vilken utsträckning som elever från olika diagnosgrupper lämnar rätt svar.

Tabell 5. Korrekta respektive felaktiga svar från diagnosgrupperna

Svar	Diagnosgrupp		
	CORH	SORH	PORH
Korrekt	10	21	18
Felaktigt	28	16	18

Det är stora skillnader mellan grupperna och även inom dessa vilket framgår av tabell 5. Eleverna i CORH-gruppen lämnar cirka en fjärdedel korrekta svar medan de andra grupperna lämnar cirka hälften eller drygt hälften korrekta svar på uppgifterna. Elev MC lämnar inte rätt svar på någon av uppgifterna. Eleven gjorde bara en av mönsteruppgifterna eftersom dessa och liknande uppgifter var mycket svåra för honom. Elev ÄS lämnade korrekta svar på samtliga uppgifter medan t. ex. Elev MS lämnar rätt svar på mindre än en tredjedel av uppgifterna (4/15). Antalet rätta respektive felaktiga svar för eleverna framgår av tabell 6.

Tabell 6. Enskilda elevers rätta och felaktiga svar på uppgifterna.

Svar	Elever								
	YC	YS	YP	MC	MS	MP	ÄC	ÄS	ÄP
Korrekt	6	7	6	0	4	6	4	10	4
Felaktigt	7	5	7	11	11	5	10	0	8

Uppgifterna kommer från olika provmaterial i olika årskurser. Mönsteruppgifterna är samtliga tagna från årskurs 2. Elevernas lösningar av dessa uppgifter framgår av tabell 7.

Tabell 7. Fördelning av korrekta och felaktiga svar för åldersgrupper i mönsteruppgifterna från årskurs 2-materialet.

Svar	Åldersgrupper		
	Y	M	Ä
Korrekt	10	2	5
Felaktigt	5	6	4

De tre eleverna i yngre gruppen har arbetat med samtliga 5 uppgifter medan eleverna i de andra två grupperna har arbetat med ett urval av dessa uppgifter.

Rotationsuppgifterna R1, R2 och R4 är hämtade från TIMMS (åk. 6-8) medan det är oklart vilka årskurser som uppgift R3 är ämnad för. Elevernas svar fördelar sig enligt tabell 8.

Tabell 8. Antal korrekta respektive felaktiga svar från åldersgrupper på rotationsuppgifter.

Svar	Åldersgrupper		
	Y	M	Ä
Korrekt	4	3	7
Felaktigt	4	9	4

Andelen korrekta svar på de fyra uppgiftstyperna för de olika diagnosgrupperna framgår av tabellerna 9 - 12. De klart avvikande prestationerna för eleverna MC och ÄS bör vägas in i den grova jämförelsen mellan diagnosgrupperna. Av mönsteruppgifterna gjorde elev MC enbart den första vilken var för svår och han fick därefter pröva en lättare mönsteruppgift som de andra eleverna inte gjorde. För elev ÄS var det tvärtom. På grund av att eleven hade mycket lätt för denna typ av uppgifter och för att eleven kunde "redovisa" mycket tydligt hur han löste de två uppgifterna räckte det med dessa.

Tabell 9. Fördelning av korrekta och felaktiga svar för diagnosgrupper i mönsteruppgifterna.

Svar	Diagnosgrupper		
	CORH	SORH	PORH
Korrekt	6	7	4
Felaktigt	4	5	6

Tabell 10. Antal korrekta respektive felaktiga svar från diagnosgrupper på transferuppgifter.

Svar	Diagnosgrupper		
	CORH	SORH	PORH
Korrekt	1	3	2
Felaktigt	7	4	5

Tabell 11. Fördelning av korrekta och felaktiga svar för diagnosgrupper på rotationsuppgifter.

Svar	Diagnosgrupper		
	CORH	SORH	PORH
Korrekt	3	4	7
Felaktigt	8	5	4

Tabell 12. Fördelning av korrekta och felaktiga svar för diagnosgrupper på visualiseringsuppgifter.

Svar	Diagnosgrupper		
	CORH	SORH	PORH
Korrekt	0	7	3
Felaktigt	9	2	5

Eleverna i CORH-gruppen har i jämförelse med eleverna i de andra diagnosgrupperna lämnat förhållandevis många felaktiga svar på transfer-, rotations- och visualiseringsuppgifter. Eleverna i CORH-gruppen har till stor del förlitat sig på verbalt resonerande strategier vid arbete med visualiseringsuppgifterna vilket framgår av översiktmatrisen. Elevernas användning av strategi i förhållande till rätta respektive felaktiga svar fördelar sig enligt tabell 13.

Tabell 13. Korrekta respektive felaktiga svar fördelat på olika strategier.

Svar	Strategi		
	SM	VR	Mix
Korrekt	28	15	4
Felaktigt	43	18	3

Eleverna har proportionellt fler felaktiga svar när de använder en spatialt manipulativ strategi än när de använder en verbalt resonerande strategi. Korrekta svar i förhållande till antalet lösta uppgifter för respektive uppgiftstyp framgår av tabell 14.

Tabell 14. Andel korrekta svar vid användning av olika strategier för olika uppgiftstyper.

Uppgiftstyp	Strategi		
	SM	VR	Mix
Mönster	4 / 15	9 / 12	4 / 5
Transfer	3 / 15	2 / 5	1 / 2
Rotering	11 / 26	3 / 5	
Visualisering Y	5 / 7	0 / 7	
Visualisering Ä	3 / 5	1 / 4	1 / 3

För såväl mönster-, transfer- och roteringsuppgifter är andelen rätt lösta uppgifter förhållandevis hög för elever som har använt verbalt resonerande strategi jämfört med elever som har använt spatialt manipulerande strategi. Däremot har användning av verbalt resonerande strategi vid arbete med visualiseringsuppgifterna endast medfört ett korrekt svar av elva möjliga. Vid användning av spatialt manipulativa strategier har eleverna fått förhållandevis många korrekta svar på dessa uppgifter (åtta av tolv möjliga).

Elevernas genomsnittliga prestationer på dessa provuppgifter är låga samtidigt som andelarna rätt lösta uppgifter varierar stort mellan enskilda elever. Eleverna i den yngre gruppen presterar jämbördigt och deras diagnosgruppstillhörighet förefaller inte ha samband med deras prestationer. I mellangruppen åldersmässigt har eleven i PORH-gruppen något fler korrekta svar medan eleven från CORH-gruppen har stora svårigheter. I den äldre åldersgruppen har eleven från SORH-gruppen mycket lätt för dessa uppgifter medan de övriga två eleverna har svårigheter med uppgifter avsedda för yngre elever.

Prestationerna för eleverna i mellangruppen och äldre gruppen på uppgifter använda i prov avsedda för elever i årskurserna 2 till 8 (mönster-, transfer-, roterings-, visualiseringsuppgifter för yngre) är låga även om man undantar elev MC. Av femtio möjliga lämnar de övriga eleverna rätt svar på mindre än hälften (23 st.). De två eleverna utan neurologiska diagnoser (MP, ÄP) har samma låga andel korrekta svar. De lämnar nio korrekta respektive 10 felaktiga svar på dessa uppgifter.

De tre yngre elevernas svar visar på en för åldern och i förhållande till de äldre åldersgrupperna förhållandevis hög andel korrekta svar. Det finns inga skillnader i den yngre gruppen som går att relatera till neurologiska faktorer, vare sig i andelen korrekta svar eller val av strategier.

Uppgifter från tabellerna 1 - 14 visar följande grova mönster med de förbehåll som har lämnats tidigare, dvs att inte alla elever i samma utsträckning har arbetat med samma uppgifter:

- * Såväl spatialt manipulativ strategi som verbalt resonerande strategi har använts av elever. Ibland har båda strategierna använts i samma utsträckning.
- * Alla elever har använt båda typerna av strategier.
- * Samtliga diagnosgrupper använder spatialt manipulerande strategi i större utsträckning än verbalt resonerande strategi.
- * Det finns enskilda elever som i stor utsträckning använder sig av spatialt manipulerande strategier (YS, MS, MP, ÄP).
- * I CORH-gruppen är verbalt resonerande strategi oftare förekommande än i övriga grupper.
- * Samtliga åldersgrupper använder spatialt manipulerande strategi i större utsträckning än verbalt resonerande strategi.
- * Frekvensen av användning av en strategi skiljer sig mellan olika uppgiftstyper. För rotationsuppgifter används oftast spatialt manipulativa strategier. Vid arbete med visualiseringsuppgifter används båda strategierna i samma utsträckning.
- * Användning av såväl spatialt manipulativ strategi som verbalt resonerande strategi har lett till korrekta svar i samtliga uppgiftstyper.
- * Vid användning av spatialt manipulativ strategi eller mix (spatialt manipulativ plus verbalt resonerande) avgav eleverna ofta ett korrekt svar (9 av 15) när de arbetade med visualiseringsuppgifter, medan användning av enbart verbalt resonerande strategi endast ledde till korrekt svar vid ett tillfälle (1 av 11).
- * Eleverna har sammantaget lämnat fler felaktiga svar än rätta.
- * Andelen korrekta svar är förhållandevis låg för flera av eleverna i mellangruppen och i den äldre gruppen oavsett diagnosgruppstillhörighet.
- * Andelen korrekta svar för elever i den yngre gruppen är förhållandevis hög och inte relaterad till diagnosgruppstillhörighet.
- * SORH-gruppen lämnar korrekta svar i större utsträckning än övriga grupper. CORH-gruppen har markant färre antal korrekta svar än de andra grupperna. Skillnaderna kan i praktiken anses vara större mellan dessa båda grupper då en elev i CORH-gruppen ”slapp” göra uppgifter på grund av att de var för svåra medan en elev i SORH-gruppen också ”slapp” göra uppgifter på grund av att de var för lätta (dvs. en slags ”botten-” respektive ”takeffekt”).
- * Det är stora skillnader mellan elever avseende antal rätta svar.
- * Såväl elever i M-gruppen som i Ä-gruppen lämnar flera felaktiga svar på mönsteruppgifterna från årskurs 2. Y-eleverna har fler korrekta svar på rotationsuppgifterna än M-eleverna. Ä-eleverna har flest korrekta svar.
- * Andelen korrekta svar på mönster-, transfer- och roteringsuppgifter är större när eleverna använder verbalt resonerande strategi.
- * Andelen korrekta svar är lägre på visualiseringsuppgifter när eleverna använder verbalt resonerande strategi.
- * Eleverna i CORH-gruppen förlitar sig till stor del på verbalt resonerande strategier vid arbete med visualiseringsuppgifter och har genomgående lämnat fel svar på dessa.

DISKUSSION

Svårigheter med att undersöka andras tänkande

Något som försvårar studier av andras tänkande är att tänkande förmodligen kan ske inom olika symbolsystem, vilket också är ett antagande i denna studie. I t. ex. en problemlösningssuppgift sker enligt resultat i vår studie tänkandet alternerande, men i olika grad beroende på uppgiftstyp, mellan de olika symbolsystemen. Personers verbala utsagor om sitt tänkande leder lätt till tolkningssvårigheter. Personers verbala utsagor eller andra expressiva uttryck för visuo-spatialt tänkande är ännu svårare att undersöka. I en problemlösningssituation med rumsliga uppgifter är det troligt att personer pendlar mellan de olika symbolsystemen men med sådan integration mellan dessa så tänkandet ter sig som i högsta grad enhetligt. Dessa "förutsättningar" gör det mycket svårt att undersöka människors tänkande. En konsekvens av detta är exempelvis, att när någon löser spatiala uppgifter är det därför inte säkert att det är den av Gardner (1983) "identifierade" neurologiska spatiala förmågan som används. Det kan i sådana fall vara den verbalt logiska förmågan att lösa spatiala uppgifter som testas. Förmodligen är det dock ofta fråga om ett alternerande (en mix) mellan dessa båda strategityper.

När personer i strikt kontrollerade experimentella studier ombeds att lösa uppgifter t. ex. på ett spatialt sätt (t. ex. mental rotation av figurer som är svåra att beskriva med ord — om det är möjligt) påverkas det enhetliga tänkandet och styrs mer eller mindre medvetet för att uppfylla de krav som ställs på försökssituationen. Samtidigt minskar den ekologiska validiteten drastiskt och vi får en situation liknande den ofta citerade av Bronfenbrenner (1977) där han kritiserar mycket av den samtida utvecklingspsykologin som han anser är:

"the science of the strange behavior of children in strange situations with strange adults for the briefest possible periods of time." (1977)

Psykologiska eller neuropsykologiska undersökningar med låg ekologisk validitet gör inte problemlösningssituationer i skolan rättvisa och inte heller tänkandet som sådant under mer normala omständigheter. En mer komplex beskrivning av tänkande finns även hos en del neuropsykologer. Lezak (1995) skriver:

"In sum, neuropsychological studies have demonstrated that there is no general cognitive or intellectual function, but rather many discrete ones that work together so smoothly when the brain is intact that cognition is experienced as a single, seamless attribute." (s, 23, se även Just och Carpenter, 1985).

Betoningen i vår studie bygger i stor utsträckning på analyser av elevernas typiska utförande (Smedler²⁵, 1995), vilket förmodligen i hög grad liknar elevernas arbetssätt i undervisningen då de arbetar ensamma med denna typ av uppgifter (se Smedler, 1993). En slutsats från vår studie, är att det verkar möjligt att påvisa om en elev har tillräcklig neural spatial förmåga för att klara de uppgifter eleverna arbetar med. Det är dock inte möjligt att fastslå att en elev har brister i sin spatiala förmåga, om eleven svarar fel på uppgifterna, eftersom den faktiska förmågan kan döljas av perceptuella, sensoriska eller andra slag av kognitiva svårigheter. Det är inte heller möjligt att upptäcka om eleverna har förutsättningar för att lära sig uppgifterna som används eller hur de skulle klara dem med pedagogiskt stöd inom "Zone of proximal development" (se Vygotsky, 1996).

Tidigare forskning kring elever med rörelsehinder och med psykologiska tester som främsta instrument diskuterar inte svårigheter med att "mäta" tänkandet i de "artificiella" test-situationerna. En uppmätt prestation inom ett spatialt deltest relateras, utan förbehåll, till en neurologisk spatial funktion.

Studiens huvudresultat

Studiens *första frågeställning* (sid. 28) kan besvaras med att eleverna använder en mängd olika strategier för att lösa uppgifterna. Det förefaller möjligt att grovt indela de kognitiva strategierna i två huvudgrupper. De båda strategityperna, spatialt manipulerande respektive verbalt resonerande, anknyter till två olika symbolsystem. Det enskilt tydligaste resultatet är att det visar sig möjligt för alla elever att använda alternativa kognitiva strategier vid arbete med spatiala uppgifter.

De återstående två frågeställningarna berör huruvida elevernas användning av strategier är relaterade till deras rörelsehinder respektive till deras diagnosgruppstillhörighet. Sammanställningen av elevers val av strategier visar en stor variation avseende val av strategi oavsett diagnos, ålder och rörelsehinder. Det finns därför inga belägg för att elevers strategival är direkt relaterade till deras medicinska diagnos eller deras rörelsehinder. Det framstår i stället klart att elever i alla grupper använder sig av båda typerna av strategier vilka dessutom är möjliga att använda för samtliga slags uppgifter.

Det finns däremot "individuella" skillnader mellan eleverna avseende i vilken utsträckning de föredrar att använda de olika strategierna, eller använda en mix av

²⁵ Smedler refererar till Cronbach (1970) som föreslår att psykometriska tester indelas i två huvudgrupper. De som mäter maximal förmåga samt de som mäter typiskt utförande där man avser mäta hur en individ vanligtvis reagerar i en given situation.

dem. Elev MS använder sig t. ex. nästan uteslutande av spatialt manipulerande strategier medan elev ÄC i flertalet uppgifter helt eller delvis använder en verbalt resonerande strategi.

Antalet rätt besvarade uppgifter varierar i stor utsträckning mellan elever oavsett diagnosgruppstillhörighet. De flesta eleverna har besvarat cirka hälften av uppgifterna med rätt svar. Det bör återigen betonas att alla elever har inte arbetat med samma uppgifter. Elever i samma årskurser har dock i stor utsträckning arbetat med samma uppgifter, vilket möjliggör en grov jämförelse mellan diagnosgrupperna. Som framgår av tabell 5 har eleverna i SORH-gruppen en större andel rätt besvarade uppgifter, CORH-gruppen minst antal rätt besvarade uppgifter med PORH-gruppen som en mellangrupp resultatmässigt. Det finns en elev som genomgående lämnar felaktiga svar och en elev som klarar alla uppgifter. Båda eleverna (MC och ÄS) tillhör diagnosgrupper där neurologiska faktorer förväntas påverka elevernas prestationer negativt. Deras ytterlighetsresultat avviker kraftigt från övriga elevers och får stort genomslag i den grova jämförelsen mellan grupperna. Mina erfarenheter från elevernas arbete med övriga uppgifter, som inte redovisas i resultatdelen, understryker ytterligare att dessa två elevers förmåga i matematik skiljer sig mycket från övriga elevers.

Flera felaktiga svar lämnas av ”mellaneleverna” och de äldre eleverna, oavsett neurologisk diagnosgruppstillhörighet, på uppgifter som är avsedda för elever i årskurs 2. Till viss del kan detta bero på att de äldre eleverna inte är vana vid denna typ av uppgifter. Elev ÄP försöker t. ex. finna numeriska mönster i M1a och M1b i stället för ett visuellt mönster med en i och för sig numerisk komponent (figurer som ökar en rutrad lodrätt och en rutkolumn vågrätt för varje ny figur). Samtidigt fanns det uppgifter avsedda för äldre elever som de yngre eleverna klarade av att arbeta med och i vissa fall även lösa. Det förefaller inte sannolikt att de yngre eleverna har haft någon större erfarenhet av arbete med denna typ av rotationsuppgifter tidigare under sin skolgång. Erfarenheter liknande ”mönsterarbete” och rotering av objekt kan eleverna ha skaffat sig utanför skolan.

Sammantaget förefaller förmågan att lösa uppgifter med rumsligt innehåll variera utöver diagnosgruppstillhörighet. Eleverna med rörelsehinder utan neurologiska skador/sjukdomar presterar resultatmässigt som en mellangrupp i förhållande till de två andra diagnosgrupperna. Andelen rätt besvarade uppgifter är lågt särskilt för mellangruppen elever och de äldre eleverna - som grupp. Denna bedömning baseras på jämförelsedata från TIMMS samt det förhållandet att flera av uppgifterna främst används i grundskolans lägre årskurser. Dessa förhållandevis låga resultat för hela gruppen elever, kan eventuellt ses som en indikation på att ett rörelsehinder kan ha betydelse för elevers möjligheter att lära sig lösa uppgifter med spatialt innehåll. Men elevgruppen är liten och jämförelseuppgifter

saknas. Dessutom saknas uppgifter om kvaliteten och utformningen av den undervisning eleverna har deltagit i.

Elevernas resultat förefaller inte kunna förklaras med perceptionsteorier. Eleverna med visu-perceptuella svårigheter hade svårigheter främst med att föreställa sig i en spatial dimension. Båda eleverna hade de största manipulativa svårigheterna av eleverna i undersökningsgruppen samt stora svårigheter med förflyttning.

Hur skall elevernas problemlösningstrategier och de förhållandevis låga resultaten för hela gruppen i vår studie förstås? För en teoretisk förståelse för elevers val av strategi, för deras förmåga att lösa uppgifter med rumsligt innehåll, kommer resultaten i följande avsnitt att tolkas och relateras till två olika förklaringsmodeller. Den ena baseras på ett konstruktivistiskt paradig, den andra baseras på ett positivistiskt ”bristmätningparadigm”. Huvuddrag och slutsatser från forskning inom dessa paradigmer beskrivs och jämförs. Pedagogiska implikationer för undervisning av elever med rörelsehinder avslutar kapitlet.

Studiens resultat i förhållande till ett bristmätningparadigm (deficit measurement paradigm)

Ett förmodat kausalt samband mellan neurologiska skador och spatial förmåga.

I de neuropsykologiska mätningarna inom ”The deficit measurement paradigm”, som Lezak (1995, s. 108) benämner det, används två slags normer. Den ena (*individual*) erhålls från patientens tidigare ”historia” medan den andra (*normative*) baseras på populationsmätningar. Lezak skriver:

”Intelligence testing and educational testing have provided the neuropsychologist with a ready-made set of operations and a well-defined frame of reference that have been fruitfully applied to deficit measurement (Lezak, 1988c).” (s. 98).

En undersökning av barns ”cognitive disorders” sker på samma sätt som för en vuxen och skall vara ett underlag för diagnosticering och för planering av rehabilitering och undervisning. Korkman (1993) anser dock att neurologiska fynd eller syndrombeskrivningar från vuxna patienter är osäkra och ger lite information. ”Vid diagnosticeringen av barn har man inte heller tillgång till någon solid teori som kunde utgöra grunden för tolkning av resultaten (s. 7).”

För barn med medfödda eller tidigt förvärvade skador (spina bifida, cerebral pares och infantil hemiplegi) har den medicinska, neurologiska och neuropsykologiska forskningen ofta funnit en högre verbal förmåga och en

motsvarande lägre performance eller spatial förmåga vid användning av psykometriska tester (främst WISC):

för ”gruppen” CORH, se Kohn och Dennis, 1974; Dennis, 1985a; Dennis, 1985b; Dorman, 1987; Rowan och Monaghan, 1989; Carlsson, 1994; Goodman och Yude, 1996; Muter, Taylor och Vargha-Khadem, 1997; Frampton, Yude och Goodman, 1998,

för ”gruppen” SORH, se Spain, 1974; Tew, 1979; Carr och Pearson, 1983; Tew, 1986; Norlin; 1990; Wills, Holmbeck, Dillon och McLone, 1990; Fletcher m. fl., 1992; Dise och Lohr, 1998.

Det finns dock även studier, t. ex. av barn med hemiplegi, som inte visar på en sådan typ av skillnader. I Annetts (1973) studie var fördelningen av skillnader mellan verbal och performance normal och antalet barn (hemiplegi) med sådana skillnader inte större än i ”a sample of unselected children” (s. 21). I Rowan och Monaghans (1989) studie konstateras en medelvärdeskillnad mellan verbalt och performance. Resultat för de tio eleverna visar dock att det är lika många elever som har högre poäng på performance som det finns elever som har högre poäng på den verbala delen. För eleverna med högre poäng på verbala delen än performance delen var skillnaderna större. I Norlins (1990) studie var sådana skillnader relaterade till elevernas ålder. Medan det för hela gruppen fanns skillnader fann hon inga skillnader i undergruppen yngre barn. Undersökningsgruppen var liten (fem barn 7-12 år i yngre gruppen, äldre gruppen bestod av sju ungdomar 15-18 år).

Neurologisk förklaring till diskrepans - en fråga om biologisk determinism?

Vilka förklaringar framförs då för den diskrepans avseende prestationer på verbala respektive performance/visuo-spatiala tester? I studierna ovan nämns ett mycket stort antal medicinska variabler som hypotetiskt kan påverka individers resultat på verbala delen respektive performance delen på WISC (se t. ex. Dennis, 1995a; Dennis, 1985b). Enligt Dennis kan man inte urskilja enskilda variabler som bestämmer prestationsförmågan på de verbala eller ickeverbala skalor som utgörs av olika tester. Korrelationer mellan medicinska variabler och dessa skalor, eller hybrider (s. 574) som Dennis kallar dem, och skalornas deltest visar på en stor komplexitet. Hon skriver t.ex.:

”It is not the hydrocephalic child who is at risk for selectively poor nonverbal intelligence, but the hydrocephalic child with certain visual, motor and seizure symptoms (Dennis et al., 1981).” (Dennis, 1985a, s. 528)

Det finns ett flertal studier där syftet främst har varit att undersöka diskrepansen mellan verbal förmåga och performance (spatial förmåga). Av särskilt intresse är studier med barn och ungdomar vilka t. ex. på grund av tumörer har tvingats operera bort ena hjärnhalvan, barn med hemiplelegisk cerebral pares och barn med infantil hemiplegi. Goodman och Yude (1996) betonar att studier med barn som har hemiplegi:

”offer a window on neuroplasticity. Previous studies of the cognitive consequences of early unilateral lesions have generated conflicting findings and theories (see Vargha-Khadem *et al.* 1994).” (s. 881)

Carlsson (1994) skriver:

”In paediatric neuropsychological research it is a challenge to localize brain injuries and dysfunctions, especially as the developing brain has the unique ability to reallocate functions from impaired to intact areas.” (s. 43).

Ett par viktiga förutsättningar för sådana ”omlokaliseringar” är den omogna hjärnans överkapacitet och plasticitet (Smedler, 1992). Studier av vuxna har i allmänhet visat att språkfunktionen är lateraliserad till vänster hjärnhemisfär och visuo-spatiala funktioner till höger hemisfär (Carlsson, 1994; Dittuno och Mann, 1990). Till skillnad mot vuxna visar barn med tidiga hjärnskador i vänster hemisfär sällan några svåra språkproblem (Carlsson, 1994). Slutsatser från flera studier (Carlsson, 1994; Goodman och Yude, 1996; Muter, Taylor och Vargha-Khadem, 1997; Frampton, Yude och Goodman, 1998) visar att den verbala funktionen utvecklas i större utsträckning än den visuo-spatiala funktionen oavsett vilken hemisfär som har skadats. Det vill säga en omlokalisering förefaller kunna ske mellan hemisfärer av den språkliga funktionen. Enligt Carlsson verkar det inte ske någon motsvarande funktionell plasticitet för visuo-spatiala funktioner. Den visuo-spatiala funktionen trängs undan (Teuber’s Cognitive Crowding Hypothesis, se Vargha-Khadem, Isaacs och Muter, 1994, s. 2570; Muter m. fl. 1997, s. 296) medan den inte kan tränga undan den verbala funktionen. En anledning är att den verbala funktionen förefaller utvecklas före den visuo-spatiala enligt Carlsson (1994). Enligt Goodman och Yude (1996) skulle den lägre förmågan på performance kunna vara artificiell p. g. a. att barn med hemiplegi har rörelsehinder som hämmar dem i testsituationerna. Eftersom resultaten var låga på Picture completion subtest, vilket inte krävde mer än handpekning, så är det enligt författarna troligt att de lägre resultaten på performance visar på selektiva visuospatiala brister. Samma författare skriver dock, tillsammans med Frampton (Frampton, Yude och Goodman, 1997):

”This Performance deficit may be partly due to the physical disability interfering with timed visuomotor tasks, and partly be due to the developing brain’s apparent strategy of preserving verbal skills at some expense to visuospatial skills whichever side of the brain is affected.” (s. 42)

Muter m. fl. (1997) tar också upp den motoriska funktionens betydelse för resultat på performance. De för fram en förklaring vilken egentligen inte är så intressant enligt författarna:

”An alternative, albeit less theoretically interesting, explanation for the lower performance IQ of hemiplegic children pertains to the reduced motor abilities resulting from hemiparesis. Success on performance tests is heavily reliant on intact, well-controlled and rapidly executed motor responses, enabling the child to manipulate the materials (e. g. blocks) deftly and to earn bonus points within specified time limits.”

I efterhand försökte författarna att kontrollera resultaten i förhållande till en motorisk faktor:

”Thus, the impaired performance of the hemiplegic group on the most sensitive performance subtest (i. e. the subtest documented as having the highest correlation with performance IQ) remained after controlling for the motor factor. This analysis was conducted *post hoc*, however, and test instructions may have biased the children’s responses. A direct test is required in order to unequivocally distinguish between the two competing hypothesis; for instance, the hemiplegic children’s performance on a motor-loaded visuospatial task (e. g. Block Design) may be compared to their performance on a similar visuospatial task which does not require a motor response (e. g. mental rotation of shapes).” (s. 296)

Vår tidigare studie (se Malmqvist, 2000) visade att de motoriska förutsättningarna att (hinna) göra provuppgifter har mycket stor betydelse för testresultat i tidsbegränsade prov.

I studier (ovan) med barn som har ryggmärgsbräck försöker forskarna förklara den genomsnittligt lägre förmågan på performance delen genom ett flertal olika hypoteser. Hypoteserna har en neurologisk grund (baserade på diagnosticerade skador) men baseras (indirekt) på korrelationer mellan medicinska variabler²⁶ och psykometriska testresultat (se Fletcher m. fl., 1992).

Ofta förs Rourke och dennes Nonverbal Learning Syndrome²⁷ fram (se t. ex. Wills m fl., 1990; Fletcher m. fl., 1992) och de till syndromet tillhörande neurologiska hypoteserna och förklaringarna. Det är skador på vit hjärnvävnad (white matter, dvs myelin) för intermodal integration (mellan hjärnhalvor) som ger upphov till syndromet. Även skador i höger hemisfärs ljusa vävnad (pga hydrocefalus, Fletcher m. fl., 1992) kan ge upphov till syndromet.

²⁶ Exempel på förekommande medicinska variabler är: hydrocefalus, Arnold-Chiari missbildning (på hjärnstam-lillhjärne nivå), skador på kommissurbandor, skador på corpus callosum, skador i det område där shunten har lagts, intrakraniala infektioner, skador på ögonmotoriken m. fl.

²⁷ Det finns referenser till Rourke, till Goldberg och Costa modellen och Nonverbal Learning Syndrome även i studierna som behandlar hemiplegi (se t ex. Carlsson, 1994; Frampton, 1998).

I flertalet studier finns barnens motoriska förmåga kommenterad och den ges olika betydelse. Spain (1974) skriver t. ex.:

”Lack of opportunity to manipulate objects freely in infancy, together with immobility, may well contribute to the general visuo-spatial problems of these children”. (s. 778)

Gemensamt för flertalet studier är att undersökningsobjekten är olika funktioner och processer. Föreställningen om nervsystemet utifrån en input-output modell med enskilda moduler/funktioner för olika funktioner (se t ex, Lezak, 1995 s. 22) dominerar. Diskussioner kring kognitiva funktioner verkar ske utifrån det dominerande kognitiva paradigmet baserat på informations-process teori (se Eysenck och Keane, 1995, s. 1; Lundh, 1992a, s. 27-30), även om detta inte tydliggörs genom referenser²⁸. Utveckling i ett sådant perspektiv handlar till stor del om tillgång till och utveckling av system för processer inom en individ som sker allt effektivare på grund av tillväxt och mognad (Richardson, 1998; Meadows, 1994a). Grundantagande avseende lärande i informationsprocessteorier är enligt Elman (refererad i Richardson 1998):

”by its nature a strongly nativist approach to learning... Everything that really counts is already there at the beginning.” (Richardson, 1998. s. 6).

Ett sådant synsätt stämmer väl överens med neurologins där ”favoritbegreppet” enligt Sacks (1990) är ”bortfall” vilket står för en försämring eller defekt i den neurologiska funktionen.

Studiens resultat i förhållande till en utvecklingspedagogisk modell utifrån konstruktivistiska grundantaganden

En möjlig relation mellan rörelseförmåga och utveckling av spatial förmåga.

Det förefaller rimligt, även utifrån studiens resultat, att rörelsehinder kan påverka utvecklingen av spatial förmåga eller delaspekter av denna, vilket också skulle vara förenligt med ”piagetiansk” teori. Några elevers uppenbara svårigheter med uppgifter i studien kan ses som ett visst stöd för ett konstruktivistiskt antagande att rörelsehinder kan medföra svårigheter med spatialt manipulerande tänkande.

Det finns elever med stora rörelsehinder (YC och ÄC) som i stor utsträckning förlitar sig på verbalt resonerande strategier som ett alternativ och som därigenom

²⁸ Inom kognitiv neuropsykologi är detta perspektiv klart uttalat, se t. ex. Howard & Patterson, 1989; Riddoch & Humphreys, 1994; Green, 1996; Morton, 1996; Grieve, 2000. Riddoch och Humphreys (1994) ser kognitiv neuropsykologi som nödvändig men icke tillräcklig för kognitiv rehabilitering. De anser att konnektionistiska modeller kan vara användbara för att förklara processer som är ”icke-modulära”.

kan komma fram till korrekta svar. Elevernas användning av en verbal strategi kan tolkas som kompensationsstrategi eller "bara" som en möjlig alternativ strategi. Det finns dock inga jämförande data att förlita sig till vad gäller val av strategier, för att det ska vara möjligt att dra slutsatser om huruvida det är det ena eller det andra. Tidigare refererade studier, som har påvisat förekomsten av spatiala respektive verbala strategier, har gjorts med försökspersoner utan funktionshinder. I dessa studier har det funnits olika preferenser för val av strategier utan att dessa behöver ses som kompensatoriska strategier. Snarare handlar det om val mellan möjliga strategier oberoende av ev. funktionshinder, skillnader avseende utveckling etc.

Även barn med grava rörelsehinder utvecklar förmodligen en spatialt manipulativ förmåga med de rörelser/funktioner de har. Däremot kanske denna spatiala förmåga inte utvecklas lika lätt, men här kan även ärftliga dispositioner komma in i bilden, vilket gör det svårt att dra slutsatser om enskilda elevers förutsättningar att utveckla en sådan spatial förmåga. Enligt Boden (1979) har Piaget hävdad att när barn med stora funktionshinder (t. ex. utan armar och ben) utvecklar kunskap som barn utan funktionshinder är det inte i motsats till hans teori och hon citerar ett brev²⁹:

"He claims merely that sensorimotor experience of *some sort* (which normally involves manipulation and locomotion) is essential for the growth of knowledge: 'sensorimotor activity has to be taken in a very general sense, and does not necessarily imply moving your hands, running around, etc.... It implies that activities are assimilated and accommodated, and this is the case with any child that lives, since it has to eat and drink (involving assimilation and accommodation - one drinks and eats very different things, and adjusts the movements according to the substance), and since it has perceptual activity (movements of the eyes and the head, if that is possible) also follows the same patterns of coordination.' " (s. 47)

En tolkning av Piagets svar innebär att teorin kan gälla även för barn med svåra rörelsehinder om de kan utföra vissa handlingar. Med Piagets terminologi krävs att barnet kan utföra de nödvändiga rörelserna för att bilda sensorimotoriska scheman (vilket sker inom en spatial "domän") och att barnet utifrån dessa scheman och koordinationer av dessa scheman genom "logic of relations" därigenom utvecklar kognitiva strukturer.

Men som Boden betonar har Piagets teori "svagheter" eftersom Piaget så starkt betonar betydelsen av att självständigt aktivt konstruera i motsats till att observera eller upptäcka. För förståelse av hur kunskap inom det spatiala området utvecklas hos barn med rörelsehinder är därför Piagets teori otillräcklig. Boden skriver:

²⁹ Det framgår inte av Boden när detta brev skrevs. Innehållet i brevet publicerades i en artikel av N. Jordan (1972) med titeln *Is there an Achilles heel in Piaget's theorizing?*

”The way in which schemes of space, time, cause and hierarchical goal-directed action develop in very deprived children (such as thalidomide babies) is still highly unclear...” (s. 47)³⁰

Piagets teori kan tolkas som att det krävs ett minimum av rörelseförmåga för att utveckla sensorimotorisk intelligens, för ”the growth of knowledge” - se citat ovan (Eagle, 1985; Willard-Holt, 1994). För den spatiala förmågan, som liksom andra förmågor bygger på sensorimotorisk intelligens, krävs dock ytterligare spatial erfarenhet genom manipulerade och förflyttning för att denna skall kunna utvecklas optimalt. Med ett sådant perspektiv kan också utvecklingen ske i olika takt och komma olika långt inom olika områden. Piaget och Inhelder (1967) skriver t. ex. att när det gäller utvecklingen av spatial förmåga sker denna snabbare på den perceptuella nivån än på tanke- eller föreställningsnivån.

Piagets beskrivning av hur spatial förmåga utvecklas hos barn i allmänhet, förutsätter förmågan att kunna manipulera i stor utsträckning, röra sig i rummet, kunna använda synen och den är begränsad till ett utvecklingsområde - det spatiala. Användning av alternativa kognitiva strategier behöver förstås inom ramen för en teori som inbegriper utvecklingen inom samtliga utvecklingsområden med möjliga interaktionseffekter mellan sådana utvecklingsområden.

Utveckling av alternativa kognitiva strategier - en fråga om adaptation?

Gruber och Vonèche (1995) skriver att Piaget förstod att det krävs ett komplext system av krafter som bestämmer ett barns kognitiva utveckling. Piaget refererar till Waddingtons metafor om individens utveckling i ett epigenetiskt ”landskap” där samspelet mellan fenotyp och genotyp beskrivs med hjälp av individens position på en av flera potentiella utvecklingsvägar inom ”landskapet”. ”Landskapet” i form av berg och dalar visar de genetiska förutsättningarna (nedärvd disposition, genotyp) medan en bolls läge på väg nedför kan sägas beskriva fenotypen (barnets ”nuvarande” observerbara beteende, uppnådda utvecklingsnivå etc.). Grundprincipen för denna metafor, som Waddington beskriver den, är att utvecklingen i stort strävar i en bestämd riktning och

”it is quite difficult to persuade the developing system not to finish up by producing its normal end results” (Gardner, 1983, s. 38).

Detta innebär att även om utvecklingen tar en alternativ utvecklingsväg så tenderar individens utveckling, p. g. a. den genetiska dispositionen, att återgå till

³⁰ Scheme står enligt Piaget (1983) för en operationell aktivitet, medan schema är en (figurativ) föreställning av ett objekt.

den ursprungliga (se även Boden, 1979; Richardson, 1998; Jeffmar, 1983 ; Gruber och Vonèche, 1995; Piaget, 1983). Boden (1979) skriver:

”For within limits, the genotype has the potential of generating distinct structurally self-maintaining phenotypes that actively compensate for the particular features of that environment.” (s. 111)

Waddingtons epigenetiska landskap visar metaforiskt på alternativa utvecklingsmöjligheter. Ett rörelsehinder kan för den enskildes utveckling vara ett lika stort ”hinder” för utveckling som begränsande miljöfaktorer och därmed påverka utvecklingen.

Ett av de mest framträdande begreppen i Piagets teori är adaptation (se Piaget, 1980, Piaget, 1983; Gruber och Vonèche, 1995). När en människa möter ett problem som måste lösas gör hon det utifrån de förutsättningar som finns. Det är inte svårt att föreställa sig att ett barn som inte har möjlighet att lösa praktiska uppgifter på grund av ett rörelsehinder ändå försöker lösa dem, men utvecklar alternativa strategier för att klara dem (se Aronson m. fl., 1985). Ett stort antal upprepade strategier eller lärande, beroende på rådande förutsättningar under flera års tid inom ett område, bör rimligen avspegla sig som en preferens för en viss typ av strategier, t. ex. verbala i stället för spatiala. Denna preferens för strategier kan möjligen med psykologiska termer beskrivas som en kognitiv stil och en följd av en normal utveckling utifrån individens förutsättningar. Denna preferens för verbala strategier kan också vara en konsekvens av att den undervisning eleverna deltar i, troligtvis främst är verbal till sin karaktär.

Några elevers val av verbala strategier, helt eller delvis, i föreliggande studie för att lösa uppgifter med ett rumsligt innehåll kan därmed ses som en fullt naturlig följd av deras tidigare lärande/utveckling utifrån deras rörelsemässiga begränsningar avseende möjligheter att utföra handlingar. Handlingar under hela deras utveckling från mer eller mindre medvetna handlingar före födsel fram till de handlingar eleverna utför vid tidpunkten för studien är väsentliga för deras spatiala utveckling i detta perspektiv.

Jämförelse mellan bristmättningsparadigm och utvecklingspedagogisk modell

En mer utvecklad verbal än spatial förmåga, vilket kan påverka val av strategier vid arbete med rumsliga uppgifter, finns dokumenterad i många studier inom ett bristmättningsparadigm. Om det är en verklig skillnad, och inte artificiell (se Goodman och Yude, 1996), kan en sådan skillnad förklaras på olika sätt. En förklaring som bygger på ett utvecklingspedagogiskt synsätt inom ett konstruktivistiskt paradigm relaterar en lägre spatial förmåga till rörelsehindret

som medför svårigheter att utveckla den spatiala förmågan med handlingar. Den verbala förmågan kan på grund av ökad användning utvecklas starkt. I ett bristmättningsparadigm blir förklaringen i stället att det handlar om en dysfunktion eller bortfall i den spatiala funktionen på grund av hjärnskada. Den verbala förmågan ”sparas” och är i detta perspektiv biologiskt determinerad att utvecklas i högre grad än den spatiala funktionen oavsett vilken hjärnhalva som skadas (se t. ex. Feldman m. fl. 1994; Vargha-Khadem, Isaacs och Muter, 1994). Förbättringar i funktioner ses som resultatet av mognadsprocesser (se t. ex. Banich m. fl., 1990; Vargha-Khadem, Isaacs och Muter, 1994).

Wechsler själv ansåg enligt Fancher (1985) att en diskrepans mellan verbal IQ och performance IQ måste ses utifrån ett flertal faktorer. Till exempel vilket yrke en människa har och kulturella skillnader påverkar förmågan att prestera på de olika delarna. Banich m. fl. (1990) refererar till tre studier som visar att intellektuella funktioner förbättras över tid hos hjärnskadade med goda socioekonomiska förutsättningar medan ett omvänt mönster föreligger hos hjärnskadade med sämre socioekonomiska förutsättningar.

Synen på kognitiv utveckling, huruvida den är flexibel eller inte, om den är normal och vad som påverkar utvecklingen skiljer sig mellan olika teoretiska positioner. Ofta är de i konflikt med varandra (Bayliss, 1998). Traditioner inom specialpedagogiska verksamheter och specialpedagogisk kunskap bygger till stor del på medicin och psykologi. Problem och svårigheter förstås som orsakade av inviduell patologi (Haug, 1998; Bailey, 1998). Inom området ”elever med rörelsehinder” är banden till medicinsk tradition historiskt sett mycket starka (Heimdahl Mattson, 1998; Malmqvist, 2000). Neuropsykologisk forskning och teori har fått en mycket stark ställning inom specialpedagogisk litteratur inriktad på inviduella inlärningssvårigheter. Hallahan, Kauffman och Lloyd (1996) skriver:

”Several factors have helped make professionals generally more favorably inclined toward neurological explanations of learning disabilities, chiefly (1) the decrease in the popularity of behaviorism and environmentalism, (2) the difficulties documenting dyspedagogia, and (3) the increase in the utility of neurological measures.” (s. 64).

Eysenck (1995) betonar att neuropsykologers antaganden innebär isomorfism, vilket innebär att det finns en direkt och meningsfull relation mellan hjärnans fysiska organisation och det sätt som tänkande och kognitiva moduler är organiserade.

De på ”neurologi” baserade studierna dominerar, vilket delvis beror på att rörelsehinder av tradition inte ansetts vara ett pedagogiskt problem (Hilmersson, Magnusson och Rindler, 1991). Den medicinska förklaringsmodellen har dominerat ”och därmed den typ av slutsatser som betonar hjärnskadors påverkan

på kunskapstillägnande” (Malmqvist, 2000, s. 32). Rörelsehindrets eventuella betydelse för lärande har sällan varit av intresse inom denna forskning. Det är viktigt att göra en jämförelse mellan utgångspunkter för olika typer av forskning, eftersom de grundantaganden som studierna bygger på i hög grad påverkar vad som undersöks, undersökningsmetodik, och slutsatser från studier. Utifrån olika kunskapsteoretiska grundantaganden dras olika slutsatser från samma resultat. Resultat och slutsatser från forskningen påverkar den pedagogiska praktiken, inte minst verksamheten i de elevgrupper som har undersökts.

Avsaknaden av diskussioner kring lärande, utveckling och kunskaper i flertalet studier där elevers ämneskunskaper eller testresultat analyseras kan tolkas på olika sätt. I ett bristmätningssparadigm-perspektiv, som de flesta refererade studierna faller inom, förefaller lärande, erfarenheter etc. i ett utvecklingsperspektiv vara av begränsat värde och därför inte värt att diskutera. Det är dock rimligt att anta att alla människor har mer eller mindre medvetna föreställningar och antaganden om hur lärande går till och vad kunskap är. Den kunskapssyn, mer eller mindre ”medveten” och uttalad, som kommer till uttryck i många studier verkar präglad av nativistiska eller rationalistiska perspektiv avseende ”studieobjektens” kunskaper. Det ”egna” vetenskapliga kunskapstillägandet inom naturvetenskap och positivism sker dock med empiri som bas.

I flertalet studier inom ett bristmätningssparadigm relateras psykometriska testresultat till provresultat i olika ämnen utifrån medicinska utgångspunkter, vilka vilar på en uppfattning av olika förmågor som medfödda och/eller skadade. Ett exempel är synen på visuospatiala färdigheter. I studierna relateras spatial förmåga ibland till rörelseförmåga, men främst utifrån den motoriska funktionen vid undersökningstillfället. Genom att förändra de motoriska kraven för testen, genom förändrade tidsgränser, sättet eleverna svarar (tillåta verbala svar i stället för ”manipulativa”) eller använda ”motorfree tests” kommer författarna ofta till slutsatsen: att motorisk förmåga har en begränsad betydelse och inte kan förklara hela skillnaden i testresultat på performance /spatial förmåga jämförda med verbala testresultat. Skillnaden i utvecklingsperspektiv mellan bristmätningssparadigmet, om det över huvud taget innehåller ett utvecklingsperspektiv, jämfört med ett konstruktivistiskt är markant.

I det senare skulle en diskussion av resultat ske utifrån de förutsättningar för lärande, t.ex. avseende rörelseförmåga, som barnen har för att utveckla en visuospatial förmåga. Av betydelse är alla de erfarenheter och allt det lärande som sker från fosterstadiet, då barnet med stor sannolikhet börjar utveckla ett kroppsligt referenssystem i förhållande till livmoderns rum (se Nielsen, 1989; Cratty, 1985; von Hofsten, 1999), till den tidpunkt när den visuospatiala förmågan ”undersöks” vilket oftast är många år senare.

Det förefaller inte speciellt underligt att grupper med elever som har svårigheter att röra sig och befinner sig i en verbal miljö i större utsträckning utvecklar sin verbala förmåga än sin spatiala. Det kan vara en starkt bidragande förklaring för diskrepansen mellan verbal och spatial förmåga som kvarstår efter anpassningar av testsituationen utifrån motoriska förutsättningar. Det är då inte heller konstigt att eleverna oavsett diagnosgrupp i vår studie påvisar en stor variation avseende korrekta svar på uppgifterna och val av strategier för att lösa uppgifterna. I vår studie har vi ju inte heller några klara och entydiga resultat-skillnader mellan grupperna utan i stället en hög grad av variation oavsett diagnosgruppstillhörighet, vilket talar för rörelsehindrets betydelse och inte för ev. neurologiska (hjärn)skador i sig. Resultaten kan därför tolkas som att ett rörelsehinder som sådant kan ha betydelse för utveckling av spatialt manipulerande förmåga. Ytterligare stöd för en sådan tolkning är kvalitativa psykologiska studier som visar att försökspersoner ibland vid spatialt manipulerande gör motsvarande fysiska manipuleringar t. ex. med sina händer eller kroppsliga (proprioceptiva) förändringar (se Just och Carpenter, 1985). Den förra typen av fysiska manipuleringar utförde flera elever spontant vid olika uppgifter. Dessa iakttagelser stöder antagandet att tidigare erfarenheter har betydelse för en spatial föreställning av handlingar och för spatialt manipulerande. Ett *bråkigt nervsystem* som medför att rörelserna/handlingarna inte kan styras och förutsägas (se Aronsson m. fl., 1985, s. 5), som vid vissa centrala skador, kan eventuellt leda till svårigheter att bilda ”korrekta” spatiala föreställningar.

Elevers resultat i relation till spatial manipulerande förmåga respektive visuell perception.

I studier vilka kan sägas ingå i det så kallade ”bristmättningsparadigmet” med medicinsk och neuropsykologisk grund, relateras skolsvårigheter och låga testresultat på performancedelen av WISC ofta till visuella perceptionssvårigheter. Begreppen som används för att beskriva processer, funktioner och förmågor är ibland ”diffusa” men används som om de skulle vara exakta, går att urskilja från varandra och är mätbara till exempel med WISC-tester.

Det förefaller dock mycket svårt om inte omöjligt att särskilja perceptuella förmågor från spatiala i t. ex. performancedelen av WISC vid standardtestningar (se Lezak, 1995). Ett tecken på detta är att vissa forskare t. ex. Dise och Lohr (1998), betonar den visu-perceptuella aspekten av performance IQ (WISC) medan t. ex. Muter, Taylor och Vargha-Khadem (1997) betonar den visu-spatiala aspekten. En därmed sammanhängande viktig invändning, är att t. ex. WISC, som har en särklassig stark ställning bland intelligenstester, har en svag teoretisk förankring med svag begreppsvaliditet (Smedler, 1993). Ett tredje viktigt

förebehåll för slutsatser utifrån psykometriska tester (som t. ex. WISC) är att det vid arbete med t. ex. visu-spatiala uppgifter inte är säkert att det är den "neurologiska" visu-spatiala funktionen som "mäts", vilket också vår studie tydligt tyder på. Smedler hävdar dessutom att det är extra vanskligt att dra slutsatser från negativt testbeteende, dvs. när svaren är få eller ofullständiga:

"Det är försvarbart att dra slutsatser om förmåga om uppgifterna utförts korrekt... Det är inte lika självklart att man utifrån felaktiga svar kan sluta sig till att barnet brister i förmåga." (s. 18)

Här spelar enligt Smedler motivation, uppmärksamhet, känsloläge, uttryckssätt m. fl. faktorer in (se även Tew, 1986). För performedelen på WISC, liksom flera tester med motoriska inslag, har naturligtvis den motoriska färdigheten stor betydelse vilket flera studier berör, men oftast på ett ytligt sätt.

Störst skillnad mellan en normalpopulation och barn med spina bifida finner man enligt Wills m. fl. (1990) på deltester i Performance-delen som kräver snabb visu-spatial manipulering. Det är dock, som våra iakttagelser visar, inte säkert att barnen med spina bifida i Wills och i andras tester har använt visu-spatial manipulering. En användning av verbala eller mixade strategier leder på grund av tidsgränserna förmodligen till lägre resultat eftersom sådana strategier för flera uppgiftstyper tar längre tid (se Bethell-Fox och Shepard, 1988).

Den medicinsk-fysiologiska förklaringsgrunden för perceptionsstörningar "där begreppet perceptionsstörningar vanligen associeras till enbart neurologiska störningar och skador" kritiserar Axner (1991, s. 69). Axner förordar i stället Gibsons och Neissers perceptionsteorier som ger ökade möjligheter att förstå perceptionen och dess utveckling samt deras uppkomst och hur stödjande insatser bör utformas med hänsyn tagen till miljö- och socialpsykologiska faktorer.

Analyserna av elevernas arbete i vår studie visar att svårigheter som uppstår för de båda elever (ÄC och MC) som uppges ha stora visuella perceptionssvårigheter främst verkar vara svårigheter med föreställningar i en spatial dimension. En av dem (ÄC), som gick på naturvetenskapligt program, var den elev som oftast använde en mix av strategier (verbala + spatiala). Det skulle kunna tolkas som att denna elev har utvecklat en kognitiv stil som består av båda strategierna. Spatialt manipulerande strategi har han nästan bara använt vid arbete med rotationsuppgifterna.

Elev MC, som tillhörde särskola men gick i vanlig grundskola, fick sin undervisning avskilt tillsammans med elev-assistent till största delen av tiden (samma undervisningsförutsättningar hade även elev MS). Elev-assistenten uppgav att han fick ta nästan hela ansvaret själv för elevens undervisning. Eleven hade, som jag uppfattar det, en god verbal förmåga. Han var mycket humoristisk,

verkade inte använda sig av begrepp som han inte förstod. Han var mycket duktig på att imitera kända artister och var sångare i ett popband.

För elev GS, liksom för flera av de andra eleverna, så talade de så kallade medicinska variablerna emot honom. Eleven hade trots detta inte utvecklat några perceptuella svårigheter. Eleven var mycket ambitiös och intresserad av skolämnen, speciellt inom det naturvetenskapliga området och han hade höga betyg. Enligt hans egen beskrivning var han varken speciellt bra på eller intresserad av matematik tills en lärare på högstadiet väckte hans intresse. Läraren var enligt elevens beskrivning mycket pedagogisk och duktig på att förklara. Eleven har god handmotorik och har som han beskriver det fått möjlighet till många praktiska erfarenheter i hemmet (t. ex. snickeri). Vid arbetet med uppgifter i vår studie arbetar eleven mycket snabbt även med innehållsligt betydligt svårare uppgifter än de uppgifter som användes för analysen. Eleven siktade på en högre akademisk utbildning inom matematisk-naturvetenskapligt område (vilket han också senare har påbörjat enligt elevens tidigare rh-konsulent). GS kan använda ett flertal problemlösningstrategier för flertalet uppgifter och vet vad som krävs ”formellt matematiskt” för att få högsta möjliga poängtilldelning vid rättning. Han ritar ofta upp förutsättningar i uppgifter i form av ”modeller” vilka ofta är så skalenliga och korrekta så han med hjälp av dessa kan få fram rätt svar. Han är också noggrann med att efterkontrollera gjorda beräkningar för att se om svaren är rimliga.

Elevens kunnande kontrasterar starkt mot den stereotypa bild som är ”resultat” av många studier inom ”bristmättningsparadigmet”. Tew (1986) skriver att den deprimerande litteraturen avseende barn med spina bifida är en bidragande orsak till lägre förväntningar hos lärare. I flera studier framhålls att elever i de studerade grupperna inte har matematik i samma omfattning som andra elever och att förväntningarna på dessa elever i skolan inte är lika positiva som för andra (se t.ex. Parsons, 1972; Richman och Harper, 1978; Mattson, 1982; Carr och Pearson, 1983; Strang och Rourke, 1985; Tew, 1986; Wills m. fl. 1990).

Konklusion

Den i jämförelsen mellan ”förklaringsperspektiven” (brist paradigmet vs. utvecklingspedagogisk modell) förmodligen mest betydelsefulla skillnaden finns i ”utvecklings-dimensionen”. I den utvecklingspedagogiska modellen har lärande en central betydelse i denna dimension. Lärandets betydelse i brist-paradigmet framstår som mycket begränsat. Dessa skilda synsätt på lärandets betydelse kan förmodligen också härledas till skilda grundläggande antaganden om kunskap och lärande.

Olika förklaringsmodeller - olika implikationer för undervisningens utformning och för hantering av matematiksvårigheter

Resultaten i vår studie har intressanta och viktiga implikationer av betydelse för undervisningens uppläggning beroende på vilka slutsatser som dras. Det är vanligt att elever med rörelsehinder har låga resultat i matematik och rapporteras ha inlärningssvårigheter i skolan. Det neuropsykologiska perspektivet har efterhand fått allt större inflytande på förståelse och förklaringar av problem inom specialundervisningen (Hallahan, Kauffman och Lloyd, 1996; Haug, 1998; Engström, 2000). Vid undervisningen av barn med rörelsehinder har dock ett sådant medicinskt/neurologiskt inflytande en lång tradition. Detta inflytande bör rimligtvis problematiseras och olika konsekvenser studeras närmare.

Enligt Geary (1993) har kognitiv psykologisk forskning avseende MD (Mathematical disabilities) och neuropsykologins forskning avseende dyskalkuli kommit fram till samma grundläggande bas för elevers svårigheter i matematik. Ginsburg (1997) kritiserar dock starkt neurologiska förklaringar och menar att sett ur ett utvecklingsperspektiv bör forskare överge bristmodeller. Han kritiserar även användningen av diagnoser tagna från dessa forskningsperspektiv och skriver att:

”Many children receive diagnoses of mathematics learning disability, or the related dyscalculia and acalculia. Yet, little is understood concerning these ‘conditions’ and how they develop.” (s. 20)

Engström (2000) är lika kritisk till sådan diagnosticering och pekar på avsaknaden av vetenskapligt stöd för begrepp som dyskalkyli. I stället råder begreppsförvirring och oenighet om hur dyskalkyli skall definieras och vilka åtgärder som ska vidtas för elever som har ”dyskalkyli”. Inget tyder heller på att:

”barn med specifika matematiksvårigheter skulle skilja sig på något särskilt sett från barn med andra matematiksvårigheter eller att de skulle vara i behov av en undervisning som skiljer sig på något särskilt sätt från andra barn i behov av särskilt stöd i matematik. (s. 28)

Enligt ett neuropedagogiskt synsätt så är det fastställt att det är hjärnskador eller neurala funktionsstörningar som entydigt orsakar avvikande matematikbeteenden. ”Neuropedagogen utreder elevens kunskapsbrister och anvisar för läraren den behandling som passar eleven” (Magne, 1998, s. 118). Han skriver också:

”Den sammanfattande tolkningen tycks bli att det är ett betydande forskningsgap mellan de enkla akalkylierna (eller dyskalkylierna) och det matematiska tänkandet.” (s. 119)

Pedrotty Bryant m. fl. (2000) har försökt att sammanställa ett klassifikationssystem för de vanligaste matematiska svårigheterna. Man fann i teoretiska, kliniska och empiriska studier drygt trettioåret olika slags matematik”svårigheter”. Speciallärare (391 stycken) i USA fick därefter rangordna svårigheter hos sina elever med och utan inlärnings svårigheter. För båda grupperna var det i särklass svårast att lösa uppgifter i flera steg. Forskarnas resultat verkar ge belägg för det av Magne (se citat ovan) beskrivna forskningsgapet mellan neurologiska förklaringar och matematiskt tänkande.

Det finns uppenbarligen olika uppfattningar avseende betydelsen av neurologiska förklaringar för elevers lärande i matematik. Det ökade intresset för informationsprocess-tänkande i matematik (i stället för konstruktivistiskt tänkande, se Ahlberg, 1992) förefaller dock ”harmoniera” väl med ”bristparadigmet”. Enligt Ahlberg (1992) söker man i informationsprocess-forskningen efter generella procedurer i elevers tänkande vid matematisk problemlösning. Eleverna ska utveckla sin metakognitiva förmåga samt träna olika problemlösningstrategier och tekniker som de skall utnyttja när de löser matematiska problem. (s. 55).

Enligt Cornoldi m. fl. (1999) ska barn med NVLD som har svårigheter med långsamma informationsprocesser avseende icke-verbal information ges: ”the opportunity of processing visual imagery more slowly...”(s. 55). Ett annat råd är att de får möjlighet att verbalisera.

I en konstruktivistiskt utformad undervisning däremot skall eleverna:

”ges möjlighet att upptäcka och undersöka undervisningsinnehållet för att därigenom skapa och förändra de kognitiva strukturerna”. (Ahlberg, 1992, s. 55)

Undervisningen ska vara utformad utifrån elevernas mognad och erfarenheter. Läraren ses som en förmedlare mellan eleverna och matematiken vilket innebär att kommunikationen blir en central del av undervisningen i problemlösning (Ahlberg, 1992). Detta perspektiv finns också i Piagets konstruktivism men är underordnat gentemot vad som sker ”i” individen (Driver, m. fl. 1994). De sociala, kulturella och kommunikativa aspekterna i matematikundervisning har förordats inom det sociokulturella konstruktivistiska perspektivet med rötter från Vygotskij, Lurija³¹ och aktivitetsteoretiker som Davydov och Leontiev (se t. ex. Bereiter, 1994; Cobb, 1994). Det finns enligt Ahlberg (1992) ett starkt stöd inom litteraturen för att samarbete och dialog har en positiv effekt på matematisk problemlösningsförmåga.

³¹ Enligt Bråten (1996) ansåg Lurija att hans eget livsverk var en utveckling av Vygotskijs tankar. Vygotskij hade i sin tur hämtat viktiga idéer om barns utveckling från Piaget.

Dessa korta utdrag med anknytning till olika forskningsperspektiv avseende matematiksvårigheter å ena sidan och lärande i matematik å andra sidan pekar på stora skillnader. I grunden handlar det om helt olika föreställningar om hur lärande går till. För elever med matematiksvårigheter främst en informationsprocess-, och neurologisk dysfunktions-teori som grund för behandling av elevernas matematiska dysfunktioner³². För övriga ”normala” elever åberopas konstruktivt lärande, där läraren utgår från elevernas erfarenheter, iakttagelser, manipulerande etc. Enligt Engström (2000) är dock specialpedagogiken vad gäller matematik under omvärdering. Det är inte funktionsnedsättningar utan det pedagogiska arbetet som ska fokuseras i undervisningsplaneringen. Skolan måste lära sig att hantera den naturliga variationen av olikheter som innebär att några lär sig snabbt och lätt medan andra behöver längre tid på sig.

Medan forskningen, om ”normala” elevers lärande i matematik samt vissa elevers svårigheter att lära sig matematik, ter sig konfliktfylld och uppvisar olika utvecklingstendenser över tid förefaller undervisningen vara mer ”stabil”. Den karaktäriseras i hög grad av individuell läroboksbunden matematikundervisning där eleverna räknar tyst för sig själva och som tydligt är i obalans med läroplanens intentioner (Ahlberg, 1992; Ljung, 1990; Skolverket, 1996a; Skolverket, 1997c).

Elevernas val av strategier och deras förmåga att lösa matematiska uppgifter har i vår studie inte mer än undantagsvis relaterats till den undervisning de har deltagit i. Själva undervisningen har inte heller studerats. Det är möjligt att den typ av uppgifter som används i denna studie innehåller krav på förmågor hos elever som tas för givna och därför inte ”undervisas” i den *individuella läroboksbundna matematikundervisningen*. Hur undervisas rumsliga ”icke-verbala” aspekter som finns i uppgifter? Lowe (1996) betonar t. ex. att verbalt stöd inte är tillräckligt vid undervisning innehållande rumsliga dimensioner. Elevers svårigheter i arbete med t. ex. diagram anknyter ofta till det visuo-spatiala innehållet. Han förordar därför ”visual support” (s. 395).

³² Neurologins bidrag till förståelse av lärande förefaller till stor del vara hämtade från studier av enkel inlärning vunna ur experimentella betingningsexperiment. Man har på cellnivå iakttagit förändringar som ”förklarar” inlärd enkla reaktionsmönster hos sniglar och flugor (se t. ex. Hansen, 1988; Kandel, 1996). Sådana vetenskapliga rön visar samtidigt på stora begränsningar och oerhörda svårigheter att undersöka och förstå människors komplexa lärande och tänkande (t. ex. i matematik) utifrån ett molekylärbiologiskt/neurologiskt perspektiv.

Olika slags pedagogiskt bemötande - ett konstruerat "exempel"

För en elev som har svårigheter med att lösa uppgifter med spatialt innehåll, kan "visual support" vara en av flera pedagogiska möjligheter som kan fokuseras i undervisningen. Det krävs dock först att elevens svårigheter upptäcks och förstås.

Cooks m. fl. (1994) studie visade att personer normalt har en stark subjektiv känsla av hur rotationsuppgifter skall lösas samt att de visar stor förvåning över andra sätt att tänka. Ett tänkbart pedagogiskt agerande för att förstå elevens svårigheter är därför att lyssna på elevens beskrivningar av hur han/hon tänker - och därmed utgå från elevens tänkande och förutsättningar. Problemet placeras därmed i den pedagogiska situationen, i mötet mellan elevens förutsättningar och undervisningens utformning. Ett sådant agerande är helt i linje med läroplanens riktlinjer av vilka det framgår att läraren skall utgå från varje enskild elevs tänkande (SKOLFS, 1994:1).

Det finns även andra angreppssätt. Ett sådant är utredningar, av externa experter, innehållande neuropsykologiska bedömningar (se Adler, 1999) av elever som har svårigheter att lära sig matematik i den reguljära undervisningen. Utgångspunkten för en sådan neuropsykologisk bedömning är informationsprocess-teorier och dysfunktions-tänkande med antagandet att en viss uppgiftstyp endast kan lösas med en viss kognitiv funktion (se t. ex. MacLeod, Hunt och Mathews, 1978; Just och Carpenter, 1985; Bethell-Fox och Shepard, 1988.). En sådan bedömning ger dock knappast vägledning för hur eleven skall ges möjligheter att lära sig denna typ av uppgifter. Om eleven har en medicinsk diagnos som visar på en neurologisk skada är dessutom risken stor att den pedagogiska uppgiften uppfattas som "omöjlig" - eftersom den kognitiva funktionen kanske "brister". Förväntningarna på vad eleven skall vara kapabel till att lära sig kan därför bli låga samtidigt som problemet förläggs till eleven och dennes diagnosticerade brister.

Engström (2000) skriver:

"Det tycks som om man genom att ställa en diagnos fritar både personen och omgivningen, föräldrar, lärare, speciallärare och skolan, från ansvar. Alla kan känna sig utan skuld till "besvären". (s. 29)

Eftersom olika sätt att föreställa sig anledningar till matematiksvårigheter med stor säkerhet kan resultera i olika pedagogiska åtgärder är det därför viktigt att relatera resultaten från denna studie till de tidigare skissade förklaringsperspektiven och de grundantaganden de vilar på.

Slutord med pedagogiska implikationer

Neurologiska och neuropsykologiska förklaringsmodeller har haft stort inflytande vid analyser av låga prestationer hos elever med rörelsehinder. Sådana ”förklaringsperspektiv” är dock ofullständiga för förståelse av enskilda elevers lärande och kunskaper (se Malmqvist, 2000). Den kunskap som erhålls från detta perspektiv karaktäriseras i hög grad av individuell patologi (Bailey, 1998; Haug, 1998; Persson, 1998; Ström, 1999; Wormnaes, 1997).

Pedagogiken uppfattas ibland enbart som ett tillämpningsområde som bygger på andra kunskapsområden (Kylén, 1992; Uljens, 1998). Kunskapsområden är dock inte enhetliga avseende grundläggande antaganden. Bayliss (1998) beskriver t. ex. de fem dominerande teoretiska positionerna inom psykologin och skriver:

”Each of these theories describes conflicting views of the nature of human beings; the nature of psychological normality and development; causes of abnormal behaviour and preferred methods and goals of treatment.” (s. 64)

Vilka perspektiv som får ”tolkningsföreträde” i undervisningen har stor betydelse för elevers lärande.

Rourkes ”paradoxala” och ”förbisedda” utvecklingsperspektiv

Skillnaderna mellan perspektiv och grundantaganden i denna studie och antaganden inom medicinsk och neuropsykologisk forskning inom ett bristmätningssparadigm som vilar på informationsprocessteorier är stora. Rourke som citeras såväl inom studier av prestationer hos elever som har SORH-diagnoser, CORH-diagnoser³³ och specifika inlärningssvårigheter (Learning Disabilities) grundar sin nonverbal learning disabilities ”teori”³⁴ på biologiska antaganden utifrån djurstudier och vuxenstudier (Goldberg och Costa-teorin). Det är skillnader i hemisfärernas uppbyggnad (cytoarchitecture), avseende proportionen mellan vit och grå substans (framträder främst hos råttor) och funktionssätt avseende intra-, och intermodal integration. Via höger hemisfär lärs ny komplex information. Vänster hemisfär tar efterhand över kontrollen av etablerade system (t. ex. språk). Modellen är tydligt biologiskt förutbestämmd och dess utvecklingsdimension är:

”the progressive left-hemispherical lateralization of functions throughout the life span.” (1987, s. 213).

³³ Rourke inkluderar själv barn med sådana diagnoser i sina beskrivningar (se t. ex. Rourke, 1987).

³⁴ Rourke beskriver sin ”modell” som en utveckling av Goldberg och Costas teori. Tillståndet barnen har är ett syndrom (Rourke, 1987, s. 209).

För att förstå specifika inlärningssvårigheter måste man enligt Rourke förstå informationsprocessteorier. Till exempel för att förstå varför barn med specifika matematiksvårigheter har svårigheter med matematiska begrepp krävs först förståelse för deras karaktäristiska avseende informationsprocesser - deras styrkor och deras svagheter (Rourke, 1985). Ett "systematic developmental neuropsychological approach to the study of learning disabilities" (Rourke, 1989, s. 9) innebär:

"a systematic attempt to fashion a complete understanding of brain-behavior relationships as these are mirrored in the development of central processing abilities and deficits throughout the life-span."

Eftersom Rourke (1985) förmodligen har svårt att finna en förståelse för utveckling inom en datoranalogi (informationsprocessteorin) för barn med specifika matematiska svårigheter, kombinerar han denna med ett utvecklingsperspektiv hämtat från utvecklingspsykologin (främst Piaget). Han skriver att det är troligt att senso-motoriska svårigheter på grund av tidiga skador leder till erfarenhetsbrister som i sin tur försvårar den begreppsliga (t. ex. matematisk-begreppsliga) utvecklingen.

Detta utvecklingsperspektiv hämtat från utvecklingspsykologin finns inte nämnt i de andrahands källor som finns refererade i denna studie. I allmänhet finns en mycket förenklad beskrivning grundad på neurologiska skador i ett "bristmättnings"-perspektiv. Ofta framhålls visu-perceptuella svårigheter eller snarare perceptionsstörningar utifrån den av Axner (1991) kritiserade neurologiska förklaringsgrunden. Det finns en uppenbar risk att det för elever som förknippas med perceptionsstörningar finns en föreställning att perceptionsstörningen går det inte att göra något åt (se Dvoretzky, 1982).

För spatiala förmågor finns liknande pessimistiska uppfattningar vilket kommer klart till uttryck i "diskrepansforskningen" mellan verbal IQ (VIQ) och performance IQ (PIQ).

Undervisningens och lärandets betydelse för en prototypisk spatial förmåga

Att undersöka förmåga och strategier hos elever med rörelsehinder vid arbete med spatiala uppgifter, kan ses som en prövning av olika kunskapsteoretiska och inlärningsteoretiska grundantaganden. Följande exempel, som tar upp uppgiften mental rotation, är ett försök till en sådan prövning.

Mental rotation är den funktion som enligt flera forskare mer än någon annan funktion kan ses som prototypisk för spatial funktion (se Corballis, 1997; Hunt, 1983). Den tillhör främst höger hemisfär hos högerhänta (Corballis, 1997;

Deutsch m. fl. 1988) och ses som en medfödd mental mekanism (Cooper och Shephard, 1984).

Spatialt manipulerande strategi var mest använd bland eleverna med rörelsehinder i vår studie när de arbetade med mental rotationsuppgifterna. Det var de äldsta eleverna som i större utsträckning lämnade korrekta svar på dessa uppgifter.

Uppgift R1 som är en rotationsuppgift och ingick i området geometri i TIMMS (1996b; 1996c) med datainsamling 1995 användes även i motsvande internationella studie (SIMS, Second International Mathematical Study) med datainsamling 1980. ”På våren 1985 kom larmrapporter i svensk press eftersom svenska 13-åringarnas matematikprestationer var bland de absolut lägsta bland de länder som deltog i SIMS 1980” (Skolverket, 1996c, s. 17). Detta ledde till en grundlig översyn av matematikundervisningen i svensk skola med åtföljande åtgärder. Några för denna studie viktiga aspekter som bör framhållas från de internationella studierna är att elevers prestationer varierar beroende på i vilken utsträckning som olika matematiska områden undervisas vid jämförelse såväl mellan olika länder som i olika tidsperioder. Det finns t. ex. uppgifter från svenska delundersökningar som visar på skillnader i prestationer mellan årskurser (för jämförelser har den svenska undersökningen tagit med årskurserna 6, 7 och 8) och mellan årskullar som har haft olika mycket matematikundervisning (kvantitativt) och olika läroplaner.

För uppgifter som var gemensamma både 1980 och 1995 skedde en klar förbättring i resultat. Resultatförbättringarna var stora för ett antal uppgifter däribland geometri- och rotationsuppgiften R1 i vår egen studie. Lösningfrekvensen, dvs antal rätta svar, för svenska trettonåringar var 39 % i SIMS och 61 % i TIMMS för denna uppgift.

De skillnader som finns hos elever 1995 jämfört med elever 1980 kan möjligtvis tolkas som att det har skett förändringar på gruppnivå avseende neurologiska strukturer/processer, om man följer ett konsekvent biologiskt synsätt. Men dessa skillnader har i så fall inte uppstått av sig själva. Om det har skett en sådan skillnad ”biologiskt”, t. ex. avseende neurologiska processer, så är dessa en följd av lärande (Meadows, 1994b; Anastasiow, 1990), som kan relateras till den ökade satsningen på undervisning. Skillnader för denna uppgift liksom för andra matematiska uppgifter är naturligtvis inte heller orsakade av förändrade genetiska förutsättningar under en så kort tidsperiod (se Fancher, 1985; Ceci, 1991). Eftersom de observerade förändringarna är direkt relaterade till förändrade lärandeförutsättningar diskuteras resultaten i de internationella matematiska studierna utifrån pedagogiska faktorerens betydelse. Dessa pedagogiska faktorer är relaterade till undervisningsförutsättningar och naturligtvis av stor betydelse även för lärande hos elever med rörelsehinder.

Hur kan elever lära sig rotationsuppgifter? En elev (MS) hade svårt för att göra en rotering av en av figurerna. Han försökte flera gånger mentalt vrida en modell medurs 270 grader för att se om den överensstämde med en figur, vilket framgick av hans handlingar. Plötsligt ändrade han strategi och gjorde motsvarande vridning 90 grader moturs och kom fram till ett korrekt svar. Han hade inte arbetat med denna typ av uppgifter tidigare. Det fanns elever som gjorde samma korta mentala vridning medurs genom att vrida figuren i stället för modellen. Det krävs alltså inte mer än max 180 graders mental rotation när man vill jämföra två föremål som är vridna i ett plan om man utnyttjar "vridningstekniken" åt båda håll. En annan elev (ÄS) vred hela papperet för att lösa en av rotationsuppgifterna (R1). Han gjorde en jämförelse av modellen innan vridning av papperet med olika figurer. Han gjorde därmed inte någon mental rotering (se Just och Carpenter, 1985) i stället har han jämfört minnesbilden före rotering med synintryck efter den fysiska roteringen vid jämförelse av svarsalternativen. Elevens strategi har här betecknats som verbalt resonerande eftersom den inte utgörs av en mental föreställning oberoende av perceptuella intryck. I stället har han verbalt resonerat om likhet / olikheter oberoende av föreställningsförmåga och i stället förlitat sig på visuellt minne. En tydlig gränsdragning mellan de båda strategierna är svår att göra. I andra roteringsuppgifter gjorde han i efterhand en snabb rotering av papperet för att kontrollera sitt svar.

Exemplet med rotationsuppgiften R1 pekar på möjligheter att lära sig lösa denna typ av uppgifter "praktiskt" respektive "mentalt" eller med användning av spatialt manipulerande strategier eller verbalt resonerande strategier vilket framgår av översiktmatrisen. Detta exempel talar dessutom emot att dessa uppgifter kräver en nedärvd speciell förmåga.

I vår studie hade eleverna i CORH-gruppen proportionellt sett lägst antal rätt besvarade uppgifter men SORH-gruppen hade proportionellt sett flest antal rätt besvarade uppgifter. Enskilda elevers resultat påverkar denna bild starkt. Det finns dock inte, för dessa nio elever, något som tyder på att eleverna med "hjärnskadeproblematik" just på grund av detta har större svårigheter med dessa uppgifter. Det bör påpekas i sammanhanget att eleverna i CORH-gruppen hade gravast rörelsehinder. Deras rörelsehinder försvårade förflyttning i stor utsträckning vilket delvis kompensades med förflyttningshjälpmedel. I ännu högre grad var deras förutsättningar starkt begränsade när de skulle manipulera med objekt. Elev MC i synnerhet hade mycket stora finmotoriska svårigheter.

Eleverna med visuella perceptionssvårigheter hade uppenbara svårigheter med att föreställa sig spatiala manipulationer. De använde sig liksom övriga elever, ibland av verbalt resonerande strategier. Elev ÄC som gick på naturvetenskaplig linje var den elev som oftast använde båda strategierna "samtidigt" när han löste uppgifter.

Elever i CORH-gruppen hade störst svårigheter att utföra finmotoriska handlingar. Dessa svårigheter kan vara en starkt bidragande orsak till deras svårigheter med visualiseringsuppgifterna. Deras (finmotoriska) oförmåga att rita upp och därmed konkretisera förhållanden i textuppgifterna var mycket tydlig. Elev ÄC försökte t. ex. vid flera tillfällen att rita men proportionerna i det ritade motsvarade ofta inte den information som fanns i uppgifterna på grund av svårigheter med att rita. Det ritade var ofta mycket otydligt och svårt att tyda och en följd av elevens finmotoriska svårigheter.

När elev ÄS däremot ritade blev svaret ofta visuellt synligt. Genom att anställa elevassistenter försöker man kompensera för elevers finmotoriska svårigheter, vilket samtliga elever i CORH-gruppen hade. Elevassistenter får t. ex. rita och utföra andra handlingar åt elever. Detta medför dock en stor risk att det inte är elevernas tänkande som kommer till uttryck genom elevassistenternas handlingar. Elev ÄC berättade om svårigheterna att få elevassistenten att förstå vad han ville ha gjort t. ex. i provsituationer (se även Malmqvist, 2000). En ökad motorisk kontroll ger större förutsättningar för att utföra handlingar. Flera interventionsprogram för barn med cerebral pares har utformats och prövats eftersom de motoriska svårigheterna begränsar senso-motoriska erfarenheter viktiga för lärande (Woolfson, 1999). Slutsatserna som dras från dessa studier är ofta positiva enligt Woolfson, men metodologiska svårigheter (urvalsproblematik, quasi-experimentella design, etiska överväganden vilket utesluter grupper som inte får någon typ av åtgärder etc.) gör att det är svårt att dra slutsatser om vilken typ av intervention som är mest fördelaktig.

Sammanfattningsvis visar vår studie på betydelsen av att eleverna med rörelsehinder ges förutsättningar att arbeta med spatiala uppgifter. Om det uppstår svårigheter bör elevernas förutsättningar att göra sig själva rättvisa och deras tänkande granskas närmare. Förmågan att lösa spatiala uppgifter kan inte ses som nedärvd utan behöver utvecklas (av eleverna) t. ex. genom lärande i undervisning. Undervisningen, vilken eleverna är en del av, behöver därför fokuseras i större utsträckning. Hemmingson, Borell och Gustavsson (1999) visade i en observationsstudie att förutsättningarna för elever med rörelsehinder att vara aktiva i undervisningen, dvs. att själva utföra handlingar, främst var beroende av vilket undervisningsmönster som fanns. För att anknyta till den utvecklingspedagogiska modellen kan undervisningen utformas för att eleven skall ges möjlighet att manipulera med objekt och förflytta sig. Därigenom ges eleven möjlighet att utveckla sin spatiala förmåga. Undervisningen kan också utformas för att utveckla verbalt resonerande problemlösningstrategier. Genom att i undervisningen ge utrymme för båda dessa aspekter ges elever större förutsättningar utveckla sin förmåga att lösa uppgifter med ett rumsligt innehåll.

En normal anpassning och utveckling utifrån rådande förutsättningar

I våra tidigare studier (Malmqvist, 1998; Malmqvist, 2000) fann vi lågt ställda förväntningar i skolan på de undersökta eleverna. Det visade sig ofta vara underskattningar - om eleverna fick en möjlighet att göra sig själva rättvisa. Slutsatser från tidigare studier främst inom ett bristmätningssparadigm kan ifrågasättas, vilket uppgifter från såväl Malmqvist (2000) som denna studie visar. Den bedömda "onormala" utvecklingen i elevgrupper med cerebral pares eller spina bifida, vilket får konsekvenser för lärande, framhålls som orsakad av dysfunktioner och hjärnskador i "bristmätningssmodellen". Som en följd av underskattningar förekommer att man "skyddar" elever med rörelsehinder från att vara med i undervisningssituationer (se Malmqvist, 1998, Malmqvist 2000). Elevers lärande riskerar då att följa en "ond cirkel". En trolig orsak till avskiljandet från den vanliga undervisningen är elevernas långsamma arbetstakt - ofta av rent praktiska skäl. Denna problematik har mer att göra med undervisningskvaliteter än diagnosticerade individegenskaper.

Gould (1983) ställer frågan hur man kan hjälpa ett barn om man stämplar det som oförmöget att prestera något genom en biologisk proklamation? Gould skriver om ärftlighetsforskningen men en motsvarighet kan ses i forskningsområdet om kunskaper och förmågor hos barn och ungdomar med medicinska diagnoser vilka relaterar till hjärnskador. Att ensidigt betona neurologiska skadors betydelse för lärande och begåvningsutveckling ger en starkt förenklad bild av mycket komplexa processer och företeelser (se Malmqvist, 2000, s. 13). "Riskmodell"-studier³⁵ pekar enligt Sameroff och Fiese (1990) och Sameroff m. fl. (1993) på att det inte finns enskilda orsaksförklaringar barns utveckling och att:

"except at the extremes of biological dysfunction, it is the number rather than the nature of risk factors that are the best determinants of outcome". (s. 121)

Sådana "förhållanden" måste självklart tas i beaktande även för elever med funktionshinder, eller kanske i ännu högre grad eftersom många befinner sig i en situation med stora fysiska och psykiska påfrestningar (se Stein och Jessop, 1982). Sameroff och Fiese (1993) analys visar tydligt att kompensation och anpassning för en positiv utveckling inte går att relatera enbart till individnivå.

Meadows (1994a) skriver att tänkande är beroende av hjärnans funktion vars utveckling är beroende av en genetisk styrning. Men hjärnans funktion, struktur och biokemi är också resultatet av erfarenhet och lärande från födsel och framöver. För att förstå skillnader i kognitiv utveckling mellan människor är det förmodligen viktigast att undersöka variation i erfarenheter under utvecklingen.

³⁵ Benämning av Morrison och D'Incau (2000).

Nuvarande teoretiska perspektiv är enligt Meadows otillräckliga för förståelsen av erfarenhetens betydelse.

Oförmåga att utforska omgivningen kan sägas vara ett hinder för erfärande och lärande för många elever med rörelsehinder (Aronson m. fl., 1985; Malmqvist, 2000). Sådana hinder för erfärande och lärande kan reduceras i många fall t. ex. genom anpassning av fysisk miljö, ökade förflyttningsmöjligheter, ändrade attityder i undervisningssituationer etc. (se Malmqvist, 1998; Malmqvist, 2000). Denna studie visar att det också finns möjliga alternativa kognitiva utvecklingsmöjligheter hos individen när ett barn råkar ut för en skada. Elster (1990) relaterar till en sådan anpassningsförmåga när han skriver:

”Även om det råder allmän enighet om att det finns en biologisk grundval för allt mänskligt beteende, tycks det vara så att människan är så anpassningsbar att hon kan använda sina biologiska möjligheter på snart sagt oräkneliga sätt.” (s. 43, se även Meadows, 1994b)

Några elevers användning av verbalt resonerande strategier i stället för spatialt manipulerande strategier kan vara ett tecken på en sådan anpassningsbarhet. Denna anpassningsbarhet kan ses som resultat av en ”normal” utveckling utifrån de förutsättningar eleverna har haft och mött. Denna anpassningsbarhet tyder dessutom på rika möjligheter för lärande vilka bör tas tillvara genom en undervisning som bygger på observans och hänsynstagande till individuella förutsättningar.

Piagets utvecklingspsykologiska teori bidrar t. ex. till förståelsen om hur spatial förmåga kan utvecklas hos barn. En sådan förståelse är dock otillräcklig i pedagogiska situationer. Våra uppgifter om att eleverna använder verbalt resonerande strategier som ett alternativ, eventuellt som kompensation, är dock inte i motsats till vad Piaget och Inhelder (1971) skriver:

”It is possible to construct a geometry or geometries without drawing at all on imaginal intuition...D. Hilbert’s celebrated axiomatizations are entirely a matter of logic and a certain number of axioms with operational significance: no images are necessary for the demonstration.” (s. 378-379)

Teoretiskt visar studiens resultat på en komplexitet avseende elevers utveckling av förmågan att lösa spatiala uppgifter som överensstämmer väl med nuvarande teoribildning om barns utveckling. ”En-nivå”- teorier om utveckling där en orsak ses som bestämmande för ett barns utveckling ger dock ingen förståelse för barns utveckling enligt Lerner (1998). Sådan forskning verkar finnas inom bristmätningssparadigmet där syftet med undersökningarna förefaller vara att finna generaliserade kausala orsaker utifrån föreställningen att det går att finna försöksgrupper där alla övriga variabler, förutom ”neurologiska skador” kan ses

som ”lika för alla”. Lerner (1998) betonar tvärtom att det inte finns två individer med samma förutsättningar och att nuvarande utvecklingsteorier beskriver individens utveckling i ett *life-span* som:

”embedded within an integrated matrix of variables derived from multiple levels of organization, and development is conceptualized as deriving from the dynamic relations among the variables within this multitiered matrix.” (s. 2)

Sammanfattningsvis visar resultaten i denna studie att elevers individuella förutsättningar, inte diagnoser, samt undervisningens utformning bör fokuseras vid utformande av (special)pedagogiska åtgärder som främjar elevers lärande. Fortsatt forskning bör därför koncentreras till studier av undervisnings- och lärandeförlopp och vila på en inlärnings- och kunskapsteoretisk grund som tar hänsyn till en mänsklig variation av olikheter.

REFERENSER

Adler, B. (1999). Vad är egentligen dyskalkyli? *Att undervisa. Nr. 4.* 19-22.

Adler, B., & Holmgren, H. (1997). Den spatiala förmågan. Inre bilder stöd för tanken. *PsykologTidningen. Nr. 14.* 4-7.

Ahlberg, A. (1992). *Att möta matematiska problem, en belysning av barns tänkande.* Göteborg studies in educational sciences 87. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Ahlström, R., Bergius, B., Emanuelsson, G., Emanuelsson, L., Holmquist, M., Rystedt, E. & Wallby, K. (1996). *Matematik ett kommunikationsämne.* Göteborg: Nämnaren.

Alarcón, M., DeFries, J. C., Light, J. G. & Pennington, B. F. (1997). A twin study of mathematics disability. *Journal of learning disabilities. Vol. 30, No. 6,* 617-623.

Alston, J. (1984). Children with brittle bones: an examination of their educational needs and progress. *Special Education: Forward Trends. Vol. 10, No. 4,* 19-23. Research supplement.

Anastasiow, N. J. (1990). Implications of neurobiological model for early intervention. In Meisels, S. J. & Shonkoff, J. P. (Eds.) *Handbook of early childhood intervention.* 196-216. Cambridge: Cambridge University.

Anderson, J. R. (1995). *Cognitive Psychology and its implications. Fourth edition.* New York: W. H. Freeman and Company.

Anglin, J. M. (1980). Editor's preface. In J. S. Bruner *Beyond the information given.* x-xii. London: George Allen & Unwin.

Annett, M. (1973). Laterality of childhood hemiplegia and the growth of speech and intelligence, *Cortex,* 9, 4-33.

Aronsson, M., Möller, A & Törnqvist, E. (1985). *Rörelsehindrets inverkan på elevernas erfarenhetsfär.* Institutionen för pedagogik, Göteborgs universitet. 1985:11.

Ashmead, P., O'Hagan, F. m. fl. (1985). Personal, social and educational adjustments of physically disabled pupils in ordinary schools. *The Exceptional Child. Vol. 32, No.3,* 201-206.

Axner, U. (1991). *Visuella perceptionssvårigheter i skolperspektiv. En longitudinell studie.* (Göteborg Studies in Educational Sciences, 80). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Bailey, J. (1998). Medical and psychological models in special needs education. In C. Clark, A. Dyson & A. Millward (eds.) *Theorising special education.* 44-60. London: Routledge.

Banich, M. T., Levine, S. C., Kim, H. and Huttenlocher, P. (1990). The effects of developmental factors on IQ in hemiplegic children. *Neuropsychologia*, 28, 35-47.

Bayliss, P. (1998). Models of complexity: theory-driven intervention practises. In C. Clark, A. Dyson & A. Millward (eds.) *Theorising special education.* 61-78. London: Routledge.

Bengtsson, J. (1986). *Konkret fenomenologi.* Institutionen för filosofi, Göteborgs universitet. Filosofiska meddelanden, gröna serien, nr. 21.

Bereiter, C. (1994). Constructivism, Socioculturalism, and Popper's world 3. *Educational Researcher*, Vol. 23, No. 7. 21-23.

Bethell-Fox, C., & Shephard, R. N. (1988). Mental rotation: Effects of complexity and familiarity. *Journal of Experimental Psychology: Humans Perception and Performance*, 14, 12-23.

Boden, M. (1979). *Piaget.* Aylesbury, Bucks: Fontana Press.

Bremner, J. G. (1993). Spatial representation in infancy and early childhood. In C. Pratt & A. F. Garton (eds.), *Systems of representation in children.* 67-90. Chichester, West Sussex: John Wiley & Sons Ltd.

Brewer, V. R., Moore, B. D. & Hiscock, M. (1997). Learning disability subtypes in children with neurofibromatosis. *Journal of Learning Disabilities*, 30(5), 521-533.

Bronfenbrenner, U. (1977). Toward an experimental ecology of human development. *American psychologist*, July, 513-531.

Broudy, H. S. (1987). *The role of imagery in learning.* Los Angeles: The Getty Center for Education in the Arts.

- Bruner, J. S. (1980). *Beyond the information given*. London: George Allen & Unwin.
- Bråten, I. (1998). Om Vygotskijs liv och lära. I I. Bråten (red.) *Vygotskij och pedagogiken*. 7-32. Lund: Studentlitteratur.
- Burton, G., Coburn, T., Del Grande, J., Lindquist, M. M. & Morrow, L. (1992). *Kindergarten book. Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Addenda series, grades K-6*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Butler, A., Dahl, M., Norrlin, S., Strinnholm M. & Winberg, A. (1999) Barn med ryggmärgsbråck i skolan - vilka behov? "MySko" - projektet vid Folke Bernadottehemmet: Preliminärt manus.
- Börjesson, M. (1997). *Om skolbarns olikheter. Diskurser kring "särskilda behov" i skolan - med historiska jämförelsepunkter*. Skolverket, 97:328.
- Carlsson, G. (1997). Memory for words and drawings in children with hemiplegic cerebral palsy. *Scandinavian Journal of Psychology*, 38, 265-273.
- Carlsson, G. (1994). *Children with hemiplegic cerebral palsy: neuropsychological consequences of early unilateral brain lesions*. University of Göteborg, Department of paediatrics. Doctoral dissertation.
- Carlstedt, B. (2000). *Cognitive abilities - aspects of structure, process and measurement*. Göteborg studies in educational sciences 148. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Carr, J. och Pearson, A.M. (1983). Educational attainments of spina bifida children attending ordinary or special schools. *Special Education: Forward Trends. Vol. 10, No. 3*, 22-24 Research supplement.
- Ceci, S. J. (1991). How much does schooling influence general intelligence and its cognitive components? A reassessment of the evidence. *Developmental psychology*, 27 (3), 703-722.
- Cohen, L. & Manion, L. (1992). *Research methods in education*. London: Routledge.
- Cobb, P. (1994). *Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development. Vol. 23, No. 7*, 13-20.

Connors, E. & Glenn, S. M. (1996). Methodological considerations in observing mother-infant interactions in natural settings. In J. Hawort (ed.) *Psychological research. Innovative methods and strategies*. 139-152. London: Routledge.

Cook, N. D., Fruh, H., Mehr, A., Regard, M., & Landis, T. (1994). Hemispheric cooperation in visuospatial rotations: Evidence for a manipulative role for the left hemisphere and a reference role for the right hemisphere. *Brain and Cognition*, 25, 240-249.

Cooper, L. A. (1976). Demonstration of a mental analog of an external rotation. *Perception and psychophysics*, 19, 296-302.

Cooper, L. A. & Shephard, R. N. (1984). Turning something over in the mind. *Scientific American*, 251: 106-114.

Cooper, L. A. (1975). Mental transformation of random two-dimensional shapes. *Cognitive Psychology*, 7, 20-43.

Corballis, M. C. (1997). Mental rotation and the right hemisphere. *Brain and language*. 57, 11-121.

Cornoldi, C., Rigoni, F., Tressoldi, P. E. & Vio, C. (1999). Imagery deficits in nonverbal learning disabilities. *Journal of learning disabilities*, Vol. 32, No. 1, 48-57.

Cratty, B. J. (1985). Rörelse och rumsuppfattning hos blinda barn och ungdomar. (översättning av Karin Wallgren). Solna : SIH.

Cratty, B. J. (1979). *Perceptual and motor development in infants and children*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.

Crowley, M. L. (1987). The van Hiele Model of the development of geometric thought. In M. M. Montgomery Lindquist & A. P. Shulte (eds.) *Learning and teaching geometry, K-12*. 1-16. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Cull, C. & Wyke, M. A. (1984). Memory functions of children with spina bifida and shunted hydrocephalus. *Developmental Medicine & Child Neurology*, 1984, 26, 177-183.

Del Grande, J. J. (1987). Spatial perception and primary geometry. In M. M. Montgomery Lindquist & A. P. Shulte (eds.) *Learning and teaching geometry, K-12*. 126-135. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Del Grande, J. & Morrow, L. (1993). *Geometry and spatial sense. Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Addenda series, grades K-6*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Dennis, M. (1985a). Intelligence after early brain injury I: Predicting IQ scores from medical variables. *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology*, 7: 526-554.

Dennis, M. (1985b). Intelligence after early brain injury II: IQ scores of subjects classified on the basis of medical history variables. *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology*, 7: 555-576.

Deutsch, G., Bourbon, W. T., Papanicolaou, A. C., & Eisenberg, H. M. (1988). Visuospatial tasks compared via activation of regional cerebral blood flow. *Neuropsychologia*, 16, 445-452.

Dionnet, S. (1996). Acting and constructing. In D. Hameline & J. Vonèche (eds.), *Jean Piaget. Agir et construire. Aux origines de la connaissance chez l'enfant et le savant*. 83-85. Genève: L'Association du Centenaire Jean Piaget, Université de Genève, Musée d'ethnographie de Genève.

Dise, J. E. & Lohr, M. E. (1998). Examination of deficits in conceptual reasoning abilities associated with spina bifida. *American journal of Physical Medicine & Rehabilitation*, 77, 247-251.

Dittuno, P. L. & Mann, V. A. (1990). Right hemisphere specialization for mental rotation in normals and brain damaged subjects. *Cortex*, 26, 177-188.

Dorman, C. (1987). Verbal, perceptual and intellectual factors associated with reading achievement in adolescents with cerebral palsy. *Perceptual and Motor skills*. Vol. 64, 671-678.

Driver, R., Asoko, H., Leach, J., Mortimer, E. & Scott, P. (1994). Constructing scientific knowledge in the classroom. *Educational Researcher*, Vol. 23, No. 7. 5-12.

Dvoretzky, S. (1982). *Perception och perceptionsstörningar*. Falköping: Gothia.

Eagle, S.E. (1985). Deprivation of early sensorimotor experience and cognition in the severely cerebral-palsied child. *Journal of Autism and Developmental Disorders*. Vol. 15, No. 3, 269-283.

Elster, J. (1990). *Vetenskapliga förklaringar*. Göteborg: Bokförlaget Korpen.

Emanuelsson, G., Johansson, B. & Ryding, R. (1992) *Geometri och statistik*. Lund: Studentlitteratur och Utbildningsradion.

Emanuelsson, I. (1983). *Verksamhet bland elever med svårigheter eller arbete med elevers svårigheter? En kunskapsöversikt*. Skolöverstyrelsen. Stockholm.

Eneroth, B. (1984). *Hur mäter man vackert?* Stockholm: Akademilitteratur.

Engström, A. (2000). Specialpedagogik för 2000-talet. *Nämnan nr. 1*. 26-31.

Eysenck, M. W., & Keane, M.T. (1995). *Cognitive Psychology*. Hove: LEA.

Fancher, R. E. (1985). *The intelligence men. Makers of the IQ controversy*. New York: W. W. Norton & Company.

Feldman, H. M., Janosky, J. E., Scher, M. S. & Wareham, N. L. (1994). Language abilities following prematurity, periventricular brain injury, and cerebral palsy. *Journal of communication disorders*, 27, n2, 71-90.

Fischer, K. W. & Bidell, T. (1991). Constraining nativist inferences about cognitive capacities. In S. Carey & R. Gelman (eds) *The epigenesis of mind: Essays on biology and cognition*. pp 199-235. Hillsdale, N-J.: Lawrence Erlbaum Associates.

Filosoflexikonet. (1995). P. Lübcke (red.). Stockholm: Forum.

Fletcher, J. M., Francis, D. J., Thompson, N. M., Brookshire, B. L., Bohan, T. P., Landry, S. H., Davidson, K. C. & Miner, M. E. (1992). Verbal and Nonverbal skill discrepancies in hydrocephalic children. *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology*, vol 14, No. 4, 593-609.

Foreman, N., Orenkas, C., Nicholas, E., Morton, P. & Gell, M. (1989). Spatial awareness in seven to 11-year-old physically handicapped children in mainstream schools. *European Journal of Special Needs Education*. Vol. 4, No. 3, 171-179.

Frampton, I., Yude, C. & Goodman, R. (1998). The prevalence and correlates of specific learning difficulties in a representative sample of children with hemiplegia. *British Journal of Educational Psychology*, 68, 39-51.

French, K. (1995). Mathematics performance of children with spina bifida. *Council for exceptional children, division for physical and health disabilities*. Nothridge: CA.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Gardner, H. (1983). *Frames of mind. The theory of multiple intelligences*. New York: Basic Books, Inc., Publishers.

Geary, D. C. (1993). Mathematical disabilities: Cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological Bulletin*, 114, 345-362.

Gelman, R. & Baillargeon, R. (1983). A review of some piagetian concepts. In P. H. Mussen (ed.) and J. H. Flavell & E. M. Markman (volume eds.), *Handbook of child psychology. Volume III. Cognitive development*. 167-230. New York: John Wiley & Sons.

Gibson, J.J. (1979). *The Ecological Approach to Visual Perception*. Boston: Houghton Mifflin.

Gibson, E. J. & Spelke, E. S. (1983). The development of perception. In P. H. Mussen (ed.) and J. H. Flavell & E. M. Markman (volume eds.), *Handbook of child psychology. Volume III. Cognitive development*. 1-76. New York: John Wiley & Sons.

Ginsburg, H. P. (1997). Mathematics learning disabilities a view from developmental psychology. *Journal of learning disabilities*, Vol. 30, No. 1. 20-30.

Goodman, R. & Yude, C. (1996). IQ and its predictors in childhood hemiplegia. *Developmental Medicine and Child Neurology*, 38, 881-890.

Gould, S. J. (1983). *Den felmättade människan*. Stockholm: Alba.

Granlund, M., Olsson C. (1987). *Talspråksalternativ kommunikation och begåvningshandikapp*. Stockholm: Stiftelsen ALA.

Granlund, M., Björkman, J., & Lindqvist, O. (1993). *Sambandet mellan syn och rörelseförmåga hos barn med flera funktionsnedsättningar*. Stockholm: Stiftelsen ALA.

Greek-Winald, C. (1991). *Kunskaper och attityder hos elever med rörelsehinder. En jämförande studie i samband med den nationella utvärderingen i grundskolan*. Institutionen för pedagogik, Göteborgs universitet. 1991:11.

Green, D. (1996). Introduction. In D. W. Green & others, *Cognitive science. An introduction*. 1-22. Oxford: Blackwell Publishers.

Grieve, J. (2000). *Neuropsychology for occupational therapists. Assessment of perception & cognition*. Second edition. Oxford: Blackwell Science.

Gruber, H. E. & Vonèche, J. J. (1995). Introduction. In H. E. Gruber & J. J. Vonèche (eds.) *The Essential Piaget. An interpretive reference and guide*. xix-xlii. Northvale, New Jersey: Jason Aronson Inc.

Guba, E. G. & Lincoln, Y. S. (1994). Competing paradigms in qualitative research. In Denzin & Lincoln (eds.) *Handbook of qualitative research*. 105-117. London: Sage.

Göransson, K. (1995). *De liknade varandra men inte mer än andra*. Stockholm: HLS Förlag

Hallahan, D. P., Kauffman J. M. & Lloyd, J. W. (1996). *Introduction to learning disabilities*. Boston: Allyn & Bacon.

Hansen, S. (1988). *Från neuron till neuros. En introduktion till fysiologisk psykologi*. Lund: Natur och Kultur.

Haskell, S. H. (1973). *Arithmetical disabilities in cerebral palsied children*. Springfield, Illinois: Charles C. Thomas.

Haug, P. (1998). *Pedagogiskt dilemma: Specialundervisning*. Stockholm: Skolverket.

Hedén, R., Hellström, L., Skoogh, L. & Ulin, B. (1988) *Geometri och vår omvärld*. Stockholm: Utbildningsförlaget.

Hegarty, M & Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology, Vol. 91, No. 4, 684-689*.

- Heimdahl Mattson, E. (1998). *The school situation of students with motor disabilities. Interaction of individual prerequisites and environmental demands.* Stockholm: HLS Förlag.
- Hemmingson, H., Borell, L. & Gustavsson, A. (1999). Temporal aspects of teaching and learning - implications for pupils with physical disabilities. *Scandinavian Journal of Disability Research, Vol 1, No. 2*, 26-43.
- Hilmersson, G., Magnusson, B. & Rindler, M. (1991). *Att undervisa elever med rörelsehinder.* Göteborg: SIH Läromedel.
- Horn, D.G., Lorch, E. P., Lorch Jr, R.F., Culatta, B. (1985), Distractibility and Vocabulary Deficits in Children with Spina Bifida and Hydrocephalus. *Developmental Medicine and Child Neurology*, 27, 713-720.
- Howard, D. & Patterson, K. (1998). Models for therapy. In X. Seron & G. Deloche (eds.), *Cognitive approaches in neuropsychological rehabilitation.* 39-64. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Hunt, E. (1983). On the nature of intelligence. *Science*, 219:141-146.
- Iaccino, J. F. (1993). *Left brain - right brain differences. Inquiries, evidence, and new approaches.* Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Ingold, T. (1996). Culture, perception and cognition. In J. Haworth (ed.) *Psychological research. Innovative methods and strategies.* 99-119. London: Routledge.
- Jeffmar, C. (1983). *Modern utvecklingspsykologi från foster till vuxen människa.* Lund: Studentlitteratur.
- Jolicoeur, P., & Cavanagh, J. P. (1992). Mental rotation, physical rotation, and surface media. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 18, 371-384.
- Jonassen, D. H. & Grabowski, B. L. (1993). *Handbook of individual differences, learning, and instruction.* Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Just, M. A. & Carpenter, P. A. (1985). Cognitive coordinate systems: Accounts of mental rotation and individual differences in spatial ability. *Psychological Review*, 92, 137-172.

Kail, R. (1991). Controlled and automatic processing during mental rotation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 51, 337-347.

Kaiser, C. E. (1991). Early intervention and family support for children with special developmental challenges. I D. Elkind (red.) *Perspectives on early childhood education*. s. 85 - 97. Washington D. C.: National Education Association of the United States.

Kandel, E. R. (1995). Cellular mechanisms of learning and memory. In E. R. Kandel, J. H. Schwartz & T. M. Jessel (eds.), *Essentials of neural science and behavior*. 667-694. Eaglewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.

Kaplan, A. (1994). Research methodology: Scientific methods. In T. Husén and T. N. Postlethwaite (Eds.). *The international encyclopedia of education*, 2nd. ed. 5043-5050.

Kimhag, K. (1995). Dyskalkyli och dyslektikers matematiksvårigheter. I *Dyslexi och dyskalkyli. Utvärdering av läromedelskassetter för elever med läs- och skrivsvårigheter*. 141-160. Pedagogiska institutionen, Uppsala universitet. Pedagogisk forskning i Uppsala 123.

Kohn, B. & Dennis, M. (1974). Selective impairments of visuo-spatial abilities in infantile hemiplegics after right cerebral hemidecortiation. *Neuropsychologia*, 12, 505-512.

Korkman, M. (1990). *NEPSY: neuropsykologisk undersökning: 4-7 år : svensk version: manual / Marit Korkman; samt arbetsgruppen för den svenska utgåvan*. Hägersten: Psykologiförlaget.

Kylén, G. (1992). En helhetssyn på skolan. I P. Björklid och S. Fischbein (red.) *Individens samspel med miljön. Ett interaktionistiskt perspektiv på pedagogik*. 10-28. Stockholm: HLS Förlag.

Kyllonen, P. C., Lohman, D. F., and Woltz, D. J. (1984). Componential modeling of alternative strategies for performing spatial tasks, *Journal of Educational Psychology*, 76, 1325-1345.

Kosslyn, S. M. (1988). Aspects of a cognitive neuroscience of mental imagery, *Science*, 240, 1621-1626.

Landau, B. & Spelke, E. (1985). Spatial knowledge and its manifestations. In H. M. Wellman (ed.) *Children's searching: the development of search skill and spatial representation*. 27-52. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Lerner, R. M. (1998). Theories of human development: Contemporary perspectives. In W. Damon (Editor in chief) and R. M. Lerner (Volume editor). *Handbook of child psychology. Fifth ed. Vol. one. Theoretical models of human development*. 1-24. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Lezak, M. D. (1995). *Neuropsychological assessment*. Oxford University Press, Inc.

Light, P. & Barnes, P. (1995). Development in drawing. In V. Lee and P. Das Gupta (eds.) *Children's cognitive and language development*. 231-268. Oxford: The Open University and Blackwell Publishers.

Lindholm, S. (1999). *Vägen till vetenskapsfilosofin*. Lund: Academia Adacta.

Ljung, B-O. (1990). *Matematiken i nationell utvärdering. Vad barnen tycker om matematik i årskurs 5*. PRIM-gruppen, rapport nr. 5. Stockholm: Högskolan för lärarutbildning.

Ljung, B-O. & Pettersson, A. (1990). *Matematiken i nationell utvärdering. Kunskaper och färdigheter i årskurserna 2 och 5*. PRIM-gruppen, rapport nr. 5. Stockholm: Högskolan för lärarutbildning.

Lovell, K. (1959). A follow up study of some aspects of the work of Piaget and Inhelder on the child's conception of space. *British Journal of Educational Psychology*, 29, 104-117.

Lowe, R. K. (1996). Background knowledge and the construction of a situational representation from a diagram. *European Journal of Psychology of Education*. Vol. XI, No.4, 377-397.

Lundh, L-G. (1992a). Vad är kognitiv psykologi? I L-G Lundh, H. Montgomery & Y. Waern *Kognitiv psykologi*. 7-32. Lund: Studentlitteratur

Lundh, L-G. (1992b). Mentala representationer. I L-G Lundh, H. Montgomery & Y. Waern *Kognitiv psykologi*. 61-82. Lund: Studentlitteratur

Lurija, A. R. (1970). The functional Organization of the Brain, *Scientific American*, vol 222, No 3, s. 66-78.

- Lurija, A. R. (1973). *The working brain. An introduction to neuropsychology*. Harmondsworth: Penguin Books Ltd.
- Lurito, J. T., Georgakopoulos, T., & Georgopoulos, A. P. (1991). Cognitive spatial-motor processes. 7. The making of movements at an angle from a single direction: Studies of motor cortical activity at the single cell and population level. *Experimental Brain Research*, 87, 562-580.
- MacLeod, C. M., Hunt, E. B. & Mathews, N. N. (1978). Individual differences in the verification of sentence-picture relationships. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 17, 493-507.
- Magne, O. (1989). *An experiment on preschool geometry*. Didakometry, No. 73. Malmö: School of Education, Lund University.
- Magne, O. (1994). *Mathematics and quality of life: A new theme in special teacher education*. Didakometry, No. 75. Malmö: School of Education, Lund University.
- Magne, O. (1998). *Att lyckas med matematik i grundskolan*. Lund: Studentlitteratur.
- Malmqvist, J. (1998). *Kunskapsutveckling hos elever med rörelsehinder. Delstudie I. Resultat och erfarenheter från den nationella utvärderingen av grundskolan 1995. Specialpedagogiska rapporter nr. 13*. Göteborgs universitet. Institutionen för specialpedagogik.
- Malmqvist, J. (2000). *Kunskapsutveckling hos elever med rörelsehinder. Delstudie II, Resultat på prov för elever med rörelsehinder vid arbete med anpassat provmaterial*. Specialpedagogiska rapporter nr. 16. Göteborgs universitet. Institutionen för pedagogik och didaktik.
- Mattson, B. (1982). Learning problems of children with spina bifida. *Clinical Proceedings of the Children's Hospital National Medical Center*, 38, 225-230.
- Marr, D. (1982). *Vision. A computational investigation into the human representation and processing of visual information*. New York: W. H. Freeman and Company.
- Mauck, B. & Dehnhardt, G. (1997). Mental rotation in a california sea lion. *The Journal of Experimental Biology*, 200, 1309-1316.

Meadows, S. (1994a). Cognitive development. In A. M. Coleman (ed.) *Companion encyclopedia of psychology. Vol.2.* London: Routledge.

Meadows, S. (1994b). The child as thinker. The development and acquisition of cognition in childhood. London: Routledge.

Merleau-Ponty, M. (1970). *Phenomenology of perception.* London: Routledge & Kegan Paul Ltd.

Montague, M. (1997). Cognitive strategy instruction in mathematics for students with learning disabilities. *Journal of learning disabilities, Vol. 30, No. 2,* 164-177.

Morrison, G. M. & D'Incau, B. (2000). Developmental and service trajectories of students with disabilities recommended for expulsion from school. *Exceptional Children, Vol. 66, No. 2,* 257-272.

Morton, J. (1996). How many routes in reading? In D. W. Green & others, *Cognitive science. An introduction.* 148-173. Oxford: Blackwell Publishers.

Muter, V., Taylor, S., & Vargha-Khadem, F. (1997). A longitudinal study of early intellectual development in hemiplegic children. *Neuropsychologia, 35,* 289-298.

Nielsen, L. (1988). *Lilla rummet, en undersökning om rumsuppfattning hos blinda barn.* Institutionen för psykologi. Århus universitet.

Norlin, B. (1990). Barn med ryggmärgsbråck. En studie över begåvningsförutsättningar och skolprestationer. Uppsatsarbete för psykologexamen. *Institutionen för tillämpad psykologi. Umeå universitet.*

NCTM. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Ozols, E. J. & Rourke, B. P. (1985). Dimensions of social sensitivity in two types of learning-disabled children. In B. P. Rourke (ed.) *Neuropsychology of learning disabilities: Essentials of subtype analysis.* 281-301. New York: Guilford.

Parsons, J.G. (1972). Assessments of aptitudes in young people of school leaving age handicapped by hydrocephalus or spina bifida cystica. *Developmental Medicine and Child Neurology. 17, Suppl. 27,* 101-108.

- Paivio, A. (1975). Perceptual comparisons through the mind's eye. *Memory and Cognition*, 3, 635-647.
- Pedhazur, E. J. & Pedhazur Schmelkin, L. (1991). *Measurement, Design, and Analysis. An integrated approach*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Pedrotty Bryant, D., Bryant, B. R. & Hamill, D. D. (2000). Characteristic behaviors of students with LD who have teacher-identified math weaknesses. *Journal of Learning Disabilities*, 33, 2, 168-177, 199.
- Persson, B. (1998). *Den motsägelsefulla specialpedagogiken. Motiveringar, genomförande och konsekvenser. Specialpedagogiska rapporter nr. 11*. Göteborgs universitet. Institutionen för specialpedagogik.
- Peterson Miller, S. & Mercer, C. D. (1997). Educational aspects of mathematics disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, Vol. 30, No. 1, 47-56.
- Piaget, J., (1955). *The Childs Construction of Reality*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1967) *The child's conception of space*. (F.J. Langdon & J. L. Lunzer, Trans.). New York:Norton. (original work published 1948).
- Piaget, J. Inhelder, B. & Szeminska, A. (1960). *The child's conception of geometry*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1971). *Mental imagery in the child*. New York: Basic Books.
- Piaget, J. (1980). *Adaptation and intelligence: organic selection and phenocopy*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Piaget, J. (1983). Piaget's theory. In P. H. Mussen (ed.) and W. Kessen. (volume ed.), *Handbook of child psychology. Volume I. History, Theory, and Methods..* 103-128. New York: John Wiley & Sons.
- Pirila, S., Nieminen, P., Seppänen. R-L. & Korpola, R. (1996). The play of disabled children in early development. In "*Childhood education: international perspectives*," see PS 024 960, ERIC microfich.

Pramling, I. (1994). *Kunnandets grunder. Prövning av en fenomenografisk ansats till att utveckla barns sätt att uppfatta sin omvärld*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Preisler, G. (1996). Från teori till empiri: Blinda barn på dagis och i skolan med seende barn. I Rabe & Hill (red.) *Boken om integrering. Idé Teori Praktik*. s. 50-66. Malmö: Corona AB.

Presmeg, N. C. & Bergsten, C. (1995). *Preference for Visual Methods: An International Study*. International group for the psychology of mathematics education, Proceedings of the 19th PME Conference, Volume 3, Recife, Brazil.

Presson, C. C. & Sommerville, S. C. (1985). Beyond Egocentrism: A new look at the beginnings of spatial representation. In H. M. Wellman (ed.) *Children's searching: the development of search skill and spatial representation*. 1-26. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Pylyshyn, Z. W. (1981). The imagery debate: Analogue media versus tacit knowledge. *Psychological Review*, 88, 16-45.

Richardson, K. R. (1998). *Models of cognitive development*. Howe: Psychology Press.

Riddoch, M. J. & Humphreys, G. W. (1994). Cognitive Neuropsychology and cognitive rehabilitation: a marriage of equal partners? In M. J. Riddoch & G. W. Humphreys (eds.), *Cognitive neuropsychology and cognitive rehabilitation*. 1-16. Oxford: Blackwell Publishers.

Richman, L. & Harper, D. (1978). School adjustment of children with observable disabilities. *Journal of Abnormal Child Psychology*. Vol. 6, No. 1, 11-18.

Rosenbaum, D. A. (1991). *Human motor control*. San Diego: Academic Press.

Rourke, B. P. (1987). Syndrome of nonverbal learning disabilities: The final common pathway of white-matter disease/dysfunction? *The Clinical Neuropsychologist*, 1, 209-234.

Rourke, B. P. (1989). *Nonverbal learning disabilities: The syndrome and the model*. New York: Guilford.

Rowan, N. & Monaghan, H. (1989). Reading achievement in pupils with cerebral palsy (hemiplegia). *The Irish Journal of Psychology*. Vol. 10, No 4., 615-621.

Rubin, H. J. & Rubin, I. S. (1995). *Qualitative interwieving. The art of hearing data*. London: Sage.

Runesson, U. (1999). *Variationens pedagogik. Skilda sätt att behandla ett matematiskt innehåll*. Göteborg studies in educational sciences 129. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Sacks, O. (1990). *Mannen som förväxlade sin hustru med en hatt*. Stockholm: Prisma.

Sameroff, A. J. & Fiese, B. H. (1990). Transactional regulation in early intervention. In Meisels, S. J., & Shonkoff, J. P. (Eds.) *Handbook of early childhood intervention*. Cambridge: Cambridge University, 119-149.

Sameroff, A. J., Seifer, R., Baldwin, A. & Baldwin, C. (1993). Stability of intelligence from preschool to adolescence: the influence of social and family risk factors. *Child development*, 64, 80-97.

Sandström, C. I. (1981). *Inläring och människosyn*. Stockholm: Liber UtbildningsFörlaget.

Shepard, R. N., & Metzler, J. (1971). Mental rotation of three-dimensional objects. *Science*, 191, 701-703.

Shepard, S., & Metzler, D. (1988). Mental rotation: effects of dimensionality of objects and type of task. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 14, 3-11

Sjöström, U. (1994). Hermeneutik - att tolka utsagor och handlingar. I B. Starrin & P-G. Svensson (red.) *Kvalitativ metod och vetenskapsteori*. s. 73-90. Lund: Studentlitteratur.

SKOLFVS 1994:1. Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, Lpo 94.

SKOLFVS 1994:3, Kursplaner för grundskolan.

Skolverket (1996a). *Bilden av skolan 1996*. Västervik: Liber.

Skolverket. (1996b). *Third International Mathematics and Science Study - TIMMS. Provuppgifter. Svenska 13-åringars kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*. Stockholm: Liber Distribution.

- Skolverket. (1996c). *Third International Mathematics and Science Study - TIMMS. Svenska 13-åringars kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*. Skolverkets rapport 114. Stockholm: Liber Distribution.
- Skolverket. (1997a). *Diagnostiskt material i matematik 2 skolår*. (PRIM-gruppen, Lärarhögskolan i Stockholm). Stockholm: CE Fritzes AB.
- Skolverket. (1997b). *Diagnostiskt material i matematik 7 skolår*. (PRIM-gruppen, Lärarhögskolan i Stockholm). Stockholm: CE Fritzes AB.
- Skolverket (1997c). *Matematik. Årskurserna 5 och 9*. Skolverkets rapport nr 119. Stockholm: Liber.
- Smedler, A-C. (1992). Barnneuropsykologi: Utveckling är nyckelordet. *Psykologtidningen*, 9, 4-7.
- Smedler, A-C. (1993). Att testa barn. Om testmetoder i barnpsykologiska utredningar. Stockholm: Psykologiförlaget.
- Spain, B., (1974). Verbal and performance ability in pre-school children with spina bifida. *Developmental Medicine and Child neurology*. 16, 773-780.
- Spelke, E. (1994). Initial knowledge: six suggestions. *Cognition*, 50, 431-445.
- Spencer, C., Blades, M. & Morsley, K. (1989). *The child in the physical environment*. Bath: John Wiley & Sons.
- Springer, S. & Deutsch, G. (1983). *Vänster hjärna höger hjärna*. Stockholm: LiberFörlag.
- Starrin, B. (1994). Om distinktionen kvalitativ-kvantitativ i social forskning. I B. Starrin & P-G. Svensson (red.) *Kvalitativ metod och vetenskapsteori*. s. 11-39. Lund: Studentlitteratur.
- Stein, R. E. K. & Jessop, D. I. (1982). What diagnoses does not tell: the case for a non-categorical approach to chronic physical illness. *Pediatric Research*, 16 (part 2), 188A
- Stensmo, C. (1994). *Pedagogisk filosofi*. Lund: Studentlitteratur.

- Sternberg, R. J. & Powell, J. S. (1983). The development of intelligence. In P. H. Mussen (ed.) and J. H. Flavell & E. M. Markman (volume eds.), *Handbook of child psychology. Volume III. Cognitive development*. 341-419. New York: John Wiley & Sons.
- Strang, J. D. & Rourke, B. P. (1985). Arithmetic disability subtypes: The neuropsychological significance of specific arithmetical impairment in childhood. In B. P. Rourke (ed.) *Neuropsychology of learning disabilities: Essentials of subtype analysis*. 167-183. New York: Guilford.
- Ström, M. (1999). *Specialpedagogik i högstadiet - Ett specialläroarperspektiv på verksamhet, verksamhetsförutsättningar och utvecklingsmöjligheter*. Doctoral Thesis, Åbo Akademi: Dept. of Special Education in Vasa, Finland, 1999.
- Stukát, K-G. (1985). *Rörelsehindrade barn och ungdomar, erfarenheter från samverkansprojekt i Göteborg*. Institutionen för pedagogik, Göteborgs universitet. 1985:11.
- Stukát, K-G. (2000). *Kunskapsutveckling hos elever med rörelsehinder. Forskningsöversikt och analys*. Specialpedagogiska rapporter nr. 17. Göteborgs universitet. Institutionen för pedagogik och didaktik.
- Taylor, S. J. & Bogdan, R. (1984). *Introduction to qualitative research methods. The search for meanings*. New York: John Wiley & Sons.
- Tew, B. (1979). The "Cocktail Party Syndrome" in children with hydrocephalus and spina bifida. *British Journal of Disorders of Communication*, 14, 89-101.
- Tew, B. (1986). The adolescent with spina bifida: academic achievement and employment prospects. *British Journal of Special Education*. Vol. 13, No. 1, 22-26. Research supplement.
- Uljens, M. (1998). *Allmän pedagogik*. Lund: Studentlitteratur.
- Van Hiele, Pierre M. (1986). *Structure and Insight. A Theory of Mathematics Education*. London: Academic Press, Inc.
- van Lieshout, E. C. D. M., Moor, J. M. H. & Elands, E. J. P. (1999). *Why do children with cerebral palsy or spina bifida perform poorly in arithmetic?* Paper presenterad vid EARLI-konferens, 990826.

Vargha-Khadem, F., Isaacs, E. and Muter, V. (1994). A review of cognitive outcome after unilateral lesions sustained during childhood. *Journal of child neurology*, 9, 2S67-2S73.

von Hofsten, C. (1999). Hur uppfattar spädbarnet omvärlden - och vad tänker det? I C. P. Hwang. (red.). *Spädbarnets psykologi*. 65-84. Stockholm: Natur och Kultur.

Vygotsky, L. (1996). *Thought and language*. Massachusetts: The MIT Press.

Willard-Holt, C. (1994). *Recognizing talent: Cross-case study of two high potential students with cerebral palsy*. The national research center on the gifted and talented, The University of Connecticut.

Wills, K. E., Holmbeck, G. N., Dillon, K. & McIpne, D. G. (1990). Intelligence and achievement in children with myelomeningocele. *Journal of Pediatric Psychology*. Vol. 15, No. 2, 161-176.

Wong, B. Y. L. (1991). *Learning about learning disabilities*. San Diego: Academic Press, Inc.

Woolfson, L. H. (1999). Educational interventions for infants and pre-school children with cerebral palsy: methodological difficulties and future directions in evaluation research. *European Journal of Special Needs Education*, Vol. 14, No. 3, 240-253.

Wormnaes, S. (1997). Kvalitet i skolehverdagen til elever med bevegelsevansker. Institutt for spesialpedagogikk, Universitetet i Oslo. Nr. 9- 1997.

Worthington, R.K., Typpo, M. & Worthington, E. L. (1980) Spatial concept learning in preschool children: Motoric experiences and verbal repetition as adjuncts to passive listening. *Perceptual and Motor skills*, 50, 183-186.

Åberg-Bengtsson, L. (1996). *En sammanfattning av James J. Gibsons ekologiska ansats - an "ecological approach to visual perception"*. Institutionen för pedagogik, Göteborgs universitet. 1996:02.

Åberg-Bengtsson, L. (1998). Entering a graphic society. Young children learning graphs and charts. (Göteborg Studies in Educational Sciences, 127). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Bilaga 1

PRESS 14: Kunskapsutveckling hos elever med rörelsehinder.

Vidareutveckling av forskning rörande kunskapsutveckling.

Projektdisposition: Tre delprojekt: Del A - C.

Del A.	Del B.	Del C.
Pilotprojekt.	Genom kunskapsmätningar belysa kunskaper hos <u>olika</u> grupper av elever med rörelsehinder i olika årskurser, samt undersöka deras sociala kompetens.	Analysera kognitiva strategier. Använder barn med rörelsehinder andra strategier än barn utan rörelsehinder?
Data (prov-, och enkätuppgifter) från UG 95.	UG 95-materialet används.	Skillnader mellan undergrupper/diagnosgrupper?
Provresultat i ämnena: sv, eng, ma, i årskurserna: 2, 5 och 9.	Elever från FNORP-länen, urvalet sker i samråd med habiliteringar och rh-konsulenter.	Liten grupp elever undersöks. Tre åldersgrupper ingår.
Enkätuppgifterna behandlar elevens sociala kompetens.	Elever i årskurserna 2, 5 och 9 delas in i tre undergrupper. Den "Aronssonska indelningsmodellen" används vilket innebär; * elever med cp * elever med spina bifida * elever med "perifert orsakade rörelsehinder" (utan "centralnervös" orsak)	Kvalitativ metod används.
UG 95 blir vårt referensmaterial.	Eventuellt anpassas proven på samma sätt som i Greek-Winalds undersökning (dvs kompensera för elevernas rörelsehinder).	
3 000 slumpvis utvalda elever/åk deltar i UG 95. I åk. 9 besvarar ytterligare 7 000 elever enkäten. Därtill kommer elever i åk. 9 från privatskolor (35 st.)		
Bortfall i UG 95 avseende elever med rörelsehinder undersöks noggrant.		

Bilaga 2

GÖTEBORGS UNIVERSITET
Institutionen för pedagogik
Projekt PRESS
970205

Till målsman!

För några år sedan genomfördes en undersökning av rörelsehindrade elevers skolsituation. Resultaten visade att de flesta eleverna klarade sig bra i skolan. Man studerade då främst elevernas sociala situation och endast i mindre utsträckning deras kunskapsutveckling och lärande. Detta har påpekats som en brist från flera håll, bl a av föräldrar. Samtidigt har skolans möjligheter att ge stimulans till kunskaps- och kompetens-utveckling också kommit allt tydligare i fokus för intresset över huvudtaget.

Undersökningen genomfördes inom ramen för det sk PRESS (Projekt gällande Rörelsehindrade Elevers situation i Skolan och Samhälle) i samarbete med en ledningsgrupp med representanter från Bräcke-Östergård, rh-konsulenter och riksförbundet för rörelsehindrade barn och ungdomar.

En uppföljningsstudie genomförs nu i en undersökning finansierad av Skolverket där ambitionen är att undersöka förutsättningarna för kunskapsutveckling. Undersökningen genomförs i västra Sverige och beräknas vara klar 1998. Vetenskaplig ledare är Ingemar Emanuelsson, professor i specialpedagogik vid Göteborgs Universitet (tel. 031-773 24 32). Jag som skriver detta brev heter Johan Malmqvist. Jag är idrottslärare, studerar på forskarutbildningen i pedagogik och arbetar med projektet.

Våren 1995 genomförde Skolverket en nationell utvärdering (Utvärdering av grundskolan 1995, förkortas UG 95) av Sveriges skolor. I vårt första delprojekt var vi intresserade av att veta hur det gick för elever med rörelsehinder i denna utvärdering. Det visade sig dock att endast ett fåtal av eleverna med rörelsehinder deltog.

Det kan finnas flera orsaker till detta, t ex att man i alltför ringa utsträckning tog hänsyn till elevers olika förutsättningar att genomföra proven. En tänkbar anledning kan ha varit att provtiderna bedömts vara för korta och att man därför av hänsyn till eleverna har låtit dem arbeta med andra uppgifter i stället. Men konsekvensen blev att många elever med rörelsehinder inte fick möjlighet att faktiskt visa vad de kunde och lärt sig.

I ett andra delprojekt använde vi därför samma prov som använts i den nationella utvärderingen, men vi gjorde anpassningar av det för att underlätta provsituationen för eleverna. Bland de viktigaste anpassningarna kan nämnas att hänsyn tog till elevens arbetstakt så att han/hon fick möjlighet att fullfölja arbetet. För ett fåtal elever konstruerades en provversion som tillät dem att arbeta med dator, som de vanligtvis brukar göra i skolarbetet.

I det nu aktuella tredje delprojektet, som genomförs under vårterminen 1997, är syftet att närmare studera hur eleverna går tillväga när de arbetar med provuppgifter. Eleverna kommer att få lösa uppgifter samtidigt som vi samtalar med dem om hur de tänker och arbetar. Detta görs för att undersöka om det är nödvändigt med ytterligare anpassningar i skolarbetet för att eleverna med rörelsehinder ska kunna göra sig själva rättvisa. I ett vidare perspektiv gäller det att identifiera förhållanden och förutsättningar för att optimera kompetensutveckling i skolsituationer.

Bilaga 2

Information och uppgifter som samlas in kommer endast att användas inom ramen för forskningsprojektet. Individuppgifter kommer heller inte att lämnas ut eller avslöjas i projektrapporter.

Undersökningen genomförs genom att jag besöker eleverna i skolan. Därvid kommer samtalet med eleven och arbetet med uppgifterna att planeras för att fungera så smidigt som möjligt i det vanliga skolarbetet. Elevernas deltagande är frivilligt.

Det är av mycket stort värde att få den åsyftade kompletteringen av tidigare studier gällande förutsättningar för kunskapsutveckling.

Därför önskar vi att Ni sänder talongen med de önskade uppgifterna till mig. Därefter kontakter jag er per telefon, så kan vi närmare diskutera hur det kan vara lämpligt att gå tillväga om Ni ger ert tillstånd till att ert barn får delta (om han/hon själv vill) i undersökningen.

Om Ni har några frågor, så kan Ni nå mig på tel. 036-12 97 83

(såväl dagtid som kvälltid, vardag och helg)

fax 036 - 30 78 62, e-mail: malj@hik.hj.se

Med vänlig hälsning

Johan Malmqvist

Adress: PRESS c/o Johan Malmqvist, Odlargatan 15, 554 39 Jönköping

Jag vill veta mer och diskutera villkoren för att mitt barn

.....(barnets namn)

.....(skola)

skall få delta i den presenterade PRESS-undersökningen

.....(målsman)

Jag önskar bli uppringd på dagtid på telnr:.....

Jag önskar bli uppringd på kvälltid på telnr:.....

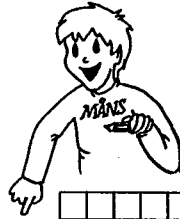
(fyll i det/de alternativ som passar Er bäst)

Bilaga 3

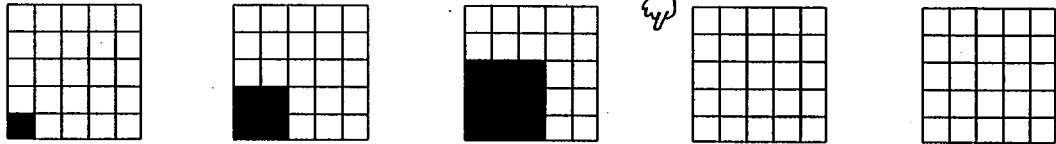
Uppgifter utvalda för noggrann analys	Provmaterial
M1a, M1b, M1c, M2a, M2c, T3, VY1,	Diagnostiskt material i matematik. Skolår 2. 1996. Lärarhögskolan i Stockholm. PRIM-gruppen. Skolverket.
T1, T2, R1, R2, R4	Provuppgifter. TIMMS. Svenska 13-åringars kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv. 1996. Skolverket.
VY2	Provuppgift för åk. 2 och åk. 5 från Nationell utvärdering. Se Ljung, B-O. & Pettersson, A. (1990). <i>Matematiken i nationell utvärdering. Kunskaper och färdigheter i årskurserna 2 och 5</i> . PRIM-gruppen, rapport nr. 5. Stockholm: Högskolan för lärarutbildning.
VY3	Diagnostiskt material i matematik, Skolår 7. 1996. Lärarhögskolan i Stockholm. PRIM-gruppen. Skolverket.
VÄ1, VÄ2, VÄ3, VÄ4	MPI-uppgifter. Användes i internationell studie. Se Presmeg, N. C. & Bergsten, C. (1995) <i>Preference for Visual Methods: An International Study</i> . International group for the psychology of mathematics education, Proceedings of the 19th PME Conference, Volume 3, Recife, Brazil.

Bilaga 4

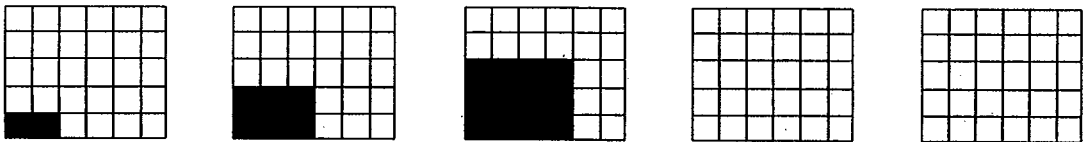
Fortsett som jag har börjat!



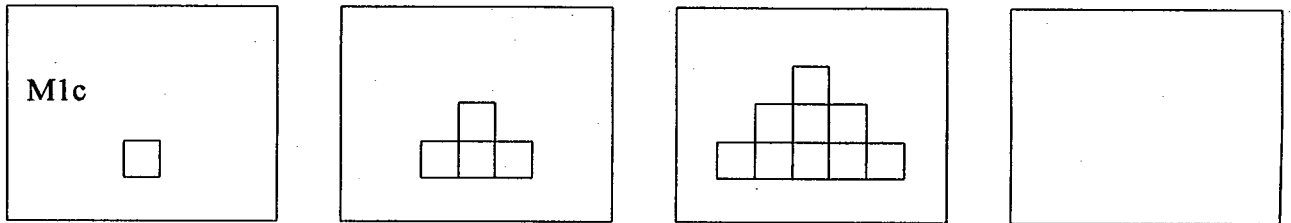
M1a



M1b



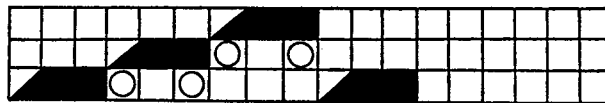
M1c



Gör de här mönstren färdiga!



M2a



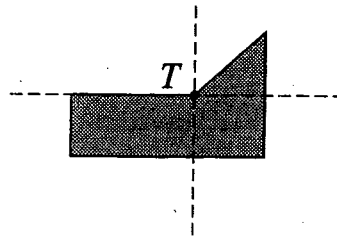
M2c



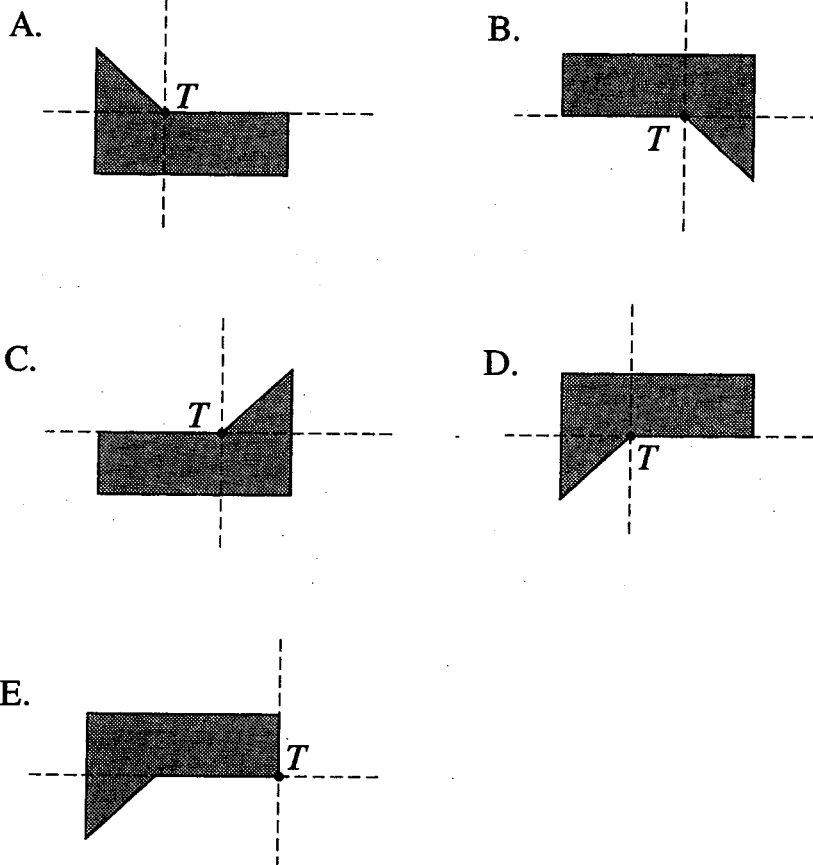
Bilaga 4

R1

Den skuggade figuren vrids ett halvt varv i planet kring punkten T .



Vilken figur nedan visar resultatet?

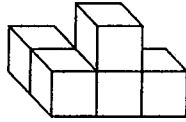


Svarsfrekvenser (%) uppdelade på kön och årskurs för Sverige och internationellt

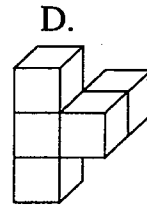
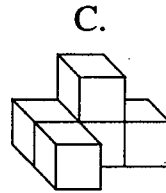
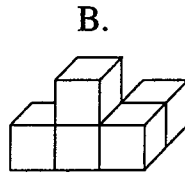
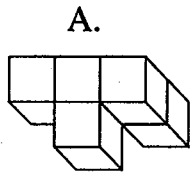
M05	Åk 6			Lägre årskurs intern.	Åk 7			Högre årskurs intern.	Åk 8		
	Flickor	Pojkar	Total		Flickor	Pojkar	Total		Flickor	Pojkar	Total
A	7,3	6,5	6,9	12,0	8,8	6,0	7,5	10,1	3,8	7,8	5,8
B	18,1	11,9	14,9	14,4	11,8	9,3	10,6	12,5	16,2	12,4	14,3
C	13,0	10,8	11,9	14,2	10,3	9,3	9,8	10,4	10,0	4,7	7,3
D	45,8	55,1	50,6	44,0	57,0	64,5	60,6	53,2	61,5	65,1	63,3
E	13,0	13,0	13,0	11,5	9,6	8,5	9,0	10,7	7,7	7,8	7,7
Ej svar	2,8	2,7	2,8	4,0	2,6	2,4	2,5	3,2	0,8	2,3	1,5

Bilaga 4

R2 Figuren kan vridas och vändas till olika lägen.



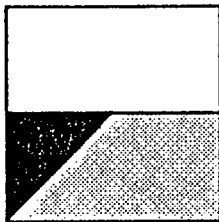
Vilken figur kan man erhålla?



Svarsfrekvenser (%) uppdelade på kön och årskurs för Sverige och internationellt

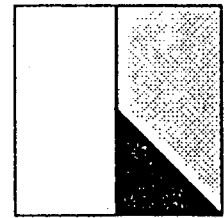
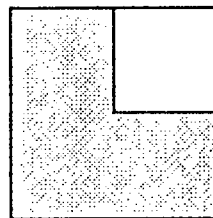
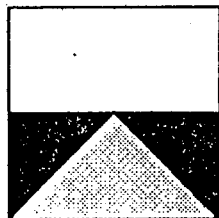
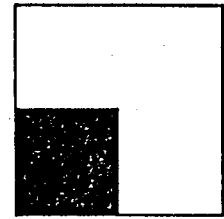
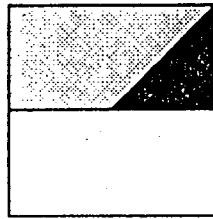
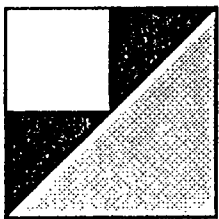
K03	Åk 6			Lägre årskurs intern.	Åk 7			Högre årskurs intern.	Åk 8		
	Flickor	Pojkar	Total		Flickor	Pojkar	Total		Flickor	Pojkar	Total
A	43,6	54,0	49,0	64,7	50,6	54,3	52,7	67,9	58,5	70,5	64,3
B	18,6	14,8	16,6	11,4	16,5	15,5	15,9	10,8	11,4	7,1	9,4
C	19,8	11,6	15,5	16,7	14,3	10,8	12,4	15,3	11,4	8,9	10,2
D	16,3	18,5	17,5	3,4	15,6	13,3	14,3	2,6	15,4	11,6	13,6
Ej svar	1,7	1,1	1,4	3,7	3,0	6,1	4,7	3,4	3,3	1,8	2,6

R3



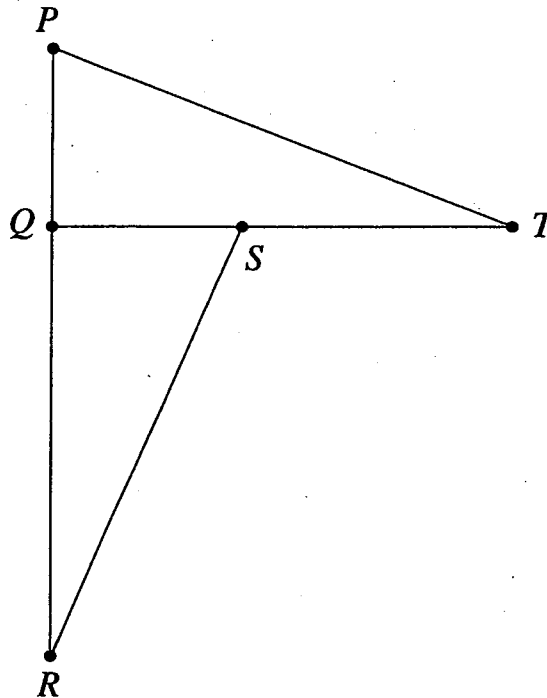
Bra infallsvinkel

Här är en kvadrat med olika fält. Vilka av figurerna nedan kan fås som bilder genom att vrida kvadraten?



Bilaga 4

R4 Triangeln PQT kan roteras (vridas) till triangeln SQR .



Vilken punkt är vridningspunkten?

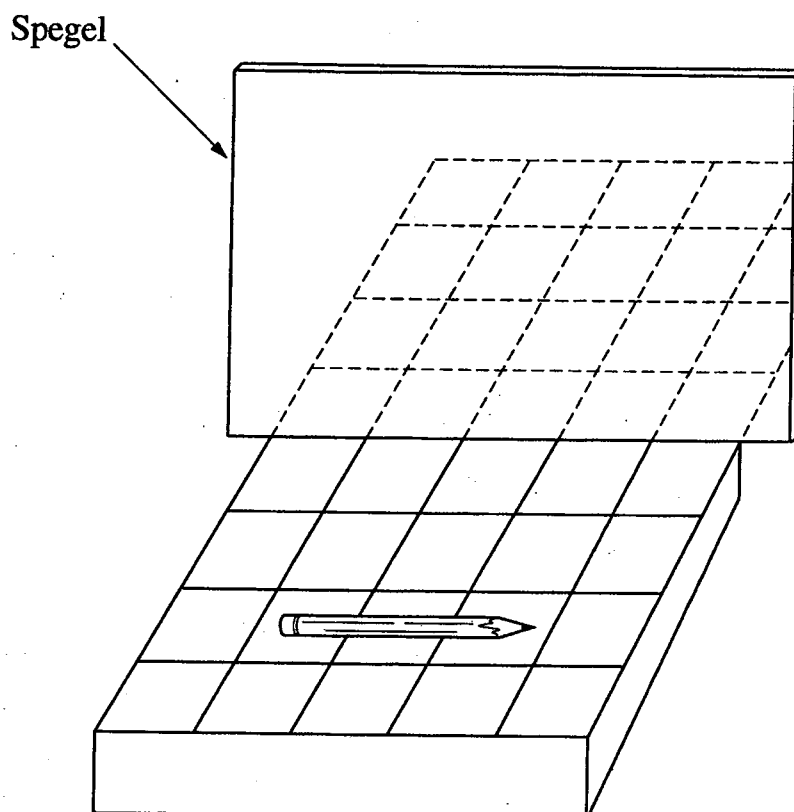
- A. P
- B. Q
- C. R
- D. S
- E. T

Svarsfrekvenser (%) uppdelade på kön och årskurs för Sverige och internationellt

O08	Åk 6			Lägre årskurs intern.	Åk 7			Högre årskurs intern.	Åk 8		
	Flickor	Pojkar	Total		Flickor	Pojkar	Total		Flickor	Pojkar	Total
A	3,7	3,6	3,6	5,1	5,4	7,5	6,5	4,0	3,6	3,2	3,4
B	45,1	50,6	47,9	61,9	53,4	54,0	53,7	70,5	63,6	66,1	65,0
C	12,2	14,9	13,6	6,3	5,4	10,0	7,8	4,8	4,5	5,6	5,1
D	22,6	22,6	22,6	18,9	24,9	18,8	21,7	14,7	17,3	18,5	17,9
E	14,6	7,1	10,8	5,4	8,1	7,9	8,0	4,2	9,1	4,0	6,4
Ej svar	1,8	1,2	1,5	2,7	2,7	1,7	2,2	2,0	1,8	2,4	2,1

Bilaga 4

- T1 Bilden visar en penna, som ligger på en hyllskiva framför en spegel. Rita en bild av pennan så som man skulle se den i spegeln. Använd rutmönstret på hyllskivan som hjälp.

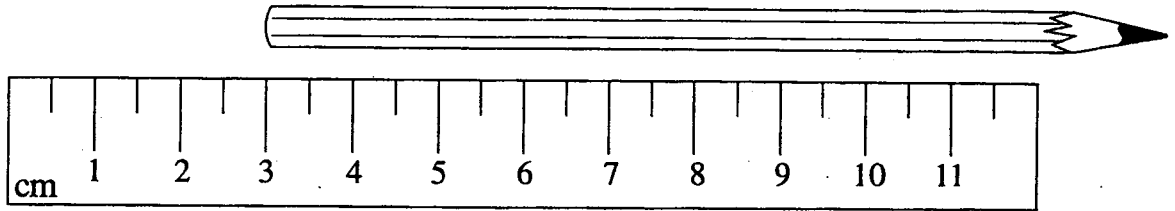


Svarsfrekvenser (%) uppdelade på kön och årskurs för Sverige och internationellt

M14	Åk 6			Lägre årskurs intern.	Åk 7			Högre årskurs intern.	Åk 8		
	Flickor	Pojkar	Total		Flickor	Pojkar	Total		Flickor	Pojkar	Total
Rätt 1p	62,7	57,8	60,2	67,7	64,7	66,5	65,6	70,3	64,6	65,9	65,3
Fel 0p	36,7	39,5	38,1	28,1	33,8	31,9	32,9	25,4	33,8	33,3	33,6
Ej svar	0,6	2,7	1,7	6,0	1,5	1,6	1,5	5,6	1,5	0,8	1,2

Bilaga 4

T2



Ungefär hur lång är pennan i figuren?

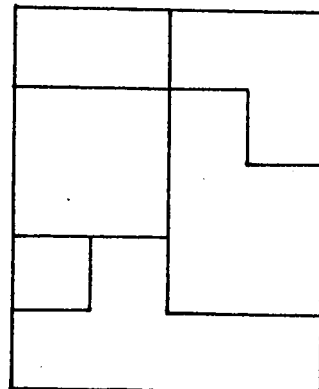
- A. 9 cm
- B. 10,5 cm
- C. 12 cm
- D. 13,5 cm

Svarsfrekvenser (%) uppdelade på kön och årskurs för Sverige och internationellt

P11	Åk 6			Lägre årskurs intern.	Åk 7			Högre årskurs intern.	Åk 8		
	Flickor	Pojkar	Total		Flickor	Pojkar	Total		Flickor	Pojkar	Total
A	23,7	20,9	22,1	23,8	22,3	18,3	20,3	22,2	29,7	9,7	19,1
B	61,5	61,2	61,3	49,9	63,8	67,6	65,8	53,3	62,2	73,4	68,1
C	9,0	8,7	8,8	13,0	4,2	7,2	5,8	11,8	5,4	9,7	7,7
D	4,5	8,7	6,9	11,1	9,2	6,8	8,0	10,8	2,7	7,3	5,1
Ej svar	1,3	0,5	0,8	2,5	0,4		0,2	2,0			

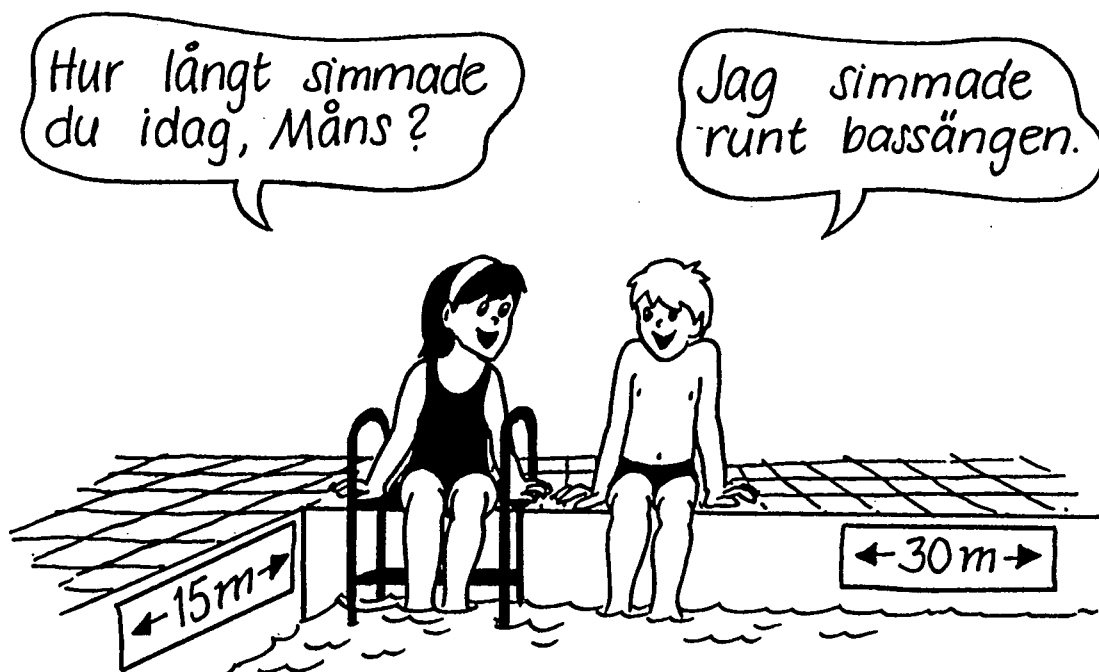
T3

Två bitar är lika stora.
Sätt kryss på dem!



Berätta hur du vet att just dom är lika stora.

VY1



Ungefär hur långt simmade Måns?

VY2

En bollplan är 100 m lång och 60 m bred. Pia brukar springa runt planen vid träningen. Hon vill därför veta planens omkrets. Hur stor är den?

I en nationell utvärdering (se Ljung och Petterson, 1990) löste 35 % av årskurs 2-eleverna och 65% av årskurs 5-eleverna denna uppgift korrekt.

VY3

Orvar har ett kolasnöre som är 60 cm långt. Han ska dela det i två bitar, så att den ena biten blir dubbelt så lång som den andra. Hur långa blir bitarna?

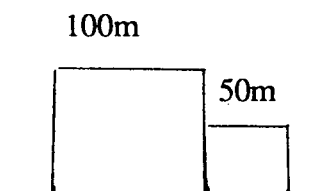
32% av årskurs 2-eleverna löste en liknande uppgift korrekt i en nationell utvärdering (se Ljung och Petterson, 1990). Uppgiften löd: Olle och Erik har tillsammans 12 böcker. Olle har dubbelt så många böcker som Erik. Hur många böcker har var och en?

Bilaga 4

- VÄ1 En ballong steg först 300 m från marken, drev sedan 100 m österut, varefter den sjönk 100 m. Därefter fortsatte den 50 m österut, och sjönk sedan rakt ner på marken. Hur långt från startpunkten hade ballongen kommit?

Lösningsmetod 1: Jag föreställde mig ballongens färdväg och beräknade sedan avståndet mellan start- och slutpunkterna. Jag fick avståndet till $100 + 50 = 150\text{m}$.

Lösningsmetod 2: Jag ritade en figur över ballongens färdväg och beräknade sedan avståndet mellan start- och slutpunkterna.



$$\text{Avståndet} = 100 + 50 = 150 \text{ m}$$

Lösningsmetod 3: För att lösa den här uppgiften brydde jag mig bara om den information som hade betydelse för lösningen (utan att föreställa mig ballongens färdväg). Avståndet mellan start- och slutpunkterna var $100 \text{ m} + 50 \text{ m} = 150 \text{ m}$.

Bilaga 4

- VÄ2 En löparbana är delad i tre olika långa bitar. Hela banans längd är 450 m. Den första och andra biten har en sammanlängd av 350 m. Den andra och tredje biten har en sammanlagd längd av 250 m. Hur långa är var och en av bitarna?

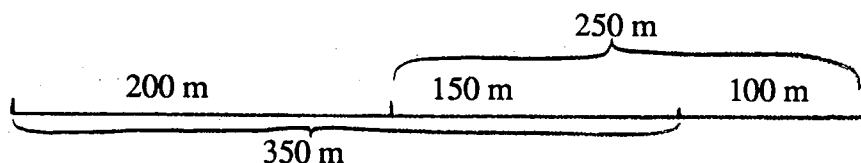
Lösningsmetod 1: Jag löste den här uppgiften genom att föreställa mig löparbanan och sedan beräkna hur lång varje bit blir.

Den tredje bitens längd blir $450 - 350 = 100$ m .

Den första bitens längd blir $450 - 250 = 200$ m .

Den andra bitens längd blir därmed 150 m .

Lösningsmetod 2: Jag ritade en figur över löparbanan och beräknade sedan hur lång varje bit blir.



Den första biten är 200 m lång, den andra biten 150 m och den tredje 100 m.

Lösningsmetod 3: För att lösa den här uppgiften drog jag slutsatser (med eller utan hjälp av algebra) utifrån den givna informationen, och varken föreställde mig eller ritade någon figur:

Hela banans längd är 450 m.

Första och andra biten är tillsammans 350 m.

Slutsats: Tredje biten blir $450 - 350 = 100$ m lång.

Andra och tredje biten är tillsammans 250 m.

Slutsats: Första biten blir $450 - 250 = 200$ m lång.

Alltså blir den andra biten $450 - 200 - 100 = 150$ m lång.

$$x + y + z = 450$$

$$x + y = 350$$

$$z = 100$$

$$y + z = 250$$

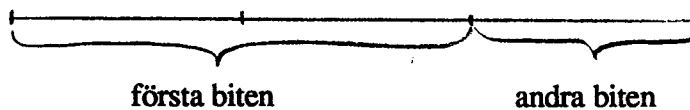
$$x = 200$$

$$y = 150$$

Bilaga 4

VÄ3 En rak sträcka är delad i två olika långa bitar. Den sista biten är hälften så lång som den första. Hur stor del av hela sträckan utgör den första biten?

Lösningsmetod 1: Jag löste den här uppgiften genom att rita en figur över sträckan:



Av figuren framgår att den första biten utgör två tredjedelar av hela sträckan.

Lösningsmetod 2: Jag löste uppgiften på samma sätt som *Lösningsmetod 1*, men jag ritade figuren "i huvudet" (och inte på papper).

Lösningsmetod 3: Eftersom den andra biten är hälften så lång som den första kan sträckan delas in i tre lika delar. Den första biten består av två delar, den andra biten av en del. Den första biten utgör alltså två tredjedelar av hela sträckan. (Jag varken ritade eller tänkte mig någon figur.)

Lösningsmetod 4: Jag löste den här uppgiften genom att använda mig av exempel. Antag att den första biten är 50 m lång. Då är den andra biten 25 m lång, eftersom den andra biten är hälften så lång som den första. Hela sträckan blir då 75 m lång. Det innebär att den första biten (50 m) är två tredjedelar av hela sträckan.

Bilaga 4

VÄ4 I ett hus finns det sammanlagt åtta bord. En del av dessa har fyra ben, medan övriga har tre ben. Tillsammans har borden 27 ben. Hur många bord med fyra ben finns det?

Lösningsmetod 1: Jag löste den här uppgiften genom att pröva mig fram.

Om antalet bord med 4 ben var ...	Skulle antalet bord med 3 ben vara ...	Och totala antalet ben skulle då vara ...
1	7	25 (Nej)
2	6	26 (Nej)
3	5	27 (Ja)

Det finns alltså 3 bord med 4 ben (och 5 bord med 3 ben).

Lösningsmetod 2: Jag löste den här uppgiften med hjälp av symboler och ekvationer, t ex på följande sätt:

Låt antalet bord med 4 ben vara x
 Då är antalet bord med 3 ben $8 - x$
 Totala antalet ben är $4x + 3(8 - x)$
 Då fås ekvationen $4x + 3(8 - x) = 27$
 Lös ut x : $x = 3$

Antalet bord med 4 ben är alltså 3 (och antalet bord med 3 ben är 5).

Lösningsmetod 3: För att lösa den här uppgiften ritade jag en figur, där jag markerade bordsbenen och grupperade dem i grupper om fyra och grupper om tre:



Av figuren framgår att det finns tre grupper med fyra ben och fem grupper med tre ben. Det finns alltså 3 bord med 4 ben (och 5 bord med 3 ben).

Lösningsmetod 4: Jag löste den här uppgiften genom att rita borden. Först ritade jag så att alla bord bara hade tre ben. Sedan lade jag till ett ben i taget tills antalet ben var 27:



Jag såg då att det finns 3 bord med 4 ben (och 5 bord med 3 ben).

Lösningsmetod 5: Jag löste den här uppgiften genom att resonera logiskt: Om alla borden hade 3 ben skulle 9 bord ge sammanlagt 27 ben. Det finns 8 bord, varför benen från ett bord är fördelade på tre andra bord. Alltså finns det 3 bord med 4 ben (och 5 bord med 3 ben).

Lösningsmetod 6:

1	2	3	4	5	6	7	8	
4	4	4	4	4	4	4	4	= 32
4	4	4	3	3	3	3	3	= 27

Jag skrev siffrorna 1 till 8 och skrev sedan en 4:a under varje siffra och lade ihop dem. Det blev för mycket, så jag ersatte rätt antal fyror med treor tills det blev 27 tillsammans. Det finns alltså 3 bord med 4 ben (och 5 bord med 3 ben).

Bilaga 5

Läsanvisning.

Under varje matris i denna bilaga finns transkriberingar av elevernas verbala utsagor och beskrivningar av elevens icke-verbala handlingar. Dessa är tidsmässigt placerade i förhållande till varandra. Texten har följande karakteristika:

- Experimentledarens verbala utsagor är av mindre teckenstorlek än elevernas.
- Stavningen utgår oftast (när det är möjligt) från det talade språket, dvs. som orden har uttalats i experimentsituationen.
- När ord är svårtolkade (t. ex. p. g. a. otydligt uttal, personen mumlar etc.) finns ett förtydligande av dessa svårigheter i en parentes i direkt anslutning till dessa ord.
- Motoriska (icke-verbala) handlingar återfinns inom parenteser.
- Sinnesstämningar och uttryckssätt (t. ex. uttala meningar som ”frågor” eller ”påståenden”) etc. som finns i samspelet mellan personerna i experimentsituationen har inte nedtecknats.
- Text med fetstil återfinns i matrisen som indikation på att eleven har använt sig av spatialt manipulerande eller verbalt resonerande strategi för att lösa uppgiften.

I matrisen under rubriken Övrigt finns iakttagelser gjorda vid experimenttillfället eller vid analysarbetet som har vägts in vid tolkningen. Det kan vara iakttagelser som visar på motsägelser, missförstånd vid experimentsituationen (som tolkas annorlunda vid analysarbetet), för dåliga följdfrågor, förhållanden i anslutning till experimentsituationen som inte är filmade etc.

Matriserna är utökade för VÄ-uppgifterna. Elevens egen bedömning av vilken strategi som han har använt har förts in under rubriken Elevens ”val”. En jämförelse mellan Min tolkning och Elevens ”val” har sedan gjorts. Slutsatser dragna från denna jämförelse har därefter förts in under rubriken Kommentar.

Bilaga 5

Elev: ÄP

Uppgift: M2c

	Spatialt manipulerande strategi	Verbalt resonerande strategi
	<i>STRATEGI-INDIKATIONER</i>	
Handlingar ("motoriska")	<i>skisserar översiktligt huvuddrag, "visar förskjutningar"</i>	<i>förflyttar detaljerat stegvis, "räknar"</i>
	eleven för pennan till figur 39-40, 23, för pennan till 1 därefter 20, 39-40, 23 stannar till, 6, 7, 26 sedan horisontellt till 29 eleven för pennan till l:c eleven för pennan till m:d och ritlar diagonal till n:c och fyller i till vänster	
Kommunikativt ("tänka högt")	<i>"Beskriver" / "ser"</i>	<i>"Bevisar" / "måste bli..."</i>
	man kan upptäcka ett mönster	
Övrigt	Eleven säger att det är svårt att förklara. Eleven säger att han upptäcker ett mönster, vilket eleven verkar utgå ifrån. Om eleven hade räknat rutor - hade han då kunnat räkna fel (2 rutor där det ska vara en ruta) å andra sidan hur kan eleven missa att mönstrets figurer ska vara i angränsande rutor (två ggr ritlar inte eleven enligt detta mönster)?? Eleven visar inte att han utgår från rutavstånden mellan figurerna i övre raden som är fyra rutor, - eleven gör fem -, vilket inte bör vara förklaringen (dvs räknefel fem i stället för fyra)	
Min tolkning	Använder spatial manipulativ strategi.	

om du tar den där (jag pekar på uppgift c)

den

att du gör, och så försöker du samtidigt då (eleven för pennan till vänstra delen av uppgiften) precis som innan berätta hur du går tillväga

(eleven för pennan till figur 39-40, 23, för pennan till 1 därefter 20, 39-40, 23 stannar till, 6, 7, 26 sedan horisontellt till 29) ja just det

vad menar du med det

man kan upptäcka ett mönster (eleven för pennan till ruta 1), ja (eleven för pennan till 20)

ja, hur ska man förklara den

din uppgift blir då att du ska göra färdigt den (jag pekar till höger om uppgiften)

ja ska jag rita

ja

ja okej (eleven för pennan till ca. ruta 31), då ska vi se **(eleven för pennan till l:c)**

ja nu sätter du ner pennan någonstans (eleven för pennan något åt höger och nedåt) så småningom

nu ska vi **(eleven för pennan till m:d och ritlar diagonal till n:c och fyller i till vänster**

och varför blir det så här

för att det är så (eleven för pennan till figur 7 och diagonalt till 26 och därefter 45) dom där vid

(eleven för pennan till figur 6 och därefter figur 7, för sedan pennan till o:d och färglägger

"triangel" åt höger - figur 14), det är svårt att förklara men

Bilaga 5

jo men vilken utgick du ifrån

(eleven färglägger lite i figur 13) jag utgick från dom (för pennan till figur 6 och sedan figur 7 för sedan pennan till figur 13)

ja okej

ja det ska va sådär (färglade ytterligare i figur 14, knackar sedan med pennspetsen i figur 29, för därefter pennan till ca. o:b för sedan pennan till p:b och lyfter upp pennan), så (för pennan ned och åt höger för den sedan tillbaka , ca. en ruta), det är (kort paus ? sedan otydligt ordet så eller svårt?, och börjar därefter färglägga figur 33, för sedan pennan till ruta 34, sedan 35 där ett diagonalt streck dras - från nerifrån höger uppåt vänster- därefter färgläggs figur 35, eleven för sedan pennan till p:b och ritar en diagonal till o:a därefter en diagonal från p:b till q:a och färglägger från vänster till höger) och, nu ritar inte jag världens snyggaste men (eleven fyller i figur 51-52 färdigt därefter fyller han i lite på figur 35), så nånting om jag fattar rätt

och hmm jag hängde med dig (jag pekar på uppgift c) du berättade fram till

mm men det är ju det ser ju likadant ut där (eleven för pennan till ruta 26, 20) först tar man dom (för pennan till figur 6-7) sen har man den (för pennan till figur 45-46, för därefter pennan till figur 51-52 och slutligen till figur 35)

(paus ca. 3-4 sek.) ska vi lägga undan den

ja (uppgiften ligger kvar medan jag hämtar nästa uppgift...)

Bilaga 5

Elev: YC

Uppgift: M2c

	Spatialt manipulerande strategi	Verbalt resonerande strategi
	<i>STRATEGI-INDIKATIONER</i>	
Handlingar ("motoriska")	<i>skisserar översiktligt huvuddrag, "visar förskjutningar"</i>	<i>förflyttar detaljerat stegvis, "räknar"</i>
		pekar med finger på rutorna 27 - 28
Kommunikativt ("tänka högt")	<i>"Beskriver" / "ser"</i>	<i>"Bevisar" / "måste bli..."</i>
		sen mäter man två där mellan
Övrigt	Jag missförstod eleven när han säger att han kollar på dom, det är de tomma rutorna inte figurerna som eleven menar (eftersom eleven t. ex. ofta håller sig på raden under när han pekar och menar raden ovanför). När jag frågar om eleven tittar först på ena sidan eller andra sidan så säger eleven att han tittar på de tidigare ritade figurerna - "mönstret"- och mäter (eg. räknar) mellanrummet dvs antalet rutor. (För att kunna rita rätt figur, - använder minnesbild?)	
Min tolkning	Verbalt resonerande strategi.	

hur tänker du

jag ska ...(?otydbara ord) (eleven ritar streck diagonalt från l:d till m:c färglägger därefter, ritar sedan diagonalt streck från n:d till l:c och färglägger därefter,

nu gjorde du en sådan och en sådan det ser jag, va hur kom du på att du skulle göra så

ja (eleven lägger ifrån sig pennan) den (för fingret till ca. 23 och lite yviga rörelser kring denna ruta upp mot rutorna 6 och 7) ä den (stannar till med finger i ruta 29 för fingret diagonalt nedåt mot 45-46 och därefter diagonalt upp mot 12-13) ä ett den är (för fingret utmed denna diagonal mellan 29 och 12-13) ett den där (eleven tar pennan och ritar diagonal från o:c till n:b och färglägger åt höger)

hur kom du på att du skulle göra så, vad besvärlig jag är som frågar så mycket, annars lär jag mig inte, ja (eleven för pennans trubbiga ände till ca. 27-28, pennan viftar dessförinnan till något till vänster om denna punkt, och därefter till ca. ruta 32) och den är lika

aa den är lika som

mm

mm

(eleven ritar diagonalt streck från p:b till o:a, därefter ett diagonalt streck från p:b till q:a och färglägger sedan denna figur)

mm, då har du gjort en till där en dubbel

(eleven ritar diagonal från q:c till r:b och färglägger åt vänster), så

hur vet du var du ska rita någonstans hur visste du var du skulle rita den som du ritade nu, (jag pekar på 35) den ritade du sist

(eleven för sitt finger till 27, 26, 27) jag kollade på dom (eleven för samtidigt finger från 27-28 via/"mellan" 46 och 29 och via 47 till 30-31 och för sedan fingret upp lodrätt till ovanför uppgiften)

vad sa du

jag kollade på dom (eleven gör rörelse tillbaka motsatt "väg" till 27-28 och för sedan finger fram och tillbaka mellan 27-28 och cirka 47-48 men med yvigare rörelser och rörelsen avslutas i ca. ruta 48)

Bilaga 5

du kollade på dom

mm

mm, och när du kollar på dom, hur du dududu tittar där först bestämmer du dig för att där (jag pekar på punkt långt till höger i uppgiften, förmodligen ruta 35 men ljuset förhindrar...) ska du ha den

mm

och sen tittar du där (jag pekar över mitten av uppgiften) eller gör du tvärtom att du tittar där (jag sätter ner finger i ruta 29) och sen kommer du på att du ska ha den där (jag pekar på ruta 35)

mm

vilket gör du

(eleven för den trubbiga änden av pennan till ca. rutorna 42-43 för sedan pennan vågrätt till ca. 45) tittar först (för pennan till högra delen av uppgiften)

du tittar först där

sen (eleven pekar på högra delen av uppgiften) mäter man två där (eleven pekar med finger på rutorna 27 - 28) mellan

räknar du rutor emellan, hur menar du då

det är (eleven för finger till rutorna 27-28) två rutor där, då (för finger till rutorna 33-34) ska två rutor

jaha, då förstår jag, du räknar rutorna emellan för att du ska veta var du ska rita då

mm

är det rä är det så du menar

mm

ha, för det hinner jag inte se när du ritar för du eller när du tänker det här med rutorna för det är nåt du tänker där inne va

mm

mm, och det är svårt för mig att se eller veta

mm

ja du du räknar rutorna emellan där då ska mm okej

Bilaga 5

Elev: YP

Uppgift: T2

	Spatialt manipulerande strategi	Verbalt resonerande strategi
	<i>STRATEGI-INDIKATIONER</i>	
Handlingar ("motoriska")	<i>skisserar översiktligt huvuddrag, "visar förskjutningar"</i>	<i>förflyttar detaljerat stegvis, "räknar"</i>
		för pennan till linjalens ände, längst upp i övre högra hörnet
Kommunikativt ("tänka högt")	<i>"Beskriver" / "ser"</i>	<i>"Bevisar" / "måste bli..."</i>
		tänkte jag där är ju tolv
Övrigt	Eleven mäter pennans längd vid den punkt där linjalen slutar, dvs. 12 cm. Då finns en bit av pennan fortfarande kvar som inte har blivit mätt. Eleven anger omgående att svaret blir alternativ D, dvs det enda alternativ som är större än 12 cm. Pennans läge i förhållande till linjalens "nollpunkt" diskuterar eleven aldrig.	
Min tolkning	Använder verbalt resonerande.	

ungefär hur lång är pennan i figuren, det är uppgiften, då har du fyra stycken olika men hur kommer du fram till det som du kommer svara för du kommer svara en utav dom, ska bara se att du finns med ordentligt i den här

mm

jadå det är så fint så tror jag, kanske ska flytta den lite till så

jag tror att det är (pekar på alternativ D) D

ja hur kommer du fram till det

för det är liksom tolv (för pennan till 11cm-strecket) där och så (för pennan till linjalens ände)

tänkte eller det (för pennan till 11cm-strecket och "knackar" med pennan) är elva där,

mm

tänkte jag där (för pennan till linjalens ände, längst upp i övre högra hörnet) är ju tolv

ja

sen (lyfter pennan, sänker, lyfter igen, stannar till lyfter sedan bort pennan från figuren låter pennan "glida" omkring på papperet under uppgiften), ja sen tog jag (för pennan till alternativ D därefter upp pennan till den ritade pennans spets) det

mm, jag förstår, ska du ta och ringa in den som du tycker är rätt då

(eleven ringar in alternativ D)

Bilaga 5

Elev: YC

Uppgift: T2

	Spatialt manipulerande strategi	Verbalt resonerande strategi
	<i>STRATEGI-INDIKATIONER</i>	
Handlingar ("motoriska")	<i>skisserar översiktligt huvuddrag, "visar förskjutningar"</i>	<i>förflyttar detaljerat stegvis, "räknar"</i>
	för pekfinger till den ritade pennans spets, för fingret till 10cm-strecket, till linjalens 1cm-streck, till pennans vänstra ände	
Kommunikativt ("tänka högt")	<i>"Beskriver" / "ser"</i>	<i>"Bevisar" / "måste bli..."</i>
	jag tänkte att pennan kant var där början där	
Övrigt	förutom beskrivning av hur pennan förflyttas berättar inte eleven om hur det kan bli 9 cm.	
Min tolkning	använder spatialt manipulerande för att förflytta pennan.	

nu har du fyra stycken olika att välja på här nu får du berätta noga för mig hur du bär dig åt för din uppgift den blir att tala ungefär hur lång är pennan i figuren står det alltså (jag pekade på texten till uppgiften med ett pekfinger) hur lång (jag för pekfingret ovanför den ritade pennan) är den pennan då finns det fyra stycken olika alternativ också det ena visar och det är du nog inte van vid, där (jag pekar på alt. A) står det nio centimeter och där (jag pekar på alt. B) står det tio och en halv centimeter och det är du nog inte van att skriva men det står, det är alltså tio och en halv centimeter nånting på tio där (jag pekar på alt. C) är den tolv centimeter och den (jag pekar på alternativ D) visar att den är tretton och en halv

tie

är den tio, hur kom du på det eller berätta hur du kom på det

jag tänkte (för pennans trubbiga ände till den vänstra delen av den ritade pennan ca. 1 cm från änden) att pennan la (släpper pennan och pekar med vänstra pekfingret på linjalens vänstra ände vid markeringen för 1 cm) dit så (för fingret utmed den ritade linjalen till cirka 11 cm strecket och därefter tillbaka någon centimeter) var det tio (svårt att uppfatta- otydligt tal, lägger därefter sin egen penna under den ritade figuren och rullar den fram och tillbaka)

det där gick så fort jag hann knappt berätta färdigt förrän du talade om hur stor den var, berätta nu, en gång till (lade sin egen penna utanför papperet och för pekfinger till vänstra änden av linjalen) jag tänkte penna va där (?otydliga ord) så mätte (för fingret utmed linjalen till 10cm strecket och därefter rakt ned till en punkt ca en cm nedanför linjalen) penna så var det tio

du räknade därifrån och då den var tio, men du måste nog berätta ännu mer för mig för du vet jag är inte så snabb som du, du måste berätta ännu noggrannare för jag hängde nog inte riktigt med, kan du berätta ännu noggrannare, precis allt för mig

jag tänkte (för pekfinger till den ritade pennans spets eller till dess början, dvs där pennan börjar smalna av) att pennan (för fingret till 10cm-strecket ner till 9cm till 11 cm till 10 cm stannar till därefter till linjalens vänstra ände och upp till linjalens 1cm-streck, till pennans vänstra ände ned till linjalens 1cm-streck och tillbaka upp till pennans ände) kant (för fingret tillbaka till linjalens vänstra ände "spretiga" rörelser som stannar vid 1cm-strecket) var där början där

jaha du menar pennan började (jag för mitt pekfinger till 1cm-strecket) där mm

och hu hur bar du dig åt för att den skall börja där

jag tänkte

Bilaga 5

så du tänkte att (medan mitt vänstra pekfinger ligger kvar pekar jag med höger pekfinger på den ritade pennan) den pennan som ligger där, är det den som du tänker på, att den börjar där (pekar på linjalens 1cm-streck)

ja, så var den tie

och då var den tie, varför varför ska den börja just där (jag pekar på 1cm-strecket)

för de står ett där

för att det står ett där, det står ett där, och då ska pennan börja vid ettan, kan du visa ännu mer kan du berätta en gång till jag är jag är besvärlig jag vet jag är jättebesvärlig jag får be om ursäkt, men jag vill så gärna förstå hur du hur du bär dig åt, den ska alltså börja vid ettan

mm, dom (lägger kort fingrarna på linjalens högra ände)

varför ska den börja vid ettan jag förstår inte riktigt varför den ska börja vid ettan förstår du

jag det ingen noll

för (sätter sin trubbiga ände på linjalens "0-punkt" att det är ingen nolla, men om vi skriver nolla då (jag tar elevens penna och för mot linjalens vänstra ände), om vi gör så här, vi

ja

skriver en nolla, var ska noll stå i så fall

där (eleven pekar)

ja då skriver vi (jag skriver en nolla på linjalens ände) nu står det noll där, blir det någon skillnad då

ja, för pennan nie

är pennan nie då

ja (eleven "knäpper" iväg sin penna)

kan du räkna vilka centimeter du du liksom räknar med ka kan du markera alla dom centimeterna som skall vara med eller nåt eller kan du göra på något annat sätt så att jag förstår hur du tänker

(eleven för sin penna till 9cm-strecket och ritar en linja ner till ca. 0,5 cm) så

alltså (jag för mitt pekfinger utmed elevens ritade linje) därifrån och bort dit

ja

har du flyttat (jag tar ett pekfinger-tumme-grepp över pennan och håller kvar detta grepp och för fingrarna i en lyfrörelse till linjalens vänstra ände) pennan bort dit då menar du

ja

är det så du har gjort

ja

ha, du har alltså flyttat pennan bort dit, hur visste du hur mycket du skulle flytta bort den, hur visste du att du skulle lämna så (jag tar ett pekfinger-tum-grepp över den högra delen av linjalen) mycket där

jag tänkte att (för ned sin penna vid linjalens 0-punkt) pennan börjar där

ja du tänkte att pennan börjar där, men hur vet du då var den slutar, jag tror jag börjar förstå

jag tog bort (pekar på linjalens högra ände, rörelsen/pennan är två gånger inne på den ritade pennan) dom t..(? otydligt)

du tar bort dom, hur många tar du bort, tar du bort dom som är där då (jag pekar på 9cm, 10cm, 11cm för sedan fingret fram och tillbaka över dessa cm)

ja

ha du tar bort dom tre, (jag för fingret till linjalens vänstra del- 3cm-strecket) och då få och då får du flytta pennan tre då menar du

ja

ha men då förstår jag, då förstår jag hur du tänkte, ska vi fortsätta, ibland är jag besvärlig,

aa

så in i bomben, du flyttade alltså pennan så (jag tar bort papperet)

"EFTERSNACK"

ha hur tänkte du när du flyttade pennan, tänkte du att du flyttade pennan eller tänkte du att du flyttade linjalen eller eller gjorde du på något annat sätt eller

fl pe (mycket otydligt)

räknade du eller

flytta (?otydligt) penn

det var pennan du flyttade det var inte linjalen då

mm

flyttade du, hur flyttar man pennan utan att egentligen hade du behövt en sax och klippt bort den där pennan då

ju

Bilaga 5

mm

men du kunde göra det i alla fall

ja

såg du att pennan skulle flyttas så då

ja

och sen visste du då att den skulle flyttas, tre stycken

ja

Bilaga 5

Elev: YP

Uppgift: R2

	Spatialt manipulerande strategi	Verbalt resonerande strategi
	<i>STRATEGI-INDIKATIONER</i>	
Handlingar ("motoriska")	<i>skisserar översiktligt huvuddrag, "visar förskjutningar"</i>	<i>förflyttar detaljerat stegvis, "räknar"</i>
		pekar med penna på ruta 2 i figur B och därefter på ruta 5 i modellen pekar på figur B:s högra del rutor 4 och 5, därefter på modellen vänstra del rutor 2 och 3 pekar på de två rutorna på mittsektionen, rutorna 1 och 3, på figur B och sedan motsvarande på mittsektionen på modellen, rutorna 4 och
Kommunikativt ("tänka högt")	<i>"Beskriver" / "ser"</i>	<i>"Bevisar" / "måste bli..."</i>
		I det är en där och så är det två där och så är det
Övrigt	Jämför egenskaper, hur många rutor som finns "tillsammans" eller "ensamma". Varken visar eller berättar hur modellen har kunnat vridas till att bli figur B, den som eleven "gissar" på. (någon typ av regel? den är vänd så då kommer de två rutorna till andra sidan? - men gör i så fall inte detta konsekvent eftersom både b och d har en toppkloss.) Dåligt med följdfrågor.	
Min tolkning	Använder verbalt resonerande strategi.	

Den här uppgiften, den där (jag pekar på modellen), den kan man vrida och vända på olika sätt, vilken - en av de här (pekar på figurerna A-D)

mm

om man vrider den, kan det bli en av de här. Det är bara en av dem som det kan bli.

Det är B.

Hur kom du på det?

Jag tänkte, **det är en där** (pekar med penna på ruta 2 i figur B och därefter på ruta 5 i modellen) och så är det två där (pekar på figur B:s högra del rutor 4 och 5, därefter på modellen vänstra del rutor 2 och 3) och så är det (pekar på de två rutorna på mittsektionen, rutorna 1 och 3, på figur B och sedan motsvarande på mittsektionen på modellen, rutorna 4 och 1) **två där uppe**. Kan liksom inte vara den (pekar på figur D), och det kan ju vara den (figur A) och den (figur B), jag gissar på den (pekar på figur B) - B

mm

(eleven ritar en rund ring runt bokstaven B)

Bilaga 5

Elev: MS

Uppgift: R2

	Spatialt manipulerande strategi	Verbalt resonerande strategi
	<i>STRATEGI-INDIKATIONER</i>	
Handlingar ("motoriska")	<i>skisserar översiktligt huvuddrag, "visar förskjutningar"</i>	<i>förflyttar detaljerat stegvis, "räknar"</i>
	visar upprepade gånger hur modellen kan vridas.	
Kommunikativt ("tänka högt")	<i>"Beskriver" / "ser"</i>	<i>"Bevisar" / "måste bli..."</i>
	den vände sig så tänkte jag att den kommer ut där	
Övrigt	Klaras att mentalt vrida modellen så vänster del kommer till höger del (spatial y-axel), men inte i djupet (utmed spatial z-axel).??	
Min tolkning	Använder spatialt manipulerande.	

En vridfigur till. Den här är lite mer, vad skall jag säga, lite annorlunda i alla fall, för den kan vridas åt olika håll.

mm

som det står där upp den här kan vridas och vändas till olika lägen, och om du har den där från början (jag pekar på modellen)

mm

vilken av de fyra kan man få (jag pekar på de fyra figurerna A-D)

Jag tror att det är (pekar på figur C, ritar en ring runt figuren) - så

Och vad fick dig att ringa in just C

jo för att, den (pekar med pennan på modellen) ehh ehh få se (pekar mellan figur A. och B.), kan också vara den (pekar på figur B)

hur tänker du ungefär att liksom, att det liksom ska kunna vara den

om jag vrider den (pekar på figur B, för sedan snabbt upp pennan till modellen), om jag vrider den, om jag vrider den ett helt varv (pekar på figur B) så kan det vara den. Men om jag vrider den (pekar på modellen) ett halvt varv så (pekar på figur C) skulle det kunna vara den jaha, kan du visa på nåt sätt genom att rita (jag pekar på modellen) hur den rör sig ett halvt varv respektive rör sig ett helt varv, åt vilket håll den rör sig åt och så liksom, som du gjorde på den förra du visade mig.

Den (pekar på modellen), ska vi se,

vilken pratar du om nu, är det B eller C du tänker på?

nej (ritar en ring runt figur B) det får bli B i stället.

ja, du ändrar till B i stället?

ja

du får gärna sätta ut eller nej, det framgår ju så tydligt här men det är B som du tycker är och vad var det som fick dig att ändra dig?

jag tänkte att (pekar med pennan på modellen) om den vrids ett halvt varv så

kan du visa hur det vrids ett halvt varv?

(från en punkt till vänster och över figuren ritar eleven en båge moturs nedåt) så

mm

den (gör en snabb rörelse med pennan från modellens vänstra del rakt nedåt) går ut så tänkte jag först, den (gör om rörelsen men lite långsammare) kommer ut så, men sen (visar med pennan utmed samma "båge" nedåt moturs som ritades innan men delvis inne i figuren) när jag tänkte så kommer den faktiskt (lyfter pennan) så den (för pennan inne i modellfiguren i en "bana" motsvarande den som tidigare gjordes utanför figuren) ju så ("knack"-rörelse med

Bilaga 5

pennan som sedan lyfts, efter en kort stund görs ”bågrörelsen inuti modellfiguren om två gånger till), jag är lite osäker på dom (pekar alternerande mellan figurerna B och C) mm, har du kollat igenom A och D också?

dom tror jag inte att det är

nej, så det är B eller C som gäller då? Och lite mer B då eller lika?

Ungefär lika

Hur tänkte du förresten C, var det ett helt varv du pratade om där eller? Eller hur var det du tänkte att du kom till C

(gör med pennan från högst upp i den mittersta delen av modellen en cirkulär rörelse nedåt ett halvt varv moturs) den andra så, **den vände sig** (gör en bågrörelse på samma plats nedåt moturs med fingret som avslutas ett par centimeter nedanför modellen) **så tänkte jag** (gör en rörelse med fingret snett uppåt vänster till modellens nedre vänstra del) **att den kommer ut där** (pekar på en punkt strax nedanför modellens nedre vänstra del) men (drar fingret ett par centimeter nedåt) det gör den ju inte, kom jag på sen, den vänder (gör cirkelrörelse moturs på modellen med början överst i den mittersta delen av modellen och avslutas någon centimeter till höger om denna punkt, förflyttar sedan fingret nedåt moturs till modellens nedre del) ju och den kommer, det är varken någon av dom (pekar fram och tillbaka mellan figurerna B och C) egentligen, för att när den (pekar med fingret på modellen (gör ett och ett halvt varv moturs med utgångspunkt från modellens vänstra del, gör sedan samma rörelse en gång till men bara ett halvt varv) vrider sig så

mm så?

när den vrider sig så (upprepar ett halvt varv igen), då kommer (gör samma rörelse en gång till men långsamt) den ju dit (pekar på rutan nederst till höger), då går den ju ut på (gör från rutan en rörelse rakt ner, tre fyra centimeter, och tillbaka) den sidan (upprepar rörelsen) så i stället. om man man kan ju,

kan du rita hur den går ut i så fall om den går runt så som du säger, ungefär

om tar den (från en punkt till vänster och över figuren ritas eleven en båge medurs som avslutas till höger om och nedanför modellens nedre högra del) åt det hållet, om man vrider den åt det hållet då (gör en knackrörelse med pennan i rutan längst ner till höger i modellen) blir det ju likadant där med, den (för pennan upp till modellens övre vänstra del för den sedan till rutan längst ned till höger i två omgångar den första gången ev. moturs, den andra gången ev. medurs, stannar till i nedre högra rutan i modellen och ritas där en rektangel rakt nedåt) kommer ju ut så då

jaja

sen kommer den hit, så kommer den ju

så då tycker du inte att B och C är några bra svar då liksom eller?

Inte så bra svar men det är det enda svar jag kan.

Okej

Bilaga 5

Elev: YS

Uppgift: VY1

	Spatialt manipulerande strategi	Verbalt resonerande strategi
	<i>STRATEGI-INDIKATIONER</i>	
Handlingar (”motoriska”)	<i>skisserar översiktligt huvuddrag, ”visar förskjutningar”</i>	<i>förflyttar detaljerat stegvis, ”räknar”</i>
	vrider handen för pennan ”pekande” rakt ut/från papperet	
Kommunikativt (”tänka högt”)	<i>”Beskriver” / ”ser”</i>	<i>”Bevisar” / ”måste bli...”</i>
	på andra hållet då är det ju tretti mittemot då alltså	
Övrigt	Eleven pekar på områden som är motstående de två bassängkanter som är ritade, vilket kan tydas som att hon visuellt föreställer sig dessa sidor.	
Min tolkning	Använder spatial manipulerande strategi.	

nästa handlar om bad

ja den kommer jag (otydliga ord följer)

känner du igen den

ja

du har gjort den innan

mm

ja, kommer du ihåg hur du gjorde den gången

eh nej

men du känner igen uppgiften

ja, okej (? otydligt) vänta lite (för pennan in mot bildens mitt över papperet för tillbaka den och ner mot vänstra bassängkantens ”skylt”)

varför sa du ändrade du dig

hmm (pekar mot pratbubblan under uppgiften för pennan bort från uppgiften) otydligt mumlar några ord)

nu räknade du eller

hundraåtjugue, hundraåtjugue meter blir det (skriver 120: meter simmade hon.)

nu får du berätta också hur dom kom fram till det

det var tretti på (för pennan till ”skylten” 30 m) det hållet meter då alltså

mm

på andra hållet (vrider handen för pennan ”pekande” rakt ut/från papperet) då är det ju tretti mittemot då alltså (gestikulerar ovanför papperet), tretti plus tretti är sextio (för pennan mot figurens mitt, för tillbaka den utanför papperet), vänta lite detta blir, det blir fel vad var det som blev fel

uh, femton plus (pekar med pennan mot ”skylten” 15 m) femton är ju tretti sexti, då faktiskt, tretti

tretti

då blir det alltså (suddar ut 120) nitti, men i alla fall så räknar jag ut så (för vänster pekfinger till vänstra sidan av bilden -den vänstra bassängkanten och för den sedan till en punkt höger på figuren under den ritade bassängkanten) femton plus femton (därefter följer några ”otydbara” ord, eleven skriver 90) så

Bilaga 5

Elev: YC

Uppgift: VY1

	Spatialt manipulerande strategi	Verbalt resonerande strategi
	<i>STRATEGI-INDIKATIONER</i>	
Handlingar ("motoriska")	<i>skisserar översiktligt huvuddrag, "visar förskjutningar"</i>	<i>förflyttar detaljerat stegvis, "räknar"</i>
Kommunikativt ("tänka högt")	<i>"Beskriver" / "ser"</i>	<i>"Bevisar" / "måste bli..."</i>
		femton och de ä tretti
Övrigt	Eleven visar inte på något sätt eller säger något om bassängens form. Eleven adderar bara de tal som står på bassängsidorna, dvs. adderar de uppgifter som finns för två av planens sidor Hur tolkar eleven frågan om hur man simmar runt bassängen? Som "hur" man simmar?	
Min tolkning	Använder verbalt resonerande strategi,	

så här säger Mia, hur långt simmade du idag Måns fråga Mia och då säger Måns (jag pekar på avstånd mot teckningen) jag simmade runt bassängen, och då ska du berättat ungefär hur långt simmade Måns, hur långt har Måns simmat när han har simmat runt bassängen.

fyrti fem

fyrti

fem

fyrtifem, hur kom du fram till fyrtifem, berätta hur kom du fram till fyrtifem

la i hop (för finger till vänster "bassängkant" till skylten ungefär och för sedan finger över till höger "bassängkant" och dess skylt ungefär och upprepar denna rörelse) dom

du la ihop dom

mm

och då fick du fyrtifem, varför la du ihop dom

(för finger till vänstra "bassängkanten" lägger flera fingrar på "bassängkanten") det den fö de ä

femton och de (för finger över till högra "bassängkanten", - dess skylt ungefär) **ä tretti**

för att det är femton (jag pekar på "skylten" på vänster sida) och för att det (jag pekar på "skylten" på höger sida) är tretti

ja la hop dom

du lade ihop dom

mm

så det är så långt som Måns har simmat när han har simmat runt bassängen,

mm

då får du skriva det

(skriver 45)

fyrtifem kan du skriva ett m också, precis som du har skrivit där innan

(skriver ett m)

hur gör man när man simmar runt en bassäng

(mycket otydligt kan vara: man sparka benen och gör så???) för vänster hand cirka två "ryckiga otydliga" "varv" över papperet motsols

så (jag för hand hand i stora rörelser motsols över teckningen två varv) såå

aa

har du simmat runt en bassäng nån gång

aa

Bilaga 5

Elev: MP

Uppgift: VY3

	Spatialt manipulerande strategi	Verbalt resonerande strategi
	<i>STRATEGI-INDIKATIONER</i>	
Handlingar ("motoriska")	<i>skisserar översiktligt huvuddrag, "visar förskjutningar"</i>	<i>förflyttar detaljerat stegvis, "räknar"</i>
		skriver $60/2 = 30$ tar sedan upp pennan, för därefter ner pennan och skriver: hälften av $30 = 15$
Kommunikativt ("tänka högt")	<i>"Beskriver" / "ser"</i>	<i>"Bevisar" / "måste bli..."</i>
		om man delar det i två blir det tretti och då blir det andra dubbelt så långt
Övrigt	Eleven gör få observerbara handlingar. Delar kolasnöret till hälften och får då ett tal som är hälften av det ursprungliga talet. Bygger på att det ursprungliga värdet är oförändrat, liknar lösningen hos Hs och Hc. I första lösningen halverar sedan eleven halva biten med hälften, berättar dock inte hur lång den andra biten är. Jmf detta med Gc:s berättelse i Vo3!	
Min tolkning	Använder verbal resonerande strategi.	

Orvar handlar det om där

ja

vill du att vi läser uppgiften tillsammans eller vill du läsa den själv

eh jag kan läsa själv

jepp (drygt 60 sek. tystnad sedan tar eleven fram räknehäftet och **skriver $60/2 = 30$ tar sedan upp pennan, för därefter ner pennan och skriver: hälften av $30 = 15$**)

få jag se vad du skrivit

eh hälften av tretti är lika med 15

är det ditt svar

eh ja

eh ska vi läsa en gång till, Orvar ha ett kolasnöre som är sexti centimeter långt

mm

det ska han dela i två bitar så att den ena biten blir dubbelt så lång som den andra hur långa blir bitarna

jaha

det blir alltså två bitar och den ena ska vara dubbelt så lång som den andra

eh sexti tror jag

sexti, kolasnöret var sexti centimeter från början

nej nej

chansar du lite

lite

jag misstänkte nästan det mm, det ska alltså delas i två bitar så att den ena biten blir dubbelt så lång som den andra, hur långa blir bitarna

eh tretti

hur kommer du fram till att det ska va tretti

eh eh **om man delar det** (för pennan till textens översta rad där det står 60 cm) **i två blir det tretti och då blir det andra dubbelt så långt**

jaha var det så du tänkte, då blir det ena tretti och då tänker du att den andra är då sexti

ja

är du nöjd med det svaret

eh ja

Bilaga 5

är du det

ja

ska vi gå vidare

ja

då gör vi det (jag tar bort uppgiften)

Bilaga 5

Elev: ÄP
Uppgift: VÄ3

	Spatialt manipulerande strategi	Verbalt resonerande strategi
	<i>STRATEGI-INDIKATIONER</i>	
Handlingar ("motoriska")	<i>skisserar översiktligt huvuddrag, "visar förskjutningar"</i>	<i>förflyttar detaljerat stegvis, "räknar"</i>
	5 för sedan pennan till cirka 6 därefter till 5 och ritar ett lodrätt streck 7-8	
Kommunikativt ("tänka högt")	<i>"Beskriver" / "ser"</i>	<i>"Bevisar" / "måste bli..."</i>
	det blir där någonstans	
Övrigt	eleven delar på hälften till två bitar sedan den andra hälften i två hälften (cirka) och får då en sista bit som är bit som är hälften så lång som den första biten (dvs. biten 1-3/4). Eleven har då en sträcka som är delad i tre och inte två bitar. (jmf med Hp och Hc och Gc)	
Min tolkning	Använder spatial manipulativ strategi.	
Elevens "val"	Lösningssmetod 1 Rita figur, av den framgår...	
Kommentar	Överensstämmelse mellan tolkning och elevens "val"	

(eleven skriver: A3, eleven ritar sedan en linje 1-2, 14 rutor långt) och hälften (eleven ritar ett lodrätt streck 3-4 efter sju rutor och för pennan åt höger till cirka **5 för sedan pennan till cirka 6 därefter till 5 och ritar ett lodrätt streck 7-8**) och **det blir där någonstans** (för sedan pennan åt höger och ritar 9-10, för därefter pennspetsen till linjen vid punkt 6 ca. för sedan pennan till sträckan 1- 3/4 och för sedan undan pennan från uppgiften) den första biten utgör halva sträckan då

aa, jag skulle använda den definitivt (eleven för pennan direkt till den plats där alternativ 1 kan
markeras, så fort sidan 3 blev synlig)
har du tittat igenom alla fyra
aa (eleven lyfter upp pennan)
ibland står det också så här att
mm
på den ena sidan (jag pekar på alternativ 1) eller ena uppgiften kanske det är utritat på den andra (jag pekar på
alternativ 2) så har man tänkt på samma sätt men kanske inte ritat ut va
nej men jag
och då
ja men
men du ritade väl ut på den (jag pekar på alt. 1)
jag skulle rita ja (eleven ritar ring runt alt. 1)
och på den tredje där (jag pekar på alt. 3) står det jag varken ritar eller tänkte
nej
på någon figur då så då stämmer det inte alls överens med som du gjorde då va
nej
utan du gjorde det där (jag pekar på alt. 1) va
mm

Bilaga 5

Elev: ÄS

Uppgift: VÄ3

	Spatialt manipulerande strategi	Verbalt resonerande strategi
	<i>STRATEGI-INDIKATIONER</i>	
Handlingar ("motoriska")	<i>skisserar översiktligt huvuddrag, "visar förskjutningar"</i>	<i>förflyttar detaljerat stegvis, "räknar"</i>
	vi kan dra upp den till tolv centimeter i stället	
Kommunikativt ("tänka högt")	<i>"Beskriver" / "ser"</i>	<i>"Bevisar" / "måste bli..."</i>
	för linjalen till dm-strecket och ritar därefter till höger om denna ytterligare två cm förlängning	
Övrigt	När eleven förlänger linjen till 12 centimeter verkar han ha löst uppgiften redan. Strax innan säger han mm och det är tystnad en stund -sen förändrar han linjens utseende. Vad tänker han då?	
Min tolkning	Använder spatial manipulativ strategi.	
Elevens "val"	Lösningssmetod 1 Rita figur av den framgår...	
Kommentar	Överensstämmelse mellan min tolkning och elevens "val".	

ska jag köra a3 då, en rak sträcka är delad i två olika långa bitar, ja vi kan väl ta och måla du kan väl ta och skriva vad hette den där första a två där, beror på hur många vi hinner så (? otydligt, eleven skriver samtidigt A2 respektive A3).

a tre vill jag måla figur på helst

ja du får göra precis på det sätt

mm

som du tycker är det allra bästa hela tiden, det är det som är vitsen

ja vi kan köra en decimeter (eleven för pennan till räknehäftet och ritar därefter ett streck 10 cm långt) eller nåt, (otydbara ord) det är lätt att dela med nämligen, går ju att sätta ut mitten, om man vill (eleven ritar ett lodrätt streck på mitten av dm-strecket), ha som riktmärke, se vad det var för uppgift, två olika långa bitar den sista biten är hälften så lång som den första, mm, nej vi kan göra så här **vi kan dra upp den till (för linjalen till dm-strecket och ritar därefter till höger om denna ytterligare två cm förlängning) tolv centimeter i stället** då blir det mer exakt, ha sista biten och man ska dela i bitar tydligen är den sista biten hälften så lång som den första (för samtidigt linjalen till under det ritade strecket och parallellt), då kan man ju tänka sig dom här tolv centimetrarna i tredjedelar och sen så (för pennan till "8 cm" och ritar ett lodrätt streck) tar man två tredjedelar här den är åtta centimeter (för pennan till vänster om 8 cm -strecket och skriver: 8 cm) och det här blir då (för pennan till höger om 8 cm -strecket och skriver 4 cm) fyra centimeter det sista och då stämmer det ju också här med vad det står, sista biten bit två (pekar på linjen till höger om "8 cm"-markeringen) hälften så lång som den första (pekar på där det står: 8 cm) och det stämmer ju (för pennan till där det står: 4 cm för sedan pennan fram och tillbaka mellan där han har skrivit 8 cm respektive 4 cm) fyra centimeter är hälften av åtta centimeter, hur stor del av sträckan utgör den första biten antagligen denna (pekar på där det står 8 cm) då, och den utgör då givetvis två tredjedelar eftersom eh åtta genom åtta plus fyra (skriver samtidigt $8/8+4$) är det samma som åtta tolfjedelar (skriver = $8/12$) förkortar det lite snabbt (skriver = $2/3$), två tredjedelar

Bilaga 5

sen fick du det på a tre

mm

fanns det fyra stycken olika, det var den med raksträcka delad i två olika långa bitar, du får gärna på dina gamla papper också naturligtvis om du vill

ja

du får säga till i så fall, men du kanske kommer ihåg dem

ja kanske det

jag lägger dem där i så fall

mm

det var a tre just det, äh det var mest denna (ritar en ring runt alt. 1)

mest den

Bilaga 5

Elev: ÄS

Uppgift: VÄ4

	Spatialt manipulerande strategi	Verbalt resonerande strategi
<i>STRATEGI-INDIKATIONER</i>		
Handlingar ("motoriska")	<i>skisserar översiktligt huvuddrag, "visar förskjutningar"</i>	<i>förflyttar detaljerat stegvis, "räknar"</i>
		skriver $4x$ fortsätter skriva ekvationen: $4x + 3(x-8) = 27$
Kommunikativt ("tänka högt")	<i>"Beskriver" / "ser"</i>	<i>"Bevisar" / "måste bli..."</i>
		vi tar och ställer upp här en ekvation för antalet ben
Övrigt		
Min tolkning	Använder verbal resonerande strategi.	
Elevens "val"	Alternativ 2 Lösa med symboler och ekvationer.	
Kommentar	Överensstämmelse mellan tolkning och elevens "val".	

nu ska vi se här i ett hus finns det sammanlagt åtta bord mm en del av dessa har fyra ben (tyst i ca. 25 sek.), jaha

du tänker för fullt

mm, jaha man kan ju sätta upp det i ett ekvationssystem, går ju, (? otydbar mening), nej vi gör så här i stället, vi kallar eh antalet bord här med fyra ben för x , kan vi skriva det (för pennan till övre vänstra hörnet på sida i räknehäftet), ... (?otydbara ord) sats, men nu behövs inte det, så att eh, om vi tar och **ställer upp här en ekvation för antalet ben (skriver $4x$)**, så är det ju då, fyra gånger x (pekar på $4x$)

mm

det är ju då fyra ben \cdot gånger x antal bord sen har vi ju lite bord kvar, och då är det ju alltså plus (skriver $+$) åtta minus x bord

mm

och på de (**fortsätter skriva ekvationen: $4x + 3(x-8) = 27$**) här borden är det ju tre ben, så borde ekvationen se ut, tycker ju jag va, då får man ju (för pennan till område under ekvationen och börjar skriva: $4x + 24 - 3x = 27$ och därefter i nästa led under; $7x = 51$) kanske räkna ut detta då, jaha det blir inte, blir inte exakt kommer det inte att bli, jag vet inte vad jag har gjort för fel, jo det vet jag (tar suddigummit och suddar ut allt utom $4x + 3$ i ekvationen), så ska det inte alls va

vad var det för fel

x och åttan ska byta plats givetvis det säger ju sig självt, nej det glömmes vi genast (skriver ekvationen klar; $(8-x) = 27$), sådär ska det givetvis va

hur hade du det innan

jag hade x (pekar på x i parentensen i ekvationen och pekar på siffran åtta och för pennan fram och tillbaka mellan dem) och det, åtta

kan du skriva det över där

ja

så jag kan hänga med när jag läser ut det sen, så var det från början alltså

(skriver $(x-8)$ och en felmarkering efter parentensen) ja och det är fel

okej

Bilaga 5

(skriver $4x + 24 - 3x = 27$ under ekvationen) sådär nånting i stället (skriver $x + 24 = 27$, skriver därefter under detta $x = 3$), ha (ritar en rund ring runt $x = 3$) och svaret är ju tre, det borde alltså funnits tre bord med fyra ben
mm

är det dom här metoderna på a två som jag har att välja på
det är dom på a två som du

ja

du ser att jag har skrivit sex (jag pekar på siffran 6 på papperet med uppgifter) stycken där
mm

vilket innebär att det fanns sex stycken som kom fram

ja

när de gjorde undersökningen då va, vilken tycker du alltså stämmer alltså bäst med det sätt du tänkte på,
(tystnad knappt halv minut), du skrattar lite hehe

ja jag tycker en del var lite väl

hehe, du ska inte värdera dom nu

nej men det är ju helt klart så är det ju tvåan här

det var den du gjorde

ja

mm

Bilaga 5

Elev: MC

Uppgift: M1a

	Spatialt manipulerande strategi	Verbalt resonerande strategi
	<i>STRATEGI-INDIKATIONER</i>	
Handlingar ("motoriska")	<i>skisserar översiktligt huvuddrag, "visar förskjutningar"</i>	<i>förflyttar detaljerat stegvis, "räknar"</i>
	det här ska ju också fyllas i	
Kommunikativt ("tänka högt")	<i>"Beskriver" / "ser"</i>	<i>"Bevisar" / "måste bli..."</i>
	eleven för finger "horisontellt" och "diagonalt" fram och tillbaka i p-raden och u-raden	
Övrigt	förstår inte uppgiften till en början, eleven berättar att figurerna ska bli större, kommer endast till uttryck i höjd-dimensionen, innan jag frågar om längden? (Eleven utgår från visuellt intryck föreställer sig en ökning men bara på höjden, räknar inte rutor, rader etc.). osäkert hur mycket den ska växa? eleven markerar storlek men inte form	
Min tolkning	Använder spatialt manipulerande strategi,	

(jag tar fram uppgiften)

nää ja ja ja ja

det är inte riktigt likadant, du ska markera vilka rutor som ska bli svarta

fortsätt jag har börjat nej okej ska försöka förlåt att jag säger så ibland Johan

det får du gärna säga du får gärna tycka precis som du vill naturligtvis

då tar vi väl (eleven för pennan till a1 ruta f och markerar, för sedan pennan till ruta k)

den ska du inte skriva

va

där ska du inte skriva

ska jag inte det står ju fortsatt där jag har börjat

mm de det men det står i instruktionerna till den här uppgiften som inte finns på denna sidan (jag pekar på papperet) att det här är den första (jag för finger runt a1), där är nummer två (jag för finger runt a2) och där är nummer tre ser du att det händer någonting (jag för finger runt a3 och stannar med finger ovanför figuren), sen ska du rita på nummer fyra här (jag för finger runt a4) och sen nummer femman (jag för finger runt a5), och vad är det du ska rita du ska rita markera vad som ska vara svart

åh herregud

vet du vad vi gör (jag lägger ett vitt a4 ark över b-, och c-figurerna, nyckel i låset och dörren öppnas) nej nej vi låser, vi låser...

(kort samtal med elevassistenten som har kommit in i rummet)

detta är jobbigt _____ (namn på elevassistenten)

är det jobbigt (elevassistenten frågar)

ja

vad ska jag göra, ska jag torka din svettiga panna eller vad är det du vill (elevassistenten frågar)

nu ska vi se här

mm (elevassistenten)

vad sa vi nu

jo vi sa att det (jag pekar på a1) är första bilden

mm

sen händer det (jag pekar på a2) och sen händer det (dito a3) och vad händer där (dito a4) då va vad ska va svart där

Bilaga 5

det blir ännu lite mer större skulle jag tro dö (imiterar)
det tror du ja, men hur mycket större då
vi ska se här, ehh
om du talar om vilka rutor som ska vara svarta bara eller du gör en liten markering. (eleven tar pennan och för den till ruta f ritar upp till k fyller i den rutan för sedan upp pennan till p och fyller i för pennan ned till a och drar ett par streck i denna ruta) nu visste du vad du skulle göra då
va
då visste du vad du skulle göra
ja här vet vi vad vi ska göra, fråga _____ (elevassistentens namn) jag vet vad jag vill, så ja, har den vuxit så mycket som du tyckte nu, som du ville att den skulle
ja
ska du göra den sista också, vad händer sen
vad han ser illmarig ut
ja, han läser av mig (jag vänder mig till elevassistenten)
man vet liksom inte om det är rätt för han sitt..
det kan jag ju inte berätta det är ju inte mina svar som ska in
jaha, vad gör vi nu då
hur tänkte hur tänkte du när du gjorde det (jag pekar till höger om figuren eleven har ritat)
jag tänkte så (eleven för finger till a3 dess bas och för finger upp i samma rörelse upp till nivå 3) upp så, **det här ska ju också fyllas i (eleven för finger "horisontellt" och "diagonalt" fram och tillbaka i p-raden och u-raden och kommer även in lite i k-raden i rutsystemets högra del avslutar med att slå fingret i den ifyllda delen av a3)**
jaha, och (jag för finger till rutorna b/g ca.) om du tänker på den (jag för finger till a3 dess bas och för sedan finger till a4 rutorna b/g) så ska väl den understa också va ifylld egentligen va, eller
ja det kansk tack (eleven för pennan till ruta b i figur a4 och börjar fylla i rutor åt höger: rutorna b, c, d där avslutningsstrecket går in över hela ruta e medan resten av rutan är vit) så mycket, tack för hjälpen man vill tacka livet som har gett en så mycket (härmar Arija Saanomaa), så blir det nog
okej, ska vi säga att det räcker för idag för nu är klockan faktiskt mer än ..
det tycker jag

Bilaga 5

Elev: Mc

Uppgift: M3

	Spatialt manipulerande strategi	Verbalt resonerande strategi
<i>STRATEGI-INDIKATIONER</i>		
Handlingar ("motoriska")	<i>skisserar översiktligt huvuddrag, "visar förskjutningar"</i>	<i>förflyttar detaljerat stegvis, "räknar"</i>
Kommunikativt ("tänka högt")	<i>"Beskriver" / "ser"</i>	<i>"Bevisar" / "måste bli..."</i>
Övrigt	<p>Länge oklart för eleven vad uppgiften går ut på. På slutet arbetar eleven "systematiskt" och vad det verkar utifrån uppgiftens "idé". Eleven kan se vilka rutor som är svarta och vilka som är vita. Eleven kan markera en "motsvarande" ruta i en annan del av rutsystemet med rätt färg (dvs. svart eller vit). Efter en kort stund i arbetet med andra kolumnen från vänster förefaller eleven förlora rumslig position markerar inte motsvarande ruta 2 dvs ruta 9 utan sätter markeringen i ruta 29 och blir därefter "förtvivlad" (gör markeringen i "strid mot" elevens egna resonemang, verkar upptäcka detta omgående).</p> <p>Kanske svårigheter på grund av att eleven är inne i ett område med omgivande rutor såväl till vänster om skiljelinjen som till höger om denna. Kanske på grund av att det skedde en vågrät förskjutning av uppgiften från första kolumnen till andra kolumnen. Uthållighet/trötthet, svårighet att koncentrera sig kan ha ytterligare försvarat...</p> <p>Ser eleven mönstret/gestalten? Om eleven hade räknat ruta för ruta? (i rad för rad?)</p>	
Min tolkning		

har du gjort någon mönsteruppgift nån gång

mjae det har jag nog gjort nån gång

och du vet du vet, det är svårt ja, men tror du att du skulle kunna markera vilka rutor det är som som gör att det här mönstret (jag för finger runt uppgiften) blir färdigt, det här är ett mönster då va och så har dom inte gjort dom har inte färglagt det färdigt och du behöver inte fylla i så att det blir så där svarta rutor (jag för finger över rutorna 2 - 13 - 24) utan vilka rutor skulle du vilja skulle det finnas svart färg på

alla dom som är skuggade eh alla dom (eleven lägger samtidigt handen på högra delen av uppgiften och "knackar" med pekfinger i rutorna 20/31)

mm kan du kan du sätta en liten markering i varje som du skulle vilja ha svart utav dom, och om det är så att du ångrar dig så suddar vi bort

eh då kör vi så (härmar after shave och galenskaparna) (eleven sätter markering i rutorna 8, 9, 10, 11)

hej (namn på elevassistenten) (sätter markering i ruta 19)

hej ... (namn på eleven, elevassistentens svar)

vad trevligt att du kom till bygden (sätter markering i rutorna 20, 21, 22)

undrar om du inte tycker att (namn på elevassistent) är ganska bra i alla fall

jag skulle vilja ha allihop

jaha

Bilaga 5

nä förresten inte dom, joho det skulle jag visst det varför sitter jag och säger emot mig själv (eleven markerar rutorna 29, 30, 31, 32, 33)
varför skulle du vilja ha allihopa då
för det blir snyggt då eller det (eleven för finger moturs/ i cirkelrörelse över svarta rutor i mellersta delen av figuren, dvs rutorna 6, 16, 28 och 18)
mm, tycker du att det följer det mönster som har varit här borta (jag gör motsvarande cirkelrörelser över uppgiften men i mycket större cirkel) eller när det blir så
aaahääneej
det tycker du inte, fast det var det som var uppgiften
ehähh (eleven lägger ifrån sig pennan)
ska vi göra om det
ja
för det kan nog inte bli alla va
nej
(jag suddar ut samtliga markeringar) utan du får nog bestämma vilka du vill ha med
ja men då vet jag vilka jag ska köra på
ja det är bra och så berättar du för mig varför du tycker att det är just dom som du kör
det är dom (för finger till 13, 14, 26) här inne (för finger runt i ruta 26) för att det är, det ska va så ("knackar" med finger på ruta 26)
ja för man ska följa det mönstret (jag pekar på vänstra delen av uppgiften) och det är liksom det som är uppgiften och inte det du tycker är snyggast
nej men du
ska jag göra likadant igen
vi säger att det är så
ja, säg vilken du tänker markera nu
det är alla dom (för fingret "svepande" "medurs" över 15, 26, 27 och för sedan finger över ruta 14 till ruta 13) som är vita här inne men dom tänkte jag (eleven för finger till högra delen av uppgiften och för där fingret moturs ett par varv över ca. 33, 21, 20 och knackar sedan med finger på ruta 31)
mm
(pekar på 15) mm, (dito 26) mm, (dito 27) mm, (dito 17) mm, (dito 5) mm
nu tror jag att jag förklarade lite dåligt för dig
jaså då
för nu vill du liksom färglägga så allt (jag sveper med hand över mittdelen av figuren dvs området kring rutorna 6, 16, 18, 28) där blir, om vi säger så här, du får (jag ritar en skiljelinje som avgränsar det färdiga mönstret från det område där fortsättningen av mönstret ska ritas) inte sätta några markeringar på den sidan (jag för pekfinger i stora cirklar över uppgiften till vänster om skiljelinjen), utan du får bara hålla dig här innanför (jag för penna i stor cirkel över uppgiften till höger om skiljelinjen) och så ska du göra så att det som du markerar ska se likadant ut som det gör här innan (jag för pennan över ritade rutor på mittlinjen till vänster om skiljelinjen) fast på denna sidan (jag gör två stora cirkelrörelser över högra delen av uppgiften, till höger om skiljelinjen), så det blir en annan uppgift än du hade tänkt dig, eller hur
ja
ja, så du får inte ändra på det mönstret som är här även om du inte tycker det var snyggt (jag suddar ut markeringar till vänster om skiljelinjen)
jo men jag tyckte det var
tyckte du det är fint
jag tycker det ska va
så vilka utav vilka utav dom ska du sätta svarta pluttar på (jag för samtidigt finger på rutorna 8, 9, 10, 11, 22, 33, 32, 31, 19, 20, 21) så att det blir likadant som det var innan
den (markerar ruta 19)
ha
sen den (markerar ruta 20)
mm
nej vänta lite jag kanske vet
ha, vad tänkte du vad tänker du nu

Bilaga 5

sudda bort (eleven pekar på markeringarna i rutorna 19 och 20)
ja, vad var det du tänkte nu
att inte, först så
(efter senaste suddandet försköts uppgiften delvis utanför kamerans fokus)
ha
och sen hoppar vi över den
ha
och sen tar vi den
ha
och den, så den
ja jag tror att jag förstår vad du menar men kan du
va bra för det gör jag inte själv
(uppgiften kommer i "bild" igen)
ja men jasså, har du ångrat dig nu
ja men, jag fattar noll (? otydligt ord) alltså, nu ska vi se här (eleven för finger till ruta 2), där
(eleven för vänster finger till ruta 1) är det första så (eleven markerar med penna i höger hand
ruta 8)
hur ska den va vad ska den va
den ska va ej fylld (? Obs! troligen inte ordet "ifylld" som jag tolkade det som, eleven för
samtidigt ner fingret i ruta 1), så hoppar vi över den (eleven för vänster pekfinger till ruta 12
och höger pekfinger till ruta 19), sen (eleven för först höger pekfinger till ruta 30 och vänster
pekfinger till ruta 23 fattar sedan pennan med höger hand och för den mot ruta 30 och gör en
markering) tar vi verkar det rörigt
jajag tyck om jag får säga om vi säger att vitt och svart i stället för då blir det lättare för mig sen, vi säger inte
fylld och ifylld utan vi säger vita och svarta rutor för det är ju vita och svarta rutor (jag suddar ut samtidigt de
markeringar som är gjorda)
okej
okej då börjar vi igen
då ska den (eleven pekar på ruta 1 och för pennan mot ruta 8) va vit
ja
och så ska den (eleven för vänster finger till ruta 12) va svart
ja då ska du göra en markering med blyertsen det säger du att det är svart
(eleven gör en markering i ruta 19)
ja
sen ska den va vit (pekar utanför bild troligen på ruta 23)
okej
så ska den (eleven för upp fingret till ruta 2) va svart
då ska du göra en markering
då ska vi se bara (eleven för vänster finger över rutorna 12, sedan nedåt utanför bild, ruta tolv,
ruta 1, ruta 12, nedåt utanför bild, ruta 13) jag tycker (för pennan i höger hand till ruta 30 och
gör en markering, för samtidigt vänster pekfinger sakta nedåt) det va svårt (håller pennan över
ruta 20), då ska den va vit, men vad håller jag på med (lyfter vänster hand och höger hand förs
åt sidan)
tycker du den var svår den här uppgiften
jaa
eh, ska vi skippa den
ja det gör vi
eller vill du vänta med den ska vi fortsätta med den nästa gång för nu har vi hållt på så länge så nu väntar ...
(elevassistentens namn) på att vi ska bryta här
ja
(vi avslutade sedan med en kort räkneuppgift som jag trodde eleven skulle klara av... se karamelluppgiften där
eleven först markerar samtliga och sedan räknar)

Bilaga 5

Elev: ÄC

Uppgift: M2c

	Spatialt manipulerande strategi	Verbalt resonerande strategi
<i>STRATEGI-INDIKATIONER</i>		
Handlingar ("motoriska")	<i>skisserar översiktligt huvuddrag, "visar förskjutningar"</i>	<i>förflyttar detaljerat stegvis, "räknar"</i>
	för pennan i figurerna 1, 20, 39-40, 23, "mot" figur 6-7	pekar på ruta 34 dito 35 dito 36 ritar från ca. r:c till ca. r:b för sedan pennan till ca. r:c och ritar diagonalt till ca. s:b
Kommunikativt ("tänka högt")	<i>"Beskriver" / "ser"</i>	<i>"Bevisar" / "måste bli..."</i>
	ehnjag är inte säker på att jag ser rätt här	två rutor emellan, en två tre, sen ser den ut så
Övrigt	<p>När eleven granskar uppgiften efter att ha ritat själv, så är det förmodligen svårare att urskilja mönstret. Om eleven hade fått figurerna inritade (vilket eleven inte ville) hade ev. senare delen av mönstret varit lättare att uppfatta. Eleven förefaller inte uppfatta mönstret som "figurer som följer varandra i angränsande rutor", / elevens utelämnande av figur 51-52). Dock följer eleven rutmönstret med pennan flera gånger och "sjunger" mönstret som Madde gjorde. Han gör spatiala jämförelser (relationer mellan tidigare mönster och var han ska rita) Eleven säger att han inte är säker på att han ser rätt här (hur det ska vara, ser - visuellt) Eleven verkar inte upptäcka "spatialt" att figur 36 är för långt från figur 31 utan för i stället fram att det inte får vara tre rutor emellan. För hur figurerna är "vända" (elevens ord) används en spatial strategi? eller: Eleven lyfter upp pennan under ritandet av figurer "pausar" (eller jämför?) ritar därefter färdigt figuren - eleven ritar det lodräta strecket först och det diagonala - hur den är vänd - därefter. Kan tolkas som att eleven räknar fram till rätt ruta ritar lodräta delen av triangeln jämför med tidigare motsvarande triangel och vänder triangeln åt samma håll som den? Eleven använder räkneord vid många tillfällen för att få rätt placering av figurer.</p>	
Min tolkning	Eleven använder spatialt manipulerande strategi och verbalt resonerande strategi.	

Vi kan ta den där (jag pekar på c-uppgiften) i mitten den tredje
 tö tö tö tö töön sån sån sån sån sån (för samtidigt pennan närmare papperet över c-uppgiften
 för varje "sån" ev. också i sidled men det är svårt att se i kameran)
 hur tänker du

(för bort pennan) jaha tre (för pekfinger till d-uppgiften och för den sedan till c-uppgiften)
 tredje var den ("slår" med finger i c-uppgiften), eh nu ska vi se (för pennan till vänstra delen av
 c-uppgiften), mm mm mm mm mmmm, så den (pekar på figur 1) är vänd (gör liten rörelse
 nedåt samtidigt och tillbaka), nej den (för pennan till figur 39-40) är större den, sen så, (för
 pennan sakta diagonalt över rutorna 39, 20, 1) så (pekar på figur 1) så (dito 20) så (dito 39-40)
 så (dito 23), en (dito 6) två (dito 7), där är det två (pekar på figur 39-40) där är en (dito 23, för
 sedan pennan till figur 6 och håller den "i" figuren lyfter sedan bort pennan), eh (eleven för
 pennan i figurerna 1, 20, 39-40, 23, håller sedan pennan stilla en stund efter en kort
 förflyttning "mot" figur 6-7) en (sätter pennan i figur 1) två (dito 20 för sedan pennan till figur

Bilaga 5

39-40 och låter pennspetsen ”vila” i figuren kort för den sedan till 23 lyfter sedan pennan), nu ska vi se om det är (för pennan till figur 1 sedan 20 och därefter horisontellt till 23 och lyfter upp pennan), hur var det med dom svåra (? otydlig mening, för samtidigt pennan till figur 39-49), så (pekar på figur 1) så (dito 20) så (dito 39-40), så (dito 23) så så så (håller samtidigt pennan över figur 6-7), ska det va eh så (pekar på figur 6) så (dito 7 flyttar sedan pennan till 26) ska det va så (lyfter pennan från 26) ha då ska det va (? otydligt ord ev. ordet ett eller rätt) där, meningen det ska, mm nä vid den, eh en två två där (håller pennan ca. en decimeter över uppgiften), en på den sidan, ha då ska vi alltså ha, så där och sen så ska vi ha så, en ruta från den (för pennan till ruta 29 och diagonalt upp till ruta 12) ska vi ha en sådan (ritar från ca. l:d till l:c eg. några mm till höger om), här (ritar en lodrät linje något till höger om förra linjen), nä fel, det här ska alltså va en (börjar rita från ca. l:d igen och avbryter), oh Gud ... (otydligt ”mummel”, ritar samtidigt diagonal linje från ca. l:d till m: c-d), ska va det ska va den här triangeln där (pekar med pennan på figur 6), inte samma stuk där, men det blir en jättebra (? otydligt ord) triangel liksom (? otydlig mening), eh det ska va den (ritar n:d till n:c) och sen så ska det va samm (ritar från n:d ett streck som börjar diagonalt men efter några mm går rakt lodrätt till en punkt mellan m:c och n:c) nej varför gjorde jag så för (ritar samtidigt från l:d en linje som går till en punkt mellan m:c och m:d och därefter ner till m:c), kan jag inte rita trianglar (ritar från n:c vågrätt mot vänster avbryter efter några mm och ritar på nytt en linje som går från n:c till m:c) ... (?otydligt ord), den här är alltså, bara för att jo men jag ser vilka trianglar du ... (otydbart ord)
ja just det

.... (otydbara ord) du berättar för mig

sen då så ska vi ha, ett ner då ska vi ha (gör samtidigt en rörelse i lodrätt riktning några cm över uppgiften), sådan här (för ned pennan till n:b lyfter den för ned den och ritar diagonal till o:c lyfter pennan ritar sedan o:c till o:b lyfter penna och ritar sedan o:b till n:b och lyfter pennan), **två rutor emellan** (för pennan i vågrätt riktning från vänster åt höger några centimeter ovanför papperet), **en (pekar på ruta 34) två (dito 35) tre (dito 36** och lyfter sedan pennan) då ja, **sen ser den ut så (ritar från ca. r:c till ca. r:b lyfter pennan efter liten rörelse åt vänster, för sedan pennan till ca. r:c och ritar diagonalt till ca. s:b)**, det är alltså den triangeln där (pekar på figur 29)

mm

det kan va lite (ritar samtidigt från s:b till r:b) feevajsing här nu (”mumlar” några otydbara ord”), så så, där har vi ju tre nu det går ju inte (lägger ifrån sig pennan), eh (för handen som om han söker något),

(jag sträcker fram suddigummi) vill du ha den (? mycket otydligt)

(eleven suddar ut figur 36, för pennan mot papperet lyfter den för ned den igen till q:b ritar till q:c ritar diagonal till ca. r:b ritar sedan från r:b till q:b) det är ju alltså den va, vänta lite nu, där är det inga rutor där är det två (håller pennan någon decimeter över uppgiften), **ehnäjag är inte säker på att jag ser rätt här** (gestikulerar någon dm över uppgiftens högra del) va men, nej jag det är alltså (lägger ner pennan), lite, lite, det är lite med det här samma, nej ja jag skulle kunna tro att det är så men det är klart det är lite lite, nånting i den stilen (eleven lägger undan uppgiften)

jepp

Bilaga 5

Elev: ÄC

Uppgift: T3

	Spatialt manipulerande strategi	Verbalt resonerande strategi
<i>STRATEGI-INDIKATIONER</i>		
Handlingar (”motoriska”)	<i>skisserar översiktligt huvuddrag, ”visar förskjutningar”</i>	<i>förflyttar detaljerat stegvis, ”räknar”</i>
	för pennan till övre delen av figur 6 - ”den lilla kvadraten”) för pennan till figur 5	
Kommunikativt (”tänka högt”)	<i>”Beskriver” / ”ser”</i>	<i>”Bevisar” / ”måste bli...”</i>
	hade det vart en bit så hade	
Övrigt	ser om två ytor är lika stora, (t. ex. figur 5 och översta kvadraten i figur 6). dvs inte visu-perc. svårigheterna som är största problemet? utan att förändra/föreställa sig figurerna i andra former? Utgår mest från spatial jämförelse av storlek, finner inga alternativ. Kan spatialt tänka sig den lilla rutan i figur sex som fristående och likadan som figur 5.	
Min tolkning	Använder spatial strategi.	

här ska du avgöra två bitar som ska vara lika stora, men vilka är det, och framför allt hur går du tillväga två bitar är li, eh alltså dom här bitarna (för pennan till nedre delen av figuren) är det ju då som ska vara lika stora, eh (för pennan uppåt i figuren) eller alltså de blir ju naturligtvis lika stora som de ä då (?föregående tre ord är otydliga) men, dom (gestikulerar med pennan några centimeter ovanför figuren) ska alltså se i princip likadana ut
dom ska vara lika stora
ja, just det, eh (för pennan till ovanför figur 1 knacker i med pennan i figur 1 för sedan pennan ner i figur 2), näh jag har alltså inte satt nåt kryss där
mm
det är bara (håller pennan över gränslinjen mellan figur 1 och figur 3), mm, där har du en bit där har du en bit, med en bit menar dom alltså de (för pennan till figur 4) här avgränsade eller va, (för pennan till figur 2) ka
du har alltså en två tre fyra fem sex olika figurer där och två figurer är lika stora (under tiden för eleven pennan från figur 2 till figur 1 och upprepar detta)
alltså det (pekar med pennan i figur 1) är en figur det (pekar på figur 2) är en figur det (pekar på figur 3) är en figur det (pekar på figur 4) är en figur är det (pekar på översta delen/kvadraten överst på figur 6) en figur
eh allt
eller den tillhör den (pekar längre ner på figur 6)
ja precis, och så har du en liten också den minsta där
eh (eleven håller pennan ovanför figuren för sedan bort den, för den efter en stund till figur 1 och för sedan pennan nedåt till utanför papperet), jag har en hel, nej, nästan skrämmande va, hm eh, (för pennan till övre delen av figur 6 - ”den lilla kvadraten”) jag skulle tippa på att **hade det vart en bit så hade (för pennan till figur 5) den och den varit lika stor** men, ne jag jag, ehm, det här går att irritera mig på väldigt länge det här va men men ja näh eh
den ska vi lägga åt sidan eller
ja

Bilaga 5

Elev: ÄC

Uppgift: R4

	Spatialt manipulerande strategi	Verbalt resonerande strategi
<i>STRATEGI-INDIKATIONER</i>		
Handlingar ("motoriska")	<i>skisserar översiktligt huvuddrag, "visar förskjutningar"</i>	<i>förflyttar detaljerat stegvis, "räknar"</i>
	för pekfinger medurs från punkten Q snett uppåt höger	
Kommunikativt ("tänka högt")	<i>"Beskriver" / "ser"</i>	<i>"Bevisar" / "måste bli..."</i>
	om jag tar och vrider den där va hamnar den	
Övrigt	Visar vridrörelser när han visar hur punkterna hamnar i nya lägen vid vridning. säger han är osäker på om han förstår uppgiften. Oklart vad begreppet vridningspunkt står för liksom att vrida sig kring? Beskriver punkt för punkt hur de kommer till nya ställen men inte inom den undre triangeln. Beskriver enskilda punkters förflyttning en i taget. Säger att han tänker sig att han vrider triangeln med fingret. Kan han föreställa sig visuellt hur slutresultatet kan bli? Med det förslag han ger liknar det inte den undre triangeln.	
Min tolkning	Använder spatial manipulativ strategi.	

som handlar om en triangel som kan roteras det som du det som du du tyckte var svårigheterna eh var det att se hur hur de förhåll sig till varandra på den eller vad var det som du som du irriterade dig p

eh jag kan inte svara på det för att jag bara, triangeln (pekar på texten ovanför uppgiften) P (pekar på punkten P) Q (pekar på punkten Q) T (pekar på punkten T för fingret tillbaka till ovanför punkten Q) kan roteras, eh bara om jag fattar, den skall alltså roteras så att den ser likadan ut (pekar först på övre triangeln sedan på undre)

ja så det blir den undre i stället

ja

och vilken vridningspunkt du har då de här en två tre det är fem punkter då va vilken är vridningspunkten alltså vilken (sätter ned tumme vid punkten Q och pekfinger vid punkten P) du skulle alltså om jag hade triangeln här (flyttar handen till bordsskivan till vänster om papperet) vilken jag skulle liksom (för pekfingret "rakt" fram och tillbaka ett par gånger) vrida den med

ja

och den ska alltså se, ska jag alltså (pekar i övre triangeln bredvid linjen P - Q) lägga den jämte (flyttar fingret nedåt åt vänster till utanför den undre triangeln) den eller ska jag lägga den (pekar i övre triangeln och för sedan fingret snett uppåt vänster till utanför övre triangeln men utan att röra papperet)

säg att detta är utgångsläget (jag för pekfingret in i övre triangeln) och så vrider du den så att den (för pekfingret till nedre triangeln) kommer i det läget i stället

jaha okej (för finger till punkten Q för den sedan upp till punkten P)

var någonstans var någonstans den har vridit sig då alltså kring vilken punkt vilken är vridningspunkten jaja jag kan väl egentligen säga att jag har (pekar på bordsskivan till vänster om papperet med pekfinger) triangeln här och ska vrida den (för pekfinger till punkten P) så kan jag vrida den på (för finger till punkten Q), **om jag tar och vrider den där (för pekfinger medurs från punkten Q snett uppåt höger till en punkt någon cm över punkten P i höjled och någon cm**

Bilaga 5

till vänster om punkten T i längsled) **va hamnar den** (för tillbaka fingret samma "väg"), den ska hamna i det läget för vrider jag (samma rörelse från punkten Q medurs men stannar rörelsen i sidled i nivå med punkten S, sätter sedan ned fingret till vänster om övre figuren) den ska hamna i det undre läget

ja just det ja

så att den ser ut som QSR som QSR

QSR ja (för fingret till punkten P), om man tar P så blir (för fingret medurs snett uppåt/höger till en punkt i nivå med punkt P och därefter ner mot punkten T) den, om jag tar T (sätter fingret på punkten T), eh vad har (för pekfingret nedåt medurs till en punkt i höjd med punkten R och i sidled mitt emellan S och T) vi benämmt T med, eh så mås (för fingret upp till punkten T) T måste jag säga, jag tycker det ä, T ja

alternativ e då alltså

ja eh vi får säga att den (sätter fingret i punkten T) ska hamna i det läget (? två senaste orden är otydliga) det kan den ju göra om du tar (för fingret till punkten Q), ja nej jag jag säger T mm hur tänkte du nu, berätta, jag såg att du gjorde några rörelser med fingrarna nå men jag tänkte ju jaja tycker i och för sig (för fingret till punkten Q) att om man tar den (för fingret till punkten P) och vrider (för fingret medurs nedåt höger till en punkt mitt på sträckan P - T), säg att jag har en triangel här va (pekar på bordsskivan till vänster om papperet) så tar jag tag (för fingret en decimeter åt vänster) här uppe i (flyttar upp fingret en cm) den (pekar på punkten P) och så tar jag och roterar (för fingret uppåt medurs) så kan jag ju få den (avslutar rörelsen sidledes i nivå med punkt T och höjddes ca tre centimeter över punkten P - över texten) i det läget jag är inte riktigt säker på att jag förstår uppgiften rätt men det kan va, eh jag säger inget men jag jag tänker alltså skulle vrida den (för fingret utanför papperet i en "rak" linje ca 10 cm) med fingret va

mm, kring vilken punkt vrider den sig då, är det kring T

ja jag skulle säga det

Bilaga 5

Elev: ÄC

Uppgift: VÄ4

	Spatialt manipulerande strategi	Verbalt resonerande strategi
	<i>STRATEGI-INDIKATIONER</i>	
Handlingar ("motoriska")	<i>skisserar översiktligt huvuddrag, "visar förskjutningar"</i>	<i>förflyttar detaljerat stegvis, "räknar"</i>
Kommunikativt ("tänka högt")	<i>"Beskriver" / "ser"</i>	<i>"Bevisar" / "måste bli..."</i>
		räknar jag fram ända till jag kommer till rätt svar provar kombinationer aa så att säga
Övrigt	Gör uppgiften utan observerbara handlingar.	
Min tolkning	Använder verbal resonerande strategi.	
Elevens "val"	Mest lösningsmetod 5 "resonera logiskt" Även lite av 4 "rita borden"	
Kommentar	Överensstämmelse mellan tolkning och elevens "val". Elevens val av lösningsmetod som en <i>liten</i> del, kommer inte tydligt till uttryck. Dels ritar han inte, dels berättar han inte om bord och stolsben på ett sätt som tyder på att han har använt denna lösningsmetod. I förklaringen till lösningsmetod 4 står dock också att den innebär att man utgår från att varje bord har tre ben och därefter läggs ett ben till varje bord...Det kan ha varit denna del av lösningsmetoden som han har använt, eller som eleven säger: "räknar jag fram ända till jag kommer till rätt svar"	

vi kan ta a två i stället så länge i ett hus finns det sammanlagt åtta bord, eh, vänta nu å men vad har vi, eh, tjuvju just det ska vi se tjuvfyra fem gånger fyra det är tjuvju, sex gånger fyra är tjuvfyra, (för pekfinger till uppgiftens text) åtta bord säger du, ... (?ett par otydbara ord) eh, vänta nu sex, så måste jag ha sex kvar då

sex ska va som ska va då eller som ska va sex stycken (? otydlig mening)

nej jag säger alltså som så att vi måste ha (för pekfinger till uppgiftens text) eh, ja hur tänkte jag nu, eh, är tjuvju mm är det så svårt, så blir det blir det sju, det finns ju alltså (för pekfinger till "punkt" under uppgiftens text) bara en kombination och då, (läser/"mumlar" för sig själv - utifrån texten i uppgiften), man får två, vänta sju gånger tre är tjuvju, måste alltså få sex, som är, äh ja jag räknar alltså nu hela tiden till jag får, det finns säkert smidigare sätt men jag så här rakt på kan jag in, **räknar jag fram ända till jag kommer till rätt svar** och provar olika kombinationer

ja

då menar du eller

ja, det finns smidigare sätt med såna här direkt så vill jag inte sitta och fö för uppgiften i sig är rätt lätt men det är om ska ja precis jag vill prova eh, tjuvju tjuvju, tjuvjuett (tystnad drygt tjuvju sekunder), ha vi ska gå vidare till eh nästa så länge så ska ja

hmm, och om du går tillbaka till den första igen hu hur var det du tänkte där för det jag liksom är mest intresserad av det är liksom vi

naäh jag vet ju

Bilaga 5

hur liksom du går till väga

äh det är samma sak där eh, det är samma sak där (för finger till ovanför texten till föregående uppgift) man får räkna fram, jag vet att man kan sätta upp nej, jag måste liksom först räkna det i huvudet och sen liksom sen när när jag kan ha fått fram svaret så kan jag se ett samband och då kanske sätta upp en uträkning på det va men

aa

så här kan jag inte

så så när du jobbade så här nu sitter du liksom och

provar kombinationer aa så att säga

och sen gällde det även den (jag för pekfinger till föregående uppgift - A1)

nja där

jag hörde att du började prata om veckodagar här (jag frågar eleven om en tidigare gjord uppgift)

ja det är samma sak där att man får räkna fram

mm

och så att säga prova kombinationerna

ja då vet jag

Om vi tittar sen på a två det var den med en massa ben och bord och

ja just det

bord med olika antal och

eh

här finns det ganska många olika sätt som dom har försökt sig på då va

ja

och det är alltså som sagt jag är inte ute efter om det blir rätt eller fel utan vilken utav dom här som, som du säger att du använder dig utav, den första där har du sett den (jag pekar på lösningsmetod 1 som var på separat sida)

ejaha

så det är alltså en två tre sex stycken olika om du nu har använt nån

ejajajaa, nja, (lång tystnad medan eleven läser de olika alternativen) eh ja hmmf, jag skulle vilja säga att eh,

vi kan väl sätta dit den också (jag för upp lösningsmetod 1 till över de övriga lösningarna)

den, den, den här alltså (eleven ritar ring runt lösningsmetod 4) och, sen tänkte jag lite på den också (ritar ring runt 5)

men den (jag för finger till 4) i första hand då menar du

nehh jag skulle vilja säga att jag tänkte så att jag tänkte mig (? otydbara ord) så att jag skulle vilja säga att den (pekar på 5) är i första hand

den är i första hand

ja

för jag kommer inte ihåg att du ritade nånting va

nej, nej i och för sig inte va men jag tänkte mig lite där va men det gör

du tän du tänkte dig så fast eh

ja, fast jag ritade den inte va, men så det är ju helt klart att den (pekar på 5) som är mest va

ja

det är nog en kombination

ja

mm

vad tycker du om det här sättet att kolla efteråt

jo det är väl bra, hade man kan göra det på proven så

Bilaga 5

Elev: MC

Uppgift: R4

	Spatialt manipulerande strategi	Verbalt resonerande strategi
	<i>STRATEGI-INDIKATIONER</i>	
Handlingar ("motoriska")	<i>skisserar översiktligt huvuddrag, "visar förskjutningar"</i>	<i>förflyttar detaljerat stegvis, "räknar"</i>
	lyfter vänster hand över övre delen av figuren och gör en vridrörelse medurs nedåt eleven för fingret från punkten T något under linjen till punkt S tillbaka till T och därefter för eleven fingret ca 2-3 cm under linjen QT och "parallellt" med denna till linjen PR och därefter upp till punkten Q, rörelsen är något "medurs"	
Kommunikativt ("tänka högt")	<i>"Beskriver" / "ser"</i>	<i>"Bevisar" / "måste bli..."</i>
	man ska vrida den så att det blir ihop med det andra	
Övrigt	Hur van är eleven vid denna typ av uppgifter - se tolkningen av svarsalternativen? Eleven kan urskilja de två trianglarna. Jag visar noggrant med linjal och penna vad en vridningspunkt är. Eleven kan urskilja trianglarna men inte förutse/föreställa sig vridningen, dvs inte visuella perceptionssvårigheter, men kanske spatiala svårigheter. Elevens svar motiveras inte med mer än att han tycker att det ser ut så.	
Min tolkning	Använder spatial manipulativ strategi.	

här har du då ja du kan läsa den först

den verkar ju inte bli lättare, vi ska se

det beror på vi får väl se

Triangeln vad står det triangeln pått

det är PQT heter den triangeln

hm triangeln PQT kan roteras vridas till triangeln SOR

SQR

SQR

sen fortsätter det här vid (jag pekar på nedre delen av papperet och flyttar papperet), vilken punkt är vridningspunkten, det är första frågan och då har du fyra fem stycken olika alternativ (jag pekar snabbt över alternativen) att välja på där så småningom men innan du

nå det har jag inte A B (eleven för vänster pekfinger utmed bokstäverna) C D E P Q R S T har jag ju

haa det är fem stycken va är det inte det, om (jag pekar på bokstav A) du gissar på att det är a så är det alltså P (jag pekar på bokstaven P) som är vridningspunkt om du tror att det är Q (jag pekar över bokstäverna B och Q) som är vridningspunkt så är det B som du ska gissa på va, eller strunta i de där fem (jag för pekfigurer över de fem bokstäverna A-E) utan det är nån av de där fem (Jag pekar på bokstäverna P-T) i alla fall som är vridningspunkten

jag tror det är

har du förstätt hur själva uppgiften är uppbyggd, liksom hur den är formulerad

Bilaga 5

mm man ska vrida den (lyfter vänster hand över övre delen av figuren och gör en vridrörelse medurs nedåt) så att det blir ihop med det andra

jaha berätta

mm

vilket ska vridas så att det blir ihop med det andra, kan du berätta för mig

du vet idag har jag frigolit i huvudet, eh, det ska gå ihop (pekar i nedre triangeln) med en annan bokstav här, det ska ju (för pekfinger till svarsalternativ A) till exempel om det är det så ska det gå ihop med det eller det gå ihop med det eller det gå ihop med det eller det (medan han har berättat så har han pekat på de olika bokstäverna A-P-B-Q-C-R-D-S- och slutligen mellan bokstäverna E och T), så har jag fattat att det ska

så har du fattat det, jag menar på att det är så här att du har två stycken trianglar i den figuren där, kan du se vilka två det är

do dom (pekar på nedre högra delen av övre triangeln)

kan du föl följa linjerna utmed en utav dom först,

(eleven för fingret till punkten P, för pekfinger utmed linje till punkten T hamnar någon centimeter under linjen i början av linjen T till Q men för upp fingret till linjen och för den till punkten Q och därefter för eleven fingret upp till punkt P, allt sker i en "rörelse utan stopp") ja, det är den första det är den som kallas för PQT (jag pekar på PQT i texten till uppgiften), Den heter P (jag pekar på punkten P i triangeln) Q (jag pekar på triangelns punkt Q) T (jag pekar på triangelns punkt T) alltså (jag för pekfinger utmed triangelns sidor börjar i P därefter till Q sedan till T och tillbaka, rörelsen upprepas en gång) den här triangeln

mm

och då står det att den kan vridas, om man vrider den ska det bli Q S R (jag för pekfinger från punkten Q till punkten S och ner till punkten R och lyfter fingret upp till P) då ska det bli den (jag gör om rörelsen utmed triangeln igen men håller fingret nere på papperet även på sträckan R till Q) triangeln (gör rörelsen runt triangeln igen utan avbrott), om man vrider den (pekar på övre triangeln) första, vilken punkt tror du att det vrider sig runt för att den (pekar på övre triangeln) ska kunna bli den (pekar på undre triangeln)

T

och varför tror du T

så (eleven för fingret från punkten T något under linjen till punkt S tillbaka till T och därefter för eleven fingret ca 2-3 cm under linjen QT och "parallellt" med denna till linjen PR och därefter upp till punkten Q, rörelsen är något "medurs"),

fast som du visade nu så var det T som flyttade på sig

så jag har Q va

eh det här

visst sa jag så

det här med vridningspunkt, titta här (utanför bild tar jag fram en linjal med ett hål i som jag för in en penna i för att beskriva vad en vridningspunkt är), om vi säger att det här på linjalen är vridningspunkten

mm

så kan man liksom nästan stoppa in så va

aa

och så kan man vrida och det är punkten som det vrider sig kring, förstår du vad som menas med vridningspunkt

ja

det som figuren vrider sig runt om va

ja jag vet nu vet (otydbart)

ja nu vet, var det så du tänkte på vridningspunkt innan

ja tror det

du tror det ja, och kring vilken utav dom här (jag sätter pennspets i punkten P) är det runt (jag håller kvar pennan i punkten P) den som det vrider sig eller runt den (jag sätter pennan i punkten Q) som det vrider sig eller runt den (jag sätter pennan i punkt R) som den översta vrider sig eller den (jag sätter pennan i punkt S) eller den (jag sätter pennan i punkt T) för att det ska bli se ut så där (jag för pennan från punkt Q utmed linjerna QR, RS och sist SQ innan jag för pennan nedåt från Q mot R och lyfter pennan) sen

mm jag tror att det är den (pekar på punkten P)

P

Bilaga 5

vilken var det kan du tala om det
varför tror du att det var P (jag ritar en ring runt svarsalternativet P)
nä det såg ut så bara

Bilaga 5

Elev: MC

Uppgift: T2

	Spatialt manipulerande strategi	Verbalt resonerande strategi
	<i>STRATEGI-INDIKATIONER</i>	
Handlingar ("motoriska")	<i>skisserar översiktligt huvuddrag, "visar förskjutningar"</i>	<i>förflyttar detaljerat stegvis, "räknar"</i>
	för fingret utmed pennan åt höger halvvägs till spetsen	
Kommunikativt ("tänka högt")	<i>"Beskriver" / "ser"</i>	<i>"Bevisar" / "måste bli..."</i>
	jag räknade elva elva och en halv och så trodde jag där var tolv	
Övrigt	Läser av fel, sista skrivna graderingen är 11 cm och linjalens ände är 12 cm, men eleven utgår från att änden är 11 cm, vilket tyder på okunskap om hur linjalen är uppbyggd, inte visu-perceptuella svårigheter. Gör en avläsning och försöker göra en "storleksuppskattning" av del av penna som ligger utanför linjalens ände (använder dock ordet "räkna"). Uppmärksammar inte att linjal och penna ligger förskjutna i förhållande till varandra.	
Min tolkning	Använder spatialt manipulativ strategi.	

kan du berätta hur lång den pennan är, du har fyra stycken alternativ där nere

får man mäta, eller ska man chanssa

du har en linjal som ligger där (jag pekar på den ritade linjalen) så att den stämmer nog inte riktigt överens med den där (jag pekar på en linjal som ligger på bordet) utan du ska utgå från den där (jag pekar på den ritade linjalen), den då va

vilket som är närmast då,

ja vilken, en utav dom är det, det är antingen den (jag pekar på alternativ A)

tolv

eller den (jag pekar på alternativ B) eller den (jag pekar på alt. C) eller den (jag pekar på alt. D), hur kom du fram till det

jo för den (pekar på änden av linjalen för sedan fingret rakt upp till den ritade pennan) har inte slutat vid elva, så går den då till tolv, njae det går nog inte nej det går inte tretton komma fem

tror jag

vad sa du

men då räknar du med det (pekar på pennans spets) med

ja räknar ända till spetsen ja

ja det är bra det vet du (förställer rösten)

mm och vad får du det till då

då får vi se här johan malmqvist, ja då (för vänstra handen till figuren, handen "skymmer" för videokameran) får jag det till tolv (knackar vänster hand/finger på figuren)

till tolv hur bar du dig åt för att få det till tolv

jag räknade elva (för finger till linjalens ände därifrån rakt upp till pennan), **elva och en halv** (för fingret utmed pennan åt höger halvvägs till spetsen), eller elva ja (för fingret tillbaka) **och så trodde jag där** (för fingret till pennspetsen) **var tolv**

och var någonstans var elva kan du peka på elva en gång till

(pekar/knackar med finger på den elfte centimetern, cirka 11, 5) där (för fingret ned till

linjalens undre kant för sedan fingret åt höger till linjalens ände och upp till linjalens övre högra

Bilaga 5

hörn) var de och där (för fingret upp till pennan) var det inte slut, men det (för finger mott pennans spets) slutar ju tätt efter där
okej då skriver vi tolv, eller vill du eller det kan du markera själv

Bilaga 5

Elev: MC

Uppgift: VY1

	Spatialt manipulerande strategi	Verbalt resonerande strategi
	<i>STRATEGI-INDIKATIONER</i>	
Handlingar ("motoriska")	<i>skisserar översiktligt huvuddrag, "visar förskjutningar"</i>	<i>förflyttar detaljerat stegvis, "räknar"</i>
Kommunikativt ("tänka högt")	<i>"Beskriver" / "ser"</i>	<i>"Bevisar" / "måste bli..."</i>
		om man räknar med båda sidorna blir det fyrtifem
Övrigt	Säger det är svårt med mätning. Svårighet med att föreställa sig mentalt/visuellt vad "runt" är och att simma "ett varv". Klarar av att läsa ut visuellt de uppgifter som finns i figuren och i texten. Inte pga visuella perceptionssvårigheter. Begreppsliga svårigheter.	
Min tolkning	Använder verbalt resonerande strategi.	

hur långt simma simmade du idag Måns, jag simmade runt bassängen, ungefär ju långt simmade Måns, rita eller skriv du kan berätta, eller om du vill göra på annat sätt, vad tänker du när du får den frågan svår den är svår ja vad är det som gör den svår jag känner mig osäker på mätning och("otydbart" ord) och så, men, jag fattar inte vad den går ut på nehä, ska vi ta ska jag läsa den tillsammans med dig en gång, tjejen här hon frågar killen hur långt, hur långt simmade du idag Måns, och då berättar han att han simmade runt bassängen mm och när han simmar runt så har han väl då simmat ett varv runt bassängen ja och då är det för, då ska du försöka lista ut hur långt han har simmat då alltså när han har simmat runt bassängen, har du nånting varför står det femton och tretti där det där visar då (jag för pekfinger till vänstra bassängkanten och för fingret utmed denna) hur lång den sidan är att den sidan ska vara femton meter lång och (jag pekar på högra bassängkanten) den sidan ska då vara tretti meter lång nej den klarar jag nog inte, tror jag inte ska vi skippa den ja, jag fattar inte det (eleven för höger hand till vänstra bassängkanten) du förstår inte riktigt vad den går ut på (eleven lyfter upp handen) joao om jag får tänka lite ja du vill tänka lite du vill inte ge dig riktigt på det säg som det är nej men varför står det, femton ("knackar" med vänster pekfinger på ca. 15 m. -skylten och därefter under 30 m. -skylten) tretti, är det så lång bassängen är sammanlagt (eleven för samtidigt vänster finger "utmed" höger bassängkant fram och tillbaka och för sedan finger åt vänster till vänster bassängkant, till dess skylt)

Bilaga 5

eh det är så lång som den sidan på bassängen är (jag pekar med finger på höger bassängkant) och det är så lång som den (jag pekar på vänster bassängkant) sidan på bassängen är

jamen om man räknar med båda sidorna blir det (eleven för finger från vänster bassängkant till höger och tillbaka) ju eh

vad blir det då

tretti fyrtifem

fyrtifem

ja

har måns simmat runt bassängen då

ja det har han gjort då

kan du visa hur han har simmat, kan du tänka dig hur han har simmat

ehnja (eleven för vänster pekfinger från vänster bassängkants vänstra del åt höger fram till

höger bassängkants vänstra del och tillbaka) simmat, från här (håller vänster pekfinger på

vänster bassängkant, för finger åt höger till och utmed höger bassängkant till förbi 30 m.

skylten där han gör en 180° ”sväng” med fingret på bassängkanten och för den sedan under 30

m-skylden och lyfter upp fingret till vänster om skylden) till och så runt bassängen hit

ha

ehnä det är så himla svårt

mm

men jag tror i alla fall han har simmat fyrtifem

fyrtifem meter

Bilaga 5

Elev: MC

Uppgift: VY3

	Spatialt manipulerande strategi	Verbalt resonerande strategi
<i>STRATEGI-INDIKATIONER</i>		
Handlingar ("motoriska")	<i>skisserar översiktligt huvuddrag, "visar förskjutningar"</i>	<i>förflyttar detaljerat stegvis, "räknar"</i>
Kommunikativt ("tänka högt")	<i>"Beskriver" / "ser"</i>	<i>"Bevisar" / "måste bli..."</i>
		dubbelt så lång som sexti är ju sexti till
Övrigt	Eleven löser uppgiften "med huvudet", några observerbara handlingar görs inte. Eleven gör en addition av det tal som uppgiften innehåller och berättar att det blir tre bitar? Ev: tänker sig att det finns en del, vid delandet blir det ytterligare två bitar och den ena ska vara dubbelt så lång, vilket eleven räknar ut ska bli 130 centimeter.	
Min tolkning	Använder verbalt resonerande strategi.	

eh, nu tar vi den här tolvan som är här (jag lägger fram uppgiften på bordet och drar två streck som avgränsar uppgiften från de andra uppgifterna på sidan), den och så berättar du för mig, om du kan komma på hur man kan klura ut svaret på en sån fråga (eleven tar upp papperet från bordet), ska jag bara se att det finns kvar du får nog lägga ner papperet annars finns det inte kvar (eleven lägger ner papperet på bordet), men jag kan föra det lite närmare i stället (jag justerar videokamerans placering), så, ser du nu

eh ja

bra, och det är alltså då frågan nummer tolv, nu ser jag den inte riktigt här i kan du peka på den (eleven pekar på uppgiften) var den är någonstans, där är den, okej då ska jag zooma in lite, ja okej nu behöver du inte peka mer nu räcker det, eh har du förstått frågan

nej jag har inte läst den jag ska läsa den

okej

Orvar har ett kolasnöre som är sexti centimeter långt, han ska dela det i två bitar vad tänker du

jaa

ser du det som en lätt eller svår uppgift

aäh jag vet inte, bara jag får tänka lite så kanske det kommer hmmm, den ena är ju, den ena ska bli dubbelt så lång som ... (? otydbart ord), hmmm nu tar vi det sansat här du får gärna skriva, du får gärna använda miniräknare och det som du tycker du har nytta

eh men detta klarar jag i huvudet

i huvudet jaha

Orvar har ett kolasnöre som är sextio centimeter långt han ska dela det i två bitar så att (? mycket otydliga ord, eleven läser texten) **dubbelt så lång som sexti är ju sexti till** det är ju sjutti åtti nitti hundra hundratio hundratjugo hundratretti då, eh jag tror att det blir tre bitar tror du att det blir tre bitar, men de han na men det här kolasnöret som han har som är sexti centimeter långt och så ska han dela det i tre delar så det blir dubbelt så långt det måste bli hundratretti långt ska det bli hundratretti då eller

ja men aa, (kort paus mindre än 15 sek.), men jag tycker han

hur hur räknade du från du räknade från sexti då

ja

aha och så räknade upp till

Bilaga 5

upp till dubbelt så

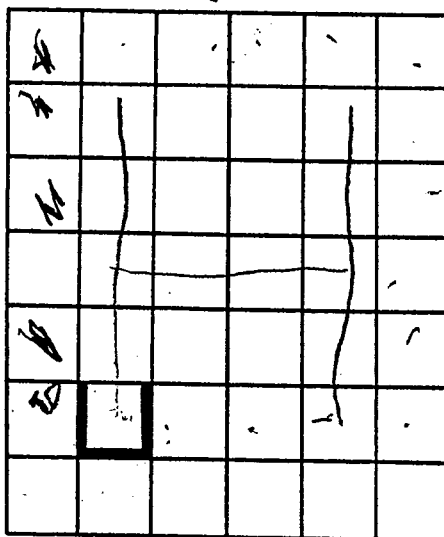
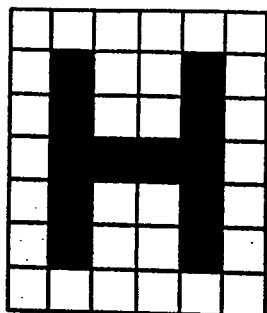
upp till dubbelt det var så du bar dig åt

ja

ja, okej, men det har vi säkert fått med, eh eh är vi färdiga med det

ja

Första tillfället:



Andra tillfället:

