



GÖTEBORGS UNIVERSITET

Geometriundervisning

– En intervjustudie med sju lärare om deras uppfattningar
av arbetssätt för elevers lärande i geometri

Ida Edvardsson och Karin Kuusk Axelsson

Matematik, naturvetenskap & miljö för
tidigare åldrar/Svenska för tidigare
åldrar/LAU370

Handledare: Johan Häggström

Examinator: Madeleine Löwing

Rapportnummer: HT08-2611-042

Abstrakt

Examensarbete inom lärarutbildningen, 15poäng.

Titel: Geometriundervisning – En intervjustudie med sju lärare om deras uppfattningar av elevers lärande i geometri

Författare: Ida Edvardsson och Karin Kuusk Axelsson

Termin och år: Höstterminen 2008

Kursansvarig institution: Sociologiska institutionen

Handledare: Johan Häggström

Examinator: Madeleine Löwing

Rapportnummer: HT08-2611-042

Nyckelord: geometriundervisning, matematik, lärare, uppfattningar

Sammanfattning

Syfte och huvudfrågor

Vårt syfte är att undersöka hur en grupp lärare på samma skola uppfattar geometriundervisning och vilken vikt de fäster på olika aspekter gällande kunskapsinhämtning för elever i de tidigare skolåren.

Våra frågeställningar är följande:

- Hur uppfattar lärarna hur de ska undervisa för att elever ska lära sig geometri?
- Vilka arbetsätt och arbetsformer framhåller lärarna som viktiga för elevers lärande?

Metod och material

För att svara på vårt syfte och våra frågeställningar använde vi oss av litteratur och kvalitativa intervjuer som mätinstrument. Vi intervjuade sju lärare på samma skola som undervisar i matematik för yngre åldrar (skolår 1-4). Vi transkriberade intervjuerna, fick fram ett resultat och analyserade detta utifrån ett fenomenografiskt perspektiv, då det bäst motsvarade vårt syfte. Därefter relaterade vi vårt empiriska material med relevant litteratur i vår diskussionsdel. Slutligen sammanställde vi allt vårt material och slutsatser drogs.

Resultat

Utifrån vårt intervjumaterial kunde vi finna likheter och skillnader i uppfattningar om geometriundervisning hos lärarna. Ur dessa uppfattningar kunde vi också urskilja fem kategorier om vad lärarna uppfattar som viktiga aspekter för elevers lärande i geometri. Kategorierna är följande: 1: verklighetsanknuten undervisning med fokus på elevernas intressen, erfarenheter och behov. 2: lustfyllt lärande och variationsrik undervisning. 3: konkret och laborativ undervisning. 4: arbeta i grupp. 5: arbeta individuellt.

Betydelse för läraryrket

Vår studie, utifrån intervjuer och litteratur, visar att lärare har en uppfattning om att en lustfylld och variationsrik undervisning med fokus på elevernas behov, erfarenheter och intressen är det optimala för elevernas lärande. Det framkommer dock att lärarna upplever en brist på tid, matematikdidaktiska kunskaper och oro att inte hinna med kursmålen som leder till att de inte kan bedriva den mest optimala och önskvärda undervisningen. Vi anser att lärare bör få mer tid till sitt förfogande samt mer kunskaper i matematikdidaktik för att kunna ge eleverna den undervisning de förtjänar.

Förord

Vi har gjort en intervjustudie på en skola. Intervjuerna har genomförts gemensamt och även bearbetningen av svaren. Litteraturstudier, under arbetets gång, har vi delat upp mellan oss. Under givande diskussioner och delgivande av tankar har vi tillsammans sammanställt arbetet i sin slutliga form.

Abstrakt	
Förord	
Innehållsförteckning	
1 Inledning	5
2 Teoretisk anknytning	6
2.1 Uppfattningar	6
2.2 Historia	7
2.2.1 Geometris utveckling genom tiderna	7
2.2.2 Utvecklingen av geometriundervisningen i Sverige	8
2.3 Styrdokument	9
2.3.1 Lpo94	9
2.3.2 Kursplanen i matematik för grundskolan	9
2.3.3 Lokal kursplan	10
2.4 Geometriundervisning	10
2.5 Sammanfattning	16
3 Syfte	18
3.1 Frågeställningar	18
3.2 Avgränsningar	18
4 Design och metod	19
4.1 Datainsamling	19
4.1.1 Fenomenografisk ansats	19
4.1.2 Urval	20
4.1.3 Tillvägagångssätt	21
4.1.4 Reliabilitet, generaliserbarhet och validitet	22
4.2 Etiska aspekter/överväganden	23
5 Resultat	25
5.1 De intervjuade lärarna	25
5.2 Resultat – fem olika kategorier	26
5.2.1 Verklighetsanknuten undervisning med fokus på elevernas intressen, erfarenheter och behov	26
5.2.2 Lustfyllt lärande och variationsrik undervisning	28
5.2.3 Konkret och laborativ undervisning	30
5.2.4 Arbeta i grupp	31
5.2.5 Arbeta individuellt	33
5.3 Sammanfattning	33
6 Diskussion	34
6.1 Resultatdiskussion	34
6.2 Syftet	37
6.3 Studiens begränsningar	37
6.4 Slutsats	37
6.5 Framtida forskning	38
Referenslista	
Bilaga	

1 Inledning

Under vår lärarutbildning vid Göteborgs universitet valde vi att läsa inriktningen matematik för tidigare åldrar och fördjupa oss inom det området eftersom intresset för vardagsnära matematik och visualisering av den är stort hos oss. Vi har ofta under utbildningen blivit belysta om hur viktigt det är med konkretisering för elevers förståelse av matematiken eftersom den är abstrakt. Vägen till den abstrakta förståelsen måste därför bli så konkret som möjligt för dem. Detta framhåller bl.a. Löwing (2004) och Nationellt Centrum för Matematikutbildning (2005a) – det är viktigt att eleverna får en hjälp där matematikens begrepp blir synliga för dem i form av att de får en konkret resa fram till förståelsen (Löwing 2004, s.263 ; NCM 2005a, s.15). Vi anser att geometri är ett område där det finns en stor potential att kunna laborera, visualisera kring samt har en bra och nära verklighetsanknytning och således valde vi att fördjupa oss inom det området. Hedrén m.fl. (1988) skriver att geometriundervisningen borde vara mer verklighetsbetonad och att den bör bedrivas på ett sådant sätt att den får elever att ta till sig geometrin på ett fritt och vardagsnära sätt (Hedrén, Hellström, Skoogh & Ulin 1988, s.14).

Våra uppfattningar och upplevelser från den verksamhetsförlagda delen av utbildningen är att matematikundervisningen ofta är av annat slag. I skolan utmärks den många gånger av att vara enformig och ointressant för eleverna. Det är ofta gemensam genomgång och därefter enskild räkning i läroböckerna som dominerar och tillfällena med problemlösning i grupp och kopplingar till elevernas vardagserfarenheter är få. För många elever är matematik endast det som förekommer i läroboken och det är antalet uppgifter och sidor i den som är av betydelse. Matematikdelegationen (2004:97) skriver att: ”Olika arbetsätt och arbetsformer med lärarledda genomgångar, diskussioner, laborativ matematik, problemlösning, arbeta i grupp och undersökande arbetsätt gör matematiken mer begriplig och mer meningsfull” (SOU 2004:97, s.131).

När det gäller matematik anser vi att det i första hand är viktigt att eleverna får en god matematisk förståelse och lär sig behärska det matematiska tänkandet genom bl.a. teori, diskussioner och problemlösning enskilt och i grupp. Detta för att de ska kunna applicera kunskapen utanför de tillrättalagda uppgifterna eller problem i läroböckerna. Undervisningen ska alltså rusta eleverna för ett livslångt lärande. I läroplanen för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet, Lpo94 (2006) och Kursplanen i matematik för grundskolan (2000) avspeglar sig resonemanget ovan väl. Enligt kursplanen för matematik är det viktigt att elever får kunskaper i matematik för att kunna delta i samhället och fatta beslut. Vidare påpekas att det är viktigt att bygga upp ett intresse och förståelse hos eleverna för att ge dem vidare drivkraft till fortsatt kunskapsinhämtning (Skolverket 2000). I Lpo94 nämns att skolan ska ha som målsättning att varje elev ska utforska, lära sig arbeta självständigt och i grupp, behärska det matematiskt tänkande och kan använda sig av det i vardagslivet (Skolverket 2006).

Av våra erfarenheter som vi nämnt ovan saknar matematikundervisningen i skolan ofta variation, verklighetsanknytning och lustfylldhet. Vi vill därför undersöka hur undervisningen kan varieras och göras mer lustfylld och verklighetsanknuten. I denna uppsats kommer vi att titta närmare på geometriundervisningen vilket, som tidigare nämnts, lämpar sig väl och genom en intervjustudie ta reda på vilka uppfattningar lärare har angående geometriundervisningen.

2 Teoretisk anknytning

I detta avsnitt börjar vi med att beskriva vad litteraturen tar upp om vad uppfattningar är. Detta följs av en kort översikt av hur geometrin har utvecklats under historiens gång och hur geometriundervisningen har förändrats med tiden i Sverige. Därefter tas det upp vad styrdokumentet säger om undervisning i matematik i skolan med fokus på lärande av geometri. Slutligen följer en litteraturgenomgång gällande undervisning i geometri.

2.1 Uppfattningar

En individ påverkas hela tiden av yttervärlden. Individen drar olika slutsatser om olika företeelser och deras betydelse utifrån erfarenheter och uppfattningar. De personliga uppfattningar en individ har utgörs av en blandning av alla dessa slutsatser. De uppfattningar en individ har omvärderas och förändras ständigt av nya erfarenheter och i möten med andra personers åsikter (Pehkonen 2001, s.231).

Pehkonen (2001) beskriver uppfattningar (eng. beliefs) som en "... individs förhållandevis stabila subjektiva kunskaper (däri ingår även känslor) om en viss företeelse..." (Pehkonen s.232). Han menar att då man som individ har subjektiva kunskaper är det inte säkert att det finns en hållbar objektiv grund till dessa. Uppfattningar har alltid en känslomässig prägel och detta påverkar vilken roll och innebörd varje enskild uppfattning får hos en individ. Medvetet eller omedvetet väljer individen själv vilka uppfattningar han eller hon anammar. Pehkonen (2001) skriver om begreppen "djupuppfattning" samt "ytuppfattning" vilka kan ses som undermedvetna respektive medvetna uppfattningar (Pehkonen 2001, s.232). En lärare kan medvetet, under exempelvis en intervju, uttrycka en viss uppfattning vilket sedan inte visar sig stämma överrens med undervisningen som styrs mer av lärarens omedvetna djupuppfattningar. Pehkonen (2001) visar i ett exempel på hur lärare kan ge uttryck för att de utgår från elevernas idéer vid diskussioner i klassrummet, men i praktiken uppmärksammar läraren bara de idéer som stämmer överrens med lärarens lektionsupplägg (Pehkonen 2001, s.237)

Liksom Pehkonen (2001) beskriver Pajares (1992) några kännetecken för uppfattningar. Varje individ har vissa personliga uppfattningar som är obestridda, d.v.s. uppfattningar som inte förmås påverkas. Ibland kan uppfattningar också ha formen av önsketänkande, i vilka en situation skapas som inte stämmer med verkligheten. Hos lärare kan ett motiv till detta önsketänkande vara en negativ upplevelse från sin egen skolgång som läraren inte vill uppleva igen och därmed föra vidare till sina elever. I formandet av nya uppfattningar har tidigare erfarenheter stor betydelse (Pajares 1992, s.309-311).

En individs matematikrelaterade uppfattningar är kopplade till varandra på ett logiskt sätt och sambanden mellan dessa definieras av individen själv. Detta system av uppfattningar utgör hos en individ dennes syn på matematik – En syn bestående av ett vitt spektrum av föreställningar och uppfattningar (Pehkonen 2001, s.233).

2.2 Historia

För att ta del av hur geometrin och användningen av den har utvecklats genom historien och hur geometriundervisningen i Sverige har förändrats kommer vi här att belysa korta överblickar av detta.

2.2.1 Geometrins utveckling genom tiderna

Geometri är en av många grenar inom matematiken och har använts av människan i tusentals år (Kilborn 1992, s.56). Egyptierna och Babylonierna använde sig av geometri redan 3000 f.Kr. vilket vi vet efter att man har funnit bevarade samlingar från den tiden. Dessa samlingar består bl.a. av härledda principer om mätning av olika slag som utvecklats för den praktiska nyttans skull. Tack vare dessa principer fick människorna stöd för sina olika konstruktioner och hantverksarbete men framför allt för lantmäteri. Ordet geometri kommer från grekiskans geometria där geo betyder land och metria mätning (Wikipedia 2008).

Omkring 600 f.Kr. utvecklades geometrin i det antika Grekland till att bli en fulländad och systematisk vetenskap. Från att ha varit en induktiv empirisk vetenskap utvecklades geometrin av grekerna till att bli en mer deduktiv och logisk vetenskap. Många matematiker och filosofer m.fl. har bidragit till att utveckla geometrin. Däribland kan nämnas kända namn som Thales, Pythagoras, Platon och Euklides (Tengstrand 2004, s.48). Thales (635-543 f.Kr.) sägs vara den förste att använda den mer deduktiva vetenskapen och ryktet sade att han var ett geni inom olika praktiska områden. Bl.a. så skall han ha utvecklat en geometrisk metod för att kunna mäta höjden av pyramiderna (Nationalencyklopedin 2008). Pythagoras (582-496 f.Kr) var även han en framstående matematiker. Tillsammans med sina lärjungar studerade han bl.a. matematik och de utforskade mycket av den geometrin som används på dagens gymnasium (Wikipedia 2008). År 384 f.Kr. föddes den grekiske filosof som av grekerna skattats högst, Platon. Platon var inte matematiker men hade många idéer kring matematik som haft stort inflytande och därför nämns han ofta i matematiska sammanhang (ibid). Han grundade i Aten världens kanske första Universitet, Akademia, och att matematik hade en betydande roll inom detta universitet kan man förstå av den text som fanns vid ingången: "ΜΝΑΕΤΣ ΑΓΕΩΜ ΕΤ ΡΗΤΟΣ ΕΙΣΙΤΩ" vilket på svenska betyder "Här kommer ingen in som inte behärskar geometri" (Tengstrand 2004, s.49). När det kommer till geometri så är Euklides (ca 365–275 f.Kr.) en av de mest kända och betydelsefulla och hans verk Elementa, bestående av 13 böcker om den tidens matematiska kunskap, är till stor del aktuell än idag (Vinell 1898, s.3). Euklides och hans tankar kring matematik har haft en avgörande betydelse för utvecklingen av matematiken (Tengstrand 2004, s.49). Några av böckerna behandlar moment inom geometri och mycket av det har idag, mer än 2000 år senare, ett bestående värde (Vinell 1898, s.3). Euklides tog i Elementa upp "definitioner av termer, grundläggande geometriska satser... och allmänna kvantitativa satser... ur vilka all annan geom[e]tri kunde härledas deduktivt" (Wikipedia 2008). Matematiken fick tack vare Euklides en logisk uppbyggnad där man utgick från olika definitioner och axiom för att sedan härleda generellt giltiga satser utifrån detta (Kilborn 1992, s.56). En nackdel med Euklides Elementa har i skolans geometriundervisning varit att den har en bristande koppling till praktisk användning av geometri.

Ungefär 200 f.Kr. en tid efter att de stora namnen, som tidigare nämnts försvunnit, stannade utvecklingen av geometrin av och guldåldern för geometrin var över. Under flera hundra år var

utvecklingen av nya idéer inom geometrin marginell och det var först under medeltiden som det började komma igång igen. Euklides Elementa återupptäcktes och utifrån det uppkom nya teorier och begrepp (Nationalencyklopedin 2008). Från 1600-talet och framåt 1800-talet skedde flera framsteg inom geometrin och betydande personer under denna period var, för att nämna några, Descartes, Desargues och Newton. Descartes jobbade mycket med analytisk geometri (=koordinater och ekvationer) och Desargues med projektiv geometri (=studiet av geometri utan användning av måttenheter). Newton sysslade mycket med differentialkalkyler (ibid). Under 1800-talet gjordes många försök att producera hållbara bevis utifrån vad Euklides kommit fram till. Upptäckten att vissa axiom inte gick att bevisa gav upphov till flera nya inriktningar inom geometrin och även idag är geometrin indelad i flertalet områden som angriper geometrin på olika sätt (ibid).

2.2.2 Utvecklingen av geometriundervisningen i Sverige

I Sverige fick vi den första gemensamma läroplanen för landets alla folkskolor år 1878. Geometri fanns med i den här läroplanen som ett eget ämne, vid sidan av räkning, men det var först i sjätte klass som eleverna fick undervisning i geometri. Med elever menas endast pojkar då flickorna inte fick ta del av undervisningen. Flickorna fick istället ägna mer tid åt räkning och skrivning (Emanuelsson, Johansson & Ryding 1992, s.17). I den här första läroplanen, s.k. normalplan, stod det att geometrin i folkskolorna skulle begränsas till att beröra det mest allmänna och enklaste inom området samt anknyta till den praktiska nyttan man kan ha av geometri (ibid).

1889 kom en ny normalplan där bestämmelserna att flickorna inte skulle få läsa geometri luckrades upp och elva år senare kom ännu en ny normalplan. Enligt 1900-års normalplan började man fokusera mer på geometriundervisningens praktiska syfte. Man ville att eleverna i skolan skulle få sådan undervisning och kunskaper i geometri som de har användning för i sin vardag (Emanuelsson m.fl. 1992, s.18). 1919 utkom en undervisningsplan där geometrin övergick från ett eget ämne till ett moment inom matematikämnet. Geometrin skulle nu också vara mer åskådlig för eleverna. Det fanns inte heller kvar några kommentarer om att flickor skulle få en annorlunda undervisning i geometri än pojkar (Emanuelsson m.fl. 1992, s.19). I den nästkommande undervisningsplanen som kom 1955 hade man kortat ner geometriundervisningens mål till att bli mer allmän och det stod då bl.a. att eleverna skall bli förtrogna med enklare begrepp och metoder i geometri (ibid). Nästkommande läroplan kom 1962, samtidigt som införandet av en allmän grundskola i Sverige, och det blev mycket fokus kring att anpassa undervisningen efter elevernas behov av geometri (Emanuelsson m.fl. 1992, s.24). Fyra år senare, 1966, reformerades gymnasiet vilket ledde till stora förändringar för bl.a. geometriundervisningen. Från att ha utgjort en betydande del av matematikundervisningen försvann geometrin nästan helt och fick som följd att elevernas kunskaper i geometri blev sämre. Man försökte byta ut den euklidiska geometrin mot den icke-euklidiska, dock utan större framgång (Emanuelsson m.fl. 1992, s.122). Lärarkåren kunde inte hantera den *nya* geometrin och följden av det blev att geometrin i Sveriges skolor sattes åt sidan och var i praktiken på väg att försvinna helt från skolan. Det saknades en geometrididaktik (Kilborn 1992, s.57). Många lärare hade svårt för att se poängerna i geometrin och fastnade i olika strukturer och bevis. Resultatet blev därmed ett insomnande av geometrin (Kilborn 1992, s.82).

2.3 Styrdokument

I styrdokumenten finns det riktlinjer och mål som varje skola och lärare måste följa. Vi kommer i detta avsnitt att ta upp vad Lpo94, Kursplanen i matematik för grundskolan samt den aktuella skolans lokala kursplan för matematik har för riktlinjer och mål gällande kunskap och matematikundervisning.

2.3.1 Lpo94

I Lpo94 står det att strävansmål, när det gäller kunskaper, är att varje elev ska utveckla nyfikenhet, lust och eget sätt att lära. Det står även att varje elev ska lära sig utforska, arbeta självständigt och tillsammans med andra. Lärarna ska alltså använda sig av en varierad och lustfylld undervisning där det finns rika möjligheter för eleverna att utveckla dessa moment (Skolverket 2006).

När det gäller matematik, i allmänhet, tar Lpo94 upp mål som varje elev ska ha uppnått efter avslutad grundskola. Där står det att skolan måste se till att varje elev "... behärskar grundläggande matematiskt tänkande och kan tillämpa det i vardagslivet" (ibid). Skolan, vilken innefattar lärare och undervisning, ska rusta eleverna med matematikkunskaper för resten av livet (ibid).

2.3.2 Kursplanen i matematik för grundskolan

Precis som Lpo94 tar Kursplanen i matematik för grundskolan upp vikten av att varje elev ska ges möjlighet att utveckla kunskaper i matematik för att kunna delta i samhället och kunna fatta beslut i vardagen, som ämnets syfte och roll i undervisningen. Undervisningen ska bygga upp ett intresse för matematik hos eleverna och en vilja att fortsätta lära samt ge dem rika möjligheter att kommunicera matematik för att de ska få en djupare förståelse för ämnet och hur de kan använda kunskaperna i vardagen. Förståelse ger i sin tur upplevelser av glädje som är viktiga drivkrafter för intresse och lust att lära sig mer. Vidare ska undervisningen även erbjuda eleverna en mångfald tillfällen att använda och samtala matematik i meningsfulla sammanhang, där eleverna aktivt och öppet kan söka efter nya kunskaper (Skolverket 2000).

När det gäller geometriundervisningen ska skolan sträva efter att varje elev utvecklar sin rumsuppfattning och sina kunskaper att förstå och använda "- olika metoder, måttsystem och mätinstrument för att jämföra, uppskatta och bestämma storleken av viktiga storheter" samt "- grundläggande geometriska begrepp, egenskaper och satser" (ibid). Kursplanen i matematik tar även upp att i slutet på tredje skolåret ska varje elev lägst ha uppnått följande mål gällande geometri:

- kunna beskriva föremåls och objekts placering med hjälp av vanliga och enkla lägesbestämningar
- kunna beskriva, jämföra och namnge vanliga två- och tredimensionella geometriska objekt
- kunna rita och avbilda enkla tvådimensionella figurer samt utifrån instruktion bygga enkla tredimensionella figurer, och
- kunna fortsätta och konstruera enkla geometriska mönster (ibid).

... gällande mätning:

- kunna göra enklare jämförelser av olika längder, areor, massor, volym och tider, och
- kunna uppskatta och mäta längder, massor, volymer och tid med vanliga måttenheter (ibid).

Att lösa konkreta problem, beskriva och hantera situationer i elevens omgivning är grundläggande kunskaper som varje elev ska ha skaffat sig i slutet av femte skolåret, enligt målen i Kursplanen för matematik. Utifrån detta gällande geometri ska varje elev:

- ha en grundläggande rumsuppfattning och kunna känna igen och beskriva några viktiga egenskaper hos geometriska figurer och mönster
- kunna jämföra, uppskatta och mäta längder, areor, volymer, vinklar, massor och tider samt kunna använda ritningar och kartor (ibid).

2.3.3 Lokal kursplan

Vår aktuella skola har utformat en lokal kursplan utifrån Kursplanen i matematik. Vi har tagit del av den och kommer här kortfattat redovisa hur den är utformad. Värt att nämna är att den lokala kursplanen är gjord innan uppdaterandet av Kursplanen i matematik där lägsta uppnående målen i skolår tre nu finns med (Lokal kursplan 2008).

Mål, allmänt i matematik, är att varje elev ska utveckla:

- Lusten till matematik
- Tilltro till sitt eget tänkande och sin egen förmåga att lära sig matematik
- Förståelse för användning av matematik i vardagen
- Lust och glädje för ett fortsatt lärande i matematik
- Vana att kommunicera matematik (ibid).

För att varje elev ska uppnå ovanstående mål ska undervisningen vara individanpassad. Matematiken ska kopplas till elevernas vardag på ett konkret och laborativt sätt. Eleverna ska även få möjlighet att undersöka i matematikvärlden och det ska vara rika tillfällen med problemlösande uppgifter. Det ska förekomma en variation av enskilt arbete och grupparbete samt rikliga möjligheter att kommunicera matematik med varandra (ibid).

I den lokala kursplanen har skolan satt upp egna mål för geometri baserat på målen i Kursplanen i matematik. Dessa mål sträcker sig under sex olika steg där varje steg innehåller delmål för vad eleverna ska uppnå varje skolår (ibid).

2.4 Geometriundervisning

Makarna Van Hiele var två holländska forskare och matematikdidaktiker som var intresserade av hur elever tänker och lär sig i geometri. I sina doktorsavhandlingar tog de fram teorier om hur elever tänker i geometri och de ansåg att det fanns fem olika nivåer, där abstraktionen ökar successivt för varje nivå (Emanuelsson m.fl. 1992, s.27). Det finns olika uppfattningar huruvida den här teorin är riktig eller ej men då den är intressant och har fått ett väldigt brett erkännande är den värd att ta upp (Hedréen m.fl. 1988, s.29). Enligt Van Hiele börjar alla elever på den lägsta

nivån för att sedan successivt klättra uppåt. Ju högre nivå man uppnår desto mer kunskaper har man i geometri och man kan inte lyckas på en nivå utan att först ha tillägnat sig det som tas upp i föregående nivå (Emanuelsson m.fl. 1992, s.29). Att hoppa över en nivå är därför inte, enligt Van Hiele, möjligt men vilka undervisningsmetoder som används har betydelse för hur enkel eller svår övergången blir mellan de olika nivåerna (Emanuelsson m.fl. 1992 s.29-30).

Den första nivån kallar de igenkänning, eller visualisering, och på den här nivån kan eleverna känna igen vissa geometriska figurer omkring sig och behärskar även vissa termer inom geometri. De är dock inte vidare medvetna om olika egenskaper hos olika figurer (Emanuelsson m.fl. 1992, s.28).

Analys är den andra av nivåerna och vid det här laget kan eleverna "... analysera egenskaper hos figurer empiriskt genom att vika papper, mäta, rita på rutat papper eller använda geoärke" (ibid).

Den tredje nivån kallas abstraktion eller logisk ordning och när eleverna uppnått den här nivån klarar de av att på ett logiskt sätt ordna figurer. T.ex. kan de förstå att alla kvadrater är rektanglar men att alla rektanglar inte nödvändigtvis behöver vara kvadrater. Eleverna har på den här nivån också fått en förståelse för samband mellan olika geometriska figurer och vikten av att kunna sätta korrekta definitioner. Vilken roll deduktionen har inom geometrin har de ännu inte förstått på den här nivån (ibid).

Deduktion är den fjärde nivån och elever har här fått ett bra grepp om geometrin. Eleverna förstår betydelsen av deduktion, satser och bevis och vilken roll de har i geometrin. De kan också använda sig av detta och bevisa vissa påståenden, t.ex. om rektanglar. Det är dock inte säkert att eleverna förstår vad de ska använda allt det här till (ibid).

Sista och femte nivån är stringens. Hit når inte alla elever och det är inte heller en nödvändighet i skolan. På den här nivån förstår eleverna vikten av precision vid arbete med geometris grunder och de kan även utveckla teorier utan att använda sig av konkreta föremål. Den här sista nivån är alltså den mest abstrakta nivån och därmed är det svårt för många människor att nå hit (ibid).

Van Hiele menar att det är viktigt att lärare är medvetna om att eleverna genomgår dessa nivåer i geometrin och att de därmed anpassar sin undervisning utifrån vilka nivåer eleverna befinner sig i och vilka behov de har. I en klass befinner sig eleverna på olika nivåer och det är då lärarens uppgift att ta reda på vilka olika nivåer eleverna befinner sig på för att kunna ge var och en så god geometriundervisning som möjligt (Emanuelsson m.fl. 1992, s.30).

"Förmågan att förstå och använda matematiken i vardagen, i samhället och i yrkeslivet måste vara en självklar del av varje människas allmänbildning" (SOU 2004:97, s.15). I matematik är det grundläggande att sträva efter att utveckla elevernas tankar och kunskap. För att göra det är det viktigt att utgå från elevernas egna erfarenheter och uppfattningar i undervisningen. I geometriundervisningen kan t.ex. en diskussion utifrån elevernas vardagserfarenheter öka deras förståelse för geometriska begrepp. Det får inte bli att eleverna uppfattar att t.ex. kvadrater och rektanglar är något som enbart finns i matematikboken och som man arbetar med på lektionerna. De ska bli medvetna om att geometri finns överallt och omkring dem hela tiden. Därför är det väldigt betydelsefullt att elevernas vardagserfarenheter kopplas samma med geometrin i skolan på ett konkret och tydligt sätt (NCM 2005a, s.166). "Olika geometriska objekt kan ses som enkla

modeller av verkligheten, t ex en känd form på en yta – en kvadratisk eller cirkelformad rabatt, ett räbblock som innehåll i en låda eller ett klot som en modell av vår jord” (ibid).

Om eleverna ska kunna se värdet av matematiken, och för att kunna utgå från deras erfarenheter och kunskaper behövs det arbetssätt utanför lärobok och stenciler. Det kan handla om arbetssätt där det som händer i vardagen, både i och utanför skolan, utnyttjas. På detta sätt visas eleverna hur meningsfull matematikens redskap är även utanför skolan (NCM 2005a, s.14). ”Det gäller [även] att ta vara på möjligheter till resonemang med elever och mellan elever kring matematikidéer, begrepp och metoder, hur de beskrivs, tolkas, används och utvecklas i spontant uppkomna situationer och organiserade aktiviteter” (ibid).

Malmer (1993) skriver att läroboken många gånger tar upp vardagsmatematik som t.ex. klockan och ofta med en mängd övningsexempel. Men hon menar också att dessa uppgifter ofta är formade, ensidiga och rustade med ett facit. Hon skriver att det ser annorlunda ut i verkligheten eftersom den ofta är både invecklad och svårbegriplig. Därför är det viktigt att ha uppgifter tagna från verkligheten som utgångspunkt i undervisningen för att eleverna ska förstå att deras lärande av matematiken ger dem redskap för livet (Malmer 1993, s.46). Eleverna vet då ”... varför de behöver tillägna sig en viss färdighet och kan därmed känna sig *motiverade* för inläring” (Malmer 1993, s.46-47).

Problemlösning är ett viktigt moment för elevernas lärande av matematik och verklighetsanknytning. Om eleverna får riktiga möjligheter att lösa matematiska problem kan bl.a. deras tankar, självförtroende och kreativitet utvecklas. Problemlösning kan också vara ett sätt att koppla samman ”... vardaglig verklighet och den traditionellt som abstrakt uppfattande skolmatematiken” (NCM 2005a, s.70). Vidare kan eleverna genom problemlösning ”... skaffa sig beredskap att klara situationer i livet” (NCM 2005a, s.69). Genom att använda problemlösning som ett moment i matematikundervisningen får eleverna utmaningar, vilket kan ses som en motor i elevernas lärande. När det arbetas med problemlösning i skolan är det viktigt att det sker i grupper. I grupperna kan man ta del av varandras kunskaper, tankar, idéer och nytänkande men även uttrycka sina egna erfarenheter, ställa frågor eller förslag till tillvägagångssätt för att komma fram till lösningar. Genom detta sätt blir eleverna medvetna om sina egna tankar och på så sätt ökar förståelsen (NCM 2005a, s.70).

I *Geometri och vår omvärld* skriver Hedrén m.fl. (1988) att geometriundervisningen borde anknytas till verkligheten för att eleverna ska kunna ta till sig geometrin på ett informellt sätt. Är verkligheten utgångspunkten i undervisningen kan stora möjligheter för eleverna att arbeta på ett undersökande sätt framtonas (Hedrén m.fl. 1988, s.14). Enligt resultat som framkommit i NU 03 (2005) ser en majoritet av eleverna matematik som ett ”... viktigt och nyttigt ämne som de tror sig komma ha användning av i framtiden, såväl vid fortsatta studier som i arbetslivet” (Skolverket 2005, s.73). När eleverna kommer till skolan har de redan gjort en mängd upptäckter och erfarenheter från den tredimensionella världen. Det är dessa erfarenheter och upptäckter lärarna måste utgå ifrån i sin undervisning för att hjälpa eleverna att förstå och lägga märke till dem (Hedrén m.fl. 1988, s.17).

I *Lusten att lära* tar Skolverket (2003) upp att för att få en undervisning som tillgodoser elevers olika sätt att lära är det nödvändigt att växla mellan formerna för inläring. Det kan gälla såväl innehåll som arbetssätt, relevanta arbetsformer och läromedel. Att få in variation och flexibilitet i

undervisningen och att komma ifrån det enformiga är av stor vikt för elevers motivation att lära (Skolverket 2003, s.30).

Under de tidigaste skolåren är elevernas glädje och lust att lära fortfarande mycket levande. Lek, temaarbeten och språkstimulerande aktiviteter fyller skoldagarna. Innehållet är konkret och omväxlande och arbetssätt och läromedel varierande (Skolverket 2003, s.17). Enligt resultat som framkommit i NU 03 (2005) tycks elevernas lust till matematik försvinna runt skolår 5-6. Nyfikenheten för ämnet saknas "... och eleverna kan inte se vad det som de håller på med ska leda till" (Skolverket 2005, s.82). Vidare nämns det viktiga i att lärare själva förstår och känner sig säkra på sina matematikkunskaper samt har ett intresse för ämnet. Liksom att de har ämnesdidaktiska kunskaper i matematik för att de ska vara medvetna om hur man undervisar, vad man undervisar om och varför. Det är viktigt att lärare har dessa kunskaper och kan tillämpa ett varierat arbetssätt för att kunna bemöta alla elever. Alla människor lär sig på olika sätt (ibid).

Eleverna måste tycka att det är roligt med matematik för att deras lärande skall gynnas. I detta avseende är lärarens roll viktig. Läraren måste visa ett lustfyllt intresse för matematiken och ämnets relevans för att även eleverna skall tycka att det är roligt och lustfyllt (NCM 2005a, s.71). "Kan man få alla lärjungarna och icke blott en del att hysa intresse för ämnet, så har man vunnit den utan tvivel viktigaste förutsättningen för ett verkligt gott resultat" (Sjöstedt 1948, s.58). Detta tas även upp i *Att lyfta matematiken - intresse, lärande, kompetens* (2004) där det står att lärares inställning till matematik påverkar elevernas attityder till ämnet. Har läraren negativ inställning till matematik förmedlas detta vidare och är bilden positiv förmedlas det. Detta skapar en trend hos elevernas lärande att antingen tycka att matematik är roligt eller att tycka att det är tråkigt (SOU 2004:97, s.94). Vidare talas det om, när det gäller att göra elevernas lärande lustfyllt, att "...[v]ariation och kreativitet är nyckelord för att öka intresset för att lära sig matematik" (SOU 2004:97, s.15). Även att eleverna själva får utforska, skapa, känna att de lyckas och utmanas genom att möta motstånd och svårigheter ökar lusten att lära matematik (SOU 2004:97, s.88). Detta är en uppfattning som även Skolverket (2003) tar upp i sin rapport *Lusten att lära*. Elevernas lust att lära motiveras bl.a. av uppgifternas svårighetsgrad. Med detta menas att uppgifter som utmanar elevernas förmåga på rätt nivå gynnar lusten att lära. Uppgifterna får dock inte vara för svåra för dem att lösa då det kan skapa ångest men heller inte för enkla för att på så sätt kännas meningslösa (Skolverket 2003, s.26). "Lusten och glädjen uppstår i känslan av *att lyckas* med någonting vilket är starkt motiverande" (ibid). Eleverna blir många gånger på så sätt stimulerade att lära vidare eftersom de får en känsla av att de kan och förstår, vilket är faktorer som påverkar det lustfyllda lärandet (ibid).

I *Matematik från början* (2005b) skrivs om att för att få eleverna att känna lusten att lära sig matematik är det viktigt att läraren fångar spontana meningsfulla situationer även utanför matematiklektionerna där ämnet kan diskuteras (NCM 2005b, s.60). "Det är när matematiken blir meningsfull och verklighetsnära som alla elever kan få tilltro till sin förmåga och uppleva att de både vill och kan lära sig" (NCM 2005b, s.35). I *Lusten att lära* (2003) är dessa också viktiga faktorer. Det står bl.a. om att genom att få eleverna att tro på sig själva och få dem att bli medvetna om sina prestationer är viktiga moment som är centrala för att det ska vara roligt och lustfyllt att lära sig matematik (Skolverket 2003, s.27).

I *Lusten att lära* (2003) talas det om lärobokens användning i matematik och hur den kan påverka elevers lust för matematik. Om läroboken t.ex. används alltför ensidigt och med enskilt arbete

kan konsekvensen bli att elever känner olust inför ämnet eftersom undervisningen blir monoton och utan variation (Skolverket 2003, s.40). Om läroboken däremot får en roll bland en mängd andra material och metoder där undervisningen varierar, får den en positiv betydelse. Eleverna får en större lust för matematiken. Det talas vidare om en slående dominans av läroboken speciellt i skolår 4-5 och uppåt men även delvis för de ännu tidigare skolåren. Detta har en stor betydelse för om elever känner lust eller olust inför ämnet. Det handlar här om att läroboken styr d.v.s. det är den som används för upplägg och innehåll i matematikundervisningen (Skolverket 2003, s.39). I TIMSS 2007 (2008a) undersökning framgår det att Sverige är ett av de länder som använder läroboken mest och som huvudsaklig grund för matematikundervisningen (Skolverket 2008a, s.68). Löwing (2004) har även erhållit liknande erfarenheter i sin avhandling *Matematikundervisningens konkreta gestaltning* i vilken hon skriver: "När det gäller lärarnas *val av arbetsätt*, utgick alla lektionerna på olika sätt från ett skriftligt material. Fem av lärarna lät eleverna arbeta utgående från läroboken medan två av dem ... utgick från stenciler" (Löwing 2004, s.193). På så sätt blev det läromedlet som bestämde vilka uppgifter eleverna skulle göra (ibid). Löwing (2004) tar vidare upp att läromedlet är en starkt dominerande ramfaktor i matematikundervisningen och att dess dominans är för stor (Löwing 2004, s.92). Löwing skriver:

För lärare som är starkt läromedelsberoende blir läromedlet... en fast ram som för elevernas dels byts ut en gång om året. För andra lärare, som då, och då ersätter läromedlets framställning med egna idéer, är läromedlet snarare att betrakta som en rörlig ram som modifieras efter behov (Löwing 2004, s.92).

I *Lusten att lära* (2003) står det att många lärare själva anser att läroboken är väldigt styrande i matematikundervisningen. Att det är på så sätt i många fall betyder att eleverna får en begränsad bild av matematiken (Skolverket 2003, s.39). I *Matematik från början* (2005b) framförs tre olika inriktningar gällande lärarnas sätt att använda läroboken. I den första inriktningen är läroboken den enda utgångspunkten för undervisningen. Läraren förenar inte elevernas erfarenheter med undervisningsinnehållet. Frågor som ställs till eleverna är alltid i anknytning till lärobokens innehåll. I den andra inriktningen är läroboken i huvudsak den som läraren utgår ifrån. Men till skillnad från den första inriktningen försöker läraren här att dessutom utgå från elevernas tankar. Läraren i den tredje inriktningen utgår från elevernas tankar och erfarenheter i sin undervisning. Läroböcker används men då oftast för att färdighetsträna (NCM 2005b, s.21).

Vidare tar *Matematik från början* (2005b) upp att läroboken möjligen kan förstärka elevers syn på att matematik är något som de lär sig endast genom att räkna i boken. Den kan även distansera eleverna från matematikens praktiska tillämpning och motiverar inte elevernas förståelse av matematiska begrepp (NCM 2005b, s.22).

Lärande i matematik innebär en process där målet är att få insikt i det abstrakta och relationer kring det. För att nå dit krävs det mer än att bara arbeta med olika symboler och det är viktigt att bl.a. "anknyta till verkligheten", "börja med det konkreta" och att "arbeta laborativt". Eleverna måste få möjlighet att möta matematiken utifrån olika infallsvinklar. Att låta eleverna arbeta med konkreta modeller, diagram, teckningar och matematiska symboler etc. är viktigt i undervisningen för att eleverna ska kunna tillägna sig vetande och kunskap i matematik (NCM 2005a, s.15).

"Målet är att konkretiseringen skall leda till abstraktion och förståelse av den matematik som konkretiseras" (Löwing 2006, s.116). I skolan undersöks ofta plana figurer. Detta är viktigt för att

eleverna ska få en förståelse av den abstrakta bilden av geometrin (Hedrén m.fl. 1988, s.17). Har eleverna utvecklat ett abstrakt seende har eleven skapat sig "... en inre bild av föremålet" (NCM 2005a, s.165). Enligt Löwing (2004) behöver eleverna, innan de kan nå det abstrakta målet, få en konkret resa fram till målet. Med detta menar hon att i undervisningen är det viktigt att konkretisering används för att ge eleverna en förståelse för matematiska begrepp. Att göra undervisningen, av det matematiska begreppet, konkret för eleverna menas här med att eleverna får laborera med material som tydligt överrensstämmer med det matematiska begreppet för att nå en förståelse av det (Löwing 2004, s.263). Det är också viktigt att det laborativa materialet används i detta syfte. Annars betyder det laborativa materialet ingenting i förhållande till konkretiseringen av det matematiska begreppet ifråga. Materialet i sig har inget budskap, utan det är först när det används för att nå fram till en förståelse av det abstrakta som det får en betydelse (Löwing 2006, s.129).

Hedrén m.fl. tar också upp i *Geometri och vår omvärld* (1988) betydelsen av att få en konkret resa fram till målet som viktigt för elevers lärande av geometri. Det är viktigt att låta eleverna börja sin forskning i en konkret fysisk värld för att därifrån kunna hjälpas in i den mentala världen (Hedrén m.fl. 1988, s.21). Ett citat som belyser varför det som nämnts ovan måste ske för elevernas lärande av geometri är: "*Begrepp utan åskådning är tomma men åskådning utan begrepp är blind*" (ibid).

Om elever ska lära sig geometri är det viktigt att varva teori och praktik. Med detta menas att matematikens begrepp inte får fastna i det konkreta arbetet och inte heller i det teoretiska arbetet utan det måste vara ett växelspel dem emellan. För att matematikarbetet ska bli utvecklande måste båda arbetssätten förekomma (ibid). "Det är ur växel-spelet mellan handens och tankens arbete som kunskap växer" (ibid). Vidare belyses vikten av att lärandet sker bäst i situationer där eleverna får använda många sinnen för att koppla samman tanken och kroppen. Ett exempel av detta kan vara att rita geometriska former i luften för att på så sätt måste eleverna tänka ut hur formen ska se ut för att sedan rita den i verkligheten (Hedrén m.fl. 1988, s.23).

Sjöstedt (1948) menar att det är av stor betydelse att elever och lärare gemensamt i klassen diskuterar och löser uppgifter. Detta samarbete är stimulerande och viktigt liksom upptäckarglädje och självverksamhet (Sjöstedt 1948, s.58). Det är också, enligt Sjöstedt (1948), givet att läraren ibland måste leda in diskussionerna på rätt väg. Men ju mindre läraren leder diskussionerna desto bättre är det för elevernas intresse (Sjöstedt 1948, s.57). Även i TIMSS 2007 (2008b) står det skrivet om innebörden av att föra diskussioner i klassrummet. Diskussioner som förs i klasser med både elever och lärare där läraren leder kan ge eleverna möjligheter att utveckla sina uppfattningar. Eleverna kan genom diskussionerna få sina uppfattningar bekräftade och eventuella missuppfattningar försvinner (Skolverket 2008b, s.141).

Gran (1998) tar i sin bok *Matematik på elevens villkor* upp det relevanta med grupparbeten och kommunikation. Han menar att låta elever kommunicera med varandra gör att de utvecklar en förståelse för sina egna tankar. Genom att dela med sig av och sätta ord på sina egna funderingar kring ett matematiskt problem till sina kamrater gör att de blir medvetna om sina misstag. Vidare blir de även, genom detta sätt, delgivna kamraternas idéer och kan på så vis förbättra sitt eget tankemönster (Gran 1998, s.20).

Även Malmer (1993) tar i sin bok *Kreativ Matematik* upp vikten av att låta elever arbeta i grupper. Hon menar att det inom matematiken finns många moment som lämpar sig för grupparbete, t.ex. problemlösning och olika mätövningar. Genom att låta eleverna arbeta i grupper tar man vara på den kompetens som finns i klassen och eleverna kan få hjälpa varandra samtidigt som de får en värdefull repetition. Det är även så att vissa övningar i matematiken kräver att eleverna får samarbeta för att övningarna ska bli meningsfulla. Det kan handla om diskussioner kring huvudräkningsuppgifter eller matematiska lekar och spel etc. (Malmer 1993, s.98). På samma sätt ser Löwing (2006) att det finns fördelar med att låta eleverna arbeta i grupp. Eleverna kan, som nämnt ovan, på så sätt hjälpa varandra och samtala matematik tillsammans (Löwing 2006, s.194). Men för att lärande ska utvecklas hos alla elever menar hon bl.a. att det är viktigt att eleverna har kunskaper om hur de ska arbeta i grupper. Vidare att det är viktigt att läraren använder sig av uppgifter som passar för grupparbeten. Slutligen även att grupparbete ska gynna alla elever (Löwing 2006, s.44-45). En aspekt med tanke i detta sista är att läraren måste, med stor omsorg, sätta samman en grupp där olika kunskaper och erfarenheter kan utbytas och där varje elev främjas i sitt lärande (Löwing 2006, s.194-195).

I boken *Barn och matematik* (1995) talas det om att en undervisning där eleverna ofta får sitta enskilt och arbeta i sina räkneböcker kan resultera i att eleverna får uppfattningen att matematik enbart handlar om att lösa uppgifter i en bok. Ahlberg menar att detta kan medföra att eleverna går miste om förståelsen att man kan använda matematiken som ett redskap för problemlösning både i och utanför skolan (Ahlberg 1995, s.11).

I den Nationella Utvärderingen 03 (2005) framgår det av resultatet att arbetsformerna i matematik, från föregående utvärdering 1992 fram till 2003, i många fall har blivit mer isolerade d.v.s. det enskilda arbetet har ökat och diskussioner och lärarledda genomgångar har minskat. Eleverna var, enligt den Nationella Utvärderingen från 1992, inte vana vid att arbeta i grupp och det tycks inte heller som att grupparbeten i matematiken har ökat de senaste tio åren. Samtidigt var majoriteten av lärarna och eleverna positivt inställda till ett sådant arbetssätt och uttryckte att det var roligt och viktigt med gruppuppgifter i matematik (Skolverket 2005, s.70).

Om eleverna tar till sig idéer från kamrater och får ökat självförtroende att aktivt delta i lösningsprocessen, kan alla öka sitt kunnande, oavsett hur långt de kommit i sin egen utveckling. För att utvecklas behöver man stöd och uppmuntran, både från kamrater och lärare (NCM 2005a, s.70).

2.5 Sammanfattning

Enligt de gällande styrdokumenterna skall alla elever få möjlighet att utveckla sig själva och sina matematiska kunskaper. Geometri är ett moment inom skolans matematik men också något som kan användas i vardagen. Geometrin finns överallt och det är skolans uppgift att få eleverna att bli medvetna om detta samt ge dem verktyg för att kunna använda sig av den.

Geometriundervisningen måste hållas på ett sådant sätt att den stimulerar eleverna att vilja lära sig och få upp ett intresse för ämnet. Ett ökat intresse för geometrin ger eleverna en bättre förutsättning för att lära sig samt få en ökad förståelse. Förståelsen ger eleverna drivkraften och viljan att lära mer. För att få fram intresset och lusten hos eleverna är det många faktorer som spelar in. Undervisningen bör bl.a. vara individanpassad, variationsrik och verklighetsanknuten för att nå alla elever och stimulera dem och viljan att lära mer. Det är också av betydelse att låta elever bemöta geometrin på flera plan, dels teoretiskt genom lärobok och dels praktiskt via

laborativt material. Eleverna får då en bredare bild av geometrin och dess användning. En undervisning som utgår från elevernas intressen och erfarenheter blir mer lustfylld och givande och med inslag av diskussioner, genomgångar och grupparbeten blir den än bättre för elevernas kunskapsinhämtning. Dessa moment ger eleverna chansen att ta del av varandras kunskaper samtidigt som deras egen medvetenhet och förståelse ökar. Läraren och dennes attityd och inställning till ämnet spelar en viktig roll vad gäller elevernas lärande och för att eleverna skall känna glädje inför ämnet är förutsättningen att läraren uppvisar en positiv sida gentemot detta ämne. Läraren måste också vara flexibel, spontan och ha förmågan att spontant fånga upp sådant som är av intresse för eleverna och undervisningen för att bidra till deras lust. För att eleverna ska uppleva geometrin som meningsfull och användbar senare i livet är det väsentligt att undervisningen är variationsrik i så stor utsträckning som möjligt och att undervisningen anpassas efter vilka behov och intressen som finns hos eleverna.

”Det är när matematiken blir meningsfull och verklighetsnära som alla elever kan få tilltro till sin förmåga och uppleva att de både vill och kan lära sig” (NCM 2005b, s.35).

3 Syfte

I litteraturgenomgången framträder vissa saker som betydelsefulla för elevernas lärande. Det gäller aspekter rörande hur matematikinnehållet presenteras, val av arbetssätt och organisation av undervisningen, samt kopplingen till elevgruppen och deras intressen. Vårt syfte är att undersöka hur en grupp lärare på samma skola uppfattar geometriundervisning och vilken vikt de fäster på olika aspekter gällande kunskapsinhämtning för elever i de tidigare skolåren.

3.1 Frågeställningar

- Hur uppfattar lärarna hur de ska undervisa för att elever ska lära sig geometri?
- Vilka arbetssätt och arbetsformer framhåller lärarna som viktiga för elevers lärande?

3.2 Avgränsningar

I vår studie har vi avgränsat oss till att undersöka vilka uppfattningar, om hur elever i de tidigare skolåren lär sig geometri, som en mindre grupp lärare på samma skola ger uttryck för. Anledningen till denna avgränsning är examensarbetets omfattning. I en mer omfattande studie skulle t.ex. fler lärare ha intervjuats alternativt kunde studien även omfattat klassrumsobservationer för att komplettera uppfattningarna och relatera dessa till beskrivningar av hur undervisningen bedrivs.

4 Design och metod

Eftersom syftet med vårt arbete var att undersöka hur en grupp lärare på samma skola uppfattar geometriundervisning och vilken vikt de fäster på olika aspekter gällande kunskapsinhämtning för elever i de tidigare skolåren valde vi att genomföra en kvalitativ intervjustudie. Detta eftersom vi anser att det var bästa sättet att besvara vårt syfte och frågeställningar. Vår studie är baserad på intervjuer med sju lärare.

Då vi ville ta del av lärarnas tankar och idéer anser vi att intervjuer är det mest lämpade sättet. Vi tror att enkäter i vårt fall inte hade gett oss samma möjlighet att få fram lärarnas tankar, motiv och idéer eftersom det inte går att ställa följdfrågor och få mer utvecklade och fördjupade svar (Stukát 2005, s.39). Hade vi valt att använda observationer som metod hade vi istället för att få fram lärarnas egna tankar fått fram vår tolkning av lärarnas geometriundervisning. Stukát (2005) skriver att ”observationer brukar vara lämpligast när man vill ta reda på vad människor faktiskt gör, inte bara vad de säger att de gör” (Stukát 2005, s.49). Om vi hade gjort en mer omfattande studie hade det varit intressant att komplettera våra intervjuer med observationer och på så sätt kunnat se hur lärarna faktiskt undervisar för att eleverna ska lära sig geometri. Eftersom det inte går att vara säker på om lärarna gör vad de säger att de gör skulle dessa två tillvägagångssätt tillsammans stärka studiens validitet.

4.1 Datainsamling

Eftersom vi har valt att fokusera på lärares tankar och upplevelser har vi utgått från ett fenomenografiskt perspektiv (Larsson, 1986).

4.1.1 Fenomenografisk ansats

Den fenomenografiska ansatsens grund ligger i ett intresse att beskriva olika fenomen i världen så som andra människor betraktar den. I dessa betraktelser vill man sedan finna och beskriva variationer i främst pedagogiska sammanhang (Marton 2000, s.146).

Den fenomenografiska ansatsen kan ses som en utveckling av den kvalitativa metoden. En kvalitativ metod används då man vill karaktärisera eller gestalta någonting till skillnad mot den kvantitativa metoden då syftet är att beskriva en kvantitet av något slag. Det här skriver Larsson (1986) om i sin bok *Kvalitativ analys – exemplet fenomenografi*: ”Det centrala i kvalitativa metoder skulle således vara att man söker finna de kategorier, beskrivningar eller modeller som bäst beskriver något fenomen eller sammanhang i omvärlden...” (Larsson 1986, s.8). Den kvalitativa metoden syftar alltså till att kategorisera någonting och tillsammans med en fenomenografisk ansats vill man få fram hur människor uppfattar sin omvärld. Det handlar alltså inte om hur något *är* utan hur något *uppfattas* (Larsson 1986, s.12).

En fenomenografisk studie härleder beskrivningar från ett litet urval av människor från en särskild befolkningsgrupp och därmed kan de kategorier som fås fram inte ses som ett definitivt system. Det viktiga är att de kategorier som kommer fram i studien och används täcker upp det kollektiva erfandet hos alla som deltar i studien (Marton 2000, s.163). För de framtagna kategorierna finns det tre kriterier för vilka egenskaper de bör ha. Kategorierna ska tydligt

relateras till det fenomen som undersöks och samtidigt vara logiskt kopplade till varandra. Det är också önskvärt att så få kategorier som möjligt används för att den ”kritiska variationen i dataunderlaget skall kunna ringas in” (ibid).

Marton (2000) menar att det finns en skillnad i beskrivningsnivå mellan hur något *är* och hur något *uppfattas* och han har utifrån det skapat något han kallar *första ordningens perspektiv* och *andra ordningens perspektiv* (Marton 2000, s.154). Skillnaden mellan dessa är att med ett första ordningens perspektiv gör man ett påstående om hur något faktiskt är i den fysiska världen. Med ett andra ordningens perspektiv handlar det istället om hur någon erfar eller upplever någonting. Det är således det andra perspektivet som fenomenografin berör (Marton 2000, s.154-155).

För att få fram hur människor uppfattar någonting kan man använda sig av olika metoder. Ett sätt är att den som skall undersöka hur andra människor uppfattar ett visst fenomen ser till sig själv och de uppfattningar man har och använder det som utgångspunkt. En s.k. filosofisk analys. En annan metod som är användbar är att göra intervjuer. Genom att ställa frågor, som berör det fenomen man är intresserad av, till respondenterna och sedan analysera intervju svaren kan intressanta uppfattningar fås fram (Larsson 1986, s.13).

Fenomenografiska studier intresserar sig alltså för variationen i hur människor erfar samma fenomen. Genom att tolka de uppfattningar som finns och få fram distinkt skilda kategorier för dessa kan man få fram variationens väsen (Marton 2000, s.159).

4.1.2 Urval

Vi intervjuade lärare som undervisar i de tidigare skolåren om deras uppfattningar. Motivet till att vi valde att inrikta oss på denna grupp av lärare var för att det är intressant att ta del av deras tankar och uppfattningar. Också eftersom det är i dessa skolår som eleverna först kommer i kontakt med geometrin i skolan och det är här den grundläggs för fortsatta studier och lärande. På grund av den begränsade tid vi hade till förfogande för att skriva examensarbetet valde vi att använda oss av lärarkontakter vi knutit under utbildningens gång. Utfallet blev att alla lärarna i studien arbetar på samma skola. Vi ansåg trots detta att vi skulle få ihop ett bra underlag eftersom det är en stor skola och därmed goda möjligheter att finna lärare som ville delta i studien. Det finns 18 lärare på skolan som undervisar i matematik för de tidigare skolåren. Av studiens storlek och tidsmarginal var det för många lärare att intervjuas. Vi valde därför att rikta in oss på åtta lärare vilket vi tror är ett rimligt omfång för att nå kvalitet i vår studie. I en mer omfattande undersökning hade vi möjligtvis valt att genomföra intervjuer med alla 18 men p.g.a. ovanstående skäl valdes detta bort. Valet av dessa åtta lärare har gjorts utifrån kategorin: de lärare som fanns tillgängliga för frågan om att delta i studien. Vad vi sedan kan se utifrån intervjuerna är att lärarna är i olika åldrar och med olika mycket arbetslivserfarenhet. Detta är aspekter som vi inte har haft i åtanke i utfallet av vårt resultat. Att utfallet av lärarna även resulterade i enbart kvinnor, då nästan 90 procent av lärarna på skolan är kvinnor, är något som vi inte heller har haft i åtanke eftersom det inte var syftet med vår studie. Under tiden vi genomförde våra intervjuer fick vi ett bortfall p.g.a. tidsskäl från lärarens sida. Därför omfattar vår studie endast sju lärares uppfattningar.

4.1.3 Tillvägagångssätt

När vi hade bestämt oss för att använda intervjuer som metod för insamling av data började vi konstruera våra intervjufrågor. För att besvara vårt syfte och få svar på våra frågeställningar sammanställdes ett antal relativt öppna intervjufrågor. Vi ville att intervjufrågorna skulle täcka ett stort område för att få så stor variation i lärarnas uppfattningar som möjligt. Efter att vi blev klara med vårt intervjuformulär bokade vi en provintervju som vi senare genomförde. Stukát (2005) påpekar vikten av att pröva ut intervjun och frågorna innan för att se att frågorna är begripliga och relevanta för de svar som besvarar syftet med studien (Stukát 2005, s.38). Tack vara provintervjun kunde vi känna oss mer säkra på att de frågor vi kommit fram till var relevanta och tillräckliga för att vi skulle få fylliga svar inom de områden vi var intresserade av.

Vi åkte ut till den aktuella skolan för att få tag i intervjupersoner. Där frågade vi runt bland lärarna om de kunde tänka sig att vara med på en intervju. Vi fick då, som tidigare beskrivits, fatt i sju lärare som hade tid för detta.

Samtliga intervjuer genomfördes under ca en veckas tid och vi hade mellan en och tre intervjuer per dag och med pauser mellan. Eftersom lärarna hade ont om tid ville vi göra det så enkelt som möjligt för dem. Därför valde vi att göra intervjuerna på skolan antingen under en rast eller efter skoldagens slut. Intervjuerna tog mellan 15-25 minuter beroende på omfattningen av lärarnas svar.

För att kunna ta tillvara på allt som sagts under intervjuerna och senare kunna transkribera valde vi, efter tillåtelse av lärarna, att spela in intervjuerna. ”Två personer kan upptäcka mer än vad en gör” (Stukát 2005, s.41). Därför deltog vi båda två under alla intervjuerna men vid varje tillfälle var det bara en av oss som intervjuade medan den andra satt och antecknade samt observerade. Anledningen till att bara en av oss ställde frågorna var för att vi inte ville att läraren skulle känna sig utsatt av att bli utfrågad av oss båda (Stukát 2005, s.41).

Stukát (2005) skriver att:

Miljön ska vara så ostörd som möjligt och upplevas som trygg (för båda parterna). --- Man träffar den intervjuade på dennes hemmaplan; i bostaden, skolan eller på arbetsplatsen, d.v.s. man eftersträvar en för informanten ohotad och lugn miljö. Den intervjuade bör få välja (Stukát 2005, s.40).

Med detta i åtanke gjordes samtliga intervjuer, efter de intervjuades önskan, antingen i lärarnas klassrum eller i angränsande grupprum. Detta var ett alternativ som vi gick till mötes eftersom vi ville uppfylla lärarnas önskan och att det även kändes bra för oss. Det enda kravet vi hade var att vi skulle kunna genomföra intervjuerna ohindrat.

Efter varje genomförd intervju satte vi oss och transkriberade det vi spelat in. Detta för att på ett enkelt och tydligt sätt se vad lärarna svarat och för att underlätta bearbetningen av svaren. När alla intervjuer var genomförda och transkriberade påbörjade vi bearbetningen. I intervjusvaren sökte vi efter mönster av olika uppfattningar om geometriundervisning och hur elever lär sig geometri. När vi hade hittat ett antal uppfattningar som många av lärarna belyste på olika sätt ordnades dessa till att börja med in i sju kategorier:

1. verklighetsanknuten
2. intressen och erfarenheter
3. lustfyllt lärande
4. konkret och laborativ
5. arbeta i grupper
6. arbeta individuellt
7. variation

Under bearbetningens gång upptäckte vi att kategori 1 och 2 hade många förenade delar och därför slogs dessa ihop, likaså var det med kategorierna 3 och 7. Det resulterade till slut i fem kategorier:

1. verklighetsanknuten undervisning med fokus på elevernas intressen, erfarenheter och behov
2. lustfyllt lärande och variationsrik undervisning
3. konkret och laborativ undervisning
4. arbeta i grupp
5. arbeta individuellt

4.1.4 Reliabilitet, generaliserbarhet och validitet

Reliabilitet säger, enligt Stukát (2005), hur bra det mätinstrument man valt att använda är på att mäta, hur hög tillförlitligheten är (Stukát 2005, s.125-126). I vår studie är det intervjuerna som är vårt mätinstrument och tillförlitligheten kring detta kan diskuteras. Då vi i vårt resultat har tolkat utifrån vilka uppfattningar lärarna har är det svårt att ge ett svar på hur hög tillförlitligheten i vår studie är. Replikerbarhet av den metod man använt och ett vetenskapligt förhållningssätt är viktigt för reliabiliteten, enligt Stukát (Stukát 2005, s.8). Vi har själva inte haft möjlighet att upprepa vår mätning men vi tror att om det skulle genomföras inom snar framtid med ett s.k. interbedömar-reliabilitets-test skulle ett liknande resultat kunna fås. Ett interbedömar-reliabilitets-test innebär att en utomstående person tar del av intervjumaterialet och kategoriserar uttalandena med våra beskrivningskategorier som utgångspunkt. Ju högre överensstämmelse det är mellan våra och den utomståendes kategoriseringar desto högre blir reliabiliteten (Stukát 2005, s.130).

Vid genomförandet av våra intervjuer satt vi båda med, den ena som intervjuare och den andra som observatör och ansvarig för ljudinspelningen. För att vi båda skulle känna oss lika delaktiga valde vi att turas om i dessa roller. Detta kan ses som en brist i tillförlitligheten eftersom skillnader i intervjuerna kan förekomma, vilket kan ha påverkat resultatet.

Eftersom vi gjorde en semistrukturerad intervju där vi hade ett antal bestämda frågor som vi utgick ifrån kunde vi i det närmsta försäkra oss om att vi fick svar inom de områdena vi var intresserade av. Detta styrkte vi även med, som vi nämnt tidigare, en provintervju. När vi skriver i det närmsta menar vi att det ibland förekom en variation i lärarnas tolkningar av frågorna och detta i sin tur styrde vilka följdfrågor vi ställde, vilket kan ses som en brist i tillförlitligheten eftersom lärarna kan ha bidragit olika mycket till studien. Det kan emellertid även vara så att formuleringen av frågorna kan ha påverkat lärarnas omfattning av svaren som också kan ha gett mer eller mindre bidrag till studien.

För att få en högre reliabilitet valde vi att spela in alla intervjuerna på band. På så vis missade vi inget av det som sades och kunde koncentrera oss på intervjun och den intervjuade. Tack vare inspelningen kunde vi också transkribera varje intervju för att senare kunna läsa igenom dem i sin helhet och på så sätt få ett bättre underlag för våra analyser. Vi hjälptes åt med både transkribering och analys och utgick då från samma utgångspunkter och kriterier för att våra genomföranden skulle stämma överrens med varandra.

Generaliserbarhet ser vi som ett viktigt inslag men i vår studie är det inte aktuellt. Vår studie berör sju lärares uppfattningar rörande hur elever lär sig geometri. Vi har inte haft som avsikt, med vår studie, att utifrån detta generalisera. Alla lärare som innefattas i studien arbetar på samma skola och med elever med liknande bakgrund. Vi har använt oss av de lärare som fanns tillgängliga att fråga om medverkan i studien. Det finns dock variation bland dessa lärare i ålder och erfarenhet av läraryrket men det är förhållanden som har tillkommit av slumpen. Stukat (2005) skriver att faktorer som bl.a. att urvalet inte är representativt eller att man har en liten undersökningsgrupp kan påverka generaliserbarheten (Stukat 2005, s.129). Därför kan vi med vår studie inte dra några generella slutsatser för lärare, som undervisar i geometri, för de tidigare skolåren. Om vi hade velat generalisera utanför vår urvalsgrupp hade vi behövt göra ett annorlunda urval. Dels, tror vi, att det hade varit önskvärt att intervjua fler lärare för att få en högre tillförlitlighet men också att välja lika många manliga som kvinnliga lärare samt få lärare med en stor variation vad gäller arbetsplats etc.

Validitet anger Stukat (2005) som ”... hur bra ett mätinstrument mäter det man avser att mäta” (Stukat 2005, s.126). I vårt fall gäller det bl.a. om vår metod att intervjua är ett tillfredsställande mätinstrument för vårt syfte. Eftersom vårt syfte var att ta reda på lärares uppfattningar anser vi att intervjuer var det mest lämpade tillvägagångssättet för att få fram ett bidragande resultat. Dock kan vi inte veta helt säkert om lärarna har talat sanningsenligt. Hade studien i stället undersökt hur lärare faktiskt gör i praktiken, och inte enbart deras uppfattningar, tror vi att observationer hade varit ett nödvändigt komplement till intervjuerna för att uppfylla kravet på validitet.

4.2 Etiska aspekter/överbäganden

När man gör en undersökning är det viktigt och nödvändigt att ta hänsyn till vissa etiska aspekter. Detta tas bl.a. upp i Stukat (2005) som har utgått från Humanistisk-samhällsvetenskapliga forskningsrådet [HSFR] som har skrivit en hel del om detta (Stukat 2005, s.130). Vi har tagit del av den här informationen. HSFR tar bl.a. upp fyra allmänna huvudkrav som man kan ställa på forskning vad gäller det grundläggande individskyddskravet (Vetenskapsrådet 2008).

Enligt *informationskravet* skall man informera de inblandade om vilket syfte studien har och att deltagande är helt frivilligt, vilket vi också gjorde när vi letade efter lärare att intervjua. Vi tog också upp vad vi skulle göra med de resultat vi fick fram. *Samtyckeskravet* innebär i vår studie att lärarna frivilligt ställer upp vilket de gjorde. I vår studie har vi tagit hänsyn till lärarnas anonymitet, enligt det s.k. *konfidentialitetskravet*, och därför har vi valt att inte nämna deras rätta namn eller vilken skola de arbetar på. De inspelningar vi gjort under intervjuerna kommer också att förstöras efter studiens avslut, vilket vi upplyste lärarna om. *Nyttjandekravet* är det fjärde

kravet och i enlighet med detta får vår insamlade information endast användas inom vår forskning och inte på något sätt kommersialiseras (ibid).

5 Resultat

I detta avsnitt inleder vi med en kort beskrivning kring de sju lärarnas bakgrund och inställning till undervisning i matematik och geometri. Därefter framställer vi resultatet i de fem olika kategorierna av lärarnas uppfattningar. Resultatanalysen grundar sig på de intervjuer som vi gjorde med lärarna. Som tidigare nämnt vill vi hålla lärarna anonyma och därför har vi nedan givit dem pseudonymer.

5.1 De intervjuade lärarna

Eva är 46 år. Hon har arbetat som lärare i 16 år. Under sin lärarutbildning var matematik hennes fördjupningsämne, i vilket hon har behörighet att undervisa elever i skolår 1-7. I nuläget undervisar hon i skolår 4. Evas inställning till matematikundervisning är bara positiv eftersom matematik är det ämne som ligger henne varmast om hjärtat. Hon ser matematik i allt vi har runt omkring oss och tycker detta är väldigt viktigt att belysa för eleverna i undervisningen. Geometriundervisning ser hon som en mångfald av olika moment att göra tillsammans med eleverna bl.a. geometriska former, mätningar, mönster och rumsuppfattning. Geometri är därav något som hon ser att hon arbetar med varje dag i all sin undervisning och inte enbart på matematiklektionerna.

Malin är 30 år. Hon har arbetat som lärare i sex år. I sin lärarutbildning läste hon matematik under en termin. Hon har behörighet att undervisa i skolår 1-5 i matematik och undervisar just nu i skolår 1. Matematikundervisning tycker Malin är roligt för att hon ser elevernas framsteg så tydligt samt att hitta olika lösningsstrategier för uppgifter tillsammans med eleverna. Undervisningen i geometri ser hon som rolig men svår. Svårigheterna ligger i att hon uppfattar geometrin som abstrakt.

Birgitta är 46 år och inne på sitt tredje år som lärare. Hon har tidigare arbetat många år som förskolelärare och sedan utbildat sig vidare till lärare. Under lärarutbildningen läste hon 15 poäng matematik. I nuläget undervisar Birgitta i en 3-4:a. Hennes inställning till matematikundervisning är att hon tycker att det är roligt. Hon ser elevernas process till förståelse som en stor utmaning i sin matematikundervisning. Birgitta ser undervisning i geometri som en del bland många andra i matematikundervisningen.

Johanna är 36 år och har arbetat som lärare i elva år. Hon läste 15 poäng matematik i sin lärarutbildning. Hon är utbildad 1-7 lärare och undervisar, i nuläget, i en 1-2:a. Johanna tycker att matematikundervisning är jätteroligt men eftersom hon inte har matematik som huvudämne i sin lärarkompetens känner hon att hon har för lite matematikdidaktiska kunskaper. P.g.a. det känner hon att ämnet är svårt att undervisa i och hon förlitar sig därför mycket på läroboken. Johanna ser geometriundervisningen som lika viktig som alla andra moment i matematiken. Men hon ser den framför allt som ett moment som behöver mycket praktiska arbetssätt för att förstås eftersom hon anser att geometri har en hög abstraktionsnivå. Därför måste den konkretiseras för dem.

Caroline är 37 år. Hon har arbetat som lärare i fem år. Hon undervisar i skolår 1-7 och i nuläget har hon skolår 1. I sin lärarutbildning läste hon bara lite matematik, som de var tvungna att göra, eftersom hon valde inriktningen sv/so. Caroline tycker att det är roligt att undervisa i matematik.

Detta för att hon tycker att hon tydligt kan se elevernas framsteg i ämnet och även se hur deras förståelse för olika moment växer fram. Hon tycker att arbetssätt där det kommuniceras mycket matematik bland eleverna och henne som ett extra roligt moment i undervisningen. Geometriundervisningen ser Caroline som viktigt för framtiden, både vardagslivet och studier. Hon ser vidare att geometri är ett ämne som hon kan arbeta mycket praktiskt med och det tycker hon är betydelsefullt för elevernas inläring.

Kerstin är 57 år och har arbetat som lärare i 35 år. Hon undervisar från förskoleklass upp till skolår 5 och hennes nuvarande klass är en 1-2:a. Kerstin läste sin lärarutbildning på seminariet i Skara, en s.k. övningsskola där hon fick lära sig att ha lektioner som hon hela tiden bedömdes i. Alla ämnen var lika mycket representerade d.v.s. hon hade t.ex. lika många matematiklektioner som musiklektioner som hon övades i. Kerstin tycker att det är svårt att undervisa i matematik. Det är speciellt svårt om det är många elever eftersom alla har olika förutsättningar att lära sig. Hon tycker samtidigt att det är väldigt roligt och spännande i synnerhet om hon får rikliga tillfällen att kommunicera matematik med eleverna och därmed höra deras tankegångar. Detta synsätt gäller även för hennes syn på geometriundervisningen. Vidare ser hon geometri som ett brett område som återkommer ofta under hela grundskolan och som ett moment som inte bara förekommer på matematiklektionerna.

Sofia är 38 år. Hon har arbetat som lärare i fyra år och tidigare som förskolelärare i några år. Under sin utbildning läste hon 5 poäng matematik. I nuläget undervisar hon i skolår 4 men hon har kompetens för skolåren förskoleklass upp till skolår 5. Matematikundervisningen ser Sofia som ett roligt ämne. Trots att hon bara har 5 poäng matematik ser hon inget hinder för det i sin undervisning utan hon ser matematikundervisningen som relativt enkel. Hon tycker att undervisningen i geometri bjuder in till arbetssätt där eleverna själva får utforska och jämföra för att få abstraktheten mer konkret för dem. Detta arbetssätt gör att det blir roliga och lärorika diskussioner i klassrummet, vilket gör att det blir mer roligt att undervisa i ämnet.

5.2 Resultat – fem olika kategorier

Från sammanställningen och bearbetning av intervjureresultatet utkristalliserade sig nedanstående områden som viktiga rörande geometriundervisningen. Vi har valt att sammanfatta och analysera intervjureresultatet under varje kategori.

5.2.1 Verklighetsanknuten undervisning med fokus på elevernas intressen, erfarenheter och behov

Geometrin uppfattas till stor del som abstrakt och svåröverskådlig i teorin och därför upplever lärarna att det är nödvändigt att eleverna själva får arbeta på ett sådant sätt i undervisningen att de ser kopplingen mellan geometrin i teorin och i verkligheten. I lärarnas intervjusvar finns uppfattningen att en geometriundervisning som till stor del utgår från elevernas intressen, behov och erfarenheter samt verklighet är positiv för elevernas lärande.

Sofia anser att det är bra att utgå ifrån något eleverna uppvisar ett intresse för. Om det är några elever som är intresserade av fotboll så kan de få en geometriuppgift som går ut på att de ska mäta omkretsen av skolgårdens fotbollsplan. Finns det elever som är intresserade av hästar så kan

de få gå till ett närliggande stall och beräkna vilken area spiltorna har. När eleverna har något i sin egen vardag och verklighet att relatera geometrin till är det lättare för dem att ta till sig geometrin och dess användning.

Caroline uppfattar att alla elever lär på olika sätt. Hon uttryckte sig så här i intervjun:

... [V]issa lär sig bättre genom att ta på saker och konstruera och... medan andra kanske har kommit så pass långt att de kan lära sig utan det. Det är så olika! Det är svårt att säga exakt så... (Caroline 081117).

Detta visar att det är viktigt att som lärare utgå från den nivå eleverna ligger på för att de ska kunna få ut så mycket som möjligt av undervisningen och att man låter eleverna ta del av olika material och metoder för att lära sig. Geometriundervisningen måste läggas upp på ett sätt att den är anpassad efter vilka behov eleverna har och att den bygger på de erfarenheter eleverna har, dels i geometrin men också generellt.

Om eleverna förstår vad de själva kan använda geometri till i sin vardag är det ofta lättare och mer motiverande för dem att lära sig geometri. Malin tog upp exemplet att det inom vissa yrkesgrupper, såsom snickare, målare och tapetserare är en förutsättning att ha kunskaper i geometri för att kunna utföra sitt yrke och förstår eleverna det här så ger det dem ett motiv och förhoppningsvis även motivation att vilja lära sig mer inom geometri. Eleverna förstår den praktiska nyttan av att ha kunskaper i geometri. Caroline ser även hon det betydelsefulla i att verklighetsanknyta geometrin och säger sig ofta låta eleverna arbeta på ett sätt där denna anknytning sker.

Vi har byggt hus. Med geometriska former och räknat lite och så på det. Det var lyckat! ... Det var riktiga hus, som i verkligheten (Caroline 081117).

Problemlösningsuppgifter, som tidigare nämnts i teorin, kan enligt en uppfattning användas som ett verktyg för att åskådliggöra kopplingen mellan geometri och verkligheten för eleverna. Detta kan enligt lärarnas mening vara ett väldigt givande sätt för eleverna att skapa sig en förståelse av geometrins plats och funktion i världen och att de själva kan använda geometrin i sin egen vardag. Birgitta går gärna ut med sina yngre elever för att titta på geometriska former som finns i verkligheten. Hon menar att eleverna blir mer ”mottagliga” då, de ser kopplingen mellan geometri och verkligheten och att deras intresse för geometri ökar.

Att man försöker få in vardagen... att man kan se och titta i klassrummet t.ex. och hitta massor av former. Just för att de [eleverna] inte bara tror att det finns i böcker, utan att de finns ju faktiskt överallt (Birgitta 081117).

Att utgå från verkligheten och elevernas intressen är en bra grund för att få eleverna intresserade av geometri och detta bör man som lärare ha i åtanke när man undervisar. En uppfattning bland våra lärare är att diskussioner i klassen kan utnyttjas för att fånga upp elevernas tankar och idéer. Att kunna göra detta spontant och sedan på något sätt bygga vidare eller utveckla ses som ett positivt moment för elevernas lärande.

... [J]ag menar när vi börjar med någonting i boken så väcker ju det diskussioner i barngruppen, eller ja i klassen. Då finns det ofta många grejer att nappa på. Jag vet någon gång då vi gjorde längder, då

hamnade vi hos skolsyster till slut för att se hur långa vi var och... så det bygger väldigt mycket på vad som kommer upp... (Malin 081118).

Eftersom geometrin uppfattas som ett relativt abstrakt och svårt ämne för många elever är det för lärarna viktigt att ha eleverna och deras olika behov i åtanke vid upplägg och genomförande av geometriundervisningen. Geometri finns överallt och inte bara i skolan men det är något som läraren måste visa sina elever och få dem att förstå. Om eleverna genom olika arbetsätt och metoder får bekanta sig med geometrin och hur den kan relateras till den praktiska nyttan i vardagen får eleverna i allmänhet en bra förutsättning för att utveckla sina kunskaper i matematik och i synnerhet i geometri.

5.2.2 Lustfyllt lärande och variationsrik undervisning

Att använda olika infallsvinklar i geometriundervisningen för elevernas lärande och som ett sätt att få in variation ger flera lärare uttryck för och det är, enligt Caroline, ett bra sätt för att nå alla eleverna. Enligt hennes uppfattning är variation av olika slag i undervisningen nödvändigt för att alla elever ska få förutsättningar att förstå den abstrakta geometrin. För Caroline är det viktigt att eleverna får komma i kontakt med geometrin på flera plan och att man som lärare kan förklara på flera olika sätt och visa att det finns flera sätt att bemöta ett ”problem” eller en uppgift. Enligt den här uppfattningen behöver elever i geometriundervisningen få ta del av olika infallsvinklar och verktyg för att kunna angripa geometrin och förstå den. Om en elev inte förstår utifrån ett visst perspektiv är det bra om eleven har förmågan och vetskapen att han eller hon kan få en förståelse utifrån ett annat perspektiv. Det finns inte bara en väg till målet.

Att man som lärare försöker få in så mycket variation vad gäller arbetsätt, metoder, läromedel som möjligt i geometriundervisningen uppfattas som ett led för att eleverna skall få en positiv attityd till ämnet med följden att eleverna lättare tar till sig kunskap. En uppfattning är att det är viktigt att eleverna får en omväxling mellan att arbeta i läroboken och att arbeta med t.ex. laborativt material såsom geobräden och pentamino eller datorer och spel. Dels för att alla elever är olika och lär sig på olika sätt men även för att eleverna ska uppleva undervisningen som rolig och givande. Detta uttrycker Birgitta på följande sätt i intervjun:

... [J]ag tror på en mix. Att man blandar så det inte blir enformigt. Blandar för att barnen lär sig olika. Spel, dator, bok och allting sådär va. Alla tycker vi olika, en del tycker att det är skönt att bara ha boken och en del tycker inte det är så roligt utan de behöver annat, så en mix av allting är bra. Konsten är väl att hitta vad varje barn vill ha och behöver. Det är det som är det svåra! (Birgitta 081117)

Variation kan också, enligt en uppfattning bland lärarna, fås in genom att ibland ha undervisningen utomhus. Att ge eleverna uppgifter som de kan arbeta med i olika miljöer såsom på skolgården eller i närområdet ses som ett sätt att variera undervisningen samtidigt som det för många elever upplevs som lustfyllt och lärorikt. Kerstin tar upp att hon i den tidiga geometriundervisningen med yngre elever ser det som givande för eleverna att de får skapa geometriska figurer dels inomhus men även utomhus. Det kan då vara att eleverna får leta efter pinnar och sedan använda dem för att konstruera olika geometriska figurer. Om undervisningssätten varieras får eleverna en mångfald av olika verktyg för att ta till sig kunskapen. Vidare ser Eva geometriundervisningen som ett lämpligt område där kreativiteten och fantasin kan få flöda och ser också som ett mål i sin egen undervisning att eleverna ska utveckla sin fantasi. Även Birgitta menar att det är viktigt att elevernas möte med geometrin blir positiv.

Hon nämner också vikten av att man som lärare måste försöka lägga undervisningen på en lagom svår nivå så att eleverna inte upplever geometrin som allt för svår och obegriplig. Hennes uppfattning är att om eleverna från början får en positiv bild av geometrin blir de mer motiverade att lära sig och på så vis har de bättre förutsättningar för att få ökade kunskaper i geometri.

... [D]et ska vara kul. Vad dom än gör så ska det vara roligt, för att tycker dom inte att det är kul då blir dom inte motiverade och då blir det bara tråkigt, tråkigt, tråkigt... (Kerstin 081114).

För att eleverna ska bibehålla sin motivation och lust att lära har flertalet lärare uppfattningen om att eleverna hela tiden måste utmanas på olika sätt. Det kan vara att de får hjälpa varandra att förstå olika uppgifter, arbeta med problemlösning eller att de får uppgifter att jobba med som ligger på en något högre kunskapsnivå än vad de har. Lärarnas uppfattning är att om eleverna får olika typer av utmaningar i geometriundervisningen upplever de den oftast som mer intressant och rolig. Det i sin tur bidrar till att elevernas lärande förstärks. Det finns också en tydlig uppfattning om att elevernas lärande i geometri gynnas av att undervisningen innehåller en variation och växling mellan teoretiska och mer praktiska moment.

Geometri är ju mycket det, tycker jag, det här att man ska varva teori och praktik. Geometri utan praktik är ju värdelöst (Eva 081119).

Många av lärarna ser geometrin som ett svårt och abstrakt moment i matematiken vilket föranleder att eleverna behöver få komma i kontakt med geometrin på olika sätt för att få en förståelse för den. Läroboken innehåller enligt vissa till större delen mer teoretisk och abstrakt geometri som upplevs som svårt av elever. Därmed ses andra arbetssätt som viktiga komplement för att eleverna ska få en givande geometriundervisning och ökade kunskaper.

... [J]obbar man med geometri så måste man alltid göra mer än vad som finns i boken (Malin 081118).

Men åsikterna angående hur användbar läroboken är i geometriundervisningen går isär bland lärarna. Sofia upplever läroboken i matematik som fullt tillräcklig för att uppfylla elevernas kunskapsbehov i geometri. Hon vill att eleverna ska få en tydlig klarhet i att det är geometri de arbetar med och för henne ger läroboken det. Därmed låter hon läroboken i hög grad styra hennes undervisning. Hon uppfattar att andra laborativa arbetssätt ofta blir lite utsvävande och flummiga, där eleverna inte riktigt kan relatera till ämnet. Denna uppfattning uttrycker inte någon av de andra lärarna utan flera av dem upplever att läroboken är utgångspunkten men i behov av komplettering med andra arbetssätt och material, för att tillgodose elevernas behov. Trots att läroboken är utgångspunkt för undervisningen, hos dessa lärare, ser de inte den som styrande.

För Eva och Malin är diskussioner, genomgångar och samtal i geometriundervisningen inte bara ett sätt att komplettera läroboken utan också ett sätt att variera undervisningen. De menar att eleverna lär sig betydligt mer samt får en fördjupad förståelse av geometrin och dess abstrakthet om det i undervisningen finns en variation mellan olika arbetssätt och tydliga inslag av kommunikation. För dessa lärare är genomgångar och diskussioner en väsentlig del i undervisningen och de säger sig inkludera dessa moment i så gott som alla sina matematiklektioner. Att som lärare berätta eller förklara något inom geometri för eleverna och att låta dem berätta och förklara i diskussioner ger eleverna en bredare grund och förståelse att bygga vidare på och den fortsatta kunskapsinhämtningen främjas.

5.2.3 Konkret och laborativ undervisning

I studien finns många tankar och åsikter om konkret undervisning och undervisning med inslag av laborativt material. Det går att urskilja en uppfattning som säger att elever lättare lär sig geometri samt får en djupare förståelse om de får en undervisning som är konkret och laborativ.

Det laborativa arbetssättet är enligt Kerstin uppfattning positivt då man som lärare "... ser mer hur dom [eleverna] tänker när dom jobbar laborativt" (Kerstin 081114) och då är det också lättare att ha koll på om eleverna förstår det som undervisningen berör. Det som kan utläsas av det här är att det laborativa arbetssättet visar vad eleverna behärskar och hur de tänker. Här är det inte bara ett slutligt resultat som räknas utan själva processen, tankearbetet, utgör en viktig del. Om läraren kan se och därmed få en uppfattning om hur eleverna tänker kan de lättare anpassa undervisningen i geometri utefter elevernas behov. Eleverna får då en tillfredsställande undervisning med utmaningar på "rätt" nivå.

Eva uppfattar det praktiska laborerandet och experimenterande som det viktigaste för elevernas lärande av geometri. Hon anser att eleverna får en mycket bättre förståelse för geometrin om de får använda sina olika sinnen och verkligen uppleva vad geometri är.

Vi brukar ha en skokartong... det är vårt klassrum. Och vilken form har skokartongen och då sitter dom där med skokartonger som dom tagit med sig hemifrån. Vi tillverkar små möbler, former, allt är ju tredimensionellt (Eva 081119).

Kerstin har uppfattningen att det är viktigt att låta elever komma i kontakt med den abstrakta geometrin både tvådimensionellt och tredimensionellt för att få en djupare förståelse. Hon nämner en mängd olika material som eleverna kan arbeta med på olika sätt. T.ex. att konstruera geometriska figurer i lera eller deg, bygga torn med klossar utifrån ritningar eller att bilda figurer med hjälp av gummiband och en spikplatta. Hennes egen åsikt är att geometrin är ett område i matematiken där det blir mycket laborativt arbete men menar samtidigt att det är lättare att använda det här arbetssättet med yngre elever och det är mer inlärningsfrämjande.

Skulle väl önska att kunna jobba ännu mer laborativt än vad jag gör men det är lättare med små barn. Jag tycker att det är svårt när barnen blir äldre för då är det liksom näst intill antal sidor i en bok som är viktigt för dom. Och så vill dom bli färdiga då med sitt arbetsschema (Kerstin 081114).

Malin menar att yngre elever har ett större behov av den konkreta och laborativa delen än äldre elever eftersom de måste få grunderna i geometrin ordentligt, vilket de äldre redan har fått. Detta visar på att Malin uppfattar att om geometrin konkretiseras med laborativa material är det lättare för de yngre eleverna att få en förståelse och en kunskapsbas i geometri. Detta är nödvändigt för att eleverna senare ska kunna vidga sina geometrikunskaper. Förstår de inte grunderna kan de inte heller komma vidare.

Fastän flera lärare uppfattar en undervisning med mycket laborativt arbete som givande för elevernas lärande i geometri uttrycker de också en svårighet i att kunna genomföra det i praktiken. En upplevelse hos lärarna är att de saknar tillräckliga kunskaper och tid för att kunna bedriva en undervisning med mer laborativa inslag.

Just det här när de får sitta och pilla och skapa är det klart att det blir väldigt konkret... Det är jättesvårt att se den bara på en bild liksom. Det blir väldigt, väldigt konkret så visst känner man att man skulle verkligen vilja jobba så hela tiden för det blir ju verkligen konkret och de lär sig supermycket (Johanna 081117).

För Caroline är det viktigt att variera mellan olika arbetssätt i undervisningen av geometri och hon anser att eleverna bör arbeta med konkret material för att få en djupare förståelse och kunskap i ämnet.

... [J]ag har ofta gjort stationer t.ex... en halvdag då man [eleverna] håller på med konkret material på olika stationer.[.] Sedan kan man ha, om man har genomgångar på någonting, ha en konkret del och sedan räkna i boken (Caroline 081117).

Caroline menar att elever lär sig genom att först få komma i kontakt med en uppgift eller ett problem där de får använda sig av laborativt material för att sedan sitta med sina läroböcker. Detta kan ses som att det är en fördel att låta elever först få arbeta med laborativt material och att då i verkligheten få se hur det ser ut. I den här situationen kan eleverna bilda sig en uppfattning och skapa en mental bild av det aktuella momentet. När de sedan får sätta sig med sina läroböcker har de med sig den här förförståelsen och kan därmed lättare ta sig an de mer abstrakta uppgifter som finns i boken. Läroboken och arbete i den kan hjälpa eleverna att befästa sina kunskaper.

5.2.4 Arbeta i grupp

Många av de uppfattningar som kommer fram under intervjuerna berör elevers samarbete och arbete i grupper. En uppfattning handlar om att kommunikation är väsentligt för att eleverna ska få en djupare förståelse för geometri. När eleverna får arbeta två och två eller i lite större grupper är kommunikationen dem emellan en förutsättning för att de ska kunna samarbeta. Eleverna blir i detta sammanhang tvungna att sätta ord på sina egna tankar samtidigt som de får ta del av vad de andra tänker, vilket är positivt för deras lärande i geometri. På det här sättet kan eleverna få stöd och hjälp av varandra och de lär sig mer samt får en vidare förståelse än om de skulle ha arbetat enskilt.

Flera lärare uppfattar arbete i grupper där eleverna får hjälpa och förklara för varandra i geometri som en positiv aspekt för deras lärande, och menar att eleverna ofta är bättre på att förklara för varandra än vad lärarna är. Eleverna har i många fall lättare för att sätta sig in i hur kamraternas tankar och kan på så vis förklara på ett bra sätt.

Förr hade jag mycket enskilt. Men nu faktiskt jobbar de mycket två och två eller så i grupper för att... det blir mycket bättre faktiskt --- då de ofta kan förklara bättre än vad jag kan (Birgitta 081117).

Birgitta har uppfattningen att elever lär sig geometri genom att samarbeta och hon ser det som givande att låta ”duktiga” elever sitta tillsammans med de elever som behöver lite hjälp. På detta sätt får de ”duktiga” eleverna en utmaning i att kunna hjälpa och förklara och de elever som blir hjälpta får ett bra stöd i undervisningen. Denna uppfattning delar även Eva. Hon berättar att hon kan låta elever hjälpa klasskamrater som inte har förstått. De kan då få gå utanför klassrummet för att diskutera och eventuellt göra någon praktisk uppgift tillsammans. Sofia delar denna uppfattning till viss del. Hon tycker det är viktigt att låta eleverna samarbeta emellanåt för att de

ska få ett utbyte av varandras kunskaper. Hon ser då samarbete om två som tillräckligt vid de tillfällena, inte större grupper, eftersom det kan bli rörigt och lärandet kan då i stället kan bli hämmat.

I början så kände jag att, åh dom måste få sitta i grupper och det är så viktigt med det här utbytet och få lära av varandra och så, men alltså för barn i den här åldern så är det en liten grupp när man sitter två också... Och är det en större grupp så är det oftast svårt... det blir så mycket annat i fokus. Vem som ska bestämma och det blir något helt annat (Sofia 081114).

En metod som Eva förordar och uppfattar som väldigt givande för elevernas lärande i geometri är när de "... själva får bli lärare för varandra och förklara" (Eva 081119). Det kan vara att hon delar in klassen i mindre grupper där eleverna tillsammans får lösa olika problemuppgifter och sedan får grupperna redovisa sina resultat för varandra. Eva menar att man i det ögonblicket kan se "... oj! Nu förstod dom, det var först nu dom förstod. När dom själva fick berätta och visa sina kamrater" (Eva 081119).

Uppfattningen är följaktligen att förståelsen och kunskaperna i geometri inhämtas när eleverna får samspeka och kommunicera med varandra i grupper. Geometrin uppfattas som ett område där grupparbete lämpar sig väl. Det är viktigt att låta eleverna förklara hur de tänker och hjälpa varandra för att tillsammans komma fram till olika lösningar. "Ibland kan ju de [eleverna] förklara bättre än jag själv kan, för en kompis" (Caroline 081117). Genom att ge eleverna möjligheter att få ge uttryck för sina tankegångar i geometri får de förutsättningar till att få en förståelse för den. Denna uppfattning kommer även till uttryck hos andra lärare.

Eftersom geometri uppfattas av alla lärarna som väldigt abstrakt och som en stor svårighet för många elever att förstå ses samarbete dem emellan som givande. Caroline uttryckte sig så här i intervjun:

... [A]tt jobba i par, att de sitter och pratar matematik och hjälper varandra är väldigt bra (Caroline 081117).

Precis som Caroline uppfattar Malin arbete i grupper som ett positivt arbetssätt för elevernas lärande i geometri för att de kan lösa saker tillsammans.

Johanna har även uppfattningen om att låta elever arbeta i grupper som ett positivt arbetssätt för att lära sig geometri. Hon tycker det är roligt och intressant "... att höra dom [eleverna], och höra hur de tänker" (Johanna 081117). Vidare också se hur de tillsammans kan "... prata sig fram till en lösning" (Johanna 081117). Johanna uppfattar tillfällena då eleverna får arbeta i grupper som inlärningsfrämjande och hon upplever även att eleverna tycks uppskatta detta arbetssätt. Problemlösning är ett moment hon upplever som bra ur flera aspekter för eleverna. När de får sitta tillsammans och resonera fram och tillbaka i en uppgift för att lösa ett problem går de igenom en process där de får använda sina tidigare kunskaper och erfarenheter för att sedan försöka förmedla dessa till varandra så att de tillsammans kan komma fram till en lösning. Det är i det här fallet enligt lärarnas mening inte ett korrekt resultat som är det viktigaste utan att eleverna får vara med om en process med mycket kommunikation kring geometrin. Den här typen av gruppuppgifter ses som en givande utmaning för många elever samtidigt som det är ett sätt att bibehålla elevernas lust att lära. Om de problemlösningssuppgifter som eleverna får anknyter till vardagen blir den här typen av uppgift än mer inlärningsfrämjande för eleverna.

Ur detta kan sammanfattas att problemlösning i grupper ger elever en utmaning genom att de måste sätta ord på sina kunskaper och förmedla dem till övriga elever i gruppen samtidigt som de ska ta till sig och försöka förstå vad de andra eleverna delar med sig av. Att eleverna får lösa problem som på något sätt berör och har en anknytning till deras egen vardag eller erfarenhet ökar med sannolikhet deras motivation att lösa uppgiften. Under hela den här problemlösningssprocessen vidgar eleverna sina geometrikunskaper och på så vis är en undervisning där eleverna får samarbeta inlärningsfrämjande för elever.

5.2.5 Arbeta individuellt

Sofia ger uttryck för uppfattningen att elever lär sig bäst i geometri genom att till stor del arbeta individuellt och att på egen hand söka kunskap. Hon säger under intervjun att hon "... tror på att söka själv, kunskap" (Sofia 081114). Hon har även uppfattningen att det kan vara väldigt jobbigt för eleverna att försöka komma på svaren själva men att det är viktigt för deras tänkande och inläring. Sofia ger på så sätt eleverna ett eget ansvar för sitt eget lärande. Lärarrollen är i bakgrunden för att lyfta fram elevernas självständiga process.

En annan uppfattning som Malin formulerar är att individuellt arbete är centralt för att bygga upp en egen förståelse innan eleverna t.ex. får arbeta i grupper. Malin uttryckte sig så här i intervjun:

[D]els vill jag att de jobbar självständigt med att få, ta bara linjalen t.ex. att man inte jobbar ihop hela tiden så att det kanske bara är en i gruppen som förstår att mäta utan alla ska förstå att mäta innan de sätter sig i gruppen. Så därför börjar jag ofta enskilt... sedan kan man gå in i grupper på olika sätt men då vill jag att alla ska ha en förståelse så att man inte hamnar i skymundan utan alla ska ha chansen sedan i gruppen (Malin 081118).

Det enskilda arbetet uppfattas som viktigt och nödvändigt för att eleverna ska få tid att själva reflektera och fundera över geometrin och det aktuella momentet. Eleverna behöver tid för sig själva för att kunna hitta sina egna tankegångar och få en förståelse. Johanna och Eva uttrycker sig så här i intervjun:

... [D]om [eleverna] får strategier för hur dom själva tänker (Johanna 081117). [J]ag tycker att man behöver eget tänkande, eget lugn och ro, att tro på sig själv (Eva 081119).

5.3 Sammanfattning

I geometriundervisningen i tidiga åldrar behövs en mycket variationsrik inlärningsprocess där flera infallsvinklar till förståelse är grundläggande. Det har visat sig viktigt att skapa en positiv atmosfär kring lärandet och som med fördel inledningsvis kan baseras på elevernas egna intressen och erfarenheter men bör vara starkt verklighetsanknuten. Vidare är det viktigt att i läroklimatet också utmaningar, lust och motivation för eleverna uppmärksammas. Laborativt arbete, samtal, problemlösning i grupp är gynnsamt för utvecklingen kring geometriinläring och lämpar sig på grund av ämnets natur väl. Detta som ett komplement till läroboken, i mer eller mindre utsträckning.

6 Diskussion

Detta avsnitt inleder vi med en diskussion kring resultatet. Därefter följer diskussioner kring studiens syfte, begränsningar och tillförlitlighet. Till sist för vi fram vår slutsats och vilken framtida forskning som kan göras utifrån vår studie.

6.1 Resultatdiskussion

Vi kan konstatera att alla lärarna i vår studie anser att en verklighetsanknuten undervisning med fokus på elevernas intressen, erfarenheter och behov är viktigt för elevernas lärande i geometri och deras förståelse för dess användning i vardagen. Det här går väl ihop med den litteraturgenomgång vi har kring området i vårt arbete.

Birgitta säger t.ex. att hon försöker få in vardagen i sin undervisning genom att låta eleverna leta efter geometriska former i rummet. På så vis får de förståelsen att geometri inte är något som bara finns i böcker. I boken *Matematik- ett kommunikationsämne* (2005a) står det just om det betydelsefulla i att koppla samman elevernas vardagserfarenheter med skolans geometri för att göra eleverna medvetna om att geometrin finns överallt (NCM 2005a, s.166).

Resultatet visar att lärarna anser att de måste utgå från de behov och kunskapsnivå eleverna har för att deras lärande ska bli så ultimatum som möjligt. Detta håller vi med om och vi tror att anpassas inte undervisningen efter elevernas förutsättningar kan de inte utveckla några vidare kunskaper eftersom det då blir för svårt för dem. Detta resonemang stärks av Van Hieles nivåer i geometri (Emanuelsson m.fl. 1992, s.29-30). Enligt Van Hiele är det viktigt att lärarna i sin geometriundervisning utgår ifrån vilka nivåer eleverna befinner sig i. Bemöter man eleverna på en högre nivå än vad de befinner sig i kan de inte tillgodogöra sig den kunskapen (ibid).

En annan synpunkt som uppkom i intervjuerna var det betydelsefulla i att ge eleverna utmaningar som driver dem framåt. Genom att eleverna utmanas med uppgifter som de behöver lägga ner mer tid och tanke på att lösa upplever de flesta undervisningen som mer givande och rolig. Det räcker inte med enkla och enformiga uppgifter för att eleverna ska utveckla kunskaper i geometri. Utmaningar som drivkrafter, tror även vi, är viktiga för elevernas lärande och motivation. Vi anser att det krävs en variation av utmanande uppgifter, men även arbetssätt, för att eleverna ska tycka att matematik är roligt och stimuleras att vilja lära sig mer. Detta resonemang stärks av vad Matematikdelegationen (2004:97) tar upp att elever som får känna att de lyckas med något de först upplevt som svårt och motståndskraftigt kommer ur situationen med glädje och bättre självkänsla samt en ökad positivitet gentemot matematiken (SOU 2004:97, s.88). Även Skolverket (2003) tar upp i sin rapport *Lusten att lära* att eleverna blir starkt motiverade om de får ta sig an utmanande uppgifter eftersom känslan av att lyckas lösa och förstå en uppgift som har varit svår stimulerar deras lust att lära vidare (Skolverket 2003, s.26).

En uppfattning hos några av våra intervjuade lärare var att problemlösning är ett arbetssätt som på ett tydligt sätt kan visa hur geometri kan användas i verkligheten. Detta arbetssätt framhävs också i *Matematik- ett kommunikationsämne* (2005a) där det menas att problemlösning kan vara ett instrument som hjälper eleverna att komma underfund med vilken funktion geometrin kan fylla utanför skolans värld, samtidigt som eleverna får utveckla sitt eget sätt att tänka (NCM

2005a, s.70). Vi tror också att problemlösning, och dess koppling mellan geometrins abstrakthet och verkligheten, är en metod som är positiv för elevernas lärande vidare anser vi också att det är av stor betydelse att man som lärare utgår från elevers intressen och anpassar sin geometriundervisning efter det. Denna åsikt kommer även upp i våra intervjuer och lyfts där fram som en viktig förutsättning. En av lärarna menar att hon försöker ta vara på de tankar och idéer som eleverna lyfter fram under lektioner och sedan ger hon dem uppgifter som relaterar intresset med något moment i geometri. Hennes tanke med detta arbetssätt är att på ett naturligt sätt få eleverna att se hur geometri kan anknytas till deras egen vardag och verklighet och samtidigt få en positiv upplevelse av geometriundervisning. Den här lärarens och vårt resonemang stämmer väl överrens med vad som lyfts fram i *Matematik- ett kommunikationsämne* (2005a) om att ta tillvara på möjligheter till att diskutera geometri och dess användning, i spontana uppkomna situationer, med eleverna (NCM 2005a, s.14). Vidare stärks detta av vad som står i Kursplanen för matematik där kunskaper som eleverna, i slutet på skolår 5, ska uppnå är bl.a. att de ska kunna lösa konkreta problem i deras omgivning. I geometri ska problemlösningar utgå från målen att "... kunna känna igen och beskriva några viktiga egenskaper hos geometriska figurer och mönster" (Skolverket 2000) samt att bl.a. "kunna jämföra, uppskatta och mäta längder, areor, volymer..." (ibid).

Uppfattningen att elever lär sig geometri om undervisningen är varierad och eleverna uppfattar den som lustfylld är tydligt framträdande i studien. Detta motiveras av Lpo94:s strävansmål, där det står att undervisningen ska vara variationsrik för att eleverna ska utveckla lust och förståelse för ämnet (Skolverket 2006). Flera av lärarna uttrycker bl.a. vikten av att få undervisningen så rolig och intressant som möjligt för att främja elevernas lärande och motivation. Matematikdelegationen (2004:97) tar upp att en varierad och kreativ undervisning stimulerar elevernas intresse till att lära sig matematik (SOU 2004:97, s.15). Vi håller med lärarna och Matematikdelegationen, för är eleverna positiva till geometrin och undervisningen får de också bättre förutsättningar för att tillägna sig kunskaper och att följa med i undervisningen. Dessa resonemang stärks vidare av vad som står i Kursplanen för matematik att undervisningen ska bygga upp en lust och ett intresse för att ge dem bästa förutsättningarna till förståelse av matematiken. Detta i sin tur ger upplevelser av glädje (Skolverket 2000).

Hedrén m.fl. (1988) belyser det väsentliga i att eleverna skall få använda alla sina sinnen eftersom det är då lärandet lättast sker (Hedrén m.fl 1988, s.23). Detta framgår även i vår studie där det finns uppfattningar om att praktiskt laborerande och experimenterande är bland det allra viktigaste för att eleverna skall lära sig geometri på ett djupare plan. Löwing (2004) tar upp detta och för henne är konkretisering av undervisningen en metod för att eleverna skall få en förståelse för de abstrakta matematiska begrepp som finns (Löwing 2004, s.263). Uppfattningen om att eleverna behöver använda sina olika sinnen för att verkligen uppleva vad geometri är har uttryckts hos några lärare. Den här uppfattningen delar även vi eftersom vi vill att alla elever skall få en bra förutsättning för att kunna lyckas i undervisningen och alla elever lär sig på olika sätt. Vissa tar till sig kunskap lättast genom att se, andra genom att få lyssna och vissa lär sig bäst om de får använda sina händer etc. I *Matematik- ett kommunikationsämne* (2005a) stärks detta av att eleverna måste bl.a. få möta geometrin från olika infallsvinklar för att de skall få insikt och förstå relationer i ämnet. Att få arbeta med konkreta modeller, ta del av diagram och rita teckningar m.m. är viktiga inslag i undervisningen för att eleverna skall kunna förstå och vidga sina kunskaper (NCM 2005a, s.15).

Resultatet visar att läroboken utgör en mer eller mindre stor del av lärarnas matematikundervisning. Den dominerande uppfattningen är att läroboken är utgångspunkten i geometriundervisningen men att den är tvungen att kompletteras med andra arbetssätt för att tillgodose alla elevernas behov. Läroboken uppfattas dock inte som ett styrande moment utan mer som ett stöd. Detta motsägs av vad Skolverket (2003) har fått fram i sin rapport *Lusten att lära*, där många lärare uppfattar att läroboken styr deras undervisning (Skolverket 2003, s.39). Löwing (2004) tar också upp ämnet och i hennes undersökning framgår det att de flesta lärarna styrdes av läroboken. Precis som lärarna i vår studie anser vi att läroboken ska användas som ett stödjande moment till andra arbetssätt för att få en variation. Om undervisningen styrs för mycket av läroboken tror vi att eleverna får otillräckliga kunskaper för användning och förståelse av geometri i vardagen. Detta resonemang stärks av Ahlberg (1995) och Malmer (1993) som menar att undervisningen i matematik främst måste vara kopplad till verkligheten, och inte läroboken, för att eleverna ska få en förståelse av hur matematik kan användas utanför skolans värld (Ahlberg 1995, s.11 ; Malmer 1993, s.46).

Fortsättningsvis visar vår studie att grupparbete är arbetssätt som de flesta lärare ser som positivt för elevernas lärande i geometri. Den gemensamma uppfattningen hos lärarna är att få eleverna arbeta i grupper får de möjligheter att sätta ord på sina tankar och kunskaper. De kommunicerar sig fram till olika lösningar och hjälper varandra till en förståelse. Dessa uppfattningar stärks av Gran (1998) som menar att om eleverna ges tillfällen att kommunicera med varandra i grupper utvecklar de en förståelse för sina egna tankar. De får sätta ord på sina egna resonemang och även höra andras och på så sätt utveckla sina tankar och sin förståelse för ett matematiskt problem (Gran 1998, s.20). Malmer (1993) och Löwing (2006) tar även upp detta som fördelar med att arbeta i grupper för att få tillfällen att kommunicera matematik och hjälpa varandra (Malmer 1993, s.98 ; Löwing 2006, s.94). Vi anser att lärarnas och författarnas uppfattningar gällande grupparbete speglar det vi ser som viktigt för elevernas lärande. Vidare anser vi att på detta sätt kan eleverna tillföra sina olika kunskaper och erfarenheter till gruppen för alla att ta del av. Detta resonemang stärks av det Malmer (1993) framhåller att genom att låta eleverna arbeta i grupper tas det vara på den kompetens som finns hos eleverna (Malmer 1993, s.98). Detta är en aspekt som även Löwing (2006) stärker genom att belysa att gruppsammansättningen måste väljas med omsorg för att utbytet av kunskaper och erfarenheter ska bli så mångsidigt som möjligt för att varje elev ska utvecklas (Löwing 2006, s.194-195).

Negativa aspekter med att arbeta i grupp framkom också. En lärare uttryckte uppfattning att det många gånger kunde vara missgynnsamt att låta eleverna arbeta i grupper. Eleverna kommer ofta in på andra saker än ämnet i fråga och nivån blir rörigt utan kunskapsinhämtning. Vi anser att trots att det kan bli stökigt och oroligt emellanåt så bör grupparbeten genomföras ofta. Detta är ett arbetssätt att föredra p.g.a. att eleverna får tänka fritt, dela med sig av kunskaper, lära sig arbeta tillsammans samt att lära sig presentera resultatet inför övriga klassen.

Slutligen visar studien att några av lärarna uppfattar individuellt arbete för elevernas lärande av geometri som ett centralt moment. Eleverna måste kunna ta eget ansvar och på egen hand utforska för att utveckla ett självständigt lärande. Detta stärks av vad som står i Lpo94 där ett av kunskapsmålen är att varje elev ska lära sig att arbeta självständigt (Skolverket 2006). Flera av lärarna upplever ett individuellt arbetssätt som positivt ur bemärkelsen att eleverna behöver egen tid för att kunna utveckla sitt tänkande och även skapa sig en förståelse för det aktuella momentet.

6.2 Syftet

Vårt syfte var att undersöka hur en grupp lärare på samma skola uppfattar geometriundervisning och vilken vikt de fäster på olika aspekter gällande kunskapsinhämtning för elever i de tidigare skolåren. Av att ha intervjuat sju lärare och ha fått en variation av uppfattningar hos dem gällande hur de ska undervisa för att elever ska lära sig geometri och vilka arbetsätt och arbetsformer de framhåller som viktiga för elevers lärande har vi kunnat besvara våra frågeställningar. Vi anser därmed att vi har uppnått vårt syfte.

6.3 Studiens begränsningar

Vår studie grundar sig på de intervjuer som vi gjorde med sju lärare. Alla intervjuer genomfördes i kontrollerade former på liknande sätt vilket förstärker reliabiliteten. En begränsning kan dock ses i att vi intervjuade relativt få personer, från samma skola. Vi tror att om vi hade intervjuat fler lärare och från olika skolor hade vi haft större möjligheter att få fram ännu fler kategorier av uppfattningar. Detta hade förstärkt generaliserbarheten i vår studie. Observationer hade kunnat stärka reliabiliteten eftersom det hade visat vad lärarna faktiskt gör i praktiken. Men eftersom vårt syfte var att enbart undersöka lärares uppfattningar var inte observationer aktuellt. Genom enkäter hade vi inte kunnat ställa kompletterande följdfrågor på samma sätt som i intervjuer och därför var inte detta heller aktuellt.

I vår studie var intervjuer den mest lämpade metoden, av vad som nämnts ovan, men vi kan se en begränsning i frågornas utformning. Så här i efterhand känner vi att vi gärna hade velat komplettera våra intervjuer med fler frågor för att få fram en ännu djupare bild av lärarnas uppfattningar kring geometriundervisningen och elevers lärande av den. Vi anser dock att detta inte var möjligt inom den tidsramen som vi har till förfogande för att skriva examensarbetet. Vidare finns det en felkälla i att lärarna tolkade våra frågor på olika sätt och därmed svarade utifrån lite olika perspektiv. Ett sätt att undvika det här hade kunnat vara att formulera frågorna annorlunda så de blivit mer lättolkade samt att låta lärarna läsa igenom transkriberingen av deras intervju och komplettera eller eventuellt redigera sådant som blivit fel.

6.4 Slutsats

Släck inte elevers motivation och lust genom att enbart låta dem sitta enskilt och beta av tal efter tal i läroboken. Det spelar ingen roll om de så gjort tusen tal, har de inte förståelse för vad de gör kan de aldrig utvecklas vidare och tycker då matematik är tråkigt. Utifrån vad vi har kommit fram till under denna studie, dels av lärarnas uppfattningar men också från litteratur, är att elever lär sig geometri bäst om undervisningen bedrivs på ett variationsrikt sätt. Olika infallsvinklar som med fördel bör uppmärksammas är att göra undervisningen problemlösningsorienterad med hög grad av verklighetsinslag och laborativt arbete. Detta gärna i grupp då tankar, resonemang och erfarenheter delas inom gruppen. Men framförallt måste undervisningen vara lustfylld för att skapa motivation hos eleverna.

Vi anser att lärarna bör få mer matematikdidaktiska kunskaper för att kunna bedriva en mer givande undervisning och ge utrymme för laborativa arbetsätt och visa på kopplingar som finns mellan geometri och vardagen för eleverna. Men vi ser att tidsbrist, oro att inte hinna med

kursmål och kunskapsbrister i matematikdidaktik som anledningar till att inte undervisa mer variationsrikt trots att det är ett starkt gemensamt mål hos lärarna. Visst, detta arbetssätt kostar tid men vi tror att det kommer att bära frukt både kortsiktigt och på längre sikt, eftersom man bör satsa mer på att fokusera på elevernas förståelse. Med detta menar vi att om elever får förståelse för vad de gör och varför behövs i mindre utsträckning mängdräkning i läroboken. Alltså bör lärare överväga att satsa på kvalitativ undervisning med många olika inslag av arbetssätt istället för att vara så låst vid läroboken. Låt eleverna få förståelse till vad matematiken i allmänhet och geometri i synnerhet kan användas till och låt dem få se den så viktiga kopplingen till verkligheten redan i unga år.

6.5 Framtida forskning

Vi har under arbetet med den här studien inte funnit mycket forskning eller litteratur kring lärares uppfattningar om elevers lärande i geometri. Vi ser det därför som önskvärt att det framöver kommer mer forskning kring det här området. Under arbetets gång har det hos oss dykt upp frågor och funderingar som vi gärna skulle vilja utveckla och ha svar på genom vidare forskning. Utifrån vår studie skulle vi finna följande forskning som intressant:

- Att intervjua ett större antal lärare och från olika områden för att kunna generalisera vilka uppfattningar som lärarna har samt för att öka reliabiliteten.
- Att komplettera lärarnas intervjuer med observationer för att se om deras uppfattningar om hur elever lär sig geometri stämmer överrens med hur det ser ut i praktiken.
- Att genom observationer och intervjuer med elever försöka ta reda på vilka metoder, arbetssätt och läromedel de själva uppfattar som givande för lärande i geometri. Stämmer det överrens med de uppfattningar lärarna i vår studie har?

Referenslista

Ahlberg, Ann (1995). *Barn och matematik*. Lund: Studentlitteratur.

Emanuelsson, G. (red), Johansson, B. & Ryding, R. (1992). *Geometri och statistik*. Lund: Studentlitteratur.

Gran, Bertil (1998). *Matematik på elevens villkor*. Lund: Studentlitteratur.

Hedrén, R. (red), Hellström, L., Skoogh, L. & Ulin, B. (1988). *Geometri och vår omvärld*. Stockholm: Utbildningsförlaget i samarbete med Skolöverstyrelsen och Utbildningsradion.

Kilborn, Wiggo (1992). *Mätning, geometri, funktioner, sannolikhetslära och statistik*. Malmö: Almqvist & Wiksell Förlag AB.

Larsson, Staffan (1986). *Kvalitativ analys – exemplet fenomenografi*. Lund: Studentlitteratur.

Lokal kursplan (2008).

Löwing, Madeleine (2004). *Matematikundervisningens konkreta gestaltning. En studie av kommunikationen lärare – elev och matematiklektionens didaktiska ramar*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Löwing, Madeleine (2006). *Matematikundervisningens dilemman. Hur lärare kan hantera lärandets komplexitet*. Lund: Studentlitteratur.

Malmer, Gudrun (1990). *Kreativ matematik*. Solna: Ekelund.

Marton, Ference & Booth, Shirley (2000). *Om lärande*. Lund: Studentlitteratur.

Nationalencyklopedin. Tillgänglig 2008-12-08 på <http://www.ne.se/artikel/181438>

NCM, Nationellt Centrum för Matematikutbildning. (2005a). *Matematik - ett kommunikationsämne*. Göteborg: NCM.

NCM, Nationellt Centrum för Matematikutbildning. (2005b). *Matematik från början*. Göteborg: NCM.

Pajares, Frank. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332

Pehkonen, Erkki. (2001). Lärares och elevers uppfattningar som en dold faktor i matematikundervisningen. I B. Grevholm (red). *Matematikdidaktik – ett nordiskt perspektiv*. (s. 230-253). Lund: Studentlitteratur.

Sjöstedt, Carl Erik (1948). *Geometri och geometriundervisning*. Lund: Gleerups.

Skolverket (2000). *Grundskolans kursplaner och betygskriterier*. Stockholm: Statens skolverk. Tillgänglig 2008-12-04 på <http://www.skolverket.se/publikationer?id=745>

Skolverket (2003). Nationella kvalitetsgranskningar 2001-2002. *Lusten att lära - med fokus på matematik*. Tillgänglig 2008-12-15 på <http://www.skolverket.se/publikationer?id=1148>

Skolverket (2005). *Den nationella utvärderingen av grundskolan (NU-03)*. Tillgänglig 2008-12-12 på <http://www.skolverket.se/publikationer?id=1419>

Skolverket (2006). *Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet, Lpo94*. Stockholm: Statens skolverk. Tillgänglig 2008-12-22 på <http://www.skolverket.se/publikationer?id=1069>

Skolverket (2008a). *TIMSS 2007. Svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*. Stockholm: Statens skolverk. Tillgänglig 2008-12-10 på <http://www.skolverket.se/publikationer?id=2127>

Skolverket (2008b). *Svenska elevers matematikkunskaper i TIMSS 2007. En djupanalys av hur eleverna förstår centrala matematiska begrepp och tillämpar beräkningsprocedurer*. Stockholm: Statens skolverk. Tillgänglig 2008-12-11 på <http://www.skolverket.se/publikationer?id=2126>

Statens Offentliga Utredningar, SOU 2004:97 (2004). *Att lyfta matematiken – intressen, lärande, kompetens*. Sockholm: Elanders Gotab AB.

Stukát, Staffan (2005). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap*. Lund: Studentlitteratur

Tengstrand, Anders (2004). *Åtta kapitel om geometri*. Lund: Studentlitteratur.

Vetenskapsrådet. *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Tillgänglig 2008-12-10 på <http://www.vr.se/download/18.668745410b37070528800029/HS%5B1%5D.pdf>

Vinell, Klas (1898). *Euklides*. Stockholm: Gernandt.

Wikipedia. Tillgänglig 2008-12-08 på http://sv.wikipedia.org/wiki/Geometrins_historia

Bilaga

Intervjufrågor

Bakgrundsfrågor

1. Vilken är din ålder?
2. Hur länge har du arbetat som lärare?
3. Läste du matematik under din utbildning och i så fall hur mycket?
4. Vilka skolår undervisar du i?
5. Hur tycker du det är att undervisa i matematik?

Huvudfrågor

6. Vad tycker du om att undervisa i geometri?
7. Kan du berätta om något tillfälle då du undervisade i geometri?
 - *Vad gjorde ni då?*
 - *Motivet?*
 - *Typiskt arbetssätt?*
 - *Material?*
8. Vad använder du för (annat) material i geometriundervisningen?
 - *På vilket sätt används materialet?*
9. Hur ser du på användandet av läroboken i geometri?
10. Hur brukar du låta eleverna arbeta när ni har geometri?
11. Hur fördelar du undervisningstiden av arbetssätt?
(t.ex. lärobok, laborativt material, stenciler, genomgångar, diskussioner, grupparbete, individuellt arbete)
 - *Motivet?*
12. Vad tycker du är speciellt viktigt att tänka på i geometriundervisningen?
13. Vad har du för strategier för att få med alla eleverna?
 - *Hur går du tillväga?*
 - *Hur följs detta upp?*
14. Varför tror du det är viktigt att undervisa i geometri?